

# **Universidad de Huelva**

**Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía**



## **El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática : un estudio de caso**

**Memoria para optar al grado de doctora  
presentada por:**

**Nuria Climent Rodríguez**

**Fecha de lectura: 23 de septiembre de 2002**

**Bajo la dirección de los doctores:**

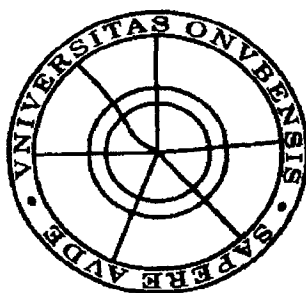
**José Carrillo Yáñez  
Lorenzo Blanco Nieto**

**Huelva, 2010**

**ISBN: 978-84-92944-50-7**

**D.L.: H 77-2010**

TESIS  
UHV  
2002  
12.1



**Universidad  
de Huelva**

---

**Dpto. Didáctica de las Ciencias  
y Filosofía**

**El desarrollo profesional del maestro de Primaria  
respecto de la enseñanza de la matemática.  
Un estudio de caso.**

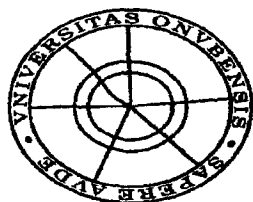
Tesis doctoral

Nuria Climent Rodríguez

**TESIS  
UHV  
2002  
12.1**

Huelva, 2002





**Universidad  
de Huelva**

---

**Dpto. Didáctica de las Ciencias  
y Filosofía**

**El desarrollo profesional del maestro de Primaria  
respecto de la enseñanza de la matemática.  
Un estudio de caso.**

Tesis doctoral

Nuria Climent Rodríguez

Dirigida por los doctores

José Carrillo Yáñez y Lorenzo J. Blanco Nieto

Huelva, 2002





## ÍNDICE

|                                                                                                               |          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>Capítulo I: Introducción.....</b>                                                                          | <b>1</b> |
| <br><b>Capítulo II: Marco teórico.....</b>                                                                    | <b>1</b> |
| II.1. Concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza<br>y el aprendizaje de la matemática..... | 3        |
| II.2. Conocimiento profesional.....                                                                           | 52       |
| II.3. Desarrollo profesional.....                                                                             | 85       |
| <br><b>Capítulo III: Metodología.....</b>                                                                     | <b>1</b> |
| III.1. Objetivos y problemas de investigación.....                                                            | 1        |
| III.2. Caracterización de la investigación.....                                                               | 6        |
| III.3. Instrumentos de recogida de información.....                                                           | 15       |
| III.4. Información recogida y su organización (bloques).....                                                  | 44       |
| III.5. Análisis de la información.....                                                                        | 46       |
| <br><b>Capítulo IV: El desarrollo profesional de I.....</b>                                                   | <b>1</b> |
| IV.1. Contextualización del caso.....                                                                         | 1        |
| IV.2. Visión general del proceso de reflexión y modificación de la<br>práctica.....                           | 4        |
| IV.3. El desarrollo profesional observado.....                                                                | 11       |

|                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| IV.3.1. Aspectos que definen su desarrollo.....                                   | 11  |
| IV.3.2. Su visión del desarrollo.....                                             | 93  |
| IV.3.3. Algunas explicaciones sobre cómo y por qué se produce ese desarrollo..... | 113 |
| IV.4. Conclusiones.....                                                           | 144 |

## **Referencias**

### **Anexos I: Análisis de la información. Informes por episodios**

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| Anexo I.1. ANÁLISIS DEL BLOQUE 1..... | 2   |
| Anexo I.2. ANÁLISIS DEL BLOQUE 2..... | 54  |
| Anexo I.3. ANÁLISIS DEL BLOQUE 3..... | 122 |
| Anexo I.4. ANÁLISIS DEL BLOQUE 4..... | 170 |
| Anexo I.5. ANÁLISIS DEL BLOQUE 5..... | 308 |
| Anexo I.6. ANÁLISIS DEL BLOQUE 6..... | 324 |

### **Anexos II:**

#### **A. Material elaborado en la investigación**

**Anexo II.A.1.** Guión de la entrevista sobre el conocimiento profesional deseable (EN1).

**Anexo II.A.2.** Contextualización del caso (descripción previa a EN2).

**Anexo II.A.3.** Esquema de los resultados de EN2.

**B. DATOS**

**Anexo II.B.0.** Declaraciones en las sesiones del proyecto

**Anexo II.B.1.** Otros datos del bloque 1

**Anexo II.B.2.** Otros datos del bloque 2

**Anexo II.B.3.** Otros datos del bloque 3

**Anexo II.B.4.** Otros datos del bloque 4

**Anexo II.B.5.** Otros datos del bloque 5

**Anexo II.B.6.** Otros datos del bloque 6



# **INTRODUCCIÓN**



## INTRODUCCIÓN

### Motivación

Esta investigación se ha iniciado enlazándose con una motivación personal. Como formadora de profesores relativamente novel y sin formación específica al respecto, me preocupaba especialmente cómo abordar la formación inicial de maestros desde la Didáctica de la Matemática. Cuestiones tan simples de formular (y difíciles de responder) como *¿qué necesita un maestro para la enseñanza de la matemática?* dirigían los principios incipientes del estudio.

Desde ese principio hasta lo que finalmente ha constituido el foco de atención del estudio hay un recorrido sinuoso, si bien considero que no se han perdido los referentes iniciales de deseos de clarificar la postura personal respecto de la formación de maestros.

La investigación sobre la formación del profesor aporta un cuerpo de conocimiento fundamental como referente para enfocar dicha formación. Especialmente, el trabajo desarrollado sobre el conocimiento profesional del profesor permite una discusión



fundamentada sobre la pregunta formulada inicialmente. En el estudio de este conocimiento se han destacado, entre otros, dos aspectos: su **contenido** y su **naturaleza**. En relación con lo primero, se han señalado distintas componentes y sus relaciones, así como la especificidad de éste respecto de la materia a enseñar. En cuanto a su naturaleza, nos interesa subrayar su **carácter práctico**. Algunas de las diferenciaciones en componentes han sido consideradas por algunos autores como académicas, en cierto modo, contradictorias con su carácter práctico. Interesa profundizar, relacionando las dos cuestiones, sobre *qué se aprende de la práctica* y, quizás más interesante, *qué se puede aprender de la práctica*. La práctica no está entendida aquí referida sólo a la práctica del aula. También está incluido el resto de las tareas de la profesión del maestro, como su propia formación. Por ejemplo, qué necesita profesionalmente, su relación con el contenido (y su percepción de su necesidad de conocimiento de contenido) y su visión de su profesión son aspectos que incluimos en la práctica.

La cuestión sobre qué se aprende de la práctica es para nosotros clarificadora para la propia formación inicial del maestro. Si enfocamos la formación inicial como el principio del aprendizaje profesional del maestro (al menos el intencional), dotarle de las herramientas que le posibiliten aprender en el ejercicio de su profesión nos parece una cuestión clave. Por otro lado, una mayor comprensión del conocimiento del que el maestro hace uso en su práctica, cómo éste se genera y cómo se apoya en él para ampliarlo, nos dará claves para discutir sobre la formación inicial.

Un aspecto que nos interesaba especialmente era *qué se aprende de la práctica en relación con el propio conocimiento profesional que se posee*. Sobre todo nos interesaba en un principio lo relativo al conocimiento de contenido. Esto es, numerosos autores han destacado la necesidad del conocimiento de contenido del profesor de matemáticas y consecuencias de sus carencias (quizás en el caso de la enseñanza de la matemática los trabajos de Deborah Ball sean la mejor muestra al respecto). Nos preguntábamos por las consecuencias de este conocimiento sobre el propio desarrollo: ¿qué se aprende de la práctica respecto del conocimiento de contenido y cómo este conocimiento condiciona ese aprendizaje? Nos interesaba especialmente lo relativo al conocimiento de contenido por las carencias que suelen tener los maestros respecto de éste, y su actitud sobre todo hacia dicho conocimiento y su ampliación (tanto en

formación inicial como permanente). Nos interesaba para la revisión de nuestra propia postura al respecto (en la formación de maestros), dada la variedad de posicionamientos y realidades sobre esta cuestión en el marco de la Didáctica de la Matemática en nuestro país (como puede comprobarse, en lo que se refiere a la formación de maestros, en Carrillo y Climent, 1999).

Nos situamos, por tanto, en el terreno del *desarrollo profesional* (del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática). Este desarrollo ha sido valorado desde distintas perspectivas, en relación con las concepciones del maestro sobre la matemática, con las concepciones sobre su enseñanza y aprendizaje, con su conocimiento, con su actuación en el aula... Además, se ha destacado el papel de la reflexión del profesor sobre su práctica como elemento fundamental para que se produzca ese desarrollo. Con este estudio nos hemos querido acercar al desarrollo profesional del maestro respecto de la enseñanza de la matemática, al papel en éste de sus concepciones y conocimiento, y a la visión del maestro de Primaria sobre su desarrollo.

De este modo, sin perder el referente inicial desde el punto de vista de la motivación personal, esperábamos aprender más sobre las necesidades y posibilidades del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática.

### **Contextualización y objeto de estudio de la investigación**

En el curso académico 1999/2000 iniciamos un proyecto de investigación colaborativa con un grupo de maestras de Primaria<sup>1</sup>, cuyo objetivo principal era el desarrollo profesional de estas maestras a través de la investigación sobre la resolución de problemas en el aula de matemáticas. Este proyecto nos ofrecía el contexto para

---

<sup>1</sup> Proyecto de Investigación *Desarrollo Profesional a través de la Investigación Colaborativa sobre Resolución de Problemas*, financiado por la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía. Acogido a la convocatoria de ayudas a proyectos de investigación educativa de 1999, regulada por la Orden de la Consejería de Educación y Ciencia de 22 de marzo de 1999 (BOJA nº 48 de 24 de abril), y seleccionado por Resolución de la Dirección General de Evaluación Educativa y Formación del Profesorado de agosto de 1999 (BOJA nº 122 de 21 de octubre).

acercarnos al estudio del desarrollo profesional de los maestros respecto de la enseñanza de la matemática.

En este proyecto de investigación colaborativa nos centramos en el estudio de las concepciones de las maestras sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y la enseñanza de la matemática desde una metodología cercana a la resolución de problemas<sup>2</sup>. Este proyecto se ha desarrollado durante los cursos académicos 1999/2000 y 2000/2001. En el primer año del mismo (en relación con el cual, como comentaremos, hemos centrado nuestra investigación) hemos mantenido reuniones periódicas en las que fundamentalmente hemos intercambiado nuestras visiones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así como discutido distintos documentos sobre éstos (la enseñanza y el aprendizaje de la matemática) y éstos en relación con la resolución de problemas; y hemos realizado la discusión del perfil de concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de cada maestra sobre la base del instrumento de análisis de concepciones de Carrillo (1998a) (con el que previamente nos habíamos familiarizado), a partir de la observación de su práctica, el diario elaborado por ésta y sus declaraciones. Asimismo hemos discutido otros aspectos de su conocimiento profesional y de su propio desarrollo.

Nuestro interés, no ya en el proyecto de investigación colaborativa sino en la investigación que nos ocupa sobre el desarrollo profesional del maestro respecto de la enseñanza de la matemática, se ha centrado en una de las maestras del grupo y en los términos en que se produce su desarrollo. Esta maestra, a la que denominaremos I, desde casi los comienzos del proyecto de investigación colaborativa se implicó especialmente en el cambio de su práctica lectiva, llevando a cabo un proceso de puesta en práctica de lo que ella consideraba la enseñanza de la matemática “desde la perspectiva de la resolución de problemas”. Esto es, su interpretación en cada momento de lo que podía ser un modo de trabajo alternativo al que desarrollaba en el aula, ligado a la resolución de problemas y en sintonía con la tendencia investigativa, ha sido su referente respecto del cambio de su práctica. Ha intentado poner en práctica ese modo

---

<sup>2</sup> Esto es, en la línea de la tendencia *investigativa* del modelo teórico sobre las concepciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de Carrillo (1998a). Este modelo será presentado en II.1.1 (Continúa en página siguiente)

de trabajo, a la vez que reflexionaba sobre él y la propia puesta en práctica, modificando ambos. En estos términos nos referiremos en lo sucesivo a la “puesta en práctica (de I) de la perspectiva de resolución de problemas” y a su “interpretación de la perspectiva de resolución de problemas”. Ambas cuestiones (su interpretación y su puesta en práctica de ésta) serán objetos de nuestra investigación. Hemos de resaltar que la definición que interesa en este trabajo sobre la “enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas” no es la que aclare lo que nosotros (los investigadores) podamos entender por ella. Lo que importa en este caso es “la definición” que tenga I en cada momento, su evolución y su relación con el cambio de su práctica y su desarrollo.

Dicha puesta en práctica ha tenido como pilar fundamental la observación y reflexión sobre la práctica del aula, utilizando como apoyo inicial a esta reflexión un diario estructurado. Ambos procesos, de reflexión y modificación de la práctica, son indisociables (como constataremos en los resultados sobre el proceso de desarrollo de I), por eso nos referiremos a ellos a veces con términos compuestos como reflexión-acción o similares. Este proceso individual de reflexión-modificación de la práctica se ha producido en paralelo al trabajo en el grupo de investigación, apoyado e incidiendo en éste. Como explicará I en varias ocasiones, el proyecto de investigación colaborativa le aporta el instrumento de reflexión sobre la práctica (el formato del diario<sup>3</sup>) y ella lo hace suyo; digamos que le aporta el medio para hacer un seguimiento y potenciar el cambio de su práctica. Realiza entonces un proceso autónomo (aunque, como también explicará ella misma y se constatará en los datos, se apoya en el grupo, llevando a él determinadas situaciones de su reflexión-acción).

Si bien en las pretensiones iniciales de nuestra investigación se encontraba el seguimiento del proceso de desarrollo de las otras maestras del grupo, el caso de I nos pareció de especial interés, por lo que decidimos centrarnos en ella. La desigual e

---

como el referente principal de nuestro estudio relativo a dichas concepciones. En el cuadro 1 (también en el mismo epígrafe del capítulo II) puede consultarse una descripción abreviada de esta tendencia.

<sup>3</sup> No se trata de un diario “libre”, es una ficha con una estructura determinada que ayuda a centrar la reflexión en determinados núcleos de interés. Describiremos con detalle dicha estructura en el capítulo metodológico (capítulo III, epígrafe III.3.1). Pueden consultarse igualmente fichas de los diarios completadas por I y usadas en nuestra investigación en los *anexos B.1, B.2 y B.4*.

irregular implicación de las otras maestras y la riqueza de este caso (con la cantidad de información que aportaba y, a nuestro juicio, su calidad) nos hizo decidarnos a restringir nuestro trabajo al estudio de éste. Por otro lado, deseábamos obtener una visión lo más completa posible de ese desarrollo, intentando comprender lo que piensa, lo que hace y lo que sabe esta maestra (en relación con su desarrollo respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática). Esto nos aconsejaba, por las limitaciones temporales del trabajo, reducir el rango de los informantes de nuestro estudio.

Por otro lado, nos ha interesado en qué términos se producía su desarrollo; esto es, en qué aspectos de su conocimiento profesional, de sus concepciones y de su práctica se reflejaba dicho desarrollo. Eso nos hace centrarnos más en el *qué* que en el *cómo* de ese desarrollo, si bien no nos ha interesado retratar “el antes y el después”, sino hacer un seguimiento continuado de esos factores. Esto, consideramos, hace que abordemos también en parte el *cómo* de ese desarrollo, al estudiar la incidencia sobre él del proceso de reflexión-modificación de la práctica y de la interacción entre los distintos factores (entre su conocimiento, sus concepciones, su actuación y las modificaciones de éstos).

Aún hemos tenido que hacer más elecciones para delimitar el terreno del estudio<sup>4</sup>. Decidimos focalizar nuestra investigación en el proceso de desarrollo individual de I, no entrando a estudiar a fondo el papel en este desarrollo del trabajo en el proyecto de investigación. Estimamos que el estudio de esos dos procesos requeriría de marcos

---

<sup>4</sup> Me gustaría señalar como nota a investigadores noveles (a título totalmente personal, alejándome de la primera persona del plural del cuerpo de este trabajo) que la delimitación del foco de la investigación es una de las cuestiones más difíciles y en cierto modo angustiosas de la investigación, o al menos así lo he vivido personalmente. Requiere, por un lado, de la profundización suficiente en el marco teórico, en tus pretensiones y en la propia investigación en curso para poder vislumbrar las diferencias entre los posibles caminos a tomar. Por otro lado, requiere de la madurez y el conocimiento suficientes sobre la investigación para saber valorar las dimensiones reales de las contribuciones de una investigación. Finalmente, obliga a menudo a tomar decisiones dolorosas, cuando parte del trabajo está hecho y al limitar el foco deja de estar referido al núcleo del estudio. Con esta nota, no quiero más que aportar mi ánimo al que se encuentre en algunas de estas circunstancias, para que no lo viva como fallo de su investigación o de su proceder como investigador. Confieso que en un primer momento, pensando en estos investigadores noveles, deseaba escribir con más detalle los distintos derroteros que ha tomado este trabajado desde sus primerísimos inicios y las dificultades que encontraba y su resolución. Mi temor a confundir más que aclarar y a hacer excesiva esa narración me han hecho desistir de mi intención. Les remito, porque a mí me ha resultado especialmente rico como reflejo de un proceso de investigación con sus distintos avatares, al trabajo de Jaworski (1994).

teóricos y metodológicos diferenciados (dadas las diferencias de los dos objetos de estudio, comparables al estudio sobre el aprendizaje individual y el aprendizaje social, siendo necesario considerar en este último las relaciones e interacciones entre los individuos, cómo se construye en el grupo...)<sup>5</sup>. Dadas estas diferencias y nuestro interés por comprender sobre todo qué desarrollo se ha producido en esta maestra, consideramos más relevante centrar nuestra atención en su aprendizaje individual. No obstante, no podemos olvidar el marco en el que se ha producido ese desarrollo individual. Se mantendrá presente durante todo el trabajo, destacándose su papel en el desarrollo individual de la maestra cuando tengamos razones fundamentadas para ello. Con esto queremos aclarar que nuestra investigación no estudia una investigación colaborativa y el desarrollo profesional que se produce en ésta. Estudia el desarrollo individual que se produce en una maestra implicada en el cambio de su práctica y su reflexión sobre ella, que cuenta además con el apoyo de su pertenencia a un proyecto de investigación colaborativa. Intentaremos aportar algunos datos sobre el posible papel en el desarrollo de I de este proyecto y su interacción con sus miembros, cuando la información recogida nos lo permita. En muchos casos sólo podremos dejarlos como posibles “indicios” para otras investigaciones.

Finalmente, en lo que se refiere a las elecciones tomadas para reducir el campo del estudio, nos hemos centrado en el primer curso de la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas de I, esto es, en el curso 1999/2000. El motivo de esta elección es el deseo de hacer un seguimiento tan cercano como nos fuera posible, recabando información de distinto tipo a lo largo de todo este curso. Este deseo hacía inviable ampliar el seguimiento a más de un curso académico. Hemos elegido el primer año porque nos parece más interesante para estudiar, por ejemplo, qué se plantea la maestra sobre su práctica, qué aspectos va modificando, cómo va reinterpretando lo que entiende por enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas, qué consecuencias tiene este proceso sobre su visión de su desarrollo. En definitiva, parece más rico estudiar su reflexión-acción y su desarrollo desde sus inicios,

---

<sup>5</sup> Una interesante investigación que clarifica las especificidades de la práctica colaborativa como objeto de estudio (que, a su vez, toma como foco de interés el contraste entre la práctica individual y la colaborativa de un grupo de profesoras de matemáticas) es la realizada por Leonor Santos (Santos, 2001). (Continúa en página siguiente)

su “arranque” y afianzamiento, y las consecuencias sobre su desarrollo en ese periodo. No obstante, hemos querido recoger en cierto modo cuál es la posible permanencia a más largo plazo de los aspectos observados sobre su desarrollo. Para ello, hemos recurrido en algunos casos a información recogida en las sesiones del proyecto de investigación colaborativa durante el curso 2000/2001 y, sobre todo, hemos indagado sobre su visión a posteriori (después de los dos cursos académicos en que se ha desarrollado el proyecto de investigación) de su proceso de desarrollo. Para esta “visión en perspectiva” (como la hemos denominado en el capítulo de resultados –IV–) hemos recurrido a su intervención al respecto (como ponente) en las *Jornadas de Investigación en Educación Matemática: El Reto de la Integración Investigación- Formación- Docencia* (celebradas en Huelva en noviembre de 2001)<sup>6</sup> y le hemos realizado una entrevista en febrero de 2002.

Por otro lado, el proyecto de investigación colaborativa ha conformado parte del contexto de nuestra investigación, por ejemplo en lo que concierne a la recogida de información. Las declaraciones de I durante las sesiones del proyecto han sido analizadas desde el punto de vista del contenido, para extraer datos sobre, entre otras cuestiones, sus concepciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y respecto del desarrollo profesional y su propio proceso de desarrollo. El propio marco de este proyecto ha sido usado en un caso para realizar una entrevista a I con el resto de las maestras del grupo, aprovechando las interacciones entre ellas y las cuestiones que en éstas surgen como una fuente de información más rica. El contexto completo de esta recogida de información no coincide, sin embargo, con el proyecto de investigación. De este modo, se han realizado observaciones de aula y se ha recabado información sobre su práctica ajenas al proyecto, y se han mantenido entrevistas y conversaciones con I fuera del marco de éste.

El objeto de estudio fundamental de esta investigación es, por tanto, el desarrollo que se produce en una maestra de Primaria implicada en un proceso de reflexión y modificación de su práctica (en el contexto de un proyecto de investigación colaborativa

---

Agradecemos, además, a su autora sus apreciaciones sobre la necesidad de realizar esa diferenciación en nuestro trabajo.

sobre la resolución de problemas en el aula de matemáticas). Intentaremos analizar en qué términos se produce ese desarrollo y cuál es su percepción de su proceso de desarrollo y sus concepciones sobre éste. Esperamos, asimismo, obtener algunas explicaciones sobre cómo se ha producido ese desarrollo y por qué se ha producido en esos términos.

Terminamos esta presentación con una breve contextualización del caso que permita comprender el marco básico de la investigación. Esta presentación será ampliada en el capítulo sobre la metodología (epígrafe III.2), donde entre otras características de la investigación explicamos lo relativo a la selección del caso, y de manera más amplia en IV.1, donde consideramos imprescindible introducir la presentación de los resultados describiendo cuál ha sido su experiencia profesional, su formación, su visión de la profesión y sus necesidades respecto de la enseñanza de la matemática, así como su relación con la materia y con su enseñanza y aprendizaje.

I es una maestra con 20 años de experiencia como maestra de Primaria, aunque su formación ha sido como maestra especialista en lengua española y francesa. Trabaja en una colegio público de Huelva capital. Durante los cursos académicos 1999/2000, 2000/2001 y 2001/2002 se encarga de la docencia como maestra generalista de un grupo de alumnos de, respectivamente, 4º, 5º y 6º de Primaria (el mismo grupo de alumnos). Es una profesional preocupada por su formación y su mejora. Respecto de la enseñanza de la matemática percibe especial necesidad de mejora, lo que le ha llevado a preocuparse especialmente por la resolución de problemas. No le gustan especialmente las matemáticas pero sí le gusta su enseñanza.

### **Enfoque del trabajo**

Este estudio se sitúa en el campo de la investigación sobre el desarrollo del profesor respecto de la enseñanza de la matemática. En relación con éste, se apoya en otros dos

---

<sup>6</sup> Organizadas por el CEP (Centro de Profesorado) de Huelva y el Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía de la Universidad de Huelva.



pilares fundamentales: el conocimiento profesional y las concepciones del profesor (relativos a la matemática y su enseñanza).

El trabajo realizado en nuestro grupo de investigación DESYM, especialmente los de Carrillo (1998a) y Contreras (1999a), desde el área de la Didáctica de la Matemática, nos ha servido de punto de partida para nuestro estudio en relación con las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Sobre la base del modelo de Carrillo (1998a) para el análisis de las concepciones del profesor respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así como otras aportaciones teóricas y la revisión de investigaciones realizadas específicamente con maestros (y estudiantes para maestro) de Primaria, hemos diseñado un instrumento de análisis para las concepciones de estos últimos.

El otro foco de atención respecto de la fundamentación teórica de nuestro estudio ha sido el conocimiento profesional del profesor (respecto de la enseñanza de la matemática). Al igual que en el caso de las concepciones, este foco de interés es subsidiario del principal: el desarrollo profesional. Nos hemos apoyado en la literatura de investigación para posicionarnos respecto de fundamentalmente dos cuestiones: el contenido del conocimiento profesional del profesor y su naturaleza práctica. A partir de esta base hemos desarrollado una categorización del (contenido del) conocimiento profesional del profesor respecto de la enseñanza de la matemática, con el objetivo de indagar sobre la visión de I respecto del conocimiento profesional deseable del maestro. Además, la reflexión sobre el contenido y la naturaleza práctica de dicho conocimiento nos ha llevado a centrar nuestro estudio del desarrollo profesional de I, en lo que respecta al conocimiento profesional, en los aspectos de éste más específicos de la enseñanza de la materia. El conocimiento de contenido y el conocimiento didáctico del contenido se han erigido en nuestros principales focos de atención a este respecto. Para indagar sobre el papel de éstos en el desarrollo profesional de I hemos intentado precisar el contenido de ambas componentes del conocimiento profesional del maestro, buscando integrar el conocimiento proveniente de la práctica.

Finalmente, la interacción entre la lectura de la literatura de investigación relativa al desarrollo profesional y el seguimiento del propio proceso de desarrollo de I, nos han llevado a plantearnos la explicitación de nuestra perspectiva del desarrollo. La reflexión

sobre la base de distintas perspectivas nos ha hecho ampliar nuestra conceptualización inicial del desarrollo, ligada sobre todo al cambio de concepciones y la ampliación del conocimiento profesional (por otro lado implícita). Nuestro punto de partida respecto del estudio del desarrollo profesional de I ha considerado su comprensión de la práctica (incluyendo en ésta la comprensión de su actuación, de sus concepciones, de su conocimiento) y su reflexión sobre ésta, además de sus concepciones y su conocimiento profesional. Por otro lado, hemos considerado relevante su propia visión del desarrollo, por lo que ha sido incluido como objeto de estudio. De entrada, nos preguntamos sobre cuál será la relación entre todos estos aspectos y el desarrollo profesional de I.

En el capítulo que sigue (Capítulo II: Marco teórico) presentamos las bases de nuestra investigación organizadas en torno a los tres pilares referidos: concepciones (II.1), conocimiento profesional (II.2) y desarrollo profesional (II.3). Igualmente, en cada una de estas secciones justificamos y presentamos los instrumentos de análisis diseñados para el estudio de los correspondientes aspectos.

Como se deriva de lo comentado en I.2, esta investigación es un estudio de caso de una maestra que inicia un proceso de reflexión y cambio de su práctica, en paralelo a su participación en un proyecto de investigación colaborativa. Mediante los diarios de clase donde la maestra recoge su reflexión sobre su acción, la observación de su práctica en el aula, sus declaraciones (en forma principalmente de reflexiones conjuntas en el proyecto de investigación y declaraciones tras las sesiones observadas) y otros instrumentos (entrevistas, un cuestionario sobre el conocimiento profesional que considera debe tener el maestro de Primaria para la enseñanza de la matemática, y su posicionamiento respecto de los indicadores sobre las concepciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática del instrumento de análisis de Carrillo, 1998a) haremos un seguimiento de su desarrollo en relación con los aspectos antes referidos. En el capítulo dedicado a la metodología de la investigación (capítulo III) abordamos la descripción y fundamentación del diseño de la investigación, los instrumentos de recogida de información de los que hemos hecho uso, y cómo hemos organizado y realizado el análisis de la información. Este análisis se ha servido de los instrumentos presentados en el marco teórico, si bien en distinto modo. Tomados éstos como referentes, un análisis inicial más ligado a la asignación de indicadores a la información seleccionada (sobre todo en lo que se refería al instrumento de análisis de

las concepciones) ha ido dando paso a un análisis en el que se ha hecho un uso más abierto de éstos, emergiendo en mayor medida categorías que nos han permitido organizar los resultados y el propio análisis. Por otra parte, en este capítulo previamente concretamos cuáles son los objetivos y problemas de esta investigación.

Los resultados obtenidos son presentados en el capítulo IV. Por un lado, nos interesa la visión general del proceso de desarrollo de I, esto es, cómo se ha ido produciendo. Por otro lado, intentamos dar respuesta a los objetivos de la investigación detallando, por una parte, cuáles son los aspectos que para nosotros definen el desarrollo observado (IV.3.1) y, por otra parte, cuál ha sido durante este proceso su visión del desarrollo y cómo se relaciona con el propio desarrollo observado (IV.3.2). Finalmente, como explicábamos en I.2, si bien nuestro trabajo se ha centrado en “en qué términos se producía el desarrollo de I” (esto es, más en el “qué” que en el “cómo” de ese desarrollo), podemos apuntar algunos resultados respecto de cómo se produce y por qué en los términos observados.

Los resultados obtenidos nos permiten aportar información sobre los problemas de investigación planteados, extraer algunas consecuencias para la formación inicial y permanente de los maestros desde la Didáctica de la Matemática y contribuir a la discusión sobre algunos de los referentes teóricos al respecto. Estas consecuencias serán presentadas y discutidas en el capítulo IV.

Lo anterior constituye la primera parte de este trabajo escrito (capítulos I, II, III y IV). Su lectura permite el seguimiento de la investigación realizada, si bien no el seguimiento con detalle de, por un lado, el proceso de análisis de la información y, por otro lado, el propio proceso de desarrollo de I. Ambos procesos son presentados pormenorizadamente en el *Anexo I* de este trabajo escrito. En esta parte se encuentran los informes del análisis de los distintos episodios de información (una ficha del diario, una sesión de aula, una entrevista...), así como los informes del análisis conjunto de la información por bloques (la segmentación que hemos hecho de la información atendiendo a su contenido y la finalidad de su recogida, como explicaremos en el capítulo III). Estos informes se presentan de manera relacionada en su orden temporal. De este modo, permiten reflejar cómo se va produciendo el desarrollo de I y cómo nosotros nos vamos adentrando en la indagación sobre y la comprensión de ese

desarrollo. Estos informes constituyen para nosotros un paso intermedio entre el análisis de la información y la presentación de los resultados. De ahí que informen al lector de ambas cuestiones (el análisis y los resultados del estudio de caso). Para nosotros resulta muy interesante su lectura (como lo ha sido adentrarnos en el proceso de desarrollo de I) si bien, dado su volumen, hemos hecho que esta lectura no sea imprescindible para seguir el trabajo realizado.



# **MARCO TEÓRICO**



## **CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO**

### **Introducción**

Como señalábamos en la introducción de este trabajo (capítulo I), nuestro interés es acercarnos al estudio del desarrollo profesional del maestro y esto se hará en relación con sus concepciones, su conocimiento profesional, y su visión del desarrollo (todo ello respecto de la enseñanza de la matemática).

Las concepciones y el conocimiento profesional del profesor, en la medida en que suponen lo que el profesor piensa, sabe y sabe hacer sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, parecen fundamentales en el estudio del desarrollo profesional de éste. Las implicaciones de ambos sobre la práctica del profesor han sido puestas de relieve en numerosas investigaciones y serán abordadas en este capítulo.

En el marco de esta investigación, el estudio de las concepciones de I (nuestro caso) sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, al igual que su conocimiento profesional, interesan en cuanto a cuál es el papel de éstas en su desarrollo profesional, cómo limitan o potencian ese proceso de desarrollo, cómo interaccionan entre sí y



cuáles y de qué modo evolucionan. No nos interesa, por tanto, hacer un retrato “fijo” de los mismos, ni realizar un análisis pormenorizado de cómo se encuentran en esta maestra. Esta opción limitaría la investigación al estudio de alguna/s de sus componentes y, probablemente, dentro de ésta/s, al estudio respecto de algún núcleo de contenidos concreto. Este estudio sería interesante, pero, desde nuestro punto de vista, no recogería el principal interés del proceso que hemos seguido. Al centrar la investigación en alguna/s de las componentes, incluso si se hace esta elección tras constatar cuál/es de esta/s componentes tiene más incidencia en el proceso de desarrollo profesional de I, estaríamos obviando la relación con y la posible influencia de las componentes no consideradas. De este modo, la única simplificación realizada respecto de las concepciones y las componentes del conocimiento profesional a considerar es la reducción de éstas a aquellas relacionadas más directamente con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esta elección se justifica porque interesa, sobre todo, lo relacionado con el área de conocimiento de Didáctica de la Matemática, dado que extraer conclusiones para la formación (inicial y permanente) del profesorado de Primaria desde nuestro área de conocimiento es una finalidad de este estudio.

Podemos decir, por tanto, que el desarrollo profesional es nuestro foco principal de estudio y que las concepciones y el conocimiento son subfocos de éste, subordinados al primero.

En esta línea, hemos buscado fundamentar teóricamente nuestro trabajo considerando las concepciones y el conocimiento profesional como focos secundarios del estudio, contemplados desde la perspectiva del desarrollo profesional. Desde esta perspectiva debe entenderse la fundamentación teórica que sigue.

En este capítulo presentamos las bases teóricas de la investigación (en torno a los tres núcleos mencionados) y, relacionadas con éstas, los instrumentos que hemos diseñado para el análisis. En lo que respecta a esto último, la adaptación a Primaria del elaborado en la investigación de Carrillo (1998a) (para profesores de matemáticas de Secundaria), realizada a partir de la revisión de investigaciones sobre concepciones de los maestros de Primaria, hace que nuestra presentación al respecto sea más extensa que las correspondientes a los otros dos núcleos. Esto no corresponde a una mayor centralidad en nuestro estudio de las concepciones respecto de los otros dos. A pesar de que, como

hemos explicado, el foco fundamental de nuestro estudio y, en consecuencia, de su base teórica, es el desarrollo profesional, presentamos primero lo relativo a las concepciones y conocimiento profesional porque sobre la base de estos dos aspectos exponemos nuestro posicionamiento inicial sobre el desarrollo profesional del maestro para la enseñanza de la matemática. Esta secuencia, además, refleja cómo hemos elaborado el respaldo teórico del estudio. Aunque no se puede pensar en fases lineales respecto de su fundamentación en relación con los tres temas señalados, a grandes rasgos hemos ido de las concepciones y el conocimiento profesional al desarrollo profesional. Esto es, aunque nuestro objeto de estudio es directamente el desarrollo profesional del maestro respecto de la enseñanza de la matemática, nuestra conceptualización de este desarrollo ha estado ligada en un principio a sus concepciones sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje y a su conocimiento profesional, pasando posteriormente a cuestionarnos de manera más abierta qué entendemos por dicho desarrollo profesional. Este cuestionamiento sigue teniendo muy presentes los elementos mencionados. En este capítulo y, entre otras cuestiones, siguiendo el orden señalado, intentamos no sólo exponer las bases teóricas de nuestra investigación y la fundamentación de los instrumentos de análisis diseñados, sino también reflejar cómo se ha avanzado durante la misma en dicha fundamentación. Además, al hilo de la fundamentación teórica daremos algunas justificaciones de cómo se ha realizado la investigación, con el propósito de aclarar las decisiones tomadas.

Nuestro trabajo aborda el estudio del desarrollo profesional del maestro desde una perspectiva cognitiva; esto es, poniendo el énfasis en los contenidos y procesos de pensamiento del maestro, su conocimiento y su uso de éste. En este sentido, continúa el camino de la mayor parte de las investigaciones realizadas en nuestro país sobre el profesor de matemáticas (como señala Llinares, 1998), si bien de las dos agendas diferenciadas por este autor (*aprendizaje del profesor y práctica profesional*) viene a cubrir un hueco en la primera, al centrarse en la subproblemática *desarrollo profesional*, mientras que la revisión de Llinares pone de manifiesto cómo las investigaciones realizadas hasta ese momento en nuestro país se refieren a la subproblemática *aprender a enseñar* (el objeto de estudio es el estudiante para profesor). Investigaciones posteriores sobre el aprendizaje del profesor respecto de la enseñanza de la matemática han seguido centrando su atención sobre la formación inicial. Tal es el caso de Flores

(1998), quien lleva a cabo una investigación sobre concepciones de futuros profesores de matemáticas de Secundaria. Flores formula al final de su trabajo una preguntas, relacionadas con la formación inicial, que tienen un calado tal que las hemos asumido como orientadoras de las conclusiones de nuestro trabajo relativas a la formación inicial de maestros (el papel del contenido matemático, el diseño de las prácticas de enseñanza, el papel de la reflexión y la articulación de la componente didáctica de las matemáticas son una buena muestra).

## **II.1. CONCEPCIONES DEL MAESTRO DE PRIMARIA SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA**

En este epígrafe presentaremos y fundamentaremos la perspectiva tomada en nuestro trabajo en lo que respecta al estudio de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Por un lado, expondremos las consideraciones teóricas en las que se fundamentan nuestras decisiones y perspectivas y, por otro, explicaremos cómo se ha enfocado el análisis de dichas concepciones (no en lo que respecta al proceso de análisis, que será abordado en el apartado referido a la metodología, sino al diseño de instrumentos).

Comenzamos dando una visión general de la perspectiva adoptada, organizada en torno a tres aspectos: los *principios teóricos generales* (en lo que respecta a las concepciones sobre la enseñanza) en los que nos hemos apoyado, cómo hemos considerado *las concepciones sobre la matemática y sobre la matemática escolar*, y cómo ha sido el proceso de *diseño del instrumento para el análisis de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*.

Tras esta descripción más general, pasamos a detallar cuáles han sido los *referentes* concretos *para el estudio de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática* (II.1.1.), *los aspectos característicos de las concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática* (II.1.2.) y, finalmente, presentamos el *instrumento de análisis de las concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática* (II.1.3.).

### *Principios teóricos generales*

En lo relativo al estudio de las concepciones, este trabajo se fundamenta en gran medida en los anteriores de Carrillo y Contreras, así como en trabajos conjuntos con ambos<sup>7</sup>. Siguiendo a estos autores usamos el término “concepción” englobando en él tanto las concepciones (esquemas subyacentes organizadores de conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva -Ponte, 1994a-) como las creencias (verdades personales incontrovertibles, derivadas de la experiencia o la fantasía, con una fuerte componente afectiva y evaluativa –como también distingue Ponte, 1994a, siguiendo a Pajares, 1992-) <sup>8</sup>.

De este modo, las **concepciones (sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática)** serán entendidas como el **conjunto de creencias y posicionamientos que el investigador interpreta posee el individuo, a partir del análisis de sus opiniones, respuestas a preguntas sobre y su descripción de su práctica, su acción y los documentos que produce en torno a ésta.**

Estas concepciones se diferencian claramente de aquellas referidas a conceptos matemáticos concretos, más ligadas al propio conocimiento de la materia (en la línea de los constructos *definición del concepto e imagen del concepto* de Tall y Vinner, 1981; Tall, 1992; y, dentro de la investigación en nuestro país sobre concepciones de los profesores respecto de la enseñanza de la matemática, los trabajos de Azcárate, 1996 y Cardenoso, 1998, referidos a los conceptos de aleatoriedad y probabilidad).

Las concepciones de I a las que nos hemos acercado en esta investigación incluyen sus creencias, significados, preferencias y gustos, e imágenes mentales (que junto con conceptos, proposiciones y reglas constituyen la acepción de las mismas de Thompson, 1992).

---

<sup>7</sup> Entre otros: Carrillo, 1995, 1996, 1998a, 1999a; Contreras, 1998, 1999a; Carrillo y Contreras, 1994, 1995; Carrillo, Climent y Contreras, 1998; Contreras, Carrillo y Climent, 1999; Contreras, Climent y Carrillo, 2000.

<sup>8</sup> Usaremos fundamentalmente, como hemos justificado, el término *concepción*, aunque en ocasiones emplearemos indistintamente el de *creencia*.

Hemos diferenciado las concepciones del conocimiento profesional del profesor, aun sabedores de la yuxtaposición entre ambos y la discusión al respecto dentro de la investigación. Seguimos en ese sentido la línea de Abelson (1979), que diferencia lo que denomina *sistema de creencias* de *sistema de conocimiento*, fundamentalmente porque las primeras no son fruto del consenso, pueden poseerse con un grado variable de certeza, dependen en gran medida de componentes afectivas y evaluadoras, incluyen frecuentemente representaciones de “mundos alternativos” y gran cantidad de material episódico, se refieren parcialmente a la existencia o no de ciertas entidades conceptuales y su contenido es difícil de delimitar. En sintonía con esta diferenciación Thompson (1992) los diferencia por poseer las concepciones distintos grados de convicción y no ser fruto del consenso, mientras que el conocimiento ha de satisfacer condiciones de verdad. Estas condiciones de verdad no tienen por qué significar que coincidan con un conocimiento establecido formalmente, si bien consideramos que el conocimiento está sujeto a una mayor validación lógica que las concepciones (tanto en su construcción personal como en su validación externa).

En principio, las concepciones que nos van a interesar (sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática) podrían tener distintos grados de consciencia. Algunas de las concepciones más inconscientes podrían extraerse de las declaraciones y la actuación del profesor. Esta última inferencia no está exenta de problemas. Ambas (las concepciones declaradas y las inferidas de la práctica) pueden presentar contradicciones, como sugieren los trabajos de Cooney (1983, 1985) y Jones et al. (1986) (citados en Underhill, 1988). Ernest (1989a), refiriéndose además a las inconsistencias encontradas en las investigaciones de Brown (1986), Cooney y Brown (1986) y Thompson (1984), subraya la necesidad de diferenciar entre *concepciones expuestas* (o modelos mentales) y *concepciones en la acción* (la transformación de las primeras en práctica del aula, sujetas a las limitaciones y contingencias del contexto escolar). Atribuye tres causas principales a las posibles contradicciones entre ambas: la profundidad de las creencias expuestas (el grado en que se integran con otras creencias y conocimientos), el nivel de consciencia de las mismas por parte del profesor (relacionado directamente con el nivel de reflexión del profesor sobre su práctica; cuanta más reflexión, más consciencia de ellas, y mayor integración entre ambas) y el contexto social.

En sintonía con la primera causa señalada por Ernest, otros autores explican las diferencias entre concepciones en la acción y expuestas por la estructura del sistema de creencias de los profesores. El modelo de Green (1971) sobre dicha estructura fundamenta en muchos de los casos dichas explicaciones. Para este autor pueden diferenciarse tres aspectos: la fuerza con que son sostenidas, lo que permite distinguir entre creencias *centrales* y *periféricas*; una relación “cuasi-lógica” entre ellas, lo que lleva a creencias *principales* y *derivadas*; y la posibilidad de que formen “clusters” o conjuntos de creencias, relativamente aislados unos de otros.

Esta estructura del sistema de creencias aporta además modelos explicativos sobre cambios en las creencias de los profesores. De este modo, Cooney et al. (1998)<sup>9</sup> hacen uso de la noción de centralidad para interpretar los cambios en las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de cuatro estudiantes para profesor de matemáticas durante un curso de formación. Las creencias centrales parecen tener un papel fundamental en dicho cambio, ajustándose a éstas otras creencias periféricas. Porlán (1995) también hace referencia a una cierta interconexión y jerarquización de las creencias. Además, considera, tienen distinto grado de influencia en la persona. Hay algunas que pueden cambiar con facilidad, *aquellas más influenciadas por la experiencia, más explícitas y que poseen un grado de abstracción menor*, mientras que otras son muy estables y resistentes al cambio, las que permanecen más ocultas y poseen mayor nivel de abstracción. Estas últimas *constituyen el sustrato epistemológico del edificio cognitivo del profesor y de ellas depende, en gran medida, el resto de las concepciones personales* (p. 12). Se refleja por tanto la idea de centralidad de éstas y de grado de concienciación (segunda de las características de Ernest), ligadas también a la tendencia al cambio de las mismas.

---

<sup>9</sup> Como veremos en el apartado referido al desarrollo profesional (II.3), estos autores colocan las concepciones del profesor en un lugar clave del desarrollo profesional. De este modo, dicho desarrollo viene definido en gran parte por la permeabilidad de sus concepciones. En su análisis del cambio observado en un grupo de estudiantes para profesor destacan que los que parecieron experimentar más éxito en su primer año de enseñanza fueron aquellos capaces de examinar sus creencias sobre la matemática y su enseñanza y modificarlas hacia un conjunto más sólido y coherente (Coney y Shealy, 1997, p.94).

Ponte (1994a) asocia las posibles diferencias a la existencia de distintos *mundos de experiencia*. Las concepciones, de esta forma, serían dependientes del contexto. En relación con esto, Ensor (1998) considera el sistema de creencias de los profesores múltiple y contingente, donde las creencias están ligadas a los contextos donde se ponen en juego. De esta manera, no hay que “solucionar” el problema de la contradicción entre distintas creencias expuestas y en la acción. Esta contradicción es natural.

Raymond (1997), por su parte, más que una implicación desde las creencias hacia la práctica defiende una relación interactiva entre ambas, explicando las inconsistencias por las normas sociales y las situaciones concretas del aula que influyen sobre la práctica<sup>10</sup>.

A pesar de los diferentes resultados en la literatura de investigación sobre la consistencia entre las creencias y las prácticas del profesor y la diversidad de interpretaciones entre las inconsistencias, es evidente la incidencia de las primeras sobre las segundas y la relevancia de su estudio en el análisis del cambio del profesor<sup>11</sup>. Esto es lo que nos ha llevado a incluir las concepciones como uno de los aspectos a considerar en el estudio del desarrollo profesional de I. En el estudio de dichas concepciones vamos a considerar tanto concepciones expuestas o declaradas como concepciones en la acción (inferidas de su acción). Distinguiremos ambas y las contrastaremos. La mayor o menor consistencia entre las dos es contemplada por nosotros a priori como uno de los posibles aspectos en que observar su desarrollo profesional. Estamos con Ernest en que una mayor reflexión sobre la práctica debe estar relacionada con el grado de conciencia de la actuación en ésta y de las concepciones al respecto, y esto puede ir ligado a una mayor coincidencia entre ambas. No analizaremos la estructura del sistema de creencias de I, si bien no descartamos obtener alguna información sobre cuáles parecen ser más centrales y cuáles explican la existencia de otras (derivadas de las anteriores).

---

<sup>10</sup> Ponte (1994a) también encuentra más determinante la influencia sobre la práctica de la naturaleza de las instituciones sociales en las que se desarrolla ésta que la influencia de nuestras concepciones y conocimiento.

<sup>11</sup> Putnam et al. (1992) destacan cómo las concepciones y el conocimiento del profesor conforman el modo en que éstos se enfrentan al cambio de su práctica (cómo perciben y actúan sobre las llamadas al cambio).

Por otro lado, aunque nos fijaremos tanto en concepciones conscientes como en las inconscientes (en la medida en que podamos acceder a estas últimas), el mayor peso de nuestro análisis estará en las primeras. Como explicaremos en el capítulo metodológico, una de las cuestiones que contemplaremos será su propio posicionamiento respecto de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (III.3.5). Esto coincide con el uso que reserva Saari (1983), citado por Pehkonen (1994), para los términos *concepción* y *creencia*, el primero para creencias conscientes.

### *Concepciones sobre la matemática y la matemática escolar*

Para estudiar la posible evolución de las concepciones de I respecto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son varias las decisiones que hemos tomado.

Por un lado, aunque creemos que en el profesorado de Secundaria las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática están influidas por las concepciones sobre la propia matemática<sup>12</sup>, no consideramos que en el caso de los maestros de Primaria las concepciones sobre la matemática sean tan relevantes.

---

<sup>12</sup> En el trabajo de Carrillo (1998a) se estudian las posibles relaciones entre las concepciones de profesores de Secundaria sobre la matemáticas (catalogadas según tres tendencias: instrumentalista, platónica y resolución de problemas, basadas en el trabajo de, entre otros, Ernest, 1989b y 1991), sus concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática (en la que se distinguen las tendencias: tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa) y su modo de resolver problemas, encontrándose algunas relaciones (aunque no directas) entre los dos tipos de concepciones. Entre los nueve profesores estudiados no se encuentran relaciones “extremas” entre la concepción de la matemática y la concepción sobre su enseñanza y aprendizaje (una tendencia didáctica predominantemente tradicional no aparece ligada a una concepción de la matemática como resolución de problemas), dándose en algunos casos las relaciones que podrían parecer “naturales” (tendencia didáctica tradicional-tecnológica con concepción platónica de la matemática, tendencia didáctica tecnológica con concepción instrumentalista de la matemática, tendencia didáctica investigativa con concepción de la matemática como resolución de problemas). Sin embargo, también se dan otras asociaciones que no entran dentro de lo esperado: tendencias didácticas tecnológica y espontaneísta-investigativa con concepción de la matemática platónica-resolución de problemas. El autor denomina este panorama como una “anarquía controlada”. Los trabajos de Copes (1979), Lerman (1983) y Thompson (1984) encuentran relaciones entre ambas concepciones. En el trabajo de Raymond (1997), en el que se estudian las relaciones entre las creencias (expuestas) de maestros de Primaria al comienzo de su carrera docente (dos primeros años de experiencia) sobre la matemática y su enseñanza y sus prácticas, se presenta el caso de una de las maestras, con (Continúa en página siguiente)



En el caso del profesorado de Secundaria, dada su formación casi exclusiva y originariamente disciplinar, las ideas sobre la matemática tienen un peso muy fuerte en la propia visión sobre su enseñanza, de tal manera que, en menor o mayor medida, la disciplina constituye uno de los referentes fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Quizás, uno de los retos del profesor de Secundaria, para evolucionar desde posiciones iniciales tradicionales y tecnológicas (que parecen ser las generalizadas en el inicio de su carrera docente) es hacer más compleja su visión de la enseñanza añadiendo referentes al de la disciplina (la psicología, la sociología, la pedagogía, las nuevas tecnologías y la práctica docente) y enriqueciendo la propia visión de la disciplina como referente para la enseñanza (considerando también la epistemología y la historia de la matemática, las relaciones de la matemática con otras disciplinas y su aplicación a la vida diaria<sup>13</sup>, así como la didáctica de la matemática, como referente de los aspectos específicos del proceso de enseñanza y aprendizaje de la disciplina<sup>14</sup>)<sup>15</sup>.

---

creencias sobre la matemática más tradicionales que sus creencias sobre su enseñanza y aprendizaje. Este hecho parece deberse a que el referente principal de sus creencias sobre la matemática es su experiencia como discente (previa a su formación como maestra), mientras que el de sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de la materia lo constituye básicamente su (corta) experiencia docente y ligeramente su formación como maestra. Además, a sus imágenes de las matemáticas extraídas de su experiencia discente une sus sentimientos negativos hacia la materia, que también se reflejan en su visión de la matemática. Como docente, sin embargo, intenta no transmitir estos sentimientos a sus alumnos y hacer que la materia sea para ellos más agradable de lo que lo fue en su etapa escolar, de ahí se justifican también en parte sus concepciones menos tradicionales sobre su enseñanza.

<sup>13</sup> Blanco, Mellado y Ruiz (1995) distinguen dentro de lo que llaman la *componente estática* del conocimiento profesional del profesor (respecto de la enseñanza de Ciencia Experimentales y Matemáticas), y en relación con su conocimiento de contenido: conocimiento sustantivo, procedimental, de historia y filosofía de la matemática, y relaciones entre ciencia, tecnología y sociedad y aplicaciones de la ciencia a la vida diaria. Se trata de un conocimiento de y sobre las ciencias y las matemáticas, considerando que este conocimiento no está anclado en el pasado sino que hay que conocerlo desde una perspectiva de su aparición y desarrollo (p. 432).

<sup>14</sup> La Didáctica de la Matemática sería un referente que no está considerado en los anteriores, que los integra y que surge especialmente ligado a la propia disciplina (de ahí que lo hayamos relacionado con el enriquecimiento de la visión de la matemática como referente para la enseñanza) pero vista desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje. Porlán y Rivero (1998) también asocian a las didácticas específicas este carácter integrador de otros saberes, situándolo en un nivel distinto de otros saberes disciplinares y experienciales. La importancia que se le da a la aportación de la Didáctica de la Matemática en la formación del profesorado no debe confundirse con el profesor experto en dicho área de conocimiento (como tampoco debe ser un experto en psicología o pedagogía), sino usuario de ésta (como subraya De la Torre, 2001).

Sin embargo, en el caso de los maestros de Primaria, el referente de la disciplina se diluye en otros. El peso de la disciplina en su formación es casi anecdótico<sup>16</sup>, siendo difícil que modifique su visión de la matemática académica escolar. Además, consideramos que generalmente el conocimiento *sobre* matemáticas (que abordaremos en el apartado II.2. de este capítulo) y la imagen de la matemática como disciplina (no sólo respecto de su modo de generarse sino en relación con su estructura conceptual) suele estar ausente de las aulas de formación de maestros<sup>17</sup>. Por este motivo, hemos considerado que el estudio de las concepciones sobre la matemática no sería un elemento tan potente (respecto del caso de Secundaria) para caracterizar su desarrollo. Lo que sí nos ha parecido interesante es considerar su visión de la matemática escolar.

---

<sup>15</sup> En esta línea, Flores (1998), respecto de la formación de profesores de matemáticas de Secundaria, propone articular [...] *la teoría y la práctica, la reflexión epistemológica y didáctica, el contexto de formación y el contenido, etc. En resumen, la conciencia de la pluralidad de visiones debe hacer que el formador dirija su acción hacia la formación de profesores reflexivos, y se ocupe él mismo de reflexionar sobre el contenido didáctico del contenido, que además asuma las características del contexto (situado)* (p. 250).

<sup>16</sup> Como señala Blanco (2001) en su informe sobre la educación matemática en los planes de estudio de la formación de maestros de Primaria, hay estudios realizados desde la Didáctica de la Matemática que ponen de relieve el escaso peso de la formación matemática (para su enseñanza) en dicha formación. Así, los análisis de los planes de estudio de la titulación de Maestro especialidad de Primaria en relación con los créditos de asignaturas relacionadas con las matemáticas realizados por Abreira et al. (1997) y Rico y Carrillo (1999) reflejan, además, el progresivo descenso de dicha presencia.

<sup>17</sup> Desde el referente fundamental de nuestra propia experiencia, apreciamos que estos aspectos de la disciplina matemática están presentes de algún modo en las aulas de formación inicial de profesores de Secundaria, aunque no todos explícitos. Muchos de estos conocimientos “planean” en las exposiciones de los profesores universitarios (estamos pensando en la licenciatura de Matemáticas), como cuáles son las características de una demostración matemática, cuál es el valor en éstas de los ejemplos y contraejemplos, o cómo surgen estas demostraciones, pero al presentar el profesor la materia como acabada, no su proceso de construcción, no explicita dichos conocimientos. Son los estudiantes quienes, al enfrentarse con los problemas matemáticos que se le plantean, “reconstruyen” estas variables de la estructura de la disciplina. No obstante, el conocimiento *sobre* matemáticas del licenciado en Matemáticas no suele ser consciente cuando éste finaliza sus estudios. Necesita de la reflexión para pasar de algunas nociones inconscientes, derivadas de su propio quehacer, a un conocimiento útil para la enseñanza de la matemática. Otros elementos del conocimiento sobre matemáticas (como el origen y la evolución de la disciplina) están aún más implícitos que los anteriores en la formación matemática de los futuros profesores. Ni siquiera se extraen de una lectura subliminal de las explicaciones del profesorado correspondiente. Necesita de la metareflexión sobre el conjunto de “las matemáticas” que se le están mostrando (esto es, necesita pensar, en conjunto, en lo que supone en cuanto a relación y evolución el *Análisis Matemático I*, el *Análisis Matemático II*...).

La distinción entre matemáticas (como disciplina) y matemática escolar parece clara. Como señala Ernest (2000), ni siquiera la segunda corresponde a una parte de la primera, sino que deben ser vistas como disciplinas diferentes. Se diferencian tanto en los temas que abordan (que se centran más en el caso de la matemática escolar en la competencia numérica, las matemáticas contextuales y comerciales –situaciones de compra, fundamentalmente- que en lo que es la disciplina matemática), como en su forma y naturaleza. Sin embargo, creemos que para diferenciarlas es necesario tener el referente de ambas y, en el caso de los maestros de Primaria, el referente de la matemática como disciplina es escaso y se va diluyendo con su práctica profesional.

Además, los resultados de algunas investigaciones (Santos, 1994; Serrazina, 1998) apoyan la hipótesis de que los maestros (y estudiantes para maestro) de Primaria identifican matemática con matemática escolar<sup>18</sup>. Basándonos en esta hipótesis y en lo anteriormente justificado, hemos considerado, en lugar de las concepciones de I sobre la matemática, sus concepciones sobre la matemática escolar, dentro de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la materia<sup>19</sup>.

---

<sup>18</sup> Las declaraciones de una estudiante para maestro del estudio de Santos (1994) ejemplifican esta identificación: *“para mí las matemáticas son sólo una materia escolar. Siento que un montón de conocimientos básicos son usados en el día a día, pero no mucho más [...] no miro las cosas de un modo muy matemático”* (p. 202). Thompson (1992) asocia la visión estática de la matemática que presentan la mayoría de los profesores de los estudios llevados a cabo en los Estados Unidos a que se basa en la matemática escolar.

Serrazina (1998) ofrece una posible explicación de las contradicciones obtenidas en su estudio sobre las concepciones respecto de la matemática de una muestra de maestros de Primaria, basada en qué asocian a la matemática. Debido a su escasa formación matemática, cuando hablan sobre la matemática probablemente tienen en mente la matemática que tratan en la escuela con sus alumnos, no la matemática como ciencia (p. 70). Una de las maestras de su estudio de caso posterior muestra esa identificación (matemática=matemática escolar).

<sup>19</sup> En el trabajo de Moreira (1994) con estudiantes para profesor de matemáticas de Secundaria, la autora señala que la visión de estos estudiantes sobre la matemática (como ciencia, como lenguaje, como un juego donde dadas unas reglas iniciales –los axiomas- se elaboran diferentes teorías, como la matemática del currículo escolar) no difiere de la de estudiantes para maestro de Primaria, analizadas en un estudio anterior (Moreira, 1992). Concluye, además, que la formación recibida por los estudiantes para profesor de Secundaria (fundamentalmente en contenidos matemáticos desde un punto de vista formal) no parece afectar su visión sobre la matemática, sino que ésta se ve afectada mayoritariamente por su experiencia como estudiante durante su etapa escolar (previa a su formación como futuro profesor). Esto podría contradecir en cierta forma los presupuestos en que nos hemos basado para diferenciar la influencia de la (Continúa en página siguiente)

*Diseño del instrumento para el análisis de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*

Una vez decidido centrar el estudio (en lo que se refiere a las concepciones) en las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Primaria, debíamos decidir hasta qué punto detallar el perfil de las concepciones y cómo realizar dicho análisis. Lo expuesto anteriormente sobre el papel de las concepciones en nuestro estudio (no por sí mismas sino desde la perspectiva del desarrollo profesional, junto con otras cuestiones) explica el detalle con el que interesa realizar el análisis. Para ello contábamos con el *instrumento de segundo orden para el análisis de las concepciones del profesor sobre la enseñanza de la matemática* (Carrillo, 1998a<sup>20</sup>). Este instrumento constituye desde nuestro punto de vista una valiosa herramienta para el estudio de las concepciones de profesores de matemáticas de Secundaria. Aunque, al ser maestros de

---

matemática como disciplina en los profesores de Secundaria (si bien habría que tener más datos sobre el currículo y modelo de formación inicial de estos profesores) y los maestros de Primaria, sin embargo no afecta a los supuestos sobre los maestros de Primaria y la identificación en éstos últimos de la matemática con la matemática escolar. Parece que esta autora afirma que también en el caso de los profesores de Secundaria cabe esta identificación.

En contraposición con los resultados del trabajo de Moreira, en el estudio comparativo de Pomeroy (1993) sobre las concepciones respecto de la ciencia de profesores de Primaria y Secundaria (y científicos), se concluye que de los profesores estudiados (que, se advierte repetidamente, no han sido elegidos según ningún criterio estadístico de representatividad, por lo que los resultados pueden presentar sesgos) los de Secundaria tienden a tener una visión más tradicional de la ciencia y de su enseñanza. Las posibles explicaciones de este hecho pueden encontrarse en la mayor formación de los profesores de Secundaria en la disciplina desde un punto de vista formal y su mayor acercamiento a la investigación científica y en que una visión “distinta” (no tradicional) de la ciencia puede provenir de la observación de cómo aprenden los niños. Según esta última perspectiva es más amplio el apoyo a ideas constructivistas sobre el aprendizaje (en línea con nueva filosofía de la ciencia) entre maestros que entre profesores de Secundaria, lo que podría explicar la diferencia observada entre ambos colectivos. Otro posible origen de las concepciones sobre la ciencia (en el que en principio no habría diferenciación evidente entre ambos colectivos de profesores) puede encontrarse en la observación de su propio aprendizaje de cómo enseñar, a partir de la observación de su práctica docente. Entre los sesgos en los resultados que puede inducir la muestra seleccionada puede encontrarse el hecho de que los maestros de Primaria hayan estado involucrados en cursos de formación en que se haya hecho hincapié en una visión no tradicional de la ciencia y su enseñanza (aspecto del que no se tiene información).

<sup>20</sup> Proviene de Carrillo (1996). Una adaptación de éste ha sido empleada en el estudio de Contreras (1998) (publicado también en Contreras, 1999a).

Primaria los protagonistas de nuestro estudio, su uso precisaba de su revisión para adaptarlo a esta etapa educativa, cabía pensar que muchos de los indicadores de este instrumento (dada su definición) serían aplicables al caso de maestros de Primaria.

Además, en el desarrollo del proyecto de investigación en el que se sumerge parte de la extracción de datos de nuestro estudio, habíamos usado anteriormente dicho instrumento de análisis como referente para estudiar las concepciones de las maestras. De hecho, ellas mismas se habían posicionado ante los indicadores de este instrumento en diversas ocasiones. En su uso en el marco del proyecto de investigación, dada la urgencia de la marcha de éste y los fines que se perseguían, se consideró tal como estaba diseñado para Secundaria, con la salvedad de no hacer uso de los indicadores que no fueran aplicables (ni con una consideración flexible del mismo) a Primaria. Nos interesaba por tanto, dado tanto el interés del instrumento de análisis, como su posibilidad de adaptación a Primaria y el hecho de que era del que se estaba haciendo uso en el proyecto de investigación colaborativa, mantenerlo como referente principal, con las adaptaciones necesarias.

Decidimos además (como veremos en el capítulo III –III.3.5-) que la propia I se posicionara respecto de los indicadores del instrumento de análisis de Carrillo (siguiendo lo realizado con las otras maestras, pues no se veía justificado dentro del proyecto un cambio respecto de lo realizado con aquellas y, por otro lado, I estaba ya familiarizada con dicho instrumento). Del hecho de que este posicionamiento esté referido al instrumento de análisis para Secundaria y se use después la adaptación de éste a Primaria, se deriva que la información obtenida con el primero debe poder ser trasladada a los referentes del segundo, por lo que nos interesa mantener en la medida de lo posible su estructura<sup>21</sup>.

---

<sup>21</sup> La estructura de dicho instrumento se puede resumir en: 4 tendencias didácticas del profesor respecto de la enseñanza de la matemática (*tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa*); cada tendencia viene definida por las concepciones del profesor (descritas como constructos hipotéticos –Porlán, 1989- que supone el investigador posee el individuo) respecto de distintos aspectos de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, agrupados por categorías. Estas categorías son: *metodología, sentido de la asignatura, concepción del aprendizaje, papel del alumno, papel del profesor y evaluación*. En II.1.1. puede encontrarse una descripción general de cada tendencia y en el Anexo II.B.5 (cuestionario CEAM) se (Continúa en página siguiente)

Se ha abordado, por tanto, la adaptación del instrumento de análisis de Carrillo (1998a) al caso de los maestros de Primaria.

En esta revisión se han modificado aquellos indicadores que no tienen sentido en el caso de Primaria, bien por la naturaleza de la matemática escolar de esta etapa o bien por la formación y características del maestro frente al profesor de Secundaria. Estas modificaciones, de manera general, han afectado a aquellos indicadores que hacían mayor referencia a la disciplina y a su carácter formal y abstracto. Además, alguna de las descripciones de las categorías e indicadores iniciales se han enriquecido con nuevas características que los concretan para Primaria.

No hemos considerado la categoría relativa a la evaluación, por no haber entrado en nuestra investigación en aspectos relativos a ésta<sup>22</sup>.

Asimismo, se ha eliminado de la categoría correspondiente al *papel del profesor* el indicador 24, que hacía alusión a la coordinación con otros profesores. Consideramos que la coordinación entre profesores en Primaria tiene características muy diferentes a la escasa coordinación que se produce en Secundaria. En el caso de Primaria se puede observar, sobre todo en el primer ciclo, el trabajo globalizado con el contenido y, al ser el mismo maestro el que imparte diferentes disciplinas a los alumnos, el tratamiento interdisciplinar del contenido no necesita forzosamente de la coordinación con otros profesores. Además, esta coordinación suele ser real, establecida en ocasiones por el centro, en el caso de profesores de un mismo curso. No nos parece, por tanto, éste un indicador importante para caracterizar las concepciones de un maestro respecto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

---

encuentra la descripción de todos los indicadores de cada tendencia exceptuando los de la categoría de *evaluación*.

<sup>22</sup> Por necesidades de limitar el estudio no se han abordado explícitamente ni se ha recogido información expresa sobre la evaluación. La información que de manera natural se obtiene en torno a este aspecto es analizada teniendo en cuenta el sentido general de los indicadores correspondientes de Carrillo (1998a). Esta categoría, además, no ha sido abordada en el proyecto de investigación colaborativa, por lo que la información obtenida a través de éste no indagaba sobre esto. Por este motivo se ha visto más justificado limitar el estudio de concepciones en ese sentido.

Finalmente, en relación con lo comentado anteriormente, la categoría *sentido de la asignatura* se ha transformado, recogiendo las concepciones del maestro sobre la matemática escolar.

Por otro lado, los indicadores añadidos hacen referencia a cuestiones que nos parecen especialmente relevantes en el caso del maestro de Primaria (uso de materiales manipulativos), o que no son tan específicas de éste respecto del profesor de Secundaria pero que nos parece perfilan mejor el modelo didáctico correspondiente<sup>23</sup> (fuentes de información –en la que se considera el papel del libro de texto-, diferenciación individual, interacción profesor-alumnos-materia y quién valida los argumentos de los alumnos<sup>24</sup>).

Se puede decir que la adaptación del instrumento para el análisis de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas al caso de maestros de Primaria ha tenido una fase inicial teórica y una posterior experimental.

En la fase teórica se ha realizado una revisión de investigaciones, buscando aspectos característicos de las concepciones de los maestros de Primaria, diferenciados respecto de los profesores de Secundaria. En esta revisión se han considerado tanto estudios que aportan instrumentos de análisis para las concepciones de profesores de matemáticas (no necesariamente de Primaria) como investigaciones realizadas específicamente sobre las concepciones de maestros o futuros maestros de Primaria. La reflexión fundamentada en estas investigaciones ha llevado a la adaptación del instrumento de análisis. En los dos epígrafes que siguen presentamos los trabajos que nos han servido de referente (organizados en dos grupos: los que aportan instrumentos o vías de análisis de las concepciones de profesores de matemáticas en general -II.1.1. *Referentes para el estudio de las concepciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática* -, y las investigaciones sobre concepciones de maestros de Primaria -II.1.2. *Aspectos característicos de las concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*-). Tras hacer una propuesta de instrumento de análisis adaptado a Primaria considerando el resultado de las investigaciones revisadas y la

---

<sup>23</sup> Algunas de ellas inspiradas en Wamba (2001).

reflexión sobre ellas, esta propuesta ha sufrido el juicio de expertos, que han buscado posibles inconsistencias y omisiones en dicho instrumento.

Con el instrumento obtenido de esa adaptación teórica comenzamos el análisis de la información. A la luz de dicho análisis hemos ido percibiendo posibles mejoras en el instrumento de análisis. Esas mejoras permitían, por un lado, sacar más partido de los propios datos (adaptación del instrumento de análisis a los datos) y, por otro lado, enriquecer las propias consideraciones hechas en el instrumento. A cada modificación de dicho instrumento es necesario realizar una adecuación del análisis ya realizado a estas nuevas modificaciones. El proceso de análisis y adaptación del instrumento de análisis al propio análisis es recursivo a lo largo de toda la fase de análisis de la información. En el último epígrafe de este capítulo presentamos el instrumento que hemos desarrollado para el análisis de las concepciones del maestro de Primaria sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (como resultado final de las fases de adaptación teórica y experimental).

La relación entre la lectura de documentos y la adaptación de los indicadores de Carrillo (1998a) al caso de Primaria ha sido más dialéctica que lineal. Sin embargo, dada la necesidad de organizar en un orden secuencial (lineal) los epígrafes correspondientes, en este trabajo escrito hemos optado por dejar para el final (II.1.3. *Instrumento de análisis de las concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*) la presentación de los indicadores adaptados (dado que los documentos revisados han sido medios para llegar a éstos). No obstante, al discutir las aportaciones que hemos extraído de los trabajos de investigación revisados, haremos alusión a los indicadores adaptados, comentando en qué medida se ven reflejadas estas aportaciones en nuestra adaptación. La lectura, por tanto, de los tres siguientes epígrafes obligará en ocasiones a dirigirse a los restantes.

---

<sup>24</sup> Ball (1989a) considera la comprensión de la idea de autoridad (en el sentido de quién valida la respuesta y las pruebas de los estudiantes) como parte del conocimiento sobre matemáticas.



### ***II.1.1. Referentes para el estudio de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática***

Hemos considerado las clasificaciones de diversos autores respecto de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Dado que el marco de referencia principal ha sido el presentado en Carrillo (1998a) y que el resto de los trabajos han sido valorados en cuanto a su aportación a éste, presentamos a continuación (cuadro 1) un resumen de las características fundamentales de las cuatro tendencias diferenciadas en ese trabajo (Carrillo, 1998a, pp. 64-67).

#### **DESCRIPCIÓN DE LAS TENDENCIAS DIDÁCTICAS**

##### ***TRADICIONAL***

La tendencia tradicional se caracteriza por el uso de la exposición magistral como técnica habitual y uso del libro de texto como único material curricular. El profesor sigue una programación prescrita de antemano, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades. La asignatura está orientada básicamente a la adquisición de conceptos, otorgándole una finalidad exclusivamente informativa, es decir, se pone en conocimiento de los alumnos un cierto "panorama matemático" que se espera que aprendan; presupone que dicho aprendizaje se realiza, utilizando la memoria como único recurso, por superposición de unidades de información. El alumno se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el profesor se los presente, manteniendo éste como dinamizador ideal del aprendizaje la estructura de la propia asignatura, plasmada en la programación.

Se considera al alumno como el único responsable de los resultados del aprendizaje, en función del grado de sumisión. Hay una sobrevaloración implícita de los apuntes. El alumno se esfuerza, por ello, en recoger en sus papeles todo aquello que el profesor le transmite verbalmente mediante dictado, por su caracterización como especialista en contenidos.

##### ***TECNOLÓGICA***

En esta tendencia, el profesor no expone los contenidos en su fase final, sino que simula su proceso de construcción, apoyado habitualmente en medios técnicos, y sigue una programación cerrada, con una secuencia que emana de los aspectos estructurales de la disciplina. Interesan tanto los conceptos como los procesos lógicos que los sustentan, por su eventual reproductibilidad y se otorga a la asignatura, además de una finalidad informativa, un carácter práctico que permita su aplicación en otros ámbitos de la matemática, otras disciplinas o en la técnica. Presupone que el aprendizaje se realiza utilizando la

memoria, organizándose internamente según la lógica estructural de la disciplina, por lo que, para aprender, al alumno le basta entender, asimilar el conocimiento que proviene del exterior, siendo el dinamizador ideal del aprendizaje la lógica de construcción de la propia matemática.

Se considera al alumno como el principal responsable de los resultados del aprendizaje, siempre que el contexto elegido por el profesor sea adecuado. Al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, el alumno imita el estilo cognitivo del profesor, pues reproduce el proceso lógico mostrado por éste cuando transmite los contenidos de aprendizaje, por procesos tecnológicos mediante exposición, debido a su caracterización como técnico del contenido y del diseño didáctico.

### ***ESPONTANEÍSTA***

La tendencia espontaneísta se caracteriza por una propuesta por parte del profesor de actividades de manipulación de modelos, a través de las cuales se espera que se produzca, eventualmente, un conocimiento no organizado. La programación es un documento vivo que, por basarse en los intereses que, en cada momento, manifiestan los alumnos y en la negociación con ellos, no dispone de una organización inicial. No interesan tanto los conceptos como los procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia el trabajo escolar. La asignatura posee un carácter formativo, con objeto de servir de instrumento para un cambio actitudinal del alumno (con respecto al aprendizaje y la vida), así como para la adquisición de valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos. El profesor piensa que se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el alumno, produciéndose dicho aprendizaje (cuyo dinamizador ideal son los intereses de los alumnos), de manera espontánea, cuando el alumno está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento.

Por su marcado carácter humanista y especialista en dinámica de grupos, el profesor induce al alumno a participar en las actividades que promueve, que constituyen la clave de la motivación de éste, y éste pasa de una a otra, participando intensamente en cada una de ellas.

### ***INVESTIGATIVA***

La tendencia investigativa se caracteriza por la organización, por el profesor, del proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación. El profesor dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia y el trabajo escolar en general, siendo éstos (materia y trabajo escolar) los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el profesor se mueve dependiendo de

los intereses, nivel..., de los alumnos, siendo la finalidad última de la asignatura dotar al alumno de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo. Los objetos de aprendizaje, además de poseer significado, tienen también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual. El profesor piensa que el aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por él, manteniendo como dinamizador ideal del aprendizaje el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los alumnos y los de la matemática.

Para que se dé aprendizaje es necesario que el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje, para lo cual su actividad está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes. El profesor, experimentador interactivo del contenido y de los métodos, provoca la curiosidad de aquél conduciendo la investigación hacia la consecución de aprendizajes.

En definitiva, la tendencia investigativa tiene como principio didáctico caracterizador la investigación, integrando las aportaciones de la psicología constructivista y una concepción compleja de la realidad educativa (Grupo Investigación en la Escuela, 1991).

Cuadro 1: Descripción de las tendencias didácticas respecto de las concepciones sobre la enseñanza de la Matemática de Carrillo (1998a, pp. 64-67)

La dicotomía entre un estilo transmisivo (centrado en el profesor) y otro constructivista (o centrado en el alumno) presentada en algunas investigaciones (Burton, 1993; Perry, Howard y Tracey, 1999; Markovits y Even, 1994), consideramos que queda reflejada (y enriquecida) en las cuatro tendencias consideradas en el marco de referencia<sup>25</sup>. Esta dicotomía correspondería claramente a las dos tendencias “extremas” (tradicional e investigativa).

<sup>25</sup> Philipou y Christou (1997) presentan un modelo dicotómico que recoge rasgos de concepciones sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje pero que está organizado más que sobre la base de su enseñanza y aprendizaje (como los citados en el texto), en función de la concepción sobre la materia. De este modo las dos tendencias que se distinguen son llamadas *matemáticas como un conjunto de reglas y procedimientos* y *matemáticas concebidas como un cuerpo de conocimiento coherente y conectado*. A la primera tendencia le asocian unas concepciones sobre su enseñanza y su aprendizaje basadas en la repetición de ejercicios mecánicos, mientras que a la otra le asocian la idea de que para aprender matemáticas es necesario comprender los conceptos, su uso en el mundo real, dar razones a las soluciones y trabajar en la resolución de problemas. Ya hemos comentado en una nota anterior que según el trabajo de Carrillo las relaciones entre ambas concepciones no parecen ser tan directas.

De las cuatro “visiones de la enseñanza de la matemática” diferenciadas por Kuhs y Ball (1986) (centrada en el contenido con énfasis en la actuación -procedimental-, centrada en el contenido con énfasis en la comprensión -conceptual-, centrada en la clase con foco en el contenido a través de la actividad del aula, y centrada en el aprendiz -donde la enseñanza de la matemática pone su énfasis en la construcción personal del conocimiento-), la última estaría reflejada claramente en la tendencia investigativa. La descripción de esta tendencia (tomada de Thompson, 1992, p. 136) coincide con los indicadores que le hemos asociado: *el profesor es visto como un facilitador y estimulador del aprendizaje del alumno, planteando cuestiones interesantes y situaciones para la investigación, retando a los estudiantes a pensar, y ayudándolos a descubrir inadecuaciones en su propio pensamiento. Los estudiantes son vistos como los últimos responsables para juzgar la adecuación de sus ideas. El conocimiento es evaluado en términos de la consistencia entre las ideas construidas por los estudiantes y el significado compartido de la idea en la disciplina, así como en términos de su habilidad para validar conjeturas y argumentar y defender sus conclusiones.*

Las dos primeras (visión *procedimental* y *conceptual*) guardan cierto paralelismo con la tendencia tecnológica tal y como está descrita para Secundaria, por la finalidad utilitaria de la materia y su énfasis en la comprensión de la lógica de la disciplina, respectivamente. En la descripción del perfil del profesor tecnológico este énfasis en la comprensión de la lógica de la disciplina no procede tanto de la importancia que le asigna a la disciplina en sí sino de que hacerse con esta lógica posibilita la posterior reproducción de los procedimientos.

En el caso del maestro de Primaria esta diferenciación *conceptual/procedimental* nos ha resultado clarificadora para adaptar los perfiles de profesor tradicional y tecnológico del instrumento de Secundaria. En el caso de Primaria, el énfasis en una matemática utilitaria nos parece más generalizado que en el caso de Secundaria. El profesor tradicional de Secundaria está interesado ante todo por la disciplina, sin pensar en su aplicación. El maestro tradicional de Primaria, sin embargo, consideramos que también establece fines utilitarios para la matemática escolar, de ahí su énfasis en las operaciones aritméticas, aunque es una utilidad muy restringida y pobre. Intentar ligar la

matemática a situaciones que le dan utilidad es, en cierto modo, una progresión en el caso de Secundaria desde una visión de la materia escolar totalmente ligada a la disciplina (propia del tradicional). En el caso de Primaria, la progresión se daría desde una matemática asociada a las reglas “que hacen falta para el día a día”, que no tienen que ser necesariamente comprendidas, a una matemática que posee una lógica subyacente, que también es objetivo de enseñanza. En el primer caso, esta matemática necesaria para la vida se contempla desde una visión muy simplista, que asocia esta necesidad básicamente con las operaciones aritméticas, no considerando otros aspectos como la interpretación y organización de la información o la resolución de problemas. En el segundo caso, en el que no tiene por qué perderse el referente de la utilidad, la lógica subyacente puede no hacer hincapié en la lógica y estructura de la disciplina, que, como hemos ya dicho, no suele ser el referente en esta etapa, sino en la comprensión de la lógica que subyace a los propios contenidos escolares.

En nuestra reinterpretación de las tendencias del instrumento de análisis para adaptarlo al maestro de Primaria, hemos asociado la tendencia tradicional a esa utilidad mecánica, sin dar importancia a la comprensión, que guarda correspondencia con la *visión procedimental* de Kuhs y Ball, con la *concepción instrumentalista* de la matemática de Ernest (que enfatiza la eficiencia procedimental memorística) y la *comprensión instrumental* de la matemática de Skemp (1978) (que pone el énfasis en el conocimiento mecánico de reglas para ser aplicadas)<sup>26</sup>.

Asimismo, hemos destacado de la tendencia tecnológica su énfasis en la comprensión de la lógica subyacente a los contenidos escolares, en relación con la *visión conceptual* de Kuhs y Ball y con la *concepción platónica* de la matemática de Ernest. Ahora bien, en el caso de Primaria, como ya hemos comentado, esta última visión (conceptual-platónica) se suaviza respecto de su ligazón con la disciplina<sup>27</sup>.

---

<sup>26</sup> Frente a esta comprensión instrumental distingue una comprensión *relacional*, en la que se conocen estructuras conceptuales que posibilitan diferentes acciones para ejecutar las tareas.

<sup>27</sup> De ahí que en esta caso pueda ser excesiva la asociación con la *comprensión relacional* de Skemp.

Por otro lado, hemos de decir que se ha tomado como referente los tres modelos de concepción de la matemática (instrumental, platónico y de resolución de problemas) señalados por Ernest (1989b, 1991). Otros autores, han distinguido más modelos en estas concepciones, como Middleton y Romberg (1993) (Continúa en página siguiente)

Por ejemplo, un maestro tradicional trabajando la suma de fracciones de distinto denominador destacará el procedimiento mecánico (se igualan los denominadores y se suman los numeradores de estas nuevas fracciones equivalentes a las primeras), un maestro tecnológico tratará de que los alumnos comprendan el por qué de la regla, ilustrando su explicación con representaciones de fracciones de distinto denominador y partiendo de la explicación de la necesidad de convertirlas en fracciones de igual denominador. Esta comprensión que promueve el maestro tecnológico es conceptual (ligada a la justificación lógica de los conceptos y las reglas) pero no conlleva la comprensión de las actividades propias de hacer matemáticas. No se centra el interés en que los alumnos conjeturen, argumenten, sino en que “entiendan”. Esta comprensión puede, además, estar muy parcelada, sin establecer conexiones entre distintos contenidos.

En cuanto a la restante visión de las señaladas por Kuhs y Ball (centrada en la clase con foco en el contenido a través de la actividad del aula), la idea que parece central a ésta, según la cual la actividad de la clase debe ser bien estructurada y eficientemente organizada de acuerdo con comportamientos efectivos que han sido identificados en estudios proceso-producto sobre la efectividad de la enseñanza, sin adscribirse a ninguna concepción determinada sobre el aprendizaje (Thompson, 1992), no nos parece especialmente interesante desde el punto de vista de las concepciones de un profesor. Algunas de las características que se le asocian pueden corresponder a una tendencia tradicional. Por ejemplo, no se hacen planteamientos sobre el contenido de la instrucción, que se considera establecido por el currículo escolar. Parece que es un modelo donde el profesor tiene el papel de protagonista principal (coincidiendo con la tendencia tradicional o tecnológica).

---

que presentan las siguientes posibilidades: la matemática como proceso, como lenguaje, como una colección de conceptos y destrezas, como pensamiento en una forma lógica y científica utilizada para desarrollar la comprensión, como una colección de reglas y conceptos aprendidos en sucesión para aplicarlos en el trabajo o estudios futuros, y como un sistema lógico interconectado (citado en Llinares et al., 1995). Creemos que estos modelos pueden incluirse en los tres de Ernest.

El trabajo de Thompson (1991), por otra parte, ha servido para reflexionar sobre algunos de los indicadores adaptados a Primaria, como la concepción de la matemática escolar o el uso de materiales manipulativos. En éste se presentan tres niveles de progresión de las concepciones sobre la enseñanza de la matemática de estudiantes para profesor y profesores en un estudio longitudinal. El primero de los niveles corresponde claramente a la tendencia tradicional. En ésta se considera la interpretación que de esta tendencia hemos hecho para el caso de Primaria<sup>28</sup>. De este modo, se dice que *la concepción de la matemática está basada en la percepción del uso común de las destrezas aritméticas en situaciones diarias. Esto se traslada a la práctica docente en el énfasis en que los estudiantes desarrollen destrezas aritméticas a través de memorización de reglas, hechos, fórmulas y procedimientos con poca o ninguna consideración de su origen, validez o relaciones lógicas entre ellos* (p. 9). En el nivel intermedio parecen integrarse aspectos de un perfil tecnológico y espontaneísta; por un lado se empieza a poner énfasis en la comprensión del contenido, apoyando las explicaciones en representaciones pictóricas y físicas (propio de una tendencia tecnológica) y, por otro, el uso de materiales manipulativos persigue fines actitudinales más que cognitivos (más característico de la tendencia espontaneísta que otorga más importancia a la motivación del alumnado que al contenido). Finalmente, el tercer nivel corresponde a la tendencia investigativa.

### **II.1.2. Aspectos característicos de las concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática**

Los estudios realizados en el terreno de las concepciones de profesores sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje han sido más numerosos en el caso de profesores de Secundaria que en el de Primaria (este hecho es referido por Thompson, 1992, a nivel internacional, y se constata en las investigaciones realizadas desde la Didáctica de la Matemática en España, como pone de manifiesto la revisión de Llinares, 1998). Además, de las centradas en Primaria la mayor parte se ocupa de estudiantes para profesor (tomando a veces como referentes de su práctica docente el periodo de

---

<sup>28</sup> En este artículo no se especifica si los estudiantes para profesor y profesores del estudio son de (Continúa en página siguiente)

prácticas de enseñanza), siendo escasas las que centran su atención en profesores en ejercicio<sup>29</sup>.

De las investigaciones revisadas sobre concepciones de maestros de primaria (o estudiantes para maestro<sup>30</sup>) sobre su enseñanza y aprendizaje se han extraído las regularidades que siguen<sup>31</sup>. Además de señalar las concepciones observadas y los trabajos de las que proceden, indicamos en qué indicador del instrumento diseñado (presentado en II.1.3) hemos recogido dicha concepción. Mostramos los resultados extraídos de estas investigaciones y explicamos el contenido de las (para contextualizar

---

Secundaria o Primaria, pero parece más propio de maestros de Primaria.

<sup>29</sup> Entre los trabajos realizados en nuestro país (desde el área de conocimiento de Didáctica de la Matemática) sobre creencias de estudiantes para maestro se encuentran varias tesis doctorales como las de Llinares (1989) y Sánchez (1989), así como otros trabajos de estos autores (Llinares y Sánchez, 1990; Sánchez y Llinares, 1990; Sánchez, 1991; Sánchez y Llinares, 1996). En la tesis doctoral de Blanco (1991a) se trabaja con maestros y estudiantes para maestro y aunque no son el foco de atención principal de esta investigación, se analizan algunas de las creencias de los sujetos sobre la matemática y su enseñanza. Otros trabajos analizan las concepciones de maestros y estudiantes para maestro pero respecto de tópicos específicos. Entre estos últimos el trabajo de Cardeñoso (1998) aborda las concepciones sobre aleatoriedad y probabilidad de profesores de Primaria.

<sup>30</sup> En principio hemos presentado juntas las concepciones de estudiantes para maestro y de maestros, aunque diferenciando de cuál de los dos colectivos provienen en cada estudio. Creemos que hay diferencias entre las concepciones de ambos grupos, pero nos sirven igualmente para reflexionar sobre las concepciones de los profesores de cada una de las tendencias consideradas. En los trabajos reseñados se observa la abrumadora mayoría de trabajos con estudiantes para maestro frente a los de maestros.

<sup>31</sup> Se presenta lo más destacado de las concepciones de maestros/estudiantes para maestro (respecto de las de profesores/estudiantes para profesor de Secundaria). Se han revisado otras investigaciones (como las de Llinares et al., 1995, o Philipou y Christou, 1997) que si bien han servido para reforzar lo elaborado en la adaptación de la tabla de Carrillo a Primaria no han aportado elementos diferenciadores.

Entre estas investigaciones cabe destacar la de Llinares et al. (1995), en la que se realiza un estudio sobre las concepciones de estudiantes para maestro sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje. En éste se presentan los ítems del cuestionario usado para extraer información, que coinciden básicamente con los indicadores adaptados. Como resultado de esta investigación los autores destacan algunos aspectos de las creencias de los futuros maestros: *pragmatismo en la tarea de enseñar, Matemáticas escolares no vinculadas a reglas y procedimientos, visión del papel del profesor caracterizado por enfatizar ejercicios repetitivos y como un firme "conductor" de la situación, destacando un aspecto marcadamente social; ... poca importancia de las demostraciones formales en las Matemáticas escolares.* (p. 164). Sorprende en estos resultados la aparente contradicción entre no ver la matemática como un conjunto de reglas y procedimientos pero sí ver su enseñanza como repetición de ejercicios (papel atribuido al profesor). Los autores de este estudio señalan como posible interpretación la desvinculación entre los aspectos ligados a su propia experiencia personal y los relativos a su futura labor docente.



dichos resultados) y cómo reflexionamos sobre ellos para nuestra adaptación del instrumento de análisis.

*El contenido de la matemática de Primaria lo constituyen las operaciones aritméticas [TR/TE6<sup>32</sup>]*

Gellert (2000) (en un estudio con estudiantes para maestro de Primaria –EPM-), Mansfield, Scott y Burgess (1994) (EPM).

En esta última investigación se analiza el efecto sobre las concepciones de EPM de su implicación en un proyecto en el que trabajan con niños con dificultades (no graves) en el aprendizaje de las matemáticas, intentando ayudarles y aprender sobre cómo aprenden. Los beneficios que parecen obtenerse respecto de las actitudes, concepciones y habilidades de los EPM no hacen modificar su tendencia a poner el énfasis en el aprendizaje de conceptos y destrezas numéricas. Esto, a pesar de que los autores declaran que en su formación se ha puesto hincapié en todos los contenidos curriculares, *tanto espacio y medida como números, y la integración de estos contenidos* (p. 229). Este hecho no les sorprende dadas las actitudes iniciales de los estudiantes hacia la matemática y su enseñanza

*Desde una visión tradicional<sup>33</sup> de la enseñanza-aprendizaje de la matemática no se usan materiales manipulativos [TR2''']*

Warren y Nisbet (2000) (en un estudio con maestros de Primaria).

---

<sup>32</sup> Cada tendencia se indica por: TR=tradicional, TE=tecnológico, E=espontaneísta, I=investigativo. A continuación se indica el número de indicador. Si no posee comillas se trata de la adaptación del indicador correspondiente del instrumento de análisis de Carrillo. Los indicadores con un número y comillas (simples o sucesivas) se refieren a aquellos que hemos introducido respecto del instrumento de análisis inicial. De este modo hemos querido subrayar lo que puede ser comparable de ambos instrumentos (adaptado) y lo que no es comparable del último con el original (de cara a la comparación del posicionamiento de I con los indicadores de Carrillo y el instrumento adaptado). El número que se asigna a los indicadores con comilla los sitúa en la categorías iniciales (como veremos en la presentación de los mismos).

<sup>33</sup> “No contemporánea” (usado por Warren y Nisbet). No coincide con E o I de las tendencias que estamos considerando pero no tiene por qué ser la TR (podría ser también TE).

*El material manipulativo sirve como una ayuda inicial que el profesor puede usar para demostrar el significado de un procedimiento [TE2''']*

Grant et al. (1998) (maestros de Primaria).

En este estudio se analiza la evolución de un grupo de 12 profesores de Primaria tras asistir algunos de ellos a lecciones “desde la perspectiva de las últimas propuestas curriculares” puestas en práctica en sus propias aulas por los investigadores, y los restantes poner en práctica ellos mismos, con la ayuda de los investigadores, lecciones de este tipo. La visión que algunos de los profesores extraen de las clases impartidas por los investigadores es parcial o distorsionada, en el sentido de que centran su atención en aspectos poco relevantes desde el punto de vista de la filosofía y objetivos de este tipo de instrucción, o los tergiversan. Este grupo de profesores destaca de la práctica observada el uso de materiales manipulativos, pero interpretándolos en el sentido de la declaración de la que proviene esta nota. Según los autores no llegan a vislumbrar la posibilidad de que los estudiantes creen su propio significado del contenido a través del trabajo con el material. Este “éxito” del uso de materiales manipulativos cuando los profesores se familiarizan con ellos, sin que suponga un cambio en las concepciones ni una comprensión del potencial del material, se observa en otras investigaciones, tanto con maestros como con estudiantes para maestro. Un ejemplo de éstas es el trabajo de Santos (1994) con estudiantes para maestro. Uno de estos estudiantes, tras recibir un curso formativo en la línea de las “nuevas orientaciones curriculares” (resolución de problemas en pequeños grupos), declara en su diario: *“me veo a mí mismo enseñando en el futuro [...] usando materiales manipulativos para ayudar a los niños a imaginarse lo que están haciendo. Me gustaría usar la idea de trabajo en grupo. Pero yo instruiré a mis alumnos, porque no me gusta la idea de tener que imaginarte todo por ti mismo. Pienso que el profesor está en la clase para instruir, para mostrar el camino de resolver los problemas. [...] Aquí en T104 [el curso seguido] tengo que imaginarme cosas por mí mismo, no hay guía antes de empezar el trabajo. No sé qué hacer la mayoría de las veces, y pienso que es una pérdida de tiempo tener a los alumnos esforzándose para aprender solos.”* (p. 204). En el trabajo de McDevitt et al. (1993) un grupo de estudiantes para maestro participantes en un programa formativo piloto y otro

grupo de control (asistiendo a un programa formativo “estándar”) destaca el uso de materiales manipulativos como una de las componentes mejor valoradas de una “enseñanza efectiva”.

*Se considera adecuado el uso de materiales manipulativos [TE/E/I2’”]*

Warren y Nisbet (2000) (maestros de Primaria), Serrazina (1998) (maestros de Primaria).

Serrazina señala que el hecho de que la mayoría de los profesores de su estudio cuantitativo hagan esta consideración puede tener poca relevancia, dado que no se ha indagado sobre cómo serían usados estos materiales (lo que diferenciaría las distintas tendencias al respecto). Algunos de los profesores que afirman estar de acuerdo con su uso, también afirman que es un mal síntoma si los materiales necesitan ser usados durante un largo periodo de tiempo. Esta idea se asocia al uso de materiales para ilustrar conceptos matemáticos, por lo que son especialmente apropiados al principio de la Primaria y no durante mucho tiempo.

*Los recursos se usan para motivar al alumno, ocultando más que haciendo emerger la matemática [E2’”]*

Gellert (2000) (EPM), Schuck (1999) (EPM), Peltier (1999) (EPM).

*El uso de materiales, además de motivar a los alumnos, es visto como un medio para investigar situaciones de las que extraer matemáticas [I2’”]*

Gellert (2000) (EPM).

*Los materiales manipulativos facilitan la conexión entre modelos físicos, simbólicos y mentales, manteniéndose como un referente del que el alumno puede disponer en cualquier momento [I2’”]*

Grant et al. (1998) (maestros de Primaria).

*Desde una visión tradicional de la enseñanza-aprendizaje de la matemática el mundo exterior a la escuela no es un referente [TR/TE6]*

Warren y Nisbet (2000) (en un estudio con maestros de Primaria).

*La enseñanza-aprendizaje de la matemática se relaciona con el mundo externo a la escuela [E/I6]*

Warren y Nisbet (2000) (maestros de Primaria), Gattuso y Mailloux (1994) (EPM).

*El modelo de enseñanza que se reproduce es el transmisivo pero suavizado, procurando hacer que los alumnos comprendan [TE<sup>34</sup>]*

Brown et al. (1999) (EPM).

*Para crear una actitud positiva en los alumnos, haciendo las clases de matemáticas divertidas, lo mejor es “ocultar y reducir” el contenido matemático [podría parecer E, aunque quizás no es una idea consciente en el profesor, puede estar respaldada por las propias limitaciones del maestro ante el contenido. No se ha reflejado en los indicadores]*

Gellert (2000) (en un estudio con EPM), Ball (1988) (EPM), Foss y Kleinsasser (1996) (EPM).

Este constructo puede parecer excesivamente fuerte. Gellert se refiere a este fenómeno como una tendencia a “hacer las matemáticas invisibles”, que se justifica por los

---

<sup>34</sup> Cuando se ponga sólo una/s tendencia/s pero ningún indicador concreto es que “la filosofía” completa de la tendencia recoge esta aportación. Siendo difícil asociarlo a algunos indicadores.

sentimientos negativos de los EPM hacia la materia. Para evitar que estos sentimientos se reproduzcan en los niños, lo mejor es que no se note que se está haciendo matemáticas. Se intentan crear entornos seguros para el niño, donde no tengan cabida sensaciones negativas. Los juegos (puede pensarse en recursos en general) se presentan como medios para divertir y entretener a los alumnos, otorgándoseles importancia pero desde una perspectiva muy superficial (no se aprecia la fundamentación didáctica de dicha conveniencia). No corresponde a declaraciones explícitas de los EPM sino a las concepciones que el investigador infiere.

*La atención del profesor en el proceso de enseñanza recae sobre aspectos pedagógicos, pasando a un segundo plano las referencias al contenido [E]*

Brown et al. (1999) (EPM).

En el trabajo de Gattuso y Mailloux (1994), en el que se comparan las concepciones sobre la enseñanza de la matemática de estudiantes para profesor de Secundaria (EPP) y estudiantes para maestro de Primaria (EPM), se encuentran diferencias entre ambos colectivos. Mientras que los primeros están más preocupados por el aprendizaje de los alumnos (conseguir buenos resultados en el aprendizaje), a los segundos les preocupa especialmente su motivación (ser capaces de crear situaciones que sean atractivas para los alumnos). Hay que decir que en la formación recibida por estos EPP se combina el contenido matemático y aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la materia. La formación del EPM, sin embargo, es más generalista, centrada más en materias de educación y psico-pedagogía que en las disciplinas específicas y su enseñanza y aprendizaje. Esto haría que la formación de estos EPM guardara paralelismo con la de nuestro país, mientras que en la de los EPP parecen tener más peso los conocimientos sobre la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina que en nuestro caso. En el caso de estos EPP se muestra una preocupación especial por conocer cómo aprenden los alumnos, destacando que el profesor debe diagnosticar el significado que el alumno está dando a lo que aprende, cuestionándose al alumno. Tenemos nuestras dudas sobre que esta preocupación fuera compartida por los EPP de nuestro país, que no sabemos hasta qué punto se plantean que el que aprende está dotando de su propio significado a lo que está aprendiendo. La preocupación que muestran estos EPM por la motivación del

alumnado, creemos que también es observable en nuestro estudiantes para maestro, dejando de lado a veces el aprendizaje del contenido, rasgos de una cierta tendencia espontaneísta.

*Hacer matemáticas significa seguir conjuntos de procedimientos paso a paso hasta llegar a las respuestas* [TR/TE]

Ball (1990b) (EPM), Santos (1994) (EPM).

*Saber matemáticas significa saber “cómo hacer esto”* [TR]

Ball (1990b) (EPM).

*La matemática es una gran colección de hechos y reglas (que deben ser memorizadas)* [TR]

Ball (1990b) (EPM).

En la misma línea y coincidiendo con otras de las afirmaciones extraídas del trabajo de Ball (1990b), retrata Lampert (1988) las matemáticas escolares: *hacer matemáticas significa seguir las reglas dadas por el profesor, conocer matemáticas significa aplicar las reglas correctas cuando el profesor pregunta una cuestión, y la verdad matemática se determina cuando la respuesta es ratificada por el profesor (o el libro de texto)*. (Citado en Llinares, 1991). Llinares habla de la matemática escolar como manejo de reglas y algoritmos, realización de cálculos y recuerdo de resultados. En contraposición a esto, en su estudio sobre las concepciones de estudiantes para profesor de Secundaria y para maestro de Primaria, Gattuso y Mailloux (1994) destacan que ambos colectivos rechazan rasgos de una visión autoritaria (Ernest, 1991) de la matemática: reglas, una respuesta única a las cuestiones, un único libro de texto y sólo la respuesta correcta (p. 398). Estas concepciones son declaradas por los estudiantes y los autores se cuestionan si mantendrían esta postura cuando se enfrentaran con la realidad de la escuela (en las

que perviven en gran medida). De todos modos, dudamos de que aunque expuestas, las concepciones anteriores sean mantenidas firmemente por los estudiantes. Esto es, si se intenta indagar más implícitamente en sus concepciones creemos que aparecen las fisuras (sin necesidad de llegar a la escuela). Este hecho se observa normalmente en los estudiantes para maestro que, tras su extensa formación en materias generales de educación, adquieren un lenguaje y unas intenciones “de palabra” que a lo mínimo que tengan que plasmar en algo concreto (como un diseño de aula) se diluyen, apareciendo en muchos de los casos rasgos de concepciones más tradicionales.

*La matemática es un conjunto de reglas y procedimientos estáticos ya elaborados y útiles que le pueden servir al niño en la vida* [TR/TE 6, 7]

Llinares y Sánchez (1990) (EPM).

Los ejemplos de contenidos matemáticos que la alumna que mantiene esta creencia considera, según su mapa cognitivo respecto de sus creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza (p. 175), son sumas, restas, multiplicaciones, raíz cuadrada, resolver ecuaciones, tantos por ciento... Coincide con TR/TE6. La finalidad utilitaria (para la vida diaria) que se le da a la matemática se repite en otros estudios con estudiantes para maestro (en el trabajo de Conroy y Perry (1997) tanto los estudiantes para maestro australianos como los de Indonesia daban mayoritariamente esta función a la matemática de la escuela Primaria). Serrazina (1998), por otra parte, en el caso de profesores de Primaria encuentra ecos de la finalidad utilitaria que atribuyen a la matemática en su posicionamiento ante la resolución de problemas como contenido. Una gran parte de los profesores del estudio cuantitativo (la primera parte de la investigación) sitúan el desarrollo de destrezas para la resolución de problemas como una parte esencial de la matemática escolar. Sin embargo, esta autora apunta a que la resolución de problemas puede tener ahí un significado bastante diferente del que se le atribuye desde una perspectiva de la enseñanza basada en la resolución de problemas. Como observa en el posterior estudio de caso de tres maestras, puede asociarse a cálculos aritméticos y problemas de la vida cotidiana (por ejemplo, situaciones de compra).

*La matemática es una ciencia del pensamiento y del razonamiento*<sup>35</sup>

Llinares y Sánchez (1990) (EPM), Conroy y Perry (1997) (EPM), Gattuso y Mailloux (1994) (EPM).

*La matemática es una ciencia exacta (resultados verdaderos, cálculos, fórmulas, términos técnicos...)*<sup>36</sup> [TR/TE6]

Conroy y Perry (1997) (EPM).

*La matemática está más relacionada con la exactitud que con la estimación* [TR/TE6']

Serrazina (1998).

*La enseñanza de la matemática está orientada a la adquisición de habilidades mecánicas* [TR ]

Llinares y Sánchez (1990) (EPM), Grant et al. (1998) (maestros de Primaria).

---

<sup>35</sup> Suele ir más con el “ideal” de lo que debe ser la matemática que con la imagen de ésta que se refleja en las aulas de Primaria. En esta línea Schoenfoeld (1989) señala, en el caso de concepciones de estudiantes, que cuando piensan en las matemáticas toman como referente la disciplina científica, a la que sí asocian creatividad, resolución de problemas, pensamiento lógico.... contrastando con su visión de la matemática escolar.

Esta idea se refleja parcialmente en TE por su interés en la comprensión pero no se refleja en el indicador 6 (donde coinciden TR y TE). Esto se debe a que nos parece que esta preocupación de TE es de cara a los objetivos de la enseñanza, pero al tratarse de una comprensión local, restringida, pobre, no se corresponde con el reconocimiento de la matemática como estructura de razonamiento. Al adentrarnos en estos territorios, se aprecia la vinculación que existe entre conocimiento matemático, concepciones sobre la matemática y concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

<sup>36</sup> Ponte (1988) enriquece esta visión con más matices: el cálculo es su parte esencial, tiene un carácter formal, es un dominio de rigor absoluto, de perfección total (no hay lugar para la duda y el error), completamente desligada de la realidad, nada nuevo ni creativo puede ser hecho excepto por “genios”.



En Grant et al., las creencias de los profesores estudiados sobre el aprendizaje de la materia se encuentran, según los autores, en un continuo desde los que ponen el foco en el aprendizaje de destrezas y algoritmos (que hemos identificado con habilidades mecánicas) y los que lo centran en el aprendizaje de conceptos y procesos, enfatizando la comprensión. Suele estar además asociada la creencia del aprendizaje de la matemática como algoritmos y la concepción de que el que determina qué se aprende y cómo sea el profesor (que es el responsable de enseñar al alumno los procedimientos que tiene que aplicar y asegurarse de que los aprende) [indicadores de tendencia TR], y, por otro lado, el énfasis en la comprensión con la necesidad de que el alumno tome más responsabilidad en su propio proceso de aprendizaje. Esta necesidad de la responsabilidad que debe adoptar el alumno no responde, en nuestro caso, tanto a un perfil TE como I. Estos autores toman estas dos concepciones de la enseñanza de la matemática (la ligada a lo mecánico y la ligada a la comprensión) como dos polos, mientras que nosotros hemos establecido una graduación mayor desde el énfasis en la mecanización (TR) hasta el énfasis en la resolución de problemas (I, que conlleva una comprensión relacional), pasando por una comprensión local.

*Lo más importante en la matemática escolar es aprender conceptos y procesos, enfatizándose la comprensión*<sup>37</sup>.

Grant et al. (1998) (maestros de Primaria).

*Se aprende a través de la resolución de problemas en contextos reales* [I1]

Warren y Nisbet (2000) (maestros de Primaria), Gattuso y Mailloux (1994) (EPM).

---

<sup>37</sup> En principio, por sí solo, puede ser de TE o de I (dependiendo de la comprensión que se potencie – “relacional” o “local”). Esta “graduación” en las concepciones sobre el aprendizaje de la matemática está en la línea de la distinción de Kuhs y Ball entre centrada en el contenido/conceptual y centrada en el contenido/procedimental.

*La responsabilidad de determinar qué debe ser aprendido y cómo recae sobre el profesor (y el control y seguimiento del proceso) [TR/TE]*

Grant et al. (1998) (maestros de Primaria).

*El estudiante asume parte de la responsabilidad del control sobre su proceso de aprendizaje [I (siendo su indicador más claro I16)]*

Grant et al. (1998) (maestros de Primaria).

*La finalidad de la matemática escolar es que el niño desarrolle su razonamiento, que adquiera destrezas básicas (para su vida diaria) y conocimientos para otras asignaturas [parece, sobre todo, TE]*

Llinares y Sánchez (1990) (EPM).

*La finalidad principal de la matemática escolar es preparar a los alumnos para la vida activa (de ahí que tengan que aprender a resolver problemas de compras, situaciones de medida...) [TR/TE7]*

Serrazina (1998).

*El deber del profesor es explicar exactamente los procedimientos que los estudiantes deben usar, para que no haya confusión. Después los estudiantes trabajarán independientemente en los ejercicios y problemas asignados, que serán revisados por el profesor. [TR/TE1, 17, 20-23, 24]*

Wilson y Goldenberg (1998) (estudio de caso de un maestro de Primaria).

*Los profesores de Primaria suelen depender de la información proporcionada por los libros de texto en relación con las matemáticas [TR2, incidiendo también en otros indicadores de TR<sup>38</sup>]*

Llinares (1991).

Lo anteriormente expuesto nos lleva a distinguir las siguientes posibles visiones de la matemática escolar por parte de un maestro de Primaria:

- Como un conjunto de normas y reglas (en relación con la visión instrumentalista de la matemática de Ernest o la mecánica que constatan Warren y Nisbet (2000) en maestros de Primaria, y con la visión de la enseñanza de la matemática centrada en el contenido desde el punto de vista procedimental de Kuhs y Ball, 1986), en sintonía con la identificación con contenidos numéricos y sobre todo las operaciones.
- Como un conjunto de normas y reglas lógicas, un modelo de pensamiento “racional” (el que subyace a los contenidos) (en relación con la visión platónica de la matemática de Ernest y con la visión de la enseñanza de la matemática centrada en el contenido desde el punto de vista conceptual de Kuhs y Ball, 1986). Puede ser más raro en Primaria que en Secundaria pero puede entreverse cierta estructura lógica bajo los contenidos de la materia escolar y enfatizarse. No tiene por qué modificarse respecto de TR los contenidos que se asocian a la matemática escolar, pero no están vacíos de razonamiento.

---

<sup>38</sup> Esta circunstancia no tiene por qué decir nada sobre las concepciones del maestro sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, si bien, como señala Llinares (1991), favorece que tenga una visión de la matemática escolar parcelada, constituida por temas inconexos (como los temas que presentan los libros de texto y su secuenciación) [TR/TE6]. Lo asociamos a TR2 en el caso extremo de dependencia del libro en el aula.

- La matemática se diluye, es una materia más para alcanzar los objetivos de la etapa, para crear actitudes favorables (en relación con el efecto de “esconder la matemática”).
- Como una herramienta para resolver problemas, como una estructura de conocimiento (no sólo conceptual) que permite la formación del individuo para actuar en su entorno (en relación con la visión de la matemática escolar de Azcárate y Cardenoso, 1994<sup>39</sup>, y, en cierto modo, con la visión de resolución de problemas de la matemática de Ernest, 1989b).

### ***II.1.3. Instrumento de análisis de las concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática***

A continuación, pasamos a describir cada uno de los indicadores del instrumento de análisis para las concepciones de los maestros de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esta descripción, como hemos explicado, coincide en gran medida con la que se presenta en Carrillo (1998a, pp. 52-64). Se ha respetado igualmente la distinción de las cuatro tendencias didácticas que allí se presentan (tradicional, TR; tecnológica, TE; espontaneísta, E; e investigativa, I). Respecto de las categorías de aquella, como se ha explicado antes, se ha suprimido la relativa a la evaluación y se ha sustituido la categoría *sentido de la asignatura* por la de *concepción de la matemática escolar*.

La adaptación realizada se ajusta al papel del estudio sobre estas concepciones en nuestra investigación. No descartamos que, en investigaciones donde el estudio de las concepciones de maestros de Primaria sea más prioritario, pueda mejorarse y detallarse más la adaptación realizada.

---

<sup>39</sup> Para éstos *la matemática es una manera de conceptualizar ciertos aspectos del mundo real, cualidad que no debe perder la matemática escolar*. El conocimiento matemático es una forma de pensamiento que ofrece vías para organizar, interpretar y dotar de significado a aspectos de la realidad. Desde este punto de vista, la matemática escolar es el conjunto de significados que elabora el niño como consecuencia de la actividad matemática y que provoca el desarrollo de esas capacidades y habilidades personales que le permiten comprender la realidad. La finalidad del conocimiento matemático escolar sería la de facilitar el desarrollo de las capacidades del alumno, contribuir a su desarrollo intelectual y a su integración en el entorno que le rodea.

Tras la descripción de los indicadores se presenta una versión abreviada de los mismos en formato de tabla (lo que resulta más manejable para el análisis) (adecuación de la tabla CEAM de Carrillo, 1998a, a la adaptación realizada de los indicadores).

### *Metodología*<sup>40</sup>

#### TR1

La actividad del aula se caracteriza por la repetición iterada de ejercicios tipo.

#### TE1

La actividad del aula se caracteriza por la repetición de ejercicios que intentan reproducir los procesos lógicos y, coherentemente, el estudio de los errores por parte de los alumnos.

#### E1

Los ejercicios son sustituidos por una actividad experimental no reflexiva. Hay cierta tendencia a poner en juego métodos, recursos, etc. que parecen funcionar en otras aulas.

#### I1

Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales).

#### TR2

Explicación del maestro, a menudo siguiendo la presentación del libro de texto, como técnica habitual.

#### TE2

El maestro expone los contenidos pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias expositivas (uso de ejemplos, cuestiones a los alumnos, uso de material para ejemplificar...).

#### E2

El maestro propone actividades de manipulación de modelos (propiciando, a menudo, el uso de materiales manipulativos), a través de los cuales se producirá, eventualmente, un conocimiento no organizado.

#### I2

El maestro tiene organizado el proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación.

---

<sup>40</sup> Destacamos en rojo aquellos aspectos que se modifican de la descripción original. Por otro lado, como ya hemos señalado, en el anexo II.B5 puede encontrarse la descripción análoga de los indicadores de Carrillo (1998a).

TR2'<sup>41</sup>

La principal fuente de información para el alumno la constituyen el maestro y el libro de texto.

## TE2'

El libro de texto se ve ampliado por otros materiales donde se encuentra el “conocimiento establecido” (enciclopedias, libros especializados...). Se mantiene el papel del maestro como principal fuente de información.

## E2'/ I2'

La información que se moviliza en el aula puede provenir del maestro, de los alumnos, de otras personas que intervengan, de situaciones cotidianas...

## TR/TE2''

El maestro “enseña” para un alumno ficticio que identifica con el alumno “medio” del grupo-clase, homogeneizando el grupo. No se realiza diferenciación individual en el proceso de enseñanza.

## E2''

La actividad que se genera en el aula permite que cada alumno la realice según sus posibilidades, contando con la ayuda de sus compañeros. Se atiende implícitamente (no planificado) a la diferenciación individual.

## I2''

Se atiende explícitamente a la diferenciación individual mediante el planteamiento de actividades que permiten el trabajo en distintos niveles y con actividades específicas para cada necesidad.

## TR2'''

No se usan materiales manipulativos.

## TE2'''

Se usan materiales manipulativos para reforzar, explicar o dar utilidad a la teoría, de manera aislada<sup>42</sup>.

## E2'''

Se usan asiduamente materiales variados sobre todo para motivar a los alumnos y facilitar su comunicación. Es fundamental que éstos los manipulen.

## I2'''

Se usan materiales variados como apoyo a y detonante de la investigación matemática del alumno, también para apoyar el paso del pensamiento concreto al abstracto.

---

<sup>41</sup> Los indicadores 2', 2'' y 2''' no corresponden a adaptaciones de los indicadores de Carrillo (1998a) (como sí ocurre con los indicadores 1 y 2), sino con nuevos indicadores que hemos añadido para perfilar mejor las concepciones del maestro de Primaria. En esta línea han de entenderse, como ya explicábamos, todos los que tengan “comillas”.

<sup>42</sup> Se usan para ejemplificar contenidos concretos, sin ampliar la posibilidad de los recursos más que a esos tópicos concretos.

## TR3

Los contenidos se identifican con los conceptos, enunciados como objetivos de carácter terminal. El propio tratamiento de contenidos que podrían ser procedimentales los convierte en conceptuales.

## TE3

Se persiguen objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales<sup>43</sup>.

## E3

Los objetivos sólo definen un marco genérico de actuación (carácter orientativo) y están sujetos a eventuales modificaciones en cuanto al grado de consecución (flexibles).

## I3

Los objetivos marcan claramente las intenciones educativas, pero están sujetos a reformulaciones bien fundamentadas.

## TR4

El maestro sigue una programación prescrita de antemano, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades.

## TE4

Para el maestro la programación es un documento cerrado, que elabora previamente en función de sus conocimientos (de la materia escolar, de sus alumnos, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos...).

## E4

La programación es un documento vivo que, por basarse en los intereses que, en cada momento, manifiestan los alumnos y en la negociación con ellos, no dispone de una organización inicial.

## I4

El maestro dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el maestro se mueve dependiendo de los intereses, nivel... de los alumnos.

*Concepción de la matemática escolar*

## TR5

La asignatura está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos y reglas.

## TE5

Interesan tanto los conceptos y reglas como los procesos lógicos que los sustentan<sup>44</sup>.

## E5

---

<sup>43</sup> De los contenidos procedimentales de la matemática de Primaria se consideran los específicos de tópicos concretos (como por ejemplo la suma de fracciones) más que los procedimientos generales como heurísticos o establecer conjeturas.

<sup>44</sup> No se trata de una comprensión conceptual con lo que esto conllevaría respecto del establecimiento de una red de conceptos interrelacionados sino de la comprensión del por qué de las reglas, es una comprensión más local.

No interesan tanto los conceptos como los procedimientos y el fomento de actitudes positivas (hacia el trabajo escolar y como ciudadano).

I5

Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia, el trabajo escolar en general y como ciudadano, siendo la materia y el trabajo escolar los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas.

TR6/TE6<sup>45</sup>

La matemática escolar coincide con la que se muestra básicamente en los libros de texto<sup>46</sup>. Se identifica con contenidos matemáticos escolares y dentro de éstos se suelen considerar casi exclusivamente las normas del sistema de numeración decimal (números naturales, decimales, enteros y fraccionarios) y sus operaciones, poniendo énfasis en estas últimas. No se suelen considerar contenidos geométricos y si se hace consiste en un listado de nombres (de figuras, de unidades de medida...) y fórmulas. No se establecen relaciones entre los contenidos.

E6

La matemática inmersa en la problemática real<sup>47</sup> es el único referente de los conocimientos a movilizar en el aula.

I6

La matemática escolar tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las necesidades socio-políticas, culturales... “Hacer matemáticas” con un carácter más formal (con la formalidad que tiene sentido alcanzar en esta etapa educativa) proviene del análisis de lo concreto. Como contenidos matemáticos escolares se consideran tanto los numéricos propios de la etapa, como los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último.

---

<sup>45</sup> La diferencia entre TR y SE TE sitúa más en el énfasis en la comprensión en TE (reflejado en los indicadores 5 y 7) que en el contenido que atribuyen a la matemática escolar.

<sup>46</sup> Stodolsky (1988) analiza la visión de la matemática que reflejan los libros de texto elementales de matemáticas concluyendo que el pensamiento matemático que se refleja es el de un proceso lineal, paso a paso, y que tienden a enfatizar destrezas de cálculo, prestando poca atención a otros aspectos centrales de la materia. Respecto a su enseñanza, ponen énfasis en “sugerencias y recuerdas”, para que los estudiantes sepan qué hacer. Consideramos que en la actualidad la visión que reflejan los libros de texto más usados en las escuelas coincide con la destacada por este autor. La mayoría de las editoriales han adaptado los libros a las exigencias de la L.O.G.S.E. más en forma que en fondo, añadiendo en algunos casos apéndices que intentan recoger las recomendaciones de la ley (como el uso de calculadoras, el cálculo mental o la resolución de problemas) pero que no se integran con el resto del contenido ni suponen una modificación de la filosofía de los libros de E.G.B.

<sup>47</sup> Esta problemática no restringe la matemática a su visión utilitaria más inmediata (como en el caso de TR/TE, matemática “comercial”). Se trata de la matemática del entorno sociocultural, que no se circunscribe en principio a los números y sus operaciones (tiene cabida, por ejemplo, la geometría del entorno o la organización de la información).



## TR/TE6'

La matemática escolar es exacta y se concibe acabada<sup>48</sup>.

## E6'

Se potencia la estimación y la aproximación, ligadas a contextos reales, y se concibe en construcción (se construye en el propio contexto escolar por parte de los alumnos).

## I6'

La matemática escolar muestra su doble perspectiva de exactitud/aproximación dependiendo del contexto y se concibe en construcción.

## TR7

La finalidad de la asignatura es poner en conocimiento de los alumnos un cierto "panorama matemático" que se espera que aprendan y dotarles de las destrezas básicas para la vida diaria (desde un punto de vista muy restringido, casi de las aplicaciones numéricas básicas) y para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (por los conocimientos que aporta).

## TE7

La asignatura ha de tener un carácter práctico que permita su aplicación utilitaria en la vida cotidiana y como instrumento para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (tanto por los conocimientos que aporta como por contribuir al desarrollo del razonamiento en el alumno)<sup>49</sup>.

## E7

La asignatura posee un carácter formativo, con objeto de servir de instrumento para un cambio actitudinal del alumno (con respecto al aprendizaje y a la vida), así como para la adquisición de los valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos.

## I7

La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.

### *Concepción del aprendizaje*

## TR8

---

<sup>48</sup> Una imagen de la matemática como no acabada requiere del reconocimiento de que *el conocimiento científico se construye por procesos de creación y comprobación de teorías que cambian y evolucionan históricamente y que son sólo aproximaciones tentativas y parciales sobre determinados aspectos de la realidad. Teorías, por tanto, nunca acabadas, ciertas y absolutas* (Porlán, 1995, p.12). Si el contenido que se asocia a la matemática escolar está basado en algoritmos, es difícil no mantener la idea de "verdad eterna". Más si no se aceptan algoritmos alternativos (o no parecen igualmente apreciados que el "estándar") y no se muestra la evolución histórica de los conceptos.

<sup>49</sup> Lo que diferencia a TR y TE no es tanto dónde se usará sino qué es lo que se usará. Es qué se usará en otras materias: los propios conceptos/reglas (TR) o –además– la lógica de éstos (TE) (una lógica ligada a lo concreto, local). La diferencia es más de *qué sirve* que de *para qué sirve*.

Se presupone que el aprendizaje se realiza, utilizando la memoria como principal recurso, por superposición de unidades de información.

TE8

El aprendizaje se sigue concibiendo como memorístico, organizándose internamente según la lógica estructural de la materia<sup>50</sup>.

E8

Se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el alumno.

I8

Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos<sup>51</sup>, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.

TR9

El único aprendizaje efectivo y correcto es el que proviene de un proceso deductivo (regla general-aplicación a casos particulares).

TE9

Aunque el aprendizaje pueda comenzar por la observación de un proceso inductivo (de hecho es así como suele presentar el maestro los contenidos en la simulación de su construcción), el verdadero aprendizaje ha de apoyarse en un proceso deductivo.

E9

El aprendizaje se produce a partir de la participación activa del alumno en procesos inductivos.

I9

El aprendizaje comienza, normalmente, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a ésta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una generalización adecuada (adecuadas tanto la generalización como la comprobación al nivel de los alumnos)<sup>52</sup>.

TR10

El alumno se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el maestro se los presente.

TE10

Para aprender, al alumno le basta entender, asimilar el conocimiento que proviene del exterior.

E10

---

<sup>50</sup> No es de la disciplina como referente pero sí es la Matemática como el maestro la concibe (la escolar).

<sup>51</sup> De hecho se amplía su significado ampliando su campo de aplicación y viceversa (Azcárate y Cardeñoso, 1994).

<sup>52</sup> Hay que pensar que se considera de manera gradual a lo largo de toda la etapa, por lo que tiene sentido, a su nivel, desde el primer ciclo de Primaria. En este primer ciclo los alumnos pueden establecer conjeturas extraídas de la observación de regularidades y dar sus justificaciones. Estas conjeturas y justificaciones pueden no verse como válidas en otro ciclo posterior pero sí en éste.

El aprendizaje se produce, de manera espontánea, cuando el alumno está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento.

I10

El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por el maestro. Además, para que se produzca aprendizaje éste debe institucionalizarse.

TR10<sup>53</sup>

El maestro desea que el alumno explicita lo aprendido con la expresión usada por él. No le interesa la idea sino la mecánica. De ahí que no conceda especial importancia a que el alumno argumente sus conclusiones.

TE10'

Es importante que el alumno explicita la comprensión de los contenidos (se trata de una verbalización para comprobar que se está produciendo el aprendizaje deseado). La expresión de lo aprendido, con las palabras del alumno, muestra el resultado del aprendizaje.

E10'

Es importante que el alumno comunique (más que argumente de un modo más o menos justificado) sus conclusiones.

I10'

La expresión de lo que aprende por parte del alumno es una parte importante del propio proceso de aprendizaje. Es importante, además, que el alumno argumente sus conclusiones.

TR/TE10''

El alumno interactúa con la materia y el maestro, siendo el último el intermediario entre ésta y el alumno. La interacción que se produce entre el profesor y el alumno no es equilibrada, siendo más fuerte el flujo en la dirección profesor → alumno que la inversa.

E10''

El alumno interactúa con la materia, el maestro y sus compañeros, pero el énfasis se coloca en la interacción con los compañeros y el maestro.

I10''

Los principales elementos del entorno de aprendizaje interactúan entre sí (el alumno interactúa con la materia, el maestro y sus compañeros) de manera equilibrada.

TR11/TE11

La única forma de agrupamiento que permite un verdadero aprendizaje es el trabajo individual<sup>54</sup>.

<sup>53</sup> Viene influenciado por los indicadores 9 y 10. (Por ejemplo, en el caso de I10' es importante cerrar el ciclo de inducción-deducción de 9 con la argumentación del alumno de las conclusiones extraídas. A su vez, éste es el fin del proceso de construcción dirigida. Esta argumentación, en el caso de la tendencia I, contribuye al aprendizaje y es parte de éste).

<sup>54</sup> Serrazina (1998) señala cómo a pesar de que la mayoría de los profesores de su estudio a gran escala declaran estar desacuerdo con la idea de que en matemáticas los alumnos deben trabajar individualmente y se muestran partidarios del trabajo en grupo, habría que aclarar qué entienden por trabajo en grupo. A (Continúa en página siguiente)

E11

La forma ideal de agrupamiento que propicia el aprendizaje es el trabajo en grupo, con sus correspondientes debates.

I11

La forma de agrupamiento aconsejable para la producción de aprendizaje depende de la actividad a desarrollar.

TR12

La estructura de la propia asignatura, plasmada en la programación, es el dinamizador ideal del aprendizaje.

TE12

El dinamizador ideal del aprendizaje es la lógica subyacente a los contenidos matemáticos escolares.

E12

El motor del aprendizaje son los intereses de los alumnos.

I12

El dinamizador ideal del aprendizaje es el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los alumnos y los de la matemática.

TR13/TE13

La capacitación del alumno es inalterable y justifica en gran medida los resultados del aprendizaje<sup>55</sup>.

E13/I13

La capacitación del alumno puede ser modificada<sup>56</sup>.

TR14

La actitud del alumno hacia el aprendizaje es raramente transformable.

TE14

En la actitud del alumno hacia el aprendizaje hay aspectos que pueden sufrir cambios.

E14/I14

La actitud del alumno puede ser modificada<sup>57</sup>.

### *Papel del alumno*

TR15/TE15

---

este respecto, en la segunda parte de su estudio observa que el trabajo en grupo a menudo significa solamente que están sentados en grupos, sin que implique nada más. Veremos cómo este hecho es también relevante en el caso de la maestra I.

<sup>55</sup> En el estudio de Stipek et al. (2001) con maestros de Primaria se encuentra correlación entre aquellos maestros que tienen una visión tradicional de la enseñanza y la creencia de que la habilidad matemática es “estable” y limita la efectividad del esfuerzo que se realiza por aprender.

<sup>56</sup> No quiere decir esto que no se reconozcan sus límites y su dificultad.

<sup>57</sup> Ídem nota anterior respecto del indicador E/I13.

El alumno no condiciona ni directa ni indirectamente el diseño de las actividades, programación, etc.

E15

El alumno condiciona indirectamente la selección y/o secuenciación de contenidos y objetivos (a través de la negociación de intereses), y en el diseño didáctico (a través de sus intervenciones en el quehacer del aula).

I15

El alumno condiciona directa e indirectamente el diseño didáctico.

TR16

En los casos en que exista una “buena enseñanza”, la responsabilidad de los resultados del aprendizaje (que dependen del grado de sumisión) es exclusiva del alumno.

TE16

Cuando los procesos de enseñanza se realizan en un contexto adecuado, la responsabilidad del aprendizaje recae en el alumno.

E16

La motivación proveniente de la propia acción es la clave de los buenos resultados del aprendizaje.

I16

Para que se dé aprendizaje es necesario que el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje. La responsabilidad del aprendizaje recae en la marcha del proceso completo (con todos los elementos y factores que intervienen en éste).

TR17

El alumno escucha la explicación del maestro para poder repetir posteriormente el proceso explicado.

TE17

El alumno, al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, reproduce el proceso lógico mostrado por el maestro, imitando así su estilo cognitivo.

E17

El alumno pasa de actividad en actividad, participando intensamente en cada una de ellas.

I17

La actividad del alumno está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes.

TR18/TE18

Al ser el maestro el que proporciona la clave para la repetición/reproducción posterior, es fundamental la atención a éste (fuente de información fundamental).

E18

La actividad del alumno no incluye un tiempo para la reflexión sobre su propia acción.

I18

El alumno toma conciencia de qué hace y para qué lo hace.

TR19

El alumno no se plantea procesar la información que proviene del maestro, ni en forma ni en fondo.

TE19

La confianza del alumno en lo expuesto por el maestro, inducida por la técnica empleada, le impide cuestionarse sobre el fondo del contenido.

E19

El ambiente dinámico que se propicia en la clase, permite que el alumno comunique sus experiencias y sentimientos con el maestro y los demás compañeros.

I19

El alumno mantiene una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula.

### *Papel del maestro*

TR20-23

El maestro *transmite verbalmente* los contenidos de aprendizaje, mediante *explicación* de lo reflejado en el libro de texto, realizando una *reproducción literal* de éste. Actúa como un especialista en el contenido.

TE20-23

El maestro *organiza* los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante *exposición*, utilizando *estrategias organizativas expositivas* que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico.

E20-23

Por su marcado carácter *humanista y especialista en dinámica de grupos*, induce al alumno a participar en las actividades que *promueve*, *analizando las reacciones y respuestas a sus propuestas*.

I20-23

El maestro provoca la curiosidad del alumno conduciendo su investigación hacia la consecución de aprendizajes. Su carácter de experimentador interactivo del contenido y de los métodos le obliga a analizar los procesos en el contexto del aula (investigación-acción).

TR24<sup>58</sup>

El maestro (y/o el libro de texto) es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, corrigiendo a los alumnos en caso de errores y aportando él mismo la información correcta.

TE24'

El maestro es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, planteando interrogantes a los alumnos cuyas respuestas llevan a la "autocorrección" (en verdad es una corrección enmascarada del maestro).

E24'

La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo (grupo-clase o pequeños grupos de trabajo). En ocasiones se sustituye el papel de la corrección que en

---

<sup>58</sup> No hay indicador 24 que corresponda al de Carrillo.

TR/TE juega el maestro por los compañeros, pero no se potencia que los alumnos “se paren a reflexionar” sobre sus ideas ni que desarrollen estrategias de autovalidación de las mismas<sup>59</sup>.

I24’

La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, por el maestro o por el propio alumno. En cualquier caso, se potencia la reflexión de los alumnos y el desarrollo de estrategias para su autocorrección, propiciándose que los estudiantes asuman responsabilidad a la hora de juzgar la adecuación de sus ideas.

---

<sup>59</sup> En cierto modo, el aprendizaje social “se traga” al individual. En I24’, el aprendizaje social potencia e integra el individual.

| CATEGORÍAS/TENDENCIAS DIDÁCTICAS |                               | TRADICIONAL                                          | TECNOLÓGICA                                             | ESPONTANEÍSTA                                              | INVESTIGATIVA                                                                             |
|----------------------------------|-------------------------------|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| METODOLOGÍA<br>Praxis            | 1                             | Ejercitación repetitiva (ejercicios tipo)            | Ejercitación reproductiva (procedimientos lógicos)      | Experimentación (énfasis en el método)                     | Resolución de situaciones problemáticas                                                   |
|                                  | 2                             | Exposición magistral (libro de texto)                | Exposición "inductiva"                                  | Descubrimiento aleatorio, manipulación de modelos          | Investigación planificada                                                                 |
|                                  | Fuentes información 2'        | Maestro y libro de texto (únicos referentes)         | Maestro y material "especializado" (referentes básicos) | Diversas                                                   | Diversas                                                                                  |
|                                  | Diferenciación individual 2'' | No se realiza                                        | No se realiza                                           | Atención implícita                                         | Atención explícita                                                                        |
|                                  | Uso mat. manipulativo 2'''    | No se usa                                            | Puntual. Para reforzar teoría                           | Asiduo. Para fomentar motivación y comunicación de alumnos | Como apoyo a y detonante de investigación del alumno                                      |
|                                  | Objetivos 3                   | Conceptuales de carácter terminal                    | Terminales operativos (procedimentales)                 | Flexibles y orientativos                                   | Flexibles y revisables                                                                    |
| Programación                     | 4                             | Oficial, prescriptiva, rígida (unidades aisladas)    | Secuencial, estructurada y cerrada                      | Aleatoria, contenidos negociados                           | Redes conceptuales organizadas                                                            |
| CONCEPCIÓN DE LA MAT. ESCOLAR    |                               |                                                      |                                                         |                                                            |                                                                                           |
| Orientación                      | 5                             | Énfasis conceptual                                   | Énfasis conceptual y procedimental local                | Énfasis procedimental y actitudinal                        | Procedimientos, conceptos y actitudes                                                     |
| ¿Cuál es su contenido?           | 6                             | Aritmética. Énfasis operatorio                       | Aritmética. Énfasis operatorio                          | Matemática que emana de la problemática real del entorno   | Síntesis de Matemática formal y Matemática cotidiana. Importancia de la RP como contenido |
| ¿Cómo es?                        | 6'                            | Exacta y acabada                                     | Exacta y acabada                                        | Inexacta y en construcción                                 | Doble perspectiva exacta/inexacta en función del contexto. En construcción                |
| Finalidad                        | 7                             | Informativa utilitaria e instrumental ("conceptual") | Informativa utilitaria e instrumental (razonamiento)    | Formativa (valores racionales y actitudes)                 | Formativa (aprender a aprender)                                                           |
| CONCEPCIÓN APRENDIZAJE           |                               |                                                      |                                                         |                                                            |                                                                                           |
| (Aprendizaje...)                 | 8                             | Memorístico acumulativo                              | Memorístico secuencial                                  | Significativo aleatorio                                    | Significativo relevante (redes semánticas)                                                |
| Tipo y forma (Procesos...)       | 9                             | Deductivos                                           | Inductivos simulados y deductivos                       | Inductivos                                                 | Inducción-deducción                                                                       |
|                                  | 10                            | Por apropiación                                      | Por asimilación                                         | Por construcción espontánea                                | Por construcción dirigida. Institucionalización del aprendizaje                           |



|                                           |      |                                                        |                                                        |                                                                         |                                                                     |
|-------------------------------------------|------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Importancia argumentación al.             | 10'  | No se enfatiza                                         | Importancia explicación de comprensión del contenido   | Importancia comunicación ideas                                          | Importancia argumentación conclusiones (medio y fin)                |
| Interacción maestro-als-mat. <sup>1</sup> | 10'' | Maestro<br>Mat $\rightleftarrows$ alumno               | Maestro<br>Mat $\rightleftarrows$ alumno               | (mat)<br>Maestro $\rightleftarrows$ Alumnos $\rightleftarrows$          | Matemática $\rightleftarrows$ Alumnos $\rightleftarrows$<br>Maestro |
| Tipo de agrupamiento                      | 11   | Trabajo individual                                     | Trabajo individual                                     | Trabajo en grupo y debates                                              | Diversidad de agrupamientos y puestas en común                      |
| Dinamizador                               | 12   | Estructura de la asignatura (programación)             | Lógica de la disciplina inferida de la materia escolar | Intereses del grupo de alumnos                                          | Intereses de los alumnos y la disciplina                            |
| Aptitud                                   | 13   | Predeterminada                                         | Predeterminada                                         | Transformable                                                           | Transformable                                                       |
| Actitud                                   | 14   | Predeterminada                                         | Parcialmente transformable                             | Transformable                                                           | Transformable                                                       |
| PAPEL DEL ALUMNO                          |      |                                                        |                                                        |                                                                         |                                                                     |
| Participación en diseño didáctico         | 15   | No participa                                           | No participa                                           | Indirectamente a través de sus reacciones                               | Participa directa o indirectamente                                  |
| Clave de transferencia E-A                | 16   | Único responsable. Sumisión                            | Responsable principal (motivación por el contexto)     | Motivación por la acción                                                | El proceso (motivación por los significados)                        |
| ¿Qué hace?                                | 17   | Escucha y repite                                       | Reproduce e imita                                      | Actúa                                                                   | Investiga                                                           |
|                                           | 18   | Atiende                                                | Atiende                                                | Juega                                                                   | Reflexiona                                                          |
|                                           | 19   | Acepta                                                 | Cree                                                   | Dialoga                                                                 | Cuestiona                                                           |
| PAPEL DEL MAESTRO                         |      |                                                        |                                                        |                                                                         |                                                                     |
| ¿Qué hace?                                | 20   | Transmite verbalmente                                  | Transmite por procesos tecnológicos                    | Induce                                                                  | Provoca                                                             |
| ¿Cómo hace 20?                            | 21   | "Explica" <sup>60</sup>                                | Expone                                                 | Promueve                                                                | Conduce                                                             |
| ¿Qué hace?                                | 22   | Reproduce                                              | Organiza                                               | Analiza reacciones y respuestas a sus propuestas                        | Investiga en y sobre la acción                                      |
| Actúa como                                | 23   | Especialista en el contenido                           | Técnico del contenido y del diseño didáctico           | Humanista, especialista en grupos                                       | Experimentador interactivo del contenido y los métodos              |
| Validación de la información              | 24'  | Valida el maestro aportando información explícitamente | Valida el maestro aportando información implícitamente | Valida el grupo-clase, el alumno sin que se potencie toma de conciencia | Se potencia el desarrollo de elementos de autoevaluación            |

<sup>60</sup> TR presenta los contenidos tal cual, explicándolos con la significación habitual que se le da a que el profesor "tiene que explicar", mientras que TE expone simulando el proceso de construcción de los contenidos.

## **DESCRIPTORES CARACTERÍSTICOS DE CADA TENDENCIA**

### ***Tradicional***

Metodología: ejercitación repetitiva

El maestro da las pautas

Interesan los conceptos y reglas

Proceso de aprendizaje deductivo (regla-aplicación)

El aprendizaje es un proceso individual

### ***Tecnológica***

Metodología: ejercitación reproductiva

El maestro da las pautas poniendo énfasis en que los alumnos comprendan

Interesan los conceptos y reglas, procedimientos locales y lógica de la asignatura

Procesos de aprendizaje inductivos simulado (por el maestro) y deductivos

El aprendizaje es un proceso individual

### ***Espontaneísta***

Metodología: “activismo”

El maestro propone las actividades, promoviendo la participación de los alumnos

Interesan actitudes y procedimientos generales

Proceso de aprendizaje inductivo

El aprendizaje es un proceso social

### ***Investigativa***

Metodología: resolución de situaciones problemáticas

El maestro propone investigaciones y apoya la reflexión y el trabajo autónomo del alumno

Interesan conceptos, procedimientos y actitudes

Proceso de aprendizaje inductivo-deductivo

El aprendizaje es un proceso social e individual

Serrazina (1998) incluye en su estudio de las concepciones sobre la matemática y su enseñanza el *gusto por la matemática* (de los profesores). Este aspecto es justificado por la autora por el hecho de tratarse de maestros de Primaria, que normalmente no tienen una buena relación con la materia (p.41)<sup>61</sup>. Por la misma razón, también en nuestro estudio seremos receptivos a dicha cuestión, a cómo se relaciona con sus concepciones y conocimiento sobre la materia y su enseñanza, con su propio desarrollo, y a si ese mismo aspecto se modifica en relación con los otros<sup>62</sup>.

## II.2. CONOCIMIENTO PROFESIONAL<sup>63</sup>

El conocimiento profesional del profesorado consiste en la conjunción de todos los saberes y experiencias que un profesor posee y de los que hace uso en el desarrollo

---

<sup>61</sup> En su estudio cuantitativo obtiene que para el 63% de los maestros de la muestra la matemática no es su asignatura favorita, aunque su sentido de la responsabilidad les lleva a sentir que es importante transmitir la idea de que tienen confianza respecto de la matemática.

<sup>62</sup> Diversos estudios con maestros de Primaria constatan esa actitud negativa hacia la materia y la actividad matemática por sí, contrastando con la actitud hacia su enseñanza. En algunos casos se estudia la relación entre esa actitud y las concepciones hacia su enseñanza y aprendizaje.

En el trabajo de Ponte (1994a) se presenta el caso de una maestra experta (Júlia) cuya metodología del aula es bastante cercana a la de resolución de problemas (coinciden en su caso en gran medida sus creencias expuestas y en la acción) pero a quien no gusta enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos. También la maestra novel que se estudia en el trabajo de Raymond (1997) tiene sentimientos negativos hacia la materia (como discente) pero no como docente. Esto, según la autora, explica en parte las inconsistencias entre su práctica y sus creencias sobre la enseñanza-aprendizaje de la matemática (más tradicional la primera, en la línea de sus concepciones sobre la materia).

Stipek et al. (2001) analizan la relación de las creencias sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática de maestros de Primaria con el nivel de autoconfianza y “disfrute” del maestro respecto de la materia. No encuentran correlación entre el “disfrute” del profesor y el de sus estudiantes pero sí entre el grado de autoconfianza del profesor respecto de sus habilidades matemáticas y el que poseen sus alumnos.

<sup>63</sup> La elaboración de este apartado se nutre en parte de las discusiones mantenidas en el grupo de investigación DESYM, plasmadas en un documento elaborado conjuntamente con los profesores Ana M<sup>a</sup> Wamba (Didáctica de las Ciencias Experimentales) y José M<sup>a</sup> Cuenca (Didáctica de las Ciencias Sociales), también pertenecientes a dicho grupo. En estas discusiones uno de los principales documentos base ha sido el de Porlán y Rivero (1998).

de su labor docente, que va construyendo desde su formación inicial y durante toda su carrera profesional. En nuestro caso nos interesa la parcela del conocimiento profesional más específica de la enseñanza de la matemática.

El interés de su estudio de cara a la mejora de los profesores parece claro. Bien sea pensando en cómo mejorar la formación inicial de los profesores para la enseñanza de la matemática, bien sea pensando en cómo diseñar y promover estrategias de formación permanente que posibiliten la mejora de los profesores en ejercicio, conocer más sobre ese conocimiento parece clave para hacer propuestas fundamentadas. Con esa finalidad, es relevante saber más sobre cómo es ese conocimiento, en qué consiste, cómo se genera, sobre la base de qué y qué estrategias formativas posibilitan su ampliación.

En la literatura de investigación se ha prestado atención a las preguntas anteriores, derivándose en distintas propuestas de caracterización de: la naturaleza del conocimiento profesional (cómo es el conocimiento profesional), su origen, sus fuentes y sus componentes (responden a en qué consiste, y a cómo se genera y sobre la base de qué), y sus vías de desarrollo (cómo se genera, sobre la base de qué y ligado a qué estrategias formativas). En distintos momentos de la investigación sobre este asunto se ha dado más importancia a algunas de las cuestiones anteriores que a otras. También algunas propuestas ponen más énfasis en algunos aspectos que en otros.

De las cuestiones planteadas anteriormente, nuestro interés va a estar centrado en cómo se desarrolla, se amplía o se enriquece el conocimiento profesional del profesor, concretamente del maestro respecto de la enseñanza de la matemática. En nuestro estudio del desarrollo profesional de I una de las variables principales a considerar es su conocimiento profesional, cómo se amplía y cómo se potencia o limita esa ampliación, y esto en relación con su práctica y su reflexión sobre la misma. En ese sentido abordaremos en uno de los siguientes epígrafes (II.2.2) la naturaleza de dicho conocimiento, especialmente su naturaleza práctica (en relación con cómo se desarrolla o genera). Por otro lado, nos interesa el conocimiento profesional del profesor más ligado a la enseñanza de la matemática, de ahí que también sea especialmente relevante para nuestro trabajo la discusión sobre su

contenido (que abordaremos en II.2.1). Previamente trataremos otros aspectos de éste de manera más general, entre ellos lo relativo a su origen y las fuentes institucionales de las que bebe.

Consideramos que el conocimiento profesional del profesor tiene su origen en (esto es, proviene de) cuatro factores principalmente: su cosmovisión o ideología, su experiencia como discente, su experiencia como docente y los saberes académicos que ha adquirido.

La cosmovisión del profesor es la forma implícita o explícita de interpretar y actuar en el mundo, o la manera de ver e interpretar el mundo (literalmente de la palabra alemana *weltanschauung*). Es un conocimiento fruto de cogniciones y experiencias diversas, no son teorizaciones ni aprendizajes académicos, soliendo corresponder con estereotipos sociales hegemónicos. Se relaciona con lo que diversos autores denominan teorías implícitas del profesor (o representaciones individuales basadas en experiencias culturales y sociales -Marrero, 1992-) y con los saberes metadisciplinares que diferencian Porlán y Rivero (1998) como una de las fuentes del conocimiento profesional deseable. Estos últimos consideran en estos saberes las *cosmovisiones ideológicas* (marxismo, teoría crítica, ecologismo...), *perspectivas epistemológicas* (constructivismo, positivismo, relativismo...) y *perspectivas ontológicas* (sistemismo, mecanicismo...). Es para ellos un saber académico distinto al de otras disciplinas, que permite un análisis crítico del resto de los conocimientos (de ahí la denominación de metadisciplinar). Lo que estos autores denominan, pues, cosmovisiones se diferencia de lo que nosotros hemos englobado bajo ese término, pues en su caso es un saber informado, un referente académico del que debe nutrirse el conocimiento profesional. Por nuestra parte es una visión personal, más relacionada con concepciones y creencias (sobre el mundo en general), que suele coincidir con visiones compartidas socialmente (de ahí el paralelismo con las teorías implícitas) pero que puede estar escasamente fundamentado. Los saberes metadisciplinares a los que se refieren estos autores serían para nosotros fuente del conocimiento profesional.

La incidencia más clara de la cosmovisión del profesor se produce sobre sus concepciones<sup>64</sup> (sobre la materia, sobre la enseñanza y el aprendizaje, y sobre la enseñanza y el aprendizaje de la materia).

En la experiencia discente del profesor cabría distinguir entre su experiencia anterior a la formación inicial y dicha formación (como estudiante para profesor), dadas las distintas características de las dos etapas, su posicionamiento ante ambas y el diferente impacto sobre, especialmente, sus concepciones. Llinares (1990) destaca cómo sobre todo en el caso del estudiante para profesor sus concepciones sobre la matemática y su enseñanza-aprendizaje están principalmente vinculadas a su experiencia como estudiante (coincidiendo con los resultados que presentan Ball y Wilson, 1990). Otros estudios subrayan cómo en sus prácticas (durante el practicum o como profesores noveles) los estudiantes para profesor/profesores reflejan los métodos con los que aprendieron en su etapa escolar (Brown et al., 1990; Borko et al. 1992; Blanco, 1991b, 1991c). Esto, añade Llinares, se agudiza por el hecho de que en numerosas ocasiones la única imagen que el estudiante para profesor tiene asociada a muchos de los contenidos matemáticos de Primaria es la de él mismo como aprendiz en su etapa escolar. La experiencia del estudiante para profesor en el Practicum se situaría a caballo entre esta experiencia discente y su experiencia docente, al situarse ante ellas como profesor y no como estudiante.

La experiencia profesional o docente, por su parte, es otro referente fundamental del conocimiento profesional. A través de ésta el profesor modifica y adquiere su conocimiento y sus concepciones. Nuestra consideración de ésta como origen será discutida con más profundidad al abordar el carácter práctico que muchos autores atribuyen al conocimiento profesional (ligado entre otras cuestiones, como veremos, a la práctica como fuente de aprendizaje profesional).

---

<sup>64</sup> Se observará que si bien tanto en nuestra consideración en esta investigación como en la presentación de sus bases teóricas hemos diferenciado concepciones y conocimiento, al abordar aquí algunos aspectos del conocimiento profesional hacemos alusión también a las concepciones. Aunque de manera teórica y con fines analíticos pueda establecerse dicha diferenciación, la ligazón y a menudo yuxtaposición de ambos es evidente, como veremos. De ahí que en este apartado incluyamos también en ocasiones las concepciones.

Por último, los saberes académicos que el profesor ha adquirido, bien sea en su paso como aprendiz por instituciones educativas o no, inciden sobre su conocimiento de la materia (no restringida a sí misma sino en una visión más amplia de ésta que contemple su relación con otras materias, sus aplicaciones, su desarrollo histórico...) y sus concepciones sobre la misma, su conocimiento y concepciones sobre su aprendizaje y enseñanza, su conocimiento del currículo matemático escolar, así como otros elementos más generales (no específicos de la enseñanza de la matemática) de su conocimiento profesional y sus concepciones. Estos saberes se corresponden en gran medida con los que con la denominación de *saberes disciplinares básicos* consideran Porlán y Rivero (1998) como otras de las fuentes del conocimiento profesional deseable (junto con la antes mencionada de los *saberes metadisciplinares*, estas dos de carácter académico y, de otro tipo, los *saberes experienciales*).

Los saberes académicos están estrechamente relacionados con las disciplinas que institucionalmente (y por tanto intencionadamente) se consideran fuentes del conocimiento del profesor (plasmándose en el currículo de formación inicial). En estas fuentes consideramos la psicología, la pedagogía, la sociología, la matemática, la didáctica de la matemática, otras materias, nuevas tecnologías y la práctica (diferenciando entre *practicum* y *práctica docente*).

El conocimiento profesional del profesor es denominado con otros términos por diversos autores, enfatizando de esta forma lo que consideran más relevante de éste, a menudo en relación con su generación y su uso, como es el caso de *conocimiento práctico personal* (Clandinin y Conelly, 1988) y *conocimiento/saber práctico profesional* (Azcárate, 1999a; Porlán et al., 1996; Porlán y Rivero, 1998; todos ellos desde la perspectiva del Grupo IRES).

Sin negar la importancia de algunas de las características que los términos anteriores resaltan del conocimiento profesional (cuestión que abordaremos en II.2.2), preferimos usar *conocimiento profesional* por las connotaciones positivas que tiene el término (buen profesional) y para que sea claro que no sólo proviene de la práctica, sino que se necesita de una componente teórica para interpretar y

reflexionar sobre la práctica (aunque también esto es señalado, como veremos, por los autores del Grupo IRES). Por otro lado, y lo que nos parece más importante, queremos destacar del término profesional el sentido de la diferenciación de Elstgeest, Goffree y Harlen (1993) entre tipos de conocimiento: *social*, cuando se refiere al nombre de las cosas; *físico*, referido a la experiencia directa, posibilitando la predicción; *lógico*, el que relaciona conceptos; *técnico*, cuando atañe a destrezas y habilidades y motiva los ejercicios necesarios para adquirirlas; y, finalmente, *profesional*, aquel que permite abordar nuevas situaciones y proporciona autonomía. El profesional incluye los demás, de forma que esta clasificación es inclusiva (citado en Carrillo 1998b).

Aun sin referirse explícitamente al conocimiento específico para la enseñanza de una materia, las características que Calderhead (1988) atribuye al conocimiento profesional presentan un mosaico de algunas de las cuestiones que abordaremos en los dos siguientes epígrafes: su origen y generación, y su relación con la experiencia y la práctica docente (2, 5), el modo en que se conserva y organiza (1, 3, 4, 6), su naturaleza (9, 10), y su relación con las creencias y otras componentes afectivas del pensamiento del profesor (7, 8).

- 1. El contenido se organiza en estructuras (esquemas) que facilitan la acción profesional.*
- 2. Este conocimiento parece desarrollarse en su mayor parte a través de experiencias de ensayo y error.*
- 3. Las estructuras del conocimiento de los profesores contienen conceptos prototípicos que facilitan la identificación de situaciones típicas.*
- 4. Las estructuras o esquemas de conocimiento contienen guiones asociados con conceptos prototípicos particulares que guían respuestas típicas a situaciones típicas (rutinas).*



5. *Los profesores pueden poseer conocimientos y habilidades que les permiten a veces identificar hechos novedosos y reconsiderar y adaptar sus rutinas de acuerdo con ellos.*
6. *Los esquemas de los profesores contienen diversos aspectos del conocimiento especializado, propio de situaciones didácticas, pudiéndose interrelacionar entre sí y con las diversas metas del profesor en formas muy complejas y diferentes.*
7. *Los esquemas se desarrollan dentro de un contexto de conocimientos y creencias relacionados con la enseñanza.*
8. *Los esquemas pueden contener proposiciones imperativas que se asocian con fuertes creencias o afectos.*
9. *Los esquemas de los profesores no son siempre comprensivos o lógicamente coherentes y los profesores pueden tener que simplificar necesariamente mucho su comprensión de ciertos aspectos de su trabajo.*
10. *Parte del conocimiento que guía las acciones de los profesores puede ser tácito e imposible de verbalizar.*

(Calderhead, 1988, pp. 28-29)

### **II.2.1. Contenido del conocimiento profesional**

A la hora de identificar y describir el conocimiento del profesor se suelen diferenciar distintos elementos que, más que explicar su organización y estructura, ayudan a concretar su contenido (se trata, pues, más de un artificio para su análisis y estudio que una realidad en el conocimiento del profesor, donde se presentan como un todo integrado). Estos elementos son referidos normalmente como *componentes* de dicho conocimiento, si bien algunos autores, para subrayar que no se trata de aspectos separados, prefieren referirse a *tipos* y *fuentes* (los primeros respecto del conocimiento profesional dominante y estas últimas respecto del deseable, no en el

sentido que nosotros le hemos dado de fuentes institucionales) (Porlán y Rivero, 1998)<sup>65</sup>.

En cualquier caso, uno de las consideraciones principales en la determinación del contenido del conocimiento del profesor es su ligazón y especificidad respecto de la materia que enseña. Sánchez (1996) resalta este aspecto como una de las principales contribuciones del trabajo de Lee Shulman a la investigación sobre el conocimiento del profesor.

En el caso del conocimiento profesional del maestro de Primaria, que se ocupa de la enseñanza de varias materias, nos referiremos a su conocimiento profesional respecto de la enseñanza de la matemática (que tendrá elementos comunes con su conocimiento profesional respecto de la enseñanza de otros contenidos).

En la diferenciación en distintas componentes del conocimiento profesional no todos los autores utilizan los mismos parámetros. Mientras unos las diferencian en función de sobre qué versa ese conocimiento, otros lo hacen en torno a otros elementos como cómo se genera o se organiza.

Gran parte de las diferenciaciones en componentes teniendo en cuenta el criterio de sobre qué versa toman como referente la categorización de Shulman y sus colaboradores. Shulman (1987) establece tres componentes que concretan la consideración de la especificidad de la materia a enseñar:

- *Conocimiento de la materia*: incluye la comprensión de los factores principales, conceptos, principios y marcos explicativos de la materia, o *conocimiento*

---

<sup>65</sup> Azcárate (1998) explica su uso de *fuentes* en lugar de *componentes*. Desde su perspectiva, el término *componentes* da idea de una parcelación del conocimiento profesional en partes que se configuran por separado y después se yuxtaponen. La parcelación con fines analíticos, según esta autora, ha tenido su sentido y sus frutos en el pasado. Debe tenderse, defiende, a hablar de diferentes fuentes de información más que elementos diferenciados. Por nuestra parte consideramos que en función de la finalidad de cada investigación concreta tendrá sentido o no seguir usando esa diferenciación con fines analíticos. Comprendemos, no obstante, la llamada de atención para que ese "artificio para el análisis" no se identifique con la propia estructura del conocimiento profesional.

*substantivo*, así como las reglas de evidencia y prueba de la disciplina, o *conocimiento sintáctico* (Shulman & Grossman, 1988)<sup>66</sup>.

- *Conocimiento de contenido pedagógico*<sup>67</sup>: incluye las formas más útiles de representar los contenidos, las más poderosas analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones, y demostraciones- en una palabra, las formas de representar y formular la materia que la haga comprensible a los demás (Shulman, 1986, p. 9). Se considera en esta categoría el conocimiento de cómo los aprendices interpretan las matemáticas, cómo piensan los alumnos referido a dominios matemáticos concretos.

- *Conocimiento curricular*: es el conocimiento de materiales instruccionales válidos para enseñar diversos tópicos y el conjunto de características *que sirven como indicaciones y contraindicaciones para el uso de determinados materiales en particulares circunstancias* (Shulman, 1986, p. 10). En esta categoría se incluye el conocimiento sobre materiales manipulativos y software que puedan ayudar a representar ideas matemáticas.

Dichas componentes son ampliadas a siete en trabajos posteriores con otros colaboradores (Shulman & Grossman, 1988; Wilson, Shulman & Richert, 1987; Shulman, 1987), añadiéndose componentes más generales: conocimiento de otro contenido, conocimiento de los aprendices y sus características, conocimiento de las necesidades educativas, conocimiento pedagógico general y conocimiento de los contextos educativos<sup>68</sup>.

---

<sup>66</sup> En la línea de esta distinción en conocimiento substantivo y sintáctico y profundizando en esta diferencia en el caso de la matemática. Ball (1989b) alude al conocimiento *de* matemáticas y *sobre* matemáticas. El primero comprende el conocimiento de los hechos, conceptos y procedimientos matemáticos, las relaciones entre éstos y los significados y principios subyacentes, y el segundo al conjunto de reglas, de "normas de sintaxis" de las matemáticas, de su naturaleza y cómo evoluciona y se genera.

<sup>67</sup> En la literatura en castellano se han usado los términos *conocimiento de contenido pedagógico* (traducción literal del *pedagogical content knowledge* de estos autores) y conocimiento didáctico del contenido, para referirse a esta componente. Nosotros usaremos sobre todo el segundo, porque expresa más claramente su especificidad respecto de la materia.

<sup>68</sup> Grossman (1990) y Marcelo (1993) añaden también el conocimiento del contexto concreto donde se desarrolla la enseñanza (de los alumnos, la escuela, la comunidad en que se inserta...). Esta componente tendría sentido exclusivamente en el caso del profesor en ejercicio.

Diversos autores reconstruyen y modifican la diferenciación de Shulman. Entre ellos destacamos el trabajo de Bromme (1994), quien manteniendo los referentes principales del conocimiento de contenido, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento pedagógico general, diferencia en relación con los dos más específicos de la enseñanza de la materia el conocimiento de: las *matemáticas como disciplina*, las *matemáticas como materia escolar*, *filosofía de las matemáticas escolares* y *conocimiento pedagógico de las matemáticas*. Nos parece especialmente interesante la distinción entre matemáticas como disciplina y como materia escolar, con la que quiere poner de manifiesto que la segunda no es una mera simplificación de la primera. El significado de los conceptos que se enseñan no puede ser explicado sólo desde la lógica de la disciplina de referencia<sup>69</sup>.

Otros autores se han acercado a esta diferenciación desde otra perspectiva, así más que defender un conocimiento matemático más ligado a la disciplina y otro a la materia escolar, argumentan que el conocimiento de contenido que necesita un profesor no es el mismo conocimiento de contenido que necesita otro profesional relacionado con la disciplina pero no su enseñanza. Esta diferencia no es sólo cuestión de cantidad o profundidad de los contenidos, sino que se trata de contenidos cualitativamente distintos. En ese sentido se hace referencia a un conocimiento del contenido para su enseñanza (*subject-matter knowledge for teaching*) (Ball, 1990b, 2000<sup>70</sup>) o a un *conocimiento profesionalizado del contenido* (Martín y Porlán, 1999). El conocimiento del profesor, por ejemplo, debe permitirle “ir hacia atrás” desde el

---

<sup>69</sup> Por otro lado, la filosofía de las matemáticas escolares hace referencia a las concepciones sobre las mismas. si bien se quiere destacar que corresponde en parte con un metaconocimiento, con fundamentos epistemológicos y ontológicos implícitos.

<sup>70</sup> Esta autora diferencia en este último trabajo “conocer cómo hacer matemáticas” de “conocerlo en formas que posibiliten su uso en la práctica”. En este sentido señala que mientras que hay poca evidencia empírica de la relación entre el conocimiento de contenido del profesor y el aprendizaje de sus estudiantes, el estudio de Rowan et al. (1997) indica una fuerte correlación entre el uso del conocimiento matemático en la enseñanza por parte de los profesores y la actuación de sus alumnos. Para Ball, por tanto, la cuestión no es qué conocimiento matemático tiene el profesor, sino cómo lo sabe y qué es capaz de movilizar en el curso de la enseñanza. Por ello, para comprender el conocimiento matemático que necesita un profesor no debemos fijarnos sólo en el propio currículo matemático escolar, sino también en la práctica de los profesores para discernir qué conocimiento se pone en práctica en ésta.

conocimiento maduro a discernir cuáles son sus elementos constituyentes (Ball, 2000).

Esta puntualización hace más borrosas las fronteras (aun sabiendo que son imaginarias) entre conocimiento didáctico del contenido y conocimiento de contenido; se trata de un modo de comprensión profunda de los contenidos que está a su vez ligada a la comprensión de su aprendizaje y enseñanza. Para Martín y Porlán (op. citada) el conocimiento profesionalizado del contenido no sólo influye en el qué sino también en el cómo enseñar (Marcelo, 1992) y tiene una conexión con el contexto escolar, al proporcionar un criterio de selección de los contenidos (Gil, 1991, 1993). *El conocimiento del contenido no debe ser solamente un conocimiento adecuado de la disciplina sino "sobre la disciplina"* (no en el sentido de conocimiento de y sobre). *El conocimiento disciplinar es una de las fuentes de información esenciales (para este conocimiento profesionalizado del contenido), pero no sólo desde las perspectivas de las disciplinas, sino fundamentalmente desde la perspectiva didáctica. Por eso se trata de un conocimiento sobre las disciplinas y no desde las disciplinas* (p. 125).

Por otro lado, de la reconsideración de Peterson (1988) de las componentes de Shulman, destacamos la *autoconciencia de los profesores de su propio proceso cognitivo*, esto es su metacognición respecto de sus procesos de pensamiento en matemáticas.

El modelo de Shulman del conocimiento profesional (con las componentes señaladas) ha recibido numerosas críticas por parte de diversos investigadores, tachándose, entre otras cuestiones, de academicista. El peso fundamental del contenido que atribuye a dicho conocimiento se sitúa en el conocimiento disciplinar (si bien desde la perspectiva de un conocimiento de las disciplinas para la enseñanza). Aunque en modelos posteriores se añaden componentes que toman más en consideración aspectos de la práctica docente (como el conocimiento del contexto), ¿en qué medida recoge su propuesta el conocimiento que proviene de la práctica? Su definición del conocimiento de contenido y didáctico del contenido, aunque puede dar cabida a lo que al respecto se pueda aprender de la práctica, parece sobre todo un conocimiento académico, que además recoge más *saber* que *saber*

*hacer*<sup>71</sup>. En este sentido coincidimos con Gimeno y Pérez (1993), quienes destacan el carácter academicista como uno de sus principales problemas, ya que se asienta en las adquisiciones de la investigación científica, tanto de las disciplinas como de las didácticas específicas, dejando en un lugar secundario el conocimiento que se deriva de la experiencia práctica.

Ante la cuestión de si sitúa en un lugar secundario el conocimiento que proviene de la práctica, es importante considerar no sólo las componentes antes expuestas sino el *Modelo de Razonamiento y Acción Pedagógica* que Shulman y sus colaboradores (Wilson, Shulman y Richert, 1987) plantean en relación con la transformación del contenido de una disciplina en materia enseñable. En éste se presenta un proceso cíclico con seis fases:

1ª fase: *Comprensión*: conocimiento comprensivo de la materia objeto de enseñanza-aprendizaje.

2º fase: *Transformación*: del contenido que se va a enseñar. Comprende cuatro subprocesos: *interpretación crítica* (de materiales instruccionales), *representación* (consideración de modos alternativos de representar el contenido), *adaptación* (a las características de los estudiantes en general) y *ajuste* (a los estudiantes concretos a los que va dirigida la enseñanza).

3º fase: *Instrucción*: enseñanza propiamente dicha (esto es, la actuación observable del profesor en el aula). Comprende la gestión del aula, la presentación de información, la interacción con los alumnos...

4º fase: *Evaluación*: de la comprensión de los contenidos por parte de los alumnos. Ocurre durante y después de la instrucción.

5ª fase: *Reflexión*: es el proceso de aprendizaje de la experiencia. En él el profesor evalúa su propia enseñanza. Supone la revisión, reconstrucción y análisis crítico de la acción en el aula.

---

<sup>71</sup> No estamos identificando el conocimiento que proviene de la práctica con el saber hacer (conocimiento procedimental), también de la práctica se puede aprender conocimiento proposicional. Son dos cuestiones diferenciadas sobre las que se aprecian carencias en el modelo de Shulman.

6ª fase: *Nueva comprensión*: cierra el ciclo llevando de nuevo a la primera fase. Tras el proceso presentado, el profesor ha enriquecido su comprensión de los propósitos de la instrucción, de la materia para su enseñanza y de los participantes (él mismo y los alumnos).

La referencia en este proceso a las distintas componentes del conocimiento profesional es clara. Así, en la fase de *transformación* y concretamente en el subproceso de *representación*, es fundamental el repertorio de representaciones de los contenidos del que disponga el profesor (considerado parte importante del conocimiento didáctico del contenido). También, en esta misma fase, la *adaptación* necesita del conocimiento del profesor de las características generales del aprendizaje de los contenidos por parte de los alumnos (también en el conocimiento didáctico del contenido).

Para Armento (1991) en este modelo, a pesar de que en la quinta fase se busca la reflexión sobre la acción, el papel del profesor se caracteriza, en general, por ser el elemento del proceso de enseñanza/aprendizaje responsable de presentar el conocimiento<sup>72</sup> y no por considerársele como un transformador o tomador de decisiones, donde prime el carácter profesional de su labor. En la misma línea, Porlán y Rivero (1998), desde el Proyecto IRES, consideran que este programa sigue un modelo claramente academicista y enciclopédico, que habría que hacer evolucionar hacia una perspectiva no absolutista del saber científico que condujese hacia un modelo epistemológico, reflexivo y crítico (Ávila, 1998), poniendo en juego durante el proceso formativo los saberes experienciales, los problemas sociales relevantes, los procesos de reflexión, etc., siempre desde una visión interactiva.

Para nosotros, este modelo destaca más el conocimiento profesional *para* la práctica que *desde* la práctica (en sintonía con lo que ocurre con las componentes correspondientes). De este modo, el énfasis está puesto en la comprensión, la

---

<sup>72</sup> En paralelo con esto Meredith (1995) subraya que la conceptualización de conocimiento de contenido pedagógico de Shulman contempla al profesor ante todo como un transmisor de contenidos, no dando cabida a visiones alternativas de la enseñanza donde, por ejemplo, los alumnos sean aprendices autónomos construyendo o reconstruyendo su propia comprensión de la materia a través del trabajo colaborativo en grupos y en actividades investigativas (p.176).

transformación, donde es clara la visión del conocimiento profesional *para* la práctica; incluso en las fases de interacción y gestión no se refleja un posible aprendizaje del profesor en las mismas. El conocimiento profesional que se pueda adquirir desde la práctica parece relegado a la reflexión a posteriori (5ª fase).

Frente a la teoría de Shulman y sus colaboradores sobre el contenido del conocimiento profesional, y precisamente intentando superar las deficiencias que se le atribuyen, otros autores han planteado otros modelos que intentan recoger el conocimiento profesional que proviene de la práctica. Nos centraremos en dos modelos: el de Blanco, Mellado y Ruiz (1995) y el de Porlán y Rivero (1998).

Blanco, Mellado y Ruiz (1995) integran en su concreción del conocimiento profesional del profesor, por un lado, sobre qué versa ese conocimiento y, por otro, de dónde proviene. Así, diferencian dos componentes en el conocimiento profesional del profesor: una *componente estática* que recoge el conocimiento académico (aquellos aspectos independientes de la persona concreta que enseña y del contexto en que se desarrolla la enseñanza) y una *componente dinámica* ligada a la práctica. De este modo, la componente dinámica es para estos autores *la parte del conocimiento profesional que se genera y evoluciona a partir de los propios conocimientos, creencias y actitudes, que requiere una implicación personal, y que evoluciona mediante un proceso dialéctico entre la teoría asimilada y la práctica desarrollada, todo ello en un proceso de reflexión-acción* (p.433). El conocimiento didáctico del contenido es para ellos, además, fruto de la integración de las componentes del conocimiento profesional, que se produce con la experiencia y el desarrollo de la componente dinámica.

El modelo de Porlán y Rivero (1998), por su parte, diferencia el conocimiento profesional dominante (el que mayoritariamente existe) del deseable. En el conocimiento profesional dominante se pueden distinguir cuatro *tipos* de conocimiento: los *saberes basados en la experiencia*, las *rutinas y guiones de acción*, los *saberes académicos*, y las *teorías implícitas*. Los dos primeros recogen la fuente experiencial, el primero lo que de manera consciente el profesor aprende de la experiencia y el segundo el conjunto de esquemas tácitos que se elaboran a partir de ésta. Por otro lado, el conocimiento profesional deseable se nutre de tres fuentes (ya



referidas anteriormente): los *saberes metadisciplinarios*, los *saberes disciplinarios básicos* y la *experiencia profesional*. La tercera fuente recoge explícitamente el conocimiento profesional que proviene de la experiencia. En paralelo al modelo de Blanco et al. (op. citada) la práctica no sólo interviene como fuente del conocimiento profesional, sino que el *conocimiento práctico profesional [...] es la resultante de un complejo proceso de interacciones e integraciones de diferente nivel y naturaleza, organizado en torno a problemas de la práctica profesional* (Rozada, 1996) (Porlán y Rivero, 1998, p.86-87). La integración y transformación de los saberes formalizados y la experiencia profesional, a través de los problemas prácticos, llevará al establecimiento de unas “teorías prácticas” *que son las que orientan y dirigen su acción* (Azcárate, 1999a).

Otras caracterizaciones anteriores del conocimiento profesional (entre ellas las de Elbaz, 1983; Leinhardt et al., 1985, 1986, 1991; Putnam y Leinhardt, 1986; Tamir, 1991) recogían una componente práctica del conocimiento del profesor, proponiendo algunas de ellas una organización de dicha componente (como los trabajos de Elbaz y Leinhardt y sus colaboradores, con claras similitudes)<sup>73</sup>. Algunas de ellas serán abordadas en el epígrafe que sigue (en torno a su naturaleza práctica).

Para finalizar esta perspectiva general de la diferenciación del contenido del conocimiento profesional nos gustaría señalar que encontramos un valor importante en las componentes propuestas por Shulman en cuanto a que materializan el conocimiento profesional específico de la enseñanza de la materia. No obstante, apreciamos como principal aportación de los modelos alternativos el hecho de dar cabida a otras componentes u a otro contenido del conocimiento del profesor relacionados con la práctica.

En este trabajo hemos considerado una categorización del conocimiento profesional del profesor que si bien se nutre fundamentalmente del modelo de Shulman, busca definir las componentes que más nos interesan integrando su vertiente estática y dinámica. Esto es, intentando recoger en ellas el conocimiento profesional *desde la*

---

<sup>73</sup> De hecho, Serrazina (1998, p.94) sitúa el modelo de Shulman (1986) como una reacción a la investigación en el conocimiento profesional que valoraba casi exclusivamente la práctica (Elbaz, 1983; Clandinin, 1986).

práctica. A continuación presentamos dicha categorización, detallando lo relativo al conocimiento de contenido y didáctico del contenido, en los que focalizaremos nuestro estudio en relación con el conocimiento profesional.

### *Categorización del conocimiento profesional*

El papel en nuestro trabajo de una categorización del conocimiento profesional persigue fines más prácticos (para la investigación) que teóricos (desarrollar un modelo teórico del conocimiento profesional). Nuestra finalidad a este respecto es clarificar qué consideramos dentro del conocimiento profesional del profesor para, por un lado, poder indagar y discutir con I (la maestra del estudio) sobre cuál es el conocimiento profesional que considera debe tener el maestro de Primaria para la enseñanza de la matemática y, por otro lado, estudiar cuál es el papel de su conocimiento en su desarrollo profesional.

Con este objetivo y buscando centrar nuestra atención en el contenido del conocimiento del profesor más relacionado con la matemática y su enseñanza, nos es de utilidad la distinción básica de Shulman en conocimiento de contenido y didáctico del contenido. Hemos intentado diferenciar ésta y otras componentes, concretando en el caso de las dos mencionadas el conocimiento *desde* la práctica del profesor e integrando el *saber hacer*.

Las categorías diferenciadas son las que siguen:

**A) CONOCIMIENTOS:**

- *Conocimiento de contenido* (desde la perspectiva de la enseñanza), diferenciando conocimiento *de* matemáticas y *sobre* matemáticas (en la línea de Ball).
- *Conocimiento didáctico del contenido* referido al aprendizaje de los alumnos en matemáticas.
- *Conocimiento didáctico del contenido* referido a cómo promover y facilitar el aprendizaje de los alumnos en matemáticas.
- *Conocimiento del currículo matemático* (objetivos, contenidos, finalidades, evaluación...). Un referente importante, aunque no el único, lo constituiría el currículo oficial establecido por las Administraciones educativas.
- *Conocimiento psico-pedagógico general* (sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y sobre las características de la franja de edad de los alumnos, no específico de la matemática).
- *Conocimiento del contexto escolar* (general -cómo funciona un centro, cuáles son las distintas funciones de sus componentes...- y concretas del contexto en que se desarrolla su labor).
- *Otros conocimientos.*

Cuadro 2.1: Categorización del conocimiento profesional. Conocimientos.

**B) CONCEPCIONES:**

- sobre la matemática
- sobre la matemática escolar
- sobre la enseñanza
- sobre el aprendizaje
- sobre la enseñanza de la matemática
- sobre el aprendizaje de la matemática
- sobre “el mundo” (filosofía personal o cosmovisión del profesor)
- otras concepciones

Cuadro 2.2: Categorización del conocimiento profesional. Concepciones.

**C) ACTITUDES:**

- hacia la matemática
- hacia la enseñanza
- hacia la enseñanza de la matemática
- hacia los niños como aprendices
- hacia las características personales de los niños
- hacia sí mismo
- otras actitudes

Cuadro 2.3: Categorización del conocimiento profesional. Actitudes.

**D) CAPACIDADES<sup>74</sup>:**

- d.1) habilidad para reflexionar
- d.2) capacidad para la autocrítica
- d.3) capacidad para compartir ideas
- d.4) capacidad para respetar las ideas de los demás
- d.5) habilidad para trabajar en grupo
- d.6) capacidad para tomar decisiones y responsabilizarse de ellas
- d.7) capacidad para comunicar sus propias ideas sobre matemáticas
- d.8) habilidad para distinguir el modo idiosincrásico de pensamiento que posee cada alumno
- d.9) destreza para diferenciar las tareas dependiendo del nivel de los alumnos
- d.10) destreza para diseñar materiales de acuerdo con objetivos previamente determinados
- d.11) destreza para organizar el currículo
- d.12) habilidad para analizar críticamente materiales publicados

<sup>74</sup> Proviene de Carrillo (en prensa) para quienes estas capacidades actúan como *dinamizadores de la autonomía profesional, reparadores de posibles lagunas (matemáticas o pedagógicas), metaherramientas de aprendizaje (siendo probable que sean más duraderas que el conocimiento específico de cualquiera de las disciplinas que componen la formación, pues gestionan y orientan nuevos aprendizajes), y edificadores de sólidas concepciones (previenen las concepciones propias del cambio procedente de una enculturación irreflexiva)*. Además, se organizan en torno a categorías (en sintonía con las demandas profesionales de la LOGSE): *profesional reflexivo, competente socialmente, con capacidad para la toma de decisiones, conocedor del contenido de manera significativa, sensible a las diferencias individuales, técnico del currículum y dinamizador del grupo*. Hay algunas capacidades de las señaladas por este autor que no han sido diferenciadas por considerarse claramente en algunas componentes anteriormente señaladas. Por otro lado, hemos (Continúa en página siguiente)

- d.13) destreza a la hora de abordar problemas (pedagógicos y propios de la materia a enseñar)
- d.14) habilidad para orientar a los alumnos
- d.15) otras capacidades

Cuadro 2.4: Categorización del conocimiento profesional. Capacidades.

La presentación anterior de las categorías responde sobre todo al objetivo de indagar sobre el conocimiento profesional que I considera deseable para la enseñanza de la matemática en Primaria (de ahí dejar abierta siempre las categorías a otros posibles elementos<sup>75</sup>). Como veremos en el capítulo metodológico (III.3.4), esta categorización nos sirve de base para analizar, interpretar y profundizar en las ideas de I sobre dicho conocimiento deseable

Por lo que respecta al estudio del conocimiento profesional de I en relación con su desarrollo nos hemos fijado en su conocimiento de contenido y didáctico del contenido y, en lo que se refiere a ellos, sí hemos intentado concretar más y considerar la componente dinámica<sup>76</sup>.

*El conocimiento del contenido, el conocimiento didáctico del contenido y la relación entre ambos*

---

diferenciado aquí algunas que si bien estarían incluidas dentro del conocimiento didáctico del contenido (como después veremos) nos parece importante subrayar de este modo (d.8-d.13).

<sup>75</sup> En la línea de lo señalado sobre la finalidad más práctica que teórica de dicha categorización, no hemos perseguido hacer un análisis exhaustivo del contenido del conocimiento profesional del maestro para la enseñanza de la matemática. Nuestra intención ha sido, por el contrario, pensar en organizadores que nos permitieran profundizar sobre las ideas de la maestra (qué consideraba necesario y qué no, y a qué se refería con lo que consideraba necesario). De ahí también que en esta categorización incluyamos (aunque diferenciadas del conocimiento) las concepciones del maestro, y que incluyamos aspectos (las actitudes) que no van a ser foco en nuestro estudio.

<sup>76</sup> El conocimiento del currículo matemático escolar y sus fundamentos (sus fines, su estructura, sus elementos definitorios) completarían este conocimiento profesional más específico a la materia, si bien éste ha sido objeto de estudio en nuestra investigación en menor medida.

Coincidimos con los autores que, según exponíamos en el apartado anterior, defendían que el conocimiento de contenido que tiene sentido considerar en el profesor (respecto de la enseñanza de la matemática) es un conocimiento no sólo cuantitativa sino, sobre todo, cualitativamente distinto del conocimiento disciplinar por sí.

Por otra parte, la distinción en conocimiento *de* y *sobre* matemáticas nos parece relevante para describir con más detalle (e interpretar en nuestra investigación) su contenido.

En el conocimiento *de* matemáticas consideramos<sup>77</sup> el conjunto de conceptos y procedimientos matemáticos, tanto los estructurantes de la materia (esto es, los que no se circunscriben a unos contenidos matemáticos específicos sino que se refieren a la matemática en general) como los más específicos o locales de unos contenidos concretos<sup>78</sup>; los hechos; las propiedades y relaciones; los significados que los sustentan<sup>79</sup>; sus representaciones; y las relaciones entre los contenidos.

En el conocimiento *sobre* matemáticas incluimos conocimiento conceptual, sobre las propias normas de sintaxis, y conocimiento procedimental, saber hacer matemáticas,

---

<sup>77</sup> Tanto esta consideración del contenido del conocimiento *de* matemáticas como de las demás componentes que a continuación concretamos se han desarrollado a lo largo del estudio con la reflexión sobre las contribuciones teóricas de algunos autores (entre otras las concreciones de estas componentes de Marks, 1989, Ball y MacDiamird, 1990, Llinares, 1991) y sobre lo observado en el propio estudio de caso.

<sup>78</sup> En paralelo a la distinción entre conceptos estructurantes o *principios* y *conceptos específicos*. Los primeros son “*conceptos muy generales, de un gran nivel de abstracción, que suelen subyacer a la organización conceptual de un área, aunque no siempre se hagan lo suficientemente explícitos*”. Uno de estos principios sería el de la igualdad en Matemáticas. “*Son algo más que conceptos específicos, puntuales, que puedan ser objeto de estudio en una unidad o bloque de temas. Son principios que atraviesan todos los contenidos de esas materias y cuya comprensión plena debe ser uno de los objetivos esenciales de su inclusión en la educación obligatoria. Difícilmente se pueden comprender nociones más específicas si no se dominan esos principios*” (Pozo, 1992, pp. 26-28). En la misma línea consideramos que también se pueden diferenciar procedimientos generales (como clasificar) de otros específicos.

<sup>79</sup> Esto es muy importante desde el punto de vista del conocimiento de matemáticas para su enseñanza. Escudriñar sus fundamentos es una de las claves para poder “discernir sus elementos constituyentes” (en referencia a la apreciación de Ball, 2000, antes mencionada).

además de conocimiento sobre la evolución de la disciplina y su relación con otros campos. Estaría incluido en éste:

- ✓ Conocimiento de qué son axiomas, definiciones, proposiciones..., qué relación hay entre ellos, qué papel juegan en la construcción de la matemática, cuál es el papel del convenio (conceptuales), así como saber distinguir convenciones de procesos de construcción lógica (Ball y McDiamird, 1990) (contenido procedimental).
- ✓ Formulación de conjeturas (uso de casos concretos, tanteo sistemático y aleatorio...).
- ✓ Procedimientos de validación: cuáles son las características de una demostración matemática, diferenciar procesos de argumentación que constituyen demostraciones de los que no, conocer y saber realizar distintos tipos de demostración –como la reducción al absurdo, el principio de inducción, el estudio de casos límite, por ejemplo–, estrategias personales de demostración, cuál es el valor de ejemplos y contraejemplos.
- ✓ Buscar regularidades.
- ✓ Justificar afirmaciones.
- ✓ Generalizar<sup>80</sup>.
- ✓ Resolución de problemas<sup>81</sup>.
- ✓ Conocimiento sobre cómo han evolucionado los distintos contenidos en la historia de la disciplina (Ball y McDiamird, 1990).
- ✓ Relación del contenido matemático con otros campos (Ball y McDiamird, 1990) y aplicaciones del conocimiento matemático.

---

<sup>80</sup> Formular conjeturas, validarlas, buscar regularidades, justificar afirmaciones y buscar generalizaciones son para Ball y MacDiamird las actividades fundamentales de la matemática, con los que coincidimos. Algunas de ellas pueden parecer más tareas que conocimiento si bien consideramos que constituyen un saber hacer que puede aprenderse.

En el conocimiento didáctico del contenido respecto de la enseñanza consideramos, entre otros, el conocimiento y uso de recursos y modelos, el conocimiento de distintos modos de representar el contenido y su potencialidad, destrezas para evaluar las tareas en función de los alumnos<sup>82</sup>, la habilidad para analizar críticamente materiales publicados, el diseño y selección de actividades, la adecuación de éstas a las características de sus alumnos, la gestión de la actividad matemática en el aula (la capacidad para plantear situaciones que reten a los alumnos y se adecuen al transcurso de la acción, saber ofrecer ayudas adecuadas, la capacidad para mantener la actividad...) y la evaluación del aprendizaje matemático.

En el conocimiento didáctico del contenido respecto del aprendizaje, el conocimiento de características, dificultades y obstáculos en el aprendizaje de contenidos matemáticos (tanto locales como capacidades generales del razonamiento matemático), la habilidad para interpretar el aprendizaje de los alumnos a partir de sus manifestaciones y el conocimiento del modo en que aprenden sus alumnos concretos.

En los elementos anteriores del conocimiento didáctico del contenido se refleja la fuerte ligazón entre éste y el conocimiento de contenido. La habilidad para analizar críticamente materiales publicados estará en gran medida en función de la riqueza del conocimiento de contenido del profesor (aunque no sólo), o el análisis de dificultades, obstáculos y preconcepciones de los alumnos en relación con los contenidos va parejo también a la profundización en el propio contenido (para su enseñanza). Esta ligazón es señalada por diversos autores (Cooney, 1994; Llinares y Sánchez, 1996; García, 1997<sup>83</sup>; Ball, 2000). Por otra parte, la dificultad para

---

<sup>81</sup> General, no asociada a tópicos concretos.

<sup>82</sup> Como puede observarse aparecen aquí algunas de las capacidades que diferenciábamos en la categorización anterior.

<sup>83</sup> Esta autora organiza su revisión sobre la investigación en el conocimiento profesional del profesor en torno a tres perspectivas (aprender a enseñar, trabajo profesional y perspectiva cognitiva) y tres relaciones transversales. Estas relaciones transversales ponen de manifiesto la ligazón entre el conocimiento profesional y la práctica, entre éste y las concepciones, y entre el conocimiento de contenido y didáctico del contenido.



diferenciar en ocasiones entre concepciones y conocimiento profesional también surge repetidamente, por ejemplo en lo que concierne al conocimiento sobre matemáticas (que incluye el conocimiento de cómo evoluciona la disciplina) y las concepciones sobre ésta.

En este punto, coincidimos con Marks (1991) en que sin un contenido matemático rico parece difícil desarrollar conocimiento didáctico de contenido específico en matemáticas. Identificamos más la construcción del conocimiento de contenido por parte del profesor como un proceso de *interpretación* (o transformación de la materia en formas que facilitan su aprendizaje) que de *especificación* (o aplicación del conocimiento pedagógico general a la enseñanza de la materia) (Marks, op. citada)<sup>84</sup>. Si bien no creemos que el único punto de partida para la construcción de dicho conocimiento sea el análisis de la materia para su enseñanza (como parece reflejar la especificación), el propio análisis del aprendizaje del alumno durante o tras la interacción en el aula puede ser el punto de partida (en un análisis muy cercano al de los propios contenidos).

El conocimiento didáctico del contenido incluiría para nosotros los resultados de las investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática (Llinares, 1998), si bien éste puede ser un conocimiento que provenga de la práctica. En este sentido, Blanco (1991d), en su estudio de profesores expertos (de E.G.B), obtiene cómo algunas consideraciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos (como el principio de variabilidad de Dienes<sup>85</sup>) forman parte del conocimiento práctico del profesor.

---

<sup>84</sup> Lo que no quita para que reconozcamos la necesidad y utilidad del conocimiento psico-pedagógico general para alumbrar algunas cuestiones de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

<sup>85</sup> *Los conceptos que encierran más de una variable deben ser estudiados mediante experiencias que supongan el mayor número de experiencias posibles de aquéllas (Dienes, 1970, p. 31)* (citado en Blanco, 1991d, p.192). Una de las maestras del estudio recoge este principio en su conocimiento práctico (sus bases), de modo que en su práctica intencionadamente pone de manifiesto todas las variables que subyacen en un concepto matemático. El autor identifica diversas referencias del conocimiento práctico de los profesores expertos que se relacionan con aportaciones teóricas de la Didáctica de la Matemática.

Numerosos estudios han abordado la incidencia del conocimiento de contenido y didáctico del contenido sobre la práctica. Entre los primeros hay investigaciones que destacan las consecuencias sobre la enseñanza de carencias en el conocimiento del contenido por parte del profesor (como la de Hashew, 1985<sup>86</sup>).

Manouchehri (1996) ha señalado que las habilidades para crear y sostener un discurso productivo en el aula están básicamente relacionadas con el dominio de los aspectos conceptuales de la disciplina y el conocimiento de múltiples representaciones e interrelaciones entre las diferentes estructuras matemáticas (citado en Manouchehri, 1997).

### **II.2.2. Naturaleza del conocimiento profesional**

Destacaremos las principales características que le han sido atribuidas al conocimiento profesional del profesor por distintos investigadores, adentrándonos sobre todo en la discusión sobre su naturaleza práctica.

#### *Situado y contextualizado*

El conocimiento profesional está ligado a los contextos profesionales. Esto no sólo afecta al modo en que se genera, sino también al modo en que se conserva (de manera que el contexto donde se desarrolla el conocimiento entra a formar parte del mismo) (García, 1997).

La perspectiva del aprendizaje situado aplicada al conocimiento profesional hace cobrar relevancia a la actividad a través de la cual se aprende a enseñar, formando parte de y caracterizando lo que se aprende. De este modo, para Llinares (1994), el

---

<sup>86</sup> Este autor concluye que las respuestas de los profesores... indicaron que su desconocimiento no permitía detectar o corregir las preconcepciones de los estudiantes, utilizar valiosas oportunidades para explorar lagunas o discutir... otros conceptos, para interpretar correctamente los comentarios llenos de sentido de los estudiantes, y para manejar las dificultades de la clase (p. 205) (citado en Ringstaff, 1987, p. 4).

conocimiento es situado y es un producto de la actividad, el contexto y la cultura en que se desarrolla y emplea. Las implicaciones para el análisis de aprender a enseñar (referido a la formación inicial) serían considerar que el aprendizaje ocurre a través de procesos activos en un contexto y con una actividad, ese contexto incide en el significado que los estudiantes para profesor otorgan a la actividad (tomando como referencia sus concepciones y conocimientos previos), y los estudiantes para profesor pueden modificar, ampliar los conceptos como consecuencia de utilizarlos en actividades contextualizadas (Llinares, 1994, p. 325).

Desde la perspectiva del aprendizaje situado (enfoque dentro del aprendizaje constructivo que enfatiza el carácter social del aprendizaje), además, el aprendizaje no está simplemente situado (“localizado en el espacio y en el tiempo”) en la práctica, sino que es considerado (el aprendizaje) una parte integral de toda actividad. *Hay un contraste significativo entre una teoría del aprendizaje en que la práctica (en un sentido amplio, replicativo) es incluida dentro del proceso de aprendizaje y una en que el aprendizaje es tomado como un aspecto integral de la práctica (en un sentido histórico, generativo)* (Lave y Wenger, 1991, p. 34-35).

Aplicar el calificativo de *situado*<sup>87</sup> al conocimiento profesional del profesor implicaría considerar la comunidad educativa, el entorno donde desarrolla el profesor su labor, como una comunidad de práctica, donde la actividad de sus miembros, entre ellos los profesores, integra su aprendizaje. El aprendizaje y el conocimiento del profesor serían contemplados no como procesos individuales sino participados y compartidos socialmente por los miembros de la comunidad. Aprender y conocer serían vistos como partes de la práctica social (Matos, 2000).

Este último enfoque desplazaría la atención del conocimiento como aprendizaje de destrezas (meta del enfoque cognitivo) a la participación exitosa en la actividad

---

<sup>87</sup> La discusión sobre su carácter situado aporta elementos interesantes a la consideración del conocimiento profesional y, sobre todo, su generación y desarrollo (aspectos relevantes para nuestra investigación).

social organizada y el desarrollo de las identidades de los profesores como aprendices (enfoque situacional) (Greeno, 1997, citado en Carrillo, 2000)<sup>88</sup>.

La consideración del conocimiento y aprendizaje del profesor como situado está relacionado con su carácter social e individual.

### *Social e individual*

Para Ponte (1994a) todo nuestro conocimiento, incluyendo creencias y concepciones, tiene raíces sociales en nuestra actividad y se conforman por nuestra experiencia. Hay un margen sin embargo para el individuo, que puede ser ampliado por la reflexión consciente. Las acciones específicas son interpretadas en un marco de concepciones existentes actuando en un mundo de experiencia dado que posibilita dar sentido a las situaciones y elegir entre alternativas (p. 202).

### *Personal*

El conocimiento profesional del profesor es propio del individuo y diferente del de otro profesor; depende de sus concepciones, valores y actitudes (Blanco, Mellado y Ruiz, 1995), recoge su experiencia (no sólo docente sino también vital). Es idiosincrásico, característico de cada individuo. No quiere decir esto que no se pueda comunicar a los demás, ni que esté aislado de la sociedad y las circunstancias en las que vive el individuo (Clandinin y Connelly, 1988)<sup>89</sup>. Este aspecto pone el énfasis en el elevado margen de individualización que posee, con las características propias que le imprime el profesor.

---

<sup>88</sup> En esta línea revisaremos algunas perspectivas del desarrollo profesional que integran y priman el desarrollo de esta identidad profesional (en II.3).

<sup>89</sup> En la línea de la naturaleza social del conocimiento del profesor (recogida también en la perspectiva situada), Marrero (1992) señala que considerarlo *personal* significa un reduccionismo de la cognición (Continúa en página siguiente)

*Dinámico, integrado y complejo*

Es cambiante, en evolución continua (Elbaz, 1983). El conocimiento del profesor crece a través de las interacciones con los alumnos, las experiencias profesionales... La adquisición de conocimiento es un proceso (Fennema y Franke, 1992)<sup>90</sup>.

Integrador de diversos saberes, constituyendo un sistema en el que los elementos son difíciles de aislar.

*Parcialmente tácito*

Puede tener una fuerte componente tácita. El conocimiento práctico común es para Schön (1983, 1987) un conocimiento tácito o *saber desde la acción* (donde nos encontramos con acciones, reconocimientos y juicios que sabemos cómo llevar a cabo espontáneamente; no somos conscientes de haberlos aprendido; fuimos conscientes algunas vez de las comprensiones que conllevan pero han llegado a ser internalizadas en nuestra sensación de la acción misma o, en algunos casos, no fuimos conscientes nunca de ellas; normalmente no somos capaces de describir el saber que nuestra acción revela –Schön, 1998, p.60-). La reflexión desde la acción puede permitir convertir *saber desde la acción* en *conocimiento desde la acción* –o *teoría desde la acción*– (consciente). Este conocimiento tácito se desarrolla sobre todo con la experiencia. Cuanto mayor es el repertorio de casos, expectativas, imágenes y técnicas del profesional, su saber tácito es mayor y más espontáneo. Esto

---

a lo estrictamente personal. Para nosotros, la doble perspectiva social-individual que señala Ponte (op. citada) da cabida a su carácter personal sin dejar de reconocer su fuerte componente social.

<sup>90</sup> Estas autoras destacan que *lo importante no es qué conocimiento se posee, sino que el proceso continúa. El reto es conocer cómo crece y cambia el conocimiento y descubrir qué experiencias contribuyen a este crecimiento.* (Fennema y Franke, 1992, p. 161) Además, afirman que el grado de cambio depende del conocimiento base del profesor, su complejidad, sus interrelaciones, y la especificidad del conocimiento válido en el contexto.

hace más rico su conocimiento profesional, aunque corre el peligro de que se produzca *sobreaprendizaje* (cuando se pierde la capacidad de sorpresa, despreciándose los casos que se salen de las normas y perdiéndose oportunidades de pensar sobre lo que se hace). La reflexión sobre la acción puede ser un correctivo del *sobreaprendizaje*.

Como veíamos en el epígrafe anterior (II.2.1), numerosos autores incorporan este conocimiento tácito al contenido del conocimiento profesional, especialmente aquellos que recogen el conocimiento que proviene de la práctica. Las consideraciones de Calderhead (1988) y las rutinas y guiones de acción de Porlán y Rivero (1998) reflejaban esta incorporación. Los modelos de Elbaz y Leinhardt (que veremos en referencia al conocimiento práctico) también recogen en parte este conocimiento tácito.

### *Práctico*

La interpretación del conocimiento profesional como un conocimiento práctico tiene distintos significados a los que intentaremos acercarnos.

Parece claro que el conocimiento profesional es un conocimiento *para* la práctica, para aplicar en la práctica docente. Es en el contexto de la práctica docente donde se activa, se valida y se muestra la utilidad de éste. No quiere decir esto que el conocimiento que “pone en práctica” el profesor es el que constituye (exclusivamente) su conocimiento profesional. El conocimiento profesional del profesor (como todo lo que *sabe* y *sabe hacer* respecto de la enseñanza de la materia) será una amalgama con conocimientos o destrezas en distinto nivel de asentamiento, de integración y de accesibilidad o activación en la práctica. Puede haber conocimientos “latentes” pero que no se activan normalmente<sup>91</sup>. Desde nuestra perspectiva podríamos decir que es para la práctica en último término.

---

<sup>91</sup> Carrillo (1999b) se refiere a estos conocimientos “latentes”: *el conocimiento calificado de práctico parece centrarse, a la hora de su evaluación, en instantes congelados, lo que se pone en práctica en ese o esos momentos, depreciando la posibilidad de lo que puede llamarse “conocimiento activable”*. (Continúa en página siguiente)

¿Es un conocimiento también *desde* la práctica, esto es, que se genera en ésta? Esta es una cuestión relacionada con su origen y generación.

Como hemos visto, algunas caracterizaciones del conocimiento profesional enfatizan la práctica (o la experiencia) como fuente del conocimiento profesional. De este modo, aunque se admiten aportaciones externas a ésta (las aportaciones que podrían ser consideradas más “teóricas” de las disciplinas de referencia –matemática y didáctica de la matemática, en nuestro caso, psicología, pedagogía, sociología...-), parece que en último término estas aportaciones se integran en el conocimiento profesional cuando a través de la práctica el profesor las dota de sentido profesional, las hace activas.

Como señala García (1997), los trabajos de Elbaz (1983) y Schön (1983) fueron el punto de partida de una serie de investigaciones que reconocen que los profesores poseen un conocimiento como resultado de su formación y experiencia. La *epistemología de la práctica* (Schön, 1983, 1987) considera la práctica y la reflexión sobre la práctica como vía de desarrollo del conocimiento del profesor.

En la caracterización del conocimiento profesional del profesor de Clandinin y Conelly (1988), donde se destacan las imágenes del profesor como contenido de ese conocimiento, la práctica es desde la que se generan y a través de la que se desarrollan esas imágenes. Las imágenes del profesor podrían ser entendidas como su referente respecto de algún aspecto relacionado con la enseñanza (por ejemplo, en el caso que analizan en el artículo citado, la “imagen de comunidad” de un profesor: qué representa una comunidad, cuáles son sus funciones, sus beneficios, cuál es el papel de la escuela dentro de la comunidad...). La experiencia del profesor (no restringida a la experiencia profesional, sino incluyendo también su experiencia vital y los antecedentes socio-históricos de ésta que la configuran) origina sus imágenes,

---

*Con ello me refiero a aquellos elementos ocultos que, en determinadas circunstancias (otra cultura escolar...) pueden hacerse visibles* (p.6). Inspirados por esta idea, no sólo asociamos este conocimiento al que podría activarse en otros contextos, sino también a aquél que posee el profesor (o futuro profesor) y que podría activarse en los mismos contextos si estuviera más integrado en su conocimiento “activo”.

que dirigen su práctica. Las acciones de los profesores *son acciones de conocimiento. Son al tiempo expresión y origen del conocimiento personal del actor* (p. 40). Se entiende la imagen como *una forma sumativa de experiencia; como el modo en que la persona recoge experiencia de forma efectiva y significativa para hacer frente a sus situaciones prácticas* (p. 50). Desde esta perspectiva la práctica es tanto origen como fin del conocimiento profesional del profesor. El *conocimiento práctico personal* del profesor es, además, visible sólo en la práctica, *solamente aparece en acción* (p. 50).

Esta calificación del conocimiento profesional como un conocimiento “práctico”, podría relacionarse con la distinción entre conocimiento teórico y conocimiento práctico, el primero proveniente de una teoría, fundamentado, que se desarrolla al margen de toda aplicación y, el segundo, relativo a la propia aplicación. La consideración del conocimiento profesional del profesor como un conocimiento práctico quiere destacar su ligazón a la práctica docente, su nexo especial con ésta, pero no pretende (por parte de la mayoría de los autores que quieren destacar esta relación) reflejar su acepción de oposición a la teoría. Por el contrario, se destaca repetidamente la necesidad de que este conocimiento esté fundamentado en una teoría (y a su vez dicha teoría esté ligada a la práctica).

Para Carrillo (1999b, p.3), el profesor necesita de un marco teórico que le sirva para dar sentido a su experiencia educativa, pues la mera experiencia no sirve para producir aprendizajes. Además, el conocimiento que suscita en ocasiones la experiencia es un conocimiento mecánico, no profesional (en el sentido de reflexivo, problematizado, fundamentado, y con el significado que Elstgeest, Goffree y Harlen –1993- atribuyen al conocimiento profesional).

En el mismo sentido se pronuncia Ponte (1994a), para quien el conocimiento profesional es esencialmente conocimiento en acción, basado sobre conocimiento teórico, experiencia y reflexión sobre la experiencia. De este modo, se relaciona la reflexión, la práctica y la teoría de manera que la reflexión sobre la práctica permite la *identificación de marcos teóricos relevantes para el análisis de las situaciones prácticas*. A su vez esta teoría permite la reflexión sobre la práctica (Ponte, 1994b).



Para Azcárate (1999a), el conocimiento profesional es un conocimiento para la práctica, *que se activa y elabora durante su propia intervención práctica*. Este conocimiento se sitúa *en un plano epistemológico intermedio entre el conocimiento académico (naturaleza teórica) y el experiencial (naturaleza práctica)*, diferenciándose de esta manera del último. Es un saber *de naturaleza práctica, integrador de otros muchos conocimientos, que se caracteriza por la elaboración de una “teorías prácticas” que son las que orientan y dirigen su acción*. [...] *La idea de práctica no la utilizamos en el sentido de simple actuación, de un saber-hacer irreflexivo o inconsciente, sino en el de “praxis”, es decir, en el de una acción fundamentada y transformadora* (pp. 114-115). Se trata de una acción reflexiva, crítica y autónoma. Desde la perspectiva de esta autora, el *saber práctico profesional*, constituido por las *teorías prácticas*, es el producto de la integración de aspectos ideológicos, científicos, cotidianos... produciendo conocimientos útiles para resolver problemas profesionales. El conocimiento profesional se genera entonces en la práctica (en la resolución de problemas profesionales), como resultado de la interacción e integración de conocimientos que provienen de distintas fuentes (disciplinares, metadisciplinares y fenomenológicas –la experiencia-).

Parece claro que no se identifica experiencia con conocimiento y la reflexión es la clave para mediar entre teoría y experiencia<sup>92</sup>. Como señala Rusell (1994):

*Aprender de la experiencia no es simple ni directo y ciertamente no automático* (p. 205).

En definitiva, coincidimos con Carrillo (1999b) en que el conocimiento profesional *se organiza planteando de forma interactiva lo que se piensa, lo que se vive y lo que*

---

<sup>92</sup> No oponemos teoría a práctica sino a experiencia acrítica. La práctica profesional tiene su teoría y su práctica (como la investigación tiene su teoría y su práctica, por lo que la asociación de investigación con teoría, y docencia con práctica nos parece incorrecta) (Climent y Carrillo, 2002). Marrero (1992) defiende la denominación de *experiencial* relativa al conocimiento profesional frente a la de *práctico*, para destacar el contenido y la fuente que parece prioritaria (la experiencia), identificando estos autores el saber práctico con el “saber hacer” (frente al saber teórico o técnico). Desde esta perspectiva, decir que el conocimiento del profesor es práctico significa restringir la capacidad de pensar y conocer más allá del saber hacer. Esta acepción de práctico no coincide, creemos, con la de la mayoría de los autores a que nos referimos, que abogan por un saber hacer reflexivo.

*se lee. Es necesario leer teorías, tener experiencias, reflexionar sobre ellas y contrastarlas con las teorías. O quizás reflexionar, leer teorías y luego tener experiencias. Hay diversas combinaciones de estos tres elementos que posiblemente tengamos que definir. Quizás sean oportunas (dependiendo de los contextos) varias de las combinaciones posibles.*

El carácter práctico del conocimiento profesional ha sido considerado explícitamente por algunos autores que han desarrollado modelos de organización de dicho conocimiento. Entre ellos destacamos los de Elbaz (1983) y Leinhardt y sus colaboradores. La primera distingue entre *reglas de la práctica* (como rutinas sobre qué hacer en situaciones prácticas frecuentes), *principios prácticos* (menos concisos y más ligados a los propósitos y a la dimensión personal de la práctica) e *imágenes* (de cómo debería ser la enseñanza, como metáforas de ésta). Por su parte, Leinhardt y sus colegas identifican tres tipos de esquemas en relación con el conocimiento de la estructura de la lección (que junto con el conocimiento de la materia constituye el conocimiento del profesor)<sup>93</sup>: *rutinas, agendas y scripts*. La agenda es el esquema más general de la sesión, su estructura global. Son dinámicas (pueden modificarse durante el transcurso de la acción). La rutina se sitúa en el nivel más concreto, permitiendo una actuación relativamente automática. En un nivel intermedio se sitúan los scripts, un conjunto de objetivos y acciones para una lección, ligados al contenido a ser enseñado (esto es, específicos de cada tópico)<sup>94</sup>. El paralelismo entre las reglas de la práctica y las rutinas parece claro. Las imágenes y las agendas, como señala Serrazina (1998), guardan cierto paralelismo, si bien las imágenes parecen

---

<sup>93</sup> El conocimiento de la estructura de la lección es la comprensión de cómo planear e implementar la lección, mientras que el conocimiento de la materia se refiere a la comprensión del contenido a ser enseñado. Esta diferenciación se refiere más al contenido que a la naturaleza del conocimiento profesional, si bien nos parece interesante aclararla para comprender el modelo propuesto (que sí destaca la naturaleza práctica). Como señala Ponte (1994a), este modelo se refiere exclusivamente a la estructura u organización del pensamiento del profesor respecto de una lección (una sesión de clase), mientras que el de Elbaz se refiere a una perspectiva más general de la práctica, tomando en consideración más aspectos contextuales y personales.

<sup>94</sup> Serrazina señala el aumento de la flexibilidad de los scripts de las profesoras de su estudio como uno de los aspectos en que se observa su desarrollo profesional, cambiando para adecuarse a la interacción con los alumnos (p. 242).

más amplias, menos limitadas, y no dirigen la acción de manera tan clara como las agendas<sup>95</sup>.

Para terminar este apartado, nos gustaría reflejar en qué medida consideramos que hemos tenido en cuenta las características anteriores del conocimiento profesional en nuestro estudio. Como explicábamos en el capítulo I, en nuestro seguimiento del desarrollo profesional de I nos hemos centrado más en la vertiente individual que social de dicho proceso. En ese sentido, hemos considerado más el carácter individual que social del conocimiento profesional, aunque contemplando sus posibles raíces sociales y haciendo alusión a ellas cuando parecen claras (por ejemplo, aquellas ideas que parecen estar fuertemente arraigadas en la cultura escolar o en su pertenencia al proyecto de investigación colaborativa). En la misma línea, y relacionando el enfoque situado con la perspectiva social del aprendizaje, quizás hayamos recogido más en la investigación su carácter contextualizado que situado. Si consideramos la comunidad de aprendizaje que constituye el propio aula, el aprendizaje de I ha sido visto como parte constituyente de su práctica. No hemos considerado, por otro lado, más que de modo secundario la comunidad de práctica del proyecto de investigación colaborativa y del propio centro escolar.

La consideración de éste como un conocimiento personal y dinámico nos parece clara. Es a este conocimiento personal al que intentamos acercarnos (en relación con su desarrollo) ligado a sus concepciones, sus sentimientos hacia la materia y su enseñanza, su visión del mundo... Aunque con fines analíticos nos hemos centrado en y hemos diferenciado el conocimiento de contenido y didáctico del contenido de I, hemos pretendido considerar las interrelaciones entre éstos, y entre éstos y sus concepciones y sus prácticas.

No sabríamos decir en qué medida es posible y si nos hemos acercado al conocimiento tácito de I. Hemos considerado como fuentes de información

---

<sup>95</sup> Schoenfeld y sus colaboradores (Schoenfeld, 2000; Schoenfeld et al., 2000; Zimmerlin y Nelson, 2000) se basan en gran medida en los constructos de Leinhardt para analizar la práctica de profesores. En su modelo integran, además, el análisis del conocimiento profesional y las concepciones de los profesores (bebiendo del modelo de Shulman del conocimiento profesional). En el capítulo metodológico (III) abordaremos con más detalle este modelo.

declaraciones, producciones y observaciones de la maestra. De ahí hemos inferido rasgos de su conocimiento y, en la medida de lo posible, contrastado estas inferencias con su conciencia de ellas. Como veremos, nos interesa ver en qué medida su *saber en la acción* se convierte en *conocimiento en la acción*. Podremos de este modo acercarnos al *conocimiento simulado* de I (el que manifiesta cuando se le pregunta) y su *conocimiento en la acción* (el que pone en práctica). Sabemos que no podemos alcanzar su *conocimiento real* (Carrillo, Coriat y Oliveira, 1999), sólo obtener una aproximación de él a través de los anteriores.

Finalmente, en lo que se refiere a su carácter práctico, hemos estado sensibilizados sobre todo a en qué medida la práctica reflexiva genera conocimiento y en qué términos, y a indagar no sólo sobre las componentes estáticas de su conocimiento profesional sino también las dinámicas. No hemos considerado explícitamente los modelos de Elbaz o Leinhardt sobre la estructura del conocimiento práctico, si bien sí hemos observado la adecuación de sus esquemas a lo que surge en la interacción en el aula, esto es, la flexibilización de éstos.

La evolución y generación del conocimiento profesional están muy ligados al desarrollo profesional, el foco fundamental de nuestra investigación y que a continuación abordamos.

### **II.3. DESARROLLO PROFESIONAL**

En esta sección presentamos y discutimos los principales referentes teóricos que nos han servido de base para diseñar y enmarcar nuestra investigación respecto de su foco principal: el desarrollo profesional de I como maestra de Primaria (desarrollo respecto de la enseñanza de la matemática).

El panorama que presenta la investigación a este respecto es más confuso, ambiguo y dispar que respecto de los dos pilares teóricos abordados en las anteriores secciones (conocimiento profesional y concepciones). Desde nuestro punto de vista se aprecia cómo, aunque hay diferencias de posicionamientos sobre, por ejemplo, qué se

engloba bajo el término concepción, la distinción entre concepciones y creencias, o si las concepciones se consideran conocimiento o no, se ha producido un rico debate en la comunidad de investigadores (recogido en la literatura de investigación de, fundamentalmente, las últimas dos décadas) que permite clarificar esa diversidad de posturas. Algo similar observamos con lo relativo al conocimiento profesional. Distintos modelos teóricos, con distintas perspectivas, con distinto énfasis, entre otras cuestiones, en la práctica como fuente de aprendizaje profesional y en la especificidad del conocimiento del profesor respecto de la materia a enseñar... pero, en el mismo sentido que con las concepciones, se trata de un terreno ampliamente discutido desde la investigación (en Educación Matemática y en Formación de Profesores en general).

La referencia al *desarrollo profesional del profesor* es muy frecuente en la literatura de investigación sobre la formación del profesor. Inclusive la mayoría de las investigaciones sobre concepciones y conocimiento profesional relacionan éstas en alguna medida con el desarrollo profesional del profesor (en último término porque los resultados que de ellas se obtienen esperan contribuir al desarrollo profesional de los profesores).

La cuestión inicial y básica respecto de la fundamentación del desarrollo profesional en este trabajo ha sido: *¿qué se entiende por desarrollo profesional (del profesor respecto de la enseñanza de la matemática)?*

Esta cuestión puede parecer obvia. De hecho, en las distintas investigaciones y revisiones sobre el desarrollo profesional del profesor respecto de la enseñanza de la matemática raramente se hace explícito el posicionamiento de los autores al respecto. Habitualmente es tomada como una cuestión no problemática. Sin embargo, las perspectivas implícitas en dichos trabajos varían considerablemente. Una excepción la encontramos en el trabajo de Cooney y Shealy (1997), quienes no solamente explicitan y justifican su conceptualización del *cambio del profesor (teacher change)*, sino que reconocen la diversidad de perspectivas desde las que en distintos trabajos se conceptualiza este cambio y la necesidad de argumentarlas.

De este modo se refleja que la definición o la perspectiva de desarrollo profesional que se adopte no es algo aséptico, es crítico. No sólo habrá, por tanto, que centrarse

en el cómo del desarrollo profesional (como sucede en muchos de los trabajos), sino que también habrá que definirse antes el qué de ese desarrollo (qué se está entendiendo por tal).

No sólo pueden encontrarse, por otro lado, distintas perspectivas del desarrollo profesional del profesor, sino que el propio término es usado: en algunas ocasiones casi como un sinónimo de “formación”; a veces refiriéndose al proceso, esto es, la acción y estrategias encaminadas al cambio, mientras que otras veces se utiliza en referencia al resultado del cambio, esto es el desarrollo que experimenta el profesorado; referido a distintas dimensiones (fundamentalmente, laboral y curricular); referido a la formación inicial o a la permanente; como algo aséptico (libre de valores) o asociado a una determinada visión de la escuela, la enseñanza, la profesión y la investigación<sup>96</sup>.

Por todo lo anterior, y porque para hacer el análisis de en qué términos se produce el desarrollo profesional de I parece clara la necesidad de concretar de entrada qué vamos a considerar por desarrollo profesional, la discusión al respecto es la base y el inicio de nuestra fundamentación<sup>97</sup>.

### ***II.3.1. Perspectivas sobre el desarrollo profesional del profesor***

#### ***Referentes***

---

<sup>96</sup> García (1999), destacando la complejidad del término, señala las interpretaciones anteriores, organizándolas en torno a cuatro variables: forma que toma (acción o resultado); contenido (o dimensiones a que se refiere); etapa o momento de formación y marco conceptual desde el que se define (sin ninguno explícito o con valores definidos). A estas variables añade: *quién lo demanda y a qué necesidades atiende*. Identifica tanto el uso del signifiante *desarrollo profesional* asociado a distintos significados como el caso inverso: el uso de distintos significantes para referirse a términos equivalentes.

<sup>97</sup> Como explicábamos en la introducción de este trabajo (capítulo I) y concretaremos en el apartado dedicado a la metodología (III), nuestra investigación se centra más en el estudio del *qué* que del *cómo* del desarrollo profesional de I, aunque abordemos también en parte ese *cómo*. Por este motivo es especialmente relevante clarificar y fundamentar lo relativo a la caracterización o contenido del desarrollo profesional.

En su revisión de investigaciones sobre la formación de profesores, Brown y Borko (1992) diferenciaban tres líneas de investigación: *aprender a enseñar*, *socialización del profesor* y *desarrollo del profesor*. Según estas autoras, la tercera línea asume la visión del profesor como un aprendiz adulto cuyo desarrollo es el resultado de cambios en su estructura cognitiva, pasando de ser menos a más madura y compleja. Los distintos marcos teóricos desarrollados para estudiar “cómo los profesores organizan sus mundos” (y sobre la base de esa organización estudiar cuál es el nivel de desarrollo de éstos), sugieren la existencia de etapas o niveles de desarrollo, considerando que dichas etapas están secuenciadas y organizadas jerárquicamente, y siguen un orden fijo. De los tres modelos teóricos sobre etapas de desarrollo que se discuten en esta revisión presentaremos brevemente uno de ellos, por su repercusión en la investigaciones analizadas sobre desarrollo profesional del profesor de matemáticas<sup>98</sup>: el modelo de Perry (1970).

En este modelo, también usado para el estudio de las concepciones sobre la matemática (como es el caso de la adaptación que de él hace Copes, 1979), se diferencian los siguientes niveles<sup>99</sup>:

*Dualismo*: el conocimiento se considera absoluto y las autoridades que validan este conocimiento son externas al individuo. La persona en este nivel considera que cualquier cuestión tiene respuesta y un experto o autoridad podrá darla. Para Brown

---

<sup>98</sup> Por simplificar, usaremos esta denominación para referirnos al desarrollo tanto del profesor de matemáticas como del maestro respecto de la enseñanza de la matemática.

<sup>99</sup> Están descritos basándonos en la presentación que se hace de ellos en los trabajos de Brown y Borko (1992), Cooney et al. (1998) y Hill (2000). Estos últimos autores, como veremos, aplican recientemente este esquema al estudio del desarrollo del profesor (los primeros respecto de la enseñanza de la matemática y el último de la enseñanza en general). Hill relaciona en su descripción concepciones sobre la naturaleza del conocimiento con concepciones sobre la enseñanza (no volveremos a la discusión sobre esa relación, abordada en II.1), asociando la mayor complejización que suponen los niveles con una tendencia hacia un estilo de enseñanza que potencia la autonomía del aprendiz (frente a un mayor control por parte del profesor).

Hill (op. citada) disiente de la interpretación de Brown y Borko de un modelo de etapas fijas. La riqueza para él del modelo de Perry reside en señalar algunas dimensiones que pueden dar cuenta del desarrollo profesional del profesor. Las que se consideran en su estudio son: alejamiento de un pensamiento absolutista y dualista, acercamiento a la consideración de la autoridad interna (en la propia persona) y pensamiento crítico.

y Borko, trasladado al ámbito de la matemática, se corresponde con la visión de “verdadero o falso” y de que el profesor debe saber distinguirlo. Para Hill (2000), esto va parejo con que en la enseñanza se ponga la mayor atención en el qué aprender (respuestas correctas).

*Multiplidad:* se reconoce la existencia de distintas opiniones igualmente legítimas (se considera que cada persona tiene derecho a su opinión). En matemáticas se traduce en el formalismo, visión desde la cual “cualquiera” puede crear un sistema de axiomas y todos los sistemas de axiomas son igualmente válidos, ya que la matemática no es más que el uso sistemático de símbolos (Brown y Borko, 1992, p. 228). Según Hill, se deriva que en la enseñanza se ponga la mayor atención en el cómo aprender (encontrar respuestas correctas).

*Relativismo:* no todas las opiniones son igual de buenas y pueden ser evaluadas en función del contexto.

*Compromiso con el relativismo:* como en el anterior, se considera la diferencia de opiniones pero no se valoran todas iguales. Mediante el análisis personal de las distintas alternativas se buscan las soluciones más adecuadas (autoridad interna al propio individuo, comprometiéndose con la elección de la mejor solución, sopesando los valores relativos de las distintas posibilidades). La persona acepta puntos de vista alternativos y reconoce que el conocimiento es una construcción personal para interpretar el mundo. Para Brown y Borko, el profesor de matemáticas en este nivel sería el más abierto a una perspectiva constructivista del aprendizaje.

El “aumento de nivel” en este esquema viene dado por una mayor auto-consideración de la persona como autoridad respecto del conocimiento, una mayor responsabilidad hacia las decisiones y comportamientos propios y basar sus juicios en un pensamiento analítico y crítico.

Otros modelos que definen el desarrollo del profesor como una complejización de sus cogniciones, describiendo también distintos niveles de complejidad, han sido usados en investigaciones recientes sobre el desarrollo del profesor de matemáticas, a veces junto con el esquema de Perry (como en los trabajos del grupo de Cooney –



Cooney, 1998; Cooney y Shealy, 1997; Cooney et al., 1998-). Uno de éstos es el modelo de Belenky et al. (1986), donde la variable que se maneja es la consideración del individuo de las ideas de los demás y la integración de su “propia voz” en estas ideas (en cierto modo la flexibilidad y la tendencia crítica de su pensamiento).

Como conclusión conjunta de los resultados de las investigaciones que han hecho uso de los modelos de desarrollo del profesor que revisan, Brown y Borko (1992) señalan que el paso por los distintos niveles no parece ser algo lineal, que estos niveles no son excluyentes (algunos profesores se sitúan en varios niveles a la vez), y que el desarrollo considerado en dichos términos no parece una cuestión de simple experiencia o edad.

Si atendemos a las conceptualizaciones de las investigaciones (a veces más implícitas que explícitas), la mejora, crecimiento, desarrollo o cambio profesional del profesor (empleando algunos de los términos usados) se entiende en relación con distintos aspectos, fundamentalmente respecto del conocimiento, concepciones y práctica del profesor. La mayoría de las investigaciones revisadas (referidas sobre todo al ámbito de la enseñanza de la matemática) abordan dicho desarrollo desde un enfoque cognitivo (como las mencionadas en Brown y Borko), si bien no es generalizado el establecimiento de estadios o niveles diferenciados<sup>100</sup>.

---

<sup>100</sup> Nos hemos centrado en trabajos de los últimos años (1995-2001), aunque hemos revisado algunos trabajos anteriores que nos han parecido referentes relevantes (por su incidencia en trabajos posteriores). Hemos seleccionado prioritariamente trabajos sobre profesores en ejercicio (frente a estudiantes para profesor). Esta revisión no pretende recoger toda la diversidad de perspectivas que pueden encontrarse en investigaciones a nivel internacional sobre desarrollo profesional. Somos conscientes de que puede estar escorada hacia la perspectiva cognitiva, como señalábamos. Por un lado, es la que más nos interesa por coincidir con nuestra perspectiva de la investigación sobre el profesor respecto de la enseñanza de la matemática. Por otro lado, hemos de decir que la revisión de un buen número de revistas de investigación en Educación Matemática y Formación de Profesores en general, de congresos nacionales e internacionales (entre los que destacamos como principales fuentes de información los de la SEIEM –*Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*-, PME –*International Group for the Psychology of Mathematics Education*, ERME –*Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática*, CIEAEM –*Comisión Internacional para el Estudio y la Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas*-, ICME –*Comisión Internacional sobre Educación* (Continúa en página siguiente)

Algunas investigaciones toman como referencia el acercamiento de las concepciones y prácticas del profesor a un modelo dado (que suele coincidir con el modelo investigativo de las tendencias CEAM presentadas en II.1). Este referente parece compartido por Putnam y Borko (2000) (desde la perspectiva de la normativa curricular; esto es, ajustándose a que éste es el modelo que se ajusta a lo que establece el currículo oficial) y Schifter y Simon (1992) (quienes definen el desarrollo profesional como desarrollo de una visión constructivista del aprendizaje que sirva de base para la enseñanza)<sup>101</sup>.

Junto con este acercamiento, en algunos trabajos se considera el desarrollo profesional del profesor como la ampliación de su conocimiento en relación con ciertos rasgos de su conocimiento sobre la materia y su enseñanza y aprendizaje. A este respecto, en el proyecto *Cognitively Guided Instruction* (Franke et al., 1998) se considera el aumento de conocimiento sobre el aprendizaje de determinados tópicos matemáticos. El desarrollo profesional del profesor parece ser entendido como el cambio en las prácticas y concepciones del profesor hacia la consideración del conocimiento del aprendizaje de sus alumnos como base para la enseñanza, junto con la ampliación de dicho conocimiento. Además, defienden la indagación sobre cómo

---

*Matemática- y MERGA – Grupo Asiático-Australiano de Investigación en Educación Matemática-*) y de publicaciones específicas sobre desarrollo profesional y formación de profesores, nos ha hecho observar una mayoría de trabajos realizados desde el enfoque cognitivo. Finalmente, hemos de decir que, aunque en menor medida, también daremos cuenta de la existencia de trabajos desde otros enfoques.

<sup>101</sup> Para evaluar el grado de desarrollo de los profesores a este respecto distinguen cuatro niveles: el primer nivel supone no tener una visión constructivista del aprendizaje; el segundo, tener esta visión pero tener problemas para ponerlo en práctica; el tercero, tener una visión constructivista y reflejarlo en la práctica pero centrarse más en la enseñanza que en el aprendizaje (no se usa el pensamiento de los estudiantes para diseñar la enseñanza); el último nivel mantiene una concepción constructivista que es coherente con sus prácticas, centradas en el aprendizaje del alumno. El paso del penúltimo nivel al último supone pasar de considerar la enseñanza-aprendizaje como algo externo, que no tiene en cuenta la marcha del proceso, a complejizar la visión de la misma, considerando más variables del proceso (información sobre el aprendizaje que se está produciendo).

aprenden sus alumnos como fuente de aprendizaje continuo para los profesores y, en ese sentido, vía de desarrollo profesional<sup>102</sup>.

En otras investigaciones, por su parte, se enfatizan aspectos más globales de la labor profesional del profesor, en los que entran en juego de manera integrada sus concepciones, conocimiento y prácticas.

De este modo, en la caracterización de Cooney (1998) de desarrollo profesional el referente es un práctico reflexivo que adapta su actuación al contexto. Se asocia a la permeabilidad de sus concepciones respecto de otras diferentes. El desarrollo profesional del profesor se considera como un continuo en el que el profesor adquiere la habilidad para monitorizar sus acciones conforme a las circunstancias en las que está enseñando. Esta visión de la enseñanza (como ejercicio adaptativo) es consistente, según este autor, con la visión de la matemática como creación humana. La atención al contexto *es, además, una parte integral de la conceptualización de este desarrollo porque lleva a cuestiones como por qué una actividad es efectiva en un contexto y no en otro o por qué algunos estudiantes parecen desarrollarse intelectualmente y otros no* (p. 102). La conceptualización de la reflexión de Dewey (1933), el esquema de Perry (1970) de desarrollo intelectual y el de Belenky et al. (1986) sobre el modo en que llegan a conocer las mujeres, sirven de base para investigar sobre el desarrollo profesional de los profesores (como práctico reflexivo y adaptativo). Sobre estas bases teóricas se construye un modelo que distingue los siguientes gradientes en el desarrollo profesional del profesor (en función de su

---

<sup>102</sup> Se habla de *cambio generativo* y *cambio que se auto-sostiene*. El primero genera un aprendizaje continuo del profesor (a través de su implicación en el “cuestionamiento práctico” –*practical inquiry*– sobre el desarrollo del pensamiento de sus alumnos), mientras que el segundo es un cambio que se mantiene porque el profesor percibe que “funciona” pero que no produce nuevo aprendizaje del profesor (ni nuevos cambios). El primero es el que produce desarrollo profesional. En el cambio que se auto-sostiene el profesor considera estático el conocimiento que se le aporta, mientras que en el generativo ese conocimiento contribuye a configurar un marco inicial sobre el que el profesor sigue construyendo. La intervención de los formadores/investigadores en este proyecto incide en aportar a los profesores conocimiento sobre marcos teóricos del pensamiento de los alumnos respecto de tópicos matemáticos concretos (ligado al conocimiento didáctico del contenido del profesor). Sin embargo, el desarrollo profesional no se concibe sólo como la ampliación de ese conocimiento. El conocimiento que se adquiere es también (y puede que casi más importante) medio para cambiar las concepciones y adquirir el compromiso de la indagación sobre la práctica.

adaptación al contexto y de si el individuo conoce a través de sus propios procesos de razonamiento o haciendo recaer el proceso en fuentes externas –autoridad externa–; esto segundo relacionado con la habilidad del profesor para ser analítico y atento al contexto): *aislacionista* (no se adapta a/considera el contexto respecto de sus concepciones; éstas se mantienen cerradas a nuevas ideas), *idealista ingenuo* (contempla el conocimiento de modo no problemático, externo; adopta las ideas de los otros pero de modo no crítico y sin incorporar su propia voz), *conexionista ingenuo* (se establecen relaciones a través de la reflexión pero no se resuelven conflictos que involucran concepciones sobre la matemática o su enseñanza y aprendizaje), y *conexionista reflexivo* (se establecen conexiones y se toman varias posiciones en función del contexto, entretejiéndolas en un coherente sistema de creencias).

La perspectiva anterior se centra en el desarrollo de las estructuras de creencias de los profesores, de modo que la autonomía para evaluar alternativas en la enseñanza de la matemática sea algo habitual (Cooney y Shealy, 1997). El referente es *un profesor que se vea a sí mismo como autoridad, que pueda evaluar materiales y prácticas en términos de sus propias creencias y práctica, y que sea flexible para modificar sus creencias cuando encuentre evidencia en contra*. Esta visión del profesor es crítica para ellos, pues de lo contrario pueden ir a la deriva, zarandeados por proclamaciones de distintas organizaciones y por modas (Cooney y Shealy, 1997, p. 88).

Para Krainer (1999b) un aspecto fundamental de la mejora profesional del profesor es la mejora de su comprensión de la práctica. La actuación en la práctica y su comprensión se potencian mutuamente. *Una mejor comprensión de las propias creencias, conocimiento, acciones, y reflexiones permite una mejora de la práctica, que a su vez se torna en una mejor comprensión así como en la visión de nuevos retos que son el punto de partida de nuevos intereses para comprender mejor...* (p. 26). El conocimiento profesional no es concebido aquí como herramienta para comprender, sino que la comprensión es conocimiento. Jaworski (1998) aboga por el desarrollo de una práctica reflexiva, donde el aumento de la toma de conciencia sobre las decisiones que se toman promueven cambios en y el compromiso con la indagación sobre la actividad del aula con el propósito de mejorar la comprensión de

la matemática por parte de los alumnos (p. 4). De este modo, se pone el énfasis en el desarrollo de conocimiento y toma de conciencia, destacándose el papel de la actividad metacognitiva<sup>103</sup>. La comprensión y el conocimiento a los que se hace referencia en este trabajo, en sintonía –consideramos- con el de Krainer, son entendidos en un sentido más amplio, menos local que en el de Franke et al. Se trata de una comprensión de la práctica menos concreta quizás, más difícil de detallar pero desde nuestro punto de vista más rica para interpretar el desarrollo de un profesor en ejercicio (en contextos más naturales, más cercanos a su propia práctica, de lo que supone un proyecto de las características del *CGI*).

Azcárate (1999b) y Santos (2001) identifican la práctica profesional de los profesores con un proceso de resolución de problemas profesionales (vinculado directamente con la construcción del conocimiento profesional), con lo que su desarrollo estaría en relación con su capacidad para formular y resolver estos problemas. Para Azcárate (1999b), apoyándose en parte en la consideración de Schön de reflexión en y sobre la práctica, los procesos de desarrollo del profesor deben ir orientados a que éstos sean autónomos profesionalmente, esto es, *capaces de reflexionar en y sobre la práctica para descubrir, criticar y modificar los modelos, esquemas y creencias que subyacen en la misma y capaces de diseñar, experimentar y evaluar proyectos curriculares* (p. 24).

Ponte (2002), por su parte, recoge este referente, ampliándolo. Sitúa el desarrollo profesional en dos campos profundamente interrelacionados: (i) el crecimiento del conocimiento y la competencia profesional, habilitando al profesor a resolver problemas complejos en una variedad de dominios, y (ii) la formación y consolidación de la identidad profesional de éste. En este sentido, esta perspectiva

---

<sup>103</sup> Ya destacada por otros autores en el contenido del conocimiento profesional del profesor, como veíamos en el caso de Peterson (1988) y como señala Ernest (1989b), para quien los elementos más notables que influyen la práctica de la enseñanza de la matemática son:

- a) *los contenidos o esquemas mentales de los profesores, especialmente las creencias sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje;*
- b) *el contexto social de la situación de enseñanza, particularmente las limitaciones y oportunidades que provee; y*

(Continúa en página siguiente)

aúna el enfoque cognitivo con el sociocultural (de los tres –cognitivo, antropológico y sociocultural- diferenciados por Llinares, 1998, en su revisión sobre investigaciones relativas al profesor de matemáticas en nuestro país, ya referida).

En las conceptualizaciones anteriores está subyacente el debate entre la perspectiva individual del aprendizaje o desarrollo del profesor y la social (en relación con la naturaleza individual y social del conocimiento profesional, a la que ya nos hemos referido en II.2, y podría pensarse que con la perspectiva de la propia profesión). En el enfoque cognitivo parece primar lo individual, mientras que en la perspectiva de Ponte se recogen claramente las dos vertientes<sup>104</sup>. Gran parte de los trabajos desde la perspectiva cognitiva consideran la vertiente social del aprendizaje del profesor en cuanto a cómo se aprende (como veremos en II.3.2), si bien en cuanto a qué se aprende se centran en los procesos de pensamiento individuales<sup>105</sup>.

### *Términos en que se describe el desarrollo profesional*

Ligados a la conceptualización del desarrollo profesional de las distintas investigaciones revisadas se sitúan los términos en los que sus autores describen el desarrollo profesional observado de los profesores estudiados. Normalmente se trata de proyectos que aplican unas estrategias determinadas de formación e intentan

---

c) el nivel de reflexión y de los procesos de pensamiento de los profesores (p.99) (el subrayado es nuestro).

<sup>104</sup> Esta asociación, no obstante, no es inmediata. El trabajo de Santos aborda el planteamiento y resolución de problemas profesionales de profesores, comparando cuando lo hacen individualmente, reflexionando en solitario sobre su práctica y cuando lo hacen en grupo, en un trabajo colaborativo.

Por otro lado, Carr (1990), desde un enfoque socio-crítico, distingue tres perspectivas del desarrollo profesional, que asocia a visiones del cambio educativo: la racional-técnica, la práctica-deliberativa y la crítica-social. Esta última, por la que aboga el autor, concibe el desarrollo profesional como el proceso por el que los profesores adquieren una *comprensión crítica y reflexiva de las formas en las que las estructuras política, social y económica influyen en la educación y de las formas en que los mecanismos ideológicos deben operar para minar su práctica profesional por medio de la distorsión del valor educativo de su trabajo* (p. 10).

<sup>105</sup> El enfrentamiento entre la perspectiva cognitiva y la situada del aprendizaje (referida en II.2.2. en relación con, entre otros autores, Greeno, 1997) vuelve a ser aplicable en este caso.

evaluar la potencialidad de las mismas respecto del desarrollo profesional de los maestros implicados<sup>106</sup>, abordando tanto qué se aprende como cómo se aprende.

Aunque en estos trabajos se hace alguna referencia al aprendizaje social del profesor (en los términos de significados compartidos), fundamentalmente se valora al aprendizaje individual de éste.

De manera sucinta, presentamos a continuación cuáles son los aprendizajes a los que se hace referencia en estos trabajos, indicando los proyectos o trabajos en los que se encuentran<sup>107</sup>. Esta revisión, aunque tiene su yuxtaposición con lo abordado anteriormente sobre la perspectiva del desarrollo profesional de distintas investigaciones, persigue el objetivo de clarificar el panorama de las investigaciones que nos han permitido definir nuestro posicionamiento inicial en la investigación.

- Mejora de la comprensión de la práctica.

En los términos antes comentados. Éste es uno de los factores del aprendizaje que se produce en el *programa para el desarrollo profesional PFL- Pedagogy and Subject-specific Methodology for Teachers-* (Krainer, 1994)<sup>108</sup>, en el *MTE -Mathematics Teaching Enquiry-* (Jaworski, 1996, 1998)<sup>109</sup> y en el proceso de desarrollo

---

<sup>106</sup> En este sentido, los proyectos revisados por Wilson y Berne (1999) son organizados en torno a tres categorías: (aquellos proyectos que ofrecen a los profesores) oportunidades para hablar sobre (y “hacer”) la materia, sobre los estudiantes y el aprendizaje, y sobre la enseñanza. El de Fennema et al. (CGI) se sitúa en el segundo grupo.

<sup>107</sup> Obviamente no todos los profesores implicados en los proyectos reseñados dan muestras de estos aprendizajes. Los que presentamos son los aprendizajes que se pueden producir y/o se constata que se producen en algunos de los profesores implicados.

<sup>108</sup> Este factor junto con algunos otros de los que se asocian a este proyecto pueden encontrarse en las mejoras que, según Krainer, produce la reflexión sistemática sobre su propia práctica que realizan los profesores (potenciada mediante la escritura de estudios de casos de su práctica) (Krainer, 1994, pp. 108-109).

<sup>109</sup> Este proyecto estudia las posibilidades y efectos de la investigación-acción de un grupo de profesores (en la que no hay apenas intervención de los investigadores). Se pretende explorar el efecto de esta investigación en el desarrollo de la enseñanza de estos profesores, estudiar estos procesos de desarrollo y la viabilidad de que los profesores sean los que inicien y mantengan por ellos mismos esta investigación.

profesional que se ilustra en Cooney y Krainer (1996). Además, este aprendizaje es generativo (en el sentido de Franke et al, 1998); esto es, esta comprensión lleva a un modo de práctica que posibilita el aumento de la comprensión por parte del profesor.

- Cambio en las concepciones, referidas a la enseñanza de la materia y a su propio desarrollo:
  - Los errores y obstáculos de los alumnos son contemplados como situaciones de aprendizaje (para el alumno y para el propio profesor), en lugar de como carencias de los primeros (*PFL*, Cooney y Krainer, 1996).
  - Se toman en consideración nuevas alternativas de enseñanza (aumenta la flexibilidad del profesor a este respecto) (*PFL*, Cooney y Krainer, 1996).
  - El propio proceso de desarrollo profesional del profesor es contemplado por éste como personal, basado en su experiencia y reflexión sobre ella, más que como un aprendizaje externo, en el que la práctica no es considerada lugar de aprendizaje (*CGI* –Franke et al., 1998-, Cooney y Krainer, 1996).
  - Consideración de que la instrucción debe construirse sobre lo que los alumnos saben (*CGI*, Cooney y Krainer, 1996).
- Concienciación de que el modo de pensar de los alumnos y el suyo propio son diferentes (*PFL*).
- Aprendizaje de destrezas, modos de hablar e interactuar (está relacionado con la capacidad de comunicación a la que hace alusión Krainer), de observar y captar cosas del entorno, y disposición hacia la acción y la interpretación (relacionado con



la reflexión-acción de Krainer, a la que nos referiremos en II.3.2) (*Cheche Konen Project* – Rosebery y otros<sup>110</sup>-, Cooney y Krainer, 1996).

- Conocimiento de casos (en el sentido de Shulman, 1986) (*Cheche Konen Project, PFL*).
- Se aprende a repensar los argumentos propios y a evaluar las asunciones que se mantienen (*IMT -Investigating Mathematics Teaching group*; Featherstone y otros<sup>111</sup>), a tomar conciencia de las concepciones y aspectos que caracterizan la práctica propia (*MTE*, Cooney y Krainer, 1996).
- Problematicación de la práctica.

La práctica es un campo de problemas (en el sentido de cuestiones sin solución inmediata), hay muchas maneras de actuar en ella, muchos objetivos que plantearse (y, por tanto, es un terreno de aprendizaje continuo; en cierto modo, se trata de aprender a aprender de la práctica). Esta problematicación de la práctica no debe llevar a un sentimiento de incapacidad del profesor. Junto con la concienciación de la complejidad de la práctica y el compromiso con una actitud de “inquiry”/cuestionamiento y aprendizaje continuo, el profesor debe aprender a aceptar (que no ignorar) esa complejidad (*MTE*). El aprendizaje en la práctica del aula no se refiere sólo a los alumnos. Se contempla como lugar de aprendizaje tanto para el alumno como para el profesor.

---

<sup>110</sup> Rosebery y Ogonowsky (1996); Rosebery y Puttick (en prensa); Rosebery y Warren (1998a, 1998b) (citados en Wilson & Berne, 1999).

<sup>111</sup> Featherstone, Pfeiffer y Smith (1993); Featherstone et al. (1995, sin fecha); Pfeiffer y Featherstone (sin fecha); Smith & Featherstone (sin fecha) (citados en Wilson & Berne, 1999).

- Cambio en las prácticas (hacia una metodología más investigativa, más cercana a las directrices de las reformas curriculares) (*CGI, IMT*).
- Aumenta su interés hacia otras investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la materia, lo que repercute en la aportación de ideas para la investigación de su propia práctica (*PFL, Cooney y Krainer, 1996*).

En algunos proyectos se hace también alusión al aprendizaje de los alumnos, pero no hemos tomado en consideración este aspecto.

La mayor parte de estos factores del aprendizaje de los profesores pueden ser tildados de ambiguos, difíciles de precisar y de constatar. Parece indudable que un aumento del conocimiento del contenido de la materia a enseñar por parte del profesor redundará en una mejor enseñanza, pero ¿cuáles son las repercusiones de que el profesor problematice su práctica? En esta línea parecen pronunciarse Wilson y Berne (1999) (refiriéndose a los proyectos para potenciar el desarrollo profesional que revisan en su artículo –entre otros el *CGI, IMT* y *Cheche Konen Project*-), para quienes es poco claro qué aprenden específicamente los profesores en tales proyectos. *Se nos persuade de que aprenden a hablar en grupo, a valorar críticamente las prácticas e ideas de los otros. Todos los participantes parecen adquirir conocimiento del discurso y las normas profesionales. Pero, ¿qué sobre la materia o los estudiantes o la enseñanza? El CGI es la excepción a esta regla* (p. 195). Estos autores parecen considerar como variables “más seguras” del aprendizaje de los profesores: su aumento de conocimiento del contenido sobre la materia objeto de enseñanza y de conocimiento didáctico del contenido.

En esta línea hemos encontrado un número considerable de proyectos que intentan potenciar el desarrollo profesional del profesor aportándole conocimiento sobre cómo aprenden los alumnos determinados tópicos matemáticos (destacándose el *CGI*). En la interpretación de Wilson y Berne (1999) de este proyecto se destaca el aprendizaje por parte de los profesores de un marco teórico basado en las investigaciones sobre tipos de problemas y el pensamiento de los alumnos respecto

de éstos, y el uso de este marco teórico en sus prácticas (p. 195) (las declaraciones de estos autores sobre la excepcionalidad de este proyecto frente a los otros revisados respecto de qué aprenden los profesores deben entenderse en ese sentido). Rhine (1998), por su parte, no centra tanto el aprendizaje de los profesores que intervienen en este proyecto en su aumento de conocimiento sobre el aprendizaje de los alumnos en tópicos concretos (conocimiento que, según este autor, si se considera necesario respecto de todos los tópicos matemáticos del currículo escolar, parece inviable para un profesor), como en el cambio de concepciones y actitudes hacia la consideración del aprendizaje de los alumnos en la enseñanza. Los trabajos de Klein y Tirosh (2000)<sup>112</sup>, y Bobis y Gould (2000), siguen los pasos del CGI (interpretado desde la perspectiva de Wilson & Berne). Considerando estos trabajos, habría que añadir entonces al listado anterior del posible aprendizaje individual de los profesores su aumento de conocimiento sobre cómo piensan y aprenden los alumnos la materia referido a tópicos concretos.

Respecto de la crítica de Wilson y Berne al aprendizaje que se valora en los trabajos anteriores, no nos parecen incompatibles esos aprendizajes (más “ambiguos”) con el aumento de conocimiento del contenido y didáctico del contenido respecto de la matemática. La posible excepcionalidad del CGI frente a otros proyectos no nos parece objeción hacia los otros. Los aprendizajes citados son tan necesarios como el aumento de conocimiento profesional por parte del profesor. Estos aprendizajes son tan costosos (toma de conciencia y cambio en las concepciones, problematización de la práctica...) que quizás en una primera fase del proceso de desarrollo profesional del profesor éste es el tipo de aprendizaje que se puede apreciar. Puede que con el tiempo (cuando se observa un proceso de desarrollo profesional a largo plazo) se

---

<sup>112</sup> En este proyecto se aporta conocimiento a los profesores sobre el pensamiento de los alumnos respecto de números racionales y se valora la medida en que los profesores reflejan este conocimiento en su planificación de la enseñanza en este tópico. Como resultado de su participación en el proyecto, los profesores adquieren conocimiento sobre los errores de los alumnos en este tópico, pero la medida en que usan este conocimiento en su enseñanza es desigual. Se atribuye esta desigualdad a las diferentes concepciones de los profesores y se argumenta que un cambio en el conocimiento de los profesores no es significativo de un cambio en sus creencias (por lo que parece establecerse bastante poca relación entre el conocimiento adquirido en el proyecto y el cambio de concepciones).

pueda hacer más visible el aumento de conocimiento de contenido y didáctico de contenido de los profesores implicados en este tipo de proyectos. (Algo parecido conjetura Jaworski, 1998, respecto del foco de la reflexión de los profesores en las características específicas de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática –como comentaremos-).

### *Nuestro punto de partida*

En este apartado no queremos remitirnos a los orígenes de esta investigación (como pudiera entenderse de su título), sino más bien explicitar (siguiendo las indicaciones de Cooney y Shealy, 1997) cuál ha sido la perspectiva del desarrollo profesional desde la que hemos enfocado el trabajo. Esta perspectiva se ha ido elaborando durante el transcurso del mismo, fruto de la reflexión sobre las lecturas de investigación y sobre el estudio de nuestro caso. No es, sin embargo, una conceptualización a la que hayamos llegado tras obtener los resultados finales del estudio.

En la consideración del desarrollo profesional, una cuestión que nos resultaba inicialmente problemática era la ligazón de ésta a un cambio de concepciones del profesor (hacia un modelo considerado deseable por el formador). Si bien compartíamos en parte la asociación de modelos didácticos tradicionales (de concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la materia) con visiones más simples del proceso de enseñanza-aprendizaje y, a la inversa, el modelo investigativo (de las tendencias CEAM) como el que recoge una visión más compleja de la misma, el acercamiento a este último modelo no nos parecía necesariamente definitorio del desarrollo profesional y, sobre todo, el acercamiento a otro modelo no parecía definitorio de la ausencia de desarrollo. Entre nuestras principales reservas se hallaba la fuerte componente ideológica que asociamos al modelo didáctico del profesor y la consideración de la diversidad de características contextuales y personales de éstos. ¿Cabría hablar de desarrollo profesional sin cambio de concepciones e, incluso, con un posible cambio hacia modelos más tradicionales? De entrada conjeturamos que sería posible.

Ampliamos entonces el marco de nuestra interpretación del desarrollo profesional. Lo que nos parece clave en la mejora profesional del profesor es, por un lado, la toma de conciencia de sus concepciones, de su actuación, de su manera de entender la profesión, de su conocimiento y sus necesidades; y, por otro lado y relacionado con lo anterior, la implicación en (e integración en su visión de su papel de) el cuestionamiento continuo de la práctica. De esta manera se potencia su autonomía y el aprendizaje continuo (esto es, la mejora *generativa*).

De ahí que **nuestro punto de partida respecto del desarrollo profesional del maestro (para la enseñanza de la matemática)** tome como referente la **comprensión de la práctica**. Asociamos este desarrollo a una **toma en consideración progresiva de la complejidad de dicha práctica y del aprendizaje de los alumnos, y el análisis de ella y actuación considerando cada vez más elementos y adaptándola al aprendizaje de los alumnos concretos**. Sería para nosotros un proceso de aprendizaje continuo como **profesional reflexivo y crítico** de su práctica (en lo que concierne a la enseñanza de la matemática).

Los aspectos clave en esa complejización de la visión y actuación del profesor serían sus concepciones, su conocimiento profesional, su práctica docente y su reflexión sobre y en dicha práctica. Parece difícil que la mejora de la comprensión de la práctica y su cuestionamiento no pase por la movilización de las concepciones, conocimiento y la propia actuación del profesor. Conjeturamos que la mejora de la comprensión de la práctica irá ligada a un enriquecimiento del conocimiento profesional del profesor. Por otro lado, la reflexión se constituye en medio y referente de esta conceptualización del desarrollo profesional del profesor.

Este punto de partida se nutre fundamentalmente de la idea de *práctico reflexivo y adaptativo* de Cooney, de la *práctica reflexiva* de Jaworski y de la *comprensión de la práctica* de Krainer, antes comentados.

Intentemos explicar lo que significa dicho punto de partida en nuestra investigación. En el estudio del desarrollo profesional de I ampliamos los referentes de sus concepciones y su conocimiento profesional a su reflexión en y sobre su práctica, su visión de la misma y su posible complejización, y su implicación en su

cuestionamiento. Estudiaremos en qué medida estos aspectos son cuestionados por la maestra, se modifican, se enriquecen, se potencian y cómo se relacionan entre sí.

Somos conscientes de que estamos considerando al profesor sobre todo en relación con la práctica en el aula, no teniendo en cuenta otros aspectos de su profesión más relacionados, por ejemplo, con la escuela. Es lo que nos interesa en nuestra investigación, dado que hemos centrado el foco de atención en estudiar en qué términos se produce el desarrollo profesional de una maestra implicada en la reflexión sobre y el cambio de su práctica.

Entendemos la reflexión como la *consideración activa, persistente y cuidadosa de toda creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de los fundamentos que la sostienen y las conclusiones a las que conduce* (Dewey, 1933, p.9). A través de esta reflexión, el profesor toma conciencia de sus concepciones y aspectos que caracterizan su propia práctica (haciéndolos explícitos de tal modo que puedan ser objeto de escrutinio crítico, Jaworski, 1998, Schön, 1983, 1987), mejorando su comprensión de la práctica y de sí mismo en relación con ésta.

Focalizando también en la reflexión, Keiny (1994) sitúa el desarrollo profesional del profesor (entendido como un proceso de cambio conceptual) en dos contextos interdependientes: uno social y teórico, y otro práctico. El primero se refiere a un grupo donde los profesores puedan expresar e intercambiar sus ideas y a través de un proceso dialéctico de reflexión reconstruir su conocimiento pedagógico. El segundo lo constituye la práctica cotidiana del profesor, donde puede experimentar sus nuevas ideas y reflexionar sobre (o en) su experiencia. En nuestro trabajo nos centramos en el segundo contexto (la experimentación y reflexión individual de una maestra sobre su práctica como medio de desarrollo), aunque intentamos aportar algunas explicaciones sobre el primero (el proyecto de investigación colaborativa del que surge la reflexión-acción de la maestra como apoyo del mismo).

Schön (1983, 1987) liga la reflexión a la acción y a la comprensión de la acción. De este modo, una situación *única e incierta llega a ser comprendida a través del intento de cambiarla y cambiada a través del intento de comprenderla* (1998, p.

126). Diferencia la *reflexión sobre la acción* (a posteriori) y la *reflexión sobre la reflexión sobre la acción*, de la *reflexión en la acción* (en el transcurso de la propia acción). Otros autores, sin embargo, cuestionan la viabilidad de la reflexión en la acción. Así, Eraut (1995) considera que dadas las limitaciones de tiempo de la acción en lo que se refiere a la enseñanza (sobre todo en lo que se refiere a la interacción directa en el aula), es difícil que la reflexión constituya parte de esa acción. Por el contrario, en la enseñanza la mayoría de la reflexión es *sobre* la acción y *para* la acción (cuyo propósito es incidir sobre la acción). Jaworski (1994), por su parte, declara haber encontrado evidencias en su investigación de que un hábito de reflexión sobre la acción lleva a la reflexión en la acción.

Queremos aclarar en este punto el término reflexión-acción. Cuando hablamos de la reflexión-acción de I nos referimos a su proceso de reflexión sobre su práctica (de manera genérica, pudiendo ser reflexión sobre, en y para su práctica, y sobre la reflexión sobre la acción) y a su actuación ligada a la reflexión. Este es un proceso para nosotros de práctica reflexiva (Jaworski, 1998), que lo implica en la investigación de su práctica. No obstante, es evidente que los fines, resultados y procesos serán generalmente muy diferentes de los de la investigación científica, y probablemente sea menos sistemática. Lo que para nosotros determina, justifica y diferencia ambas investigaciones son sus propósitos. La investigación del profesor es contemplada como una experiencia de aprendizaje (Miller y Hunt, 1994) cuyo propósito es la mejora de su enseñanza y el aprendizaje de sus alumnos. En ese sentido hemos considerado más adecuado usar los términos *reflexión-acción* o *práctica reflexiva*.

La práctica reflexiva va ligada a la problematización de la práctica, considerarla como fuente de problemas. Es a través de la identificación de un obstáculo, de una dificultad mental, de una situación incierta cuando se origina la reflexión; lo que conlleva una indagación, una búsqueda para resolver esa duda (Dewey, 1933) o reinterpretar la situación (Schön, 1983, 1987).

En su trabajo sobre la investigación de profesores respecto de la enseñanza de la matemática, Jaworski (1996, 1998) se cuestiona hasta qué punto la actividad reflexiva de éstos toma en consideración la propia matemática y su enseñanza y

aprendizaje; de qué modo profundiza en éstos y se centra en ellos de manera crítica. ¿Se investiga sobre la práctica en relación con la enseñanza de la matemática de manera que la matemática no es más que parte del contexto? Esta cuestión nos parece de sumo interés al referirse nuestro caso a una maestra de Primaria. ¿Hasta qué punto la reflexión de esta maestra se adentra en cuestiones intrínsecas a la enseñanza y aprendizaje de la materia? ¿Cómo su conocimiento de contenido y sus concepciones afectan a esa especificación y su tendencia a ella? ¿La práctica reflexiva continuada produce algún efecto sobre esta reflexión respecto de la materia (y su enseñanza-aprendizaje)? (como se propone indagar Jaworski, 1998, quien conjetura que un largo periodo de investigación individual de los profesores puede llevar a una mayor redefinición de los problemas de investigación que los centrara en la matemática -se entiende que respecto de su enseñanza-aprendizaje- más críticamente). Estas cuestiones son relativas al conocimiento didáctico del contenido, la relación entre éste, el conocimiento de contenido y las concepciones (sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje), y el aprendizaje de la práctica en relación con ellos.

### ***II.3.2. Algunas notas sobre el cómo del desarrollo profesional del profesor***

Como ya hemos señalado, nuestro trabajo se centra más en qué desarrollo profesional se observa en I que en cómo se produce ese desarrollo. Ahora bien, en nuestro seguimiento de en qué términos se produce indagaremos en algunas cuestiones sobre cómo se produce, sobre todo en lo relativo a la reflexión sobre su práctica.

Desde esta perspectiva, hacemos una ligera presentación de cómo se concibe que se produce o potencia el desarrollo profesional desde algunas investigaciones en Educación Matemática. Hemos elegido dos referentes porque nos aportan ideas relativas a nuestro trabajo y nos suscitan cuestiones de interés para éste en relación con el cómo del desarrollo de I (en los límites de nuestro estudio sobre dicho cómo).

Krainer (1998) hace uso de cuatro dimensiones -acción, reflexión, autonomía y *networking* (trabajo cooperativo y comunicación, con un incremento de la relevancia pública de su trabajo)- para describir la práctica y el desarrollo profesional del



profesor. Estas dimensiones son consideradas de cara a *un profesor que pueda reaccionar de manera flexible ante los retos de distintos contextos* (p. 310) (en sintonía con la caracterización de Cooney). Los pares acción/reflexión y autonomía/cooperación expresan a la vez contraste y unidad, contemplándose como dimensiones complementarias que deben mantener un cierto equilibrio, en función del contexto. Estas cuatro dimensiones pueden ser interpretadas como relativas a qué se entiende por desarrollo profesional (la mejora del profesor en las capacidades de acción-reflexión, autonomía-cooperación) y a cómo se desarrollan profesionalmente los profesores (a través de la reflexión-acción y en entornos en los que colabore y se comunique con otros profesionales de la educación –profesores, formadores, investigadores...- a la vez que actúe de manera autónoma). De las cuatro dimensiones, las que se consideran más relevantes por su escasa incidencia en la cultura profesional del profesor son la reflexión y el *networking*. Nosotros abordamos específicamente el par reflexión-acción, en coherencia con el foco de nuestro trabajo.

Krainer (2001) utiliza estas cuatro dimensiones para analizar seis proyectos europeos que intentan potenciar (e investigar sobre) el desarrollo profesional de profesores de matemáticas<sup>113</sup>. Tras el análisis, el autor concluye que los entornos de aprendizaje que se crean en estos proyectos presentan de manera equilibrada las cuatro dimensiones anteriores, enfatizándose la cooperación y la reflexión. Uno de estos proyectos (*PFL-Mathematics*, en Austria), en el que Krainer es uno de los formadores, recoge gran parte de las concepciones más comunes en las investigaciones contemporáneas sobre cómo se desarrollan profesionalmente los profesores. En Krainer (1994) se presentan las directrices de este programa (pp. 105-106), que resumimos a continuación:

---

<sup>113</sup> Junto con éstas se hace uso de otros dos pares de dimensiones que dan cuenta de los objetivos que se persiguen en este proyecto respecto de los profesores implicados: *persiguen la mejora de la práctica/persiguen la comprensión de la práctica, persiguen la investigación sobre la propia práctica/persiguen la investigación de la práctica de otros*. El primer par da cuenta de la relación comprensión-mejora de la práctica concebida por este autor (y a la que ya nos hemos referido antes). El segundo par amplía la reflexión-acción del marco de la práctica del profesor a la de otros compañeros.

- El punto de partida de este proyecto es la experiencia práctica de los profesores para hacerles conscientes de “dónde se encuentran” (buscando potencialidades, más que carencias).
- Se apoya en el trabajo conjunto de profesores y formadores que pretende la creación de comunidades que potencien y conecten el aprendizaje individual y el social, favoreciéndose el intercambio profesional de conocimiento. La comunicación y la cooperación entre profesores son contemplados como elementos cada vez más solicitados en el trabajo del profesor. Es intención de este proyecto hacer públicas las ideas de los profesores a menudo relegadas al interior de éstos y no accesibles a sus compañeros<sup>114</sup>.
- La investigación-acción (entendida como la reflexión sistemática de los profesores sobre su acción) es la herramienta de la que se hace uso para conseguir una comprensión más amplia y una mejora de la calidad de la enseñanza.
- El trabajo cooperativo de profesores y formadores pretende, además, el desarrollo adicional de teoría y práctica, lo que supone que, por un lado, los formadores se impliquen en situaciones específicas y concretas del trabajo práctico del profesor y, por otro lado, los profesores se impliquen en consideraciones teóricas y generales.
- Una estrategia básica de este programa es la promoción de procesos de aprendizaje activos y la reflexión sobre ellos. De esta manera se concibe el aprendizaje del profesor y se considera que el profesor puede aprender y reflexionar sobre sus alumnos como aprendices.
- Uno de los objetivos del proyecto es motivar y cualificar a los profesores para que prosigan después del programa la formación propia y apoyen la de otros profesores (para que actúen como *agentes de cambio* para otros profesores). Para esto es importante que los profesores intervengan activamente en la planificación del

---

<sup>114</sup> Una de las tareas de los profesores en este proyecto es la escritura de dos estudios de casos (fruto de la indagación sobre su práctica). Con esta actividad se potencia el par reflexión-acción y, por otro lado, el trabajo de indagación individual se convierte en soporte para otros profesores, para los que quedan disponibles estos casos, y puede tomarse como punto de partida para el intercambio profesional entre profesores (autonomía-cooperación).

proyecto y que de modo creciente se hagan cargo de su formación (en el proyecto y tras él). El papel de los formadores evoluciona de ofrecer información, recursos y estructura (para iniciar las actividades de los profesores) a organizar la comunicación de los profesores como expertos.

Estas directrices responden casi en su mayoría a las cuatro dimensiones: las primera y tercera características, dentro del par reflexión-acción, las segunda y última, dentro del par autonomía-cooperación. En relación con la última, el papel del profesor en su formación dentro del proyecto (y, en consecuencia, en su proceso de desarrollo profesional) puede ser interpretado como el equilibrio entre la autonomía y la cooperación en este proceso. Con esta autonomía, dice el autor, el profesor pasa de ver el aprendizaje (su propio aprendizaje, su desarrollo profesional) como *consumición de conocimiento* a verlo como *producción de conocimiento* (relacionado con dónde sitúa el profesor la autoridad en su proceso de desarrollo profesional, una de las variables que se considera en el marco teórico de Cooney, 1998, ya comentado<sup>115</sup>).

Simon (1994), por otro lado, propone un modelo para la formación de profesores que relaciona distintos aspectos del conocimiento profesional del profesor y cómo se aprende a enseñar. El proceso consiste en distintos ciclos cuya estructura básica consiste en la secuencia dada por la exploración de situaciones, la identificación de conceptos (o institucionalización) y la aplicación, que implica nueva exploración. El modelo consta de seis ciclos que se inician con la exploración de situaciones matemáticas (en el ciclo 1), el análisis de su aprendizaje en dichas situaciones introduce al profesor en la exploración de situaciones de aprendizaje de la matemática y de conocimiento *sobre* matemática (ciclos 2 y 3). En los ciclos 4, 5 y 6 se persigue el desarrollo de la comprensión del aprendizaje de los alumnos respecto

---

<sup>115</sup> Krainer (1998) relaciona la visión predominante del profesor respecto de su desarrollo profesional (en que se considera que la autoridad en este proceso es externa) con la cultura profesional del profesor (que se potencia también desde otros colectivos relacionados con la formación del profesor – la administración, las asociaciones de profesores, los formadores de profesores, los investigadores...-): *Los encuentros de profesores no son diseñados en la mayoría de los casos como intercambios de experiencias profesionales sino como cursos de formación permanente dirigidos por “expertos externos” y a menudo organizados por la autoridad escolar* (p. 311).

de tópicos matemáticos concretos, de la habilidad para planificar la instrucción y para interactuar efectivamente con los estudiantes. Es interesante en este modelo cómo se interrelaciona el aprendizaje respecto de distintos aspectos del conocimiento profesional. Por ejemplo, cuando el profesor, a través del análisis de entrevistas realizadas a alumnos indaga sobre el aprendizaje de contenidos matemáticos concretos y a su vez sobre cómo se aprende matemáticas en general, al poder vislumbrar, pongamos por caso, cómo se construye el conocimiento matemático y no se absorbe. Además, el autor defiende la elección de partir de la situación matemática y en la formación inicial separar explícitamente la exploración de estas situaciones de la reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Argumenta que ha observado cómo si la actividad matemática se presenta en un contexto que se relaciona con aprender a enseñar, los estudiantes para profesor no problematizan sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela. Parecen pensar que una cosa es el contexto de aprender a enseñar y otro diferente el de la matemática escolar. Estas cuestiones nos parecen de interés para ser consideradas (como posibles cuestionamientos) respecto del desarrollo de I. ¿Cómo se interrelaciona su aprendizaje respecto de distintos aspectos de su conocimiento profesional? ¿La exploración de situaciones de aprendizaje matemático moviliza en su caso sus concepciones (sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje)?

### ***II.3.3. Categorías de análisis de la reflexión sobre la práctica y la visión del desarrollo profesional (respecto de la enseñanza de la matemática)***

La revisión de las investigaciones nos ha proporcionado constructos teóricos que nos han ayudado a enfocar el análisis del desarrollo profesional de la maestra de nuestro estudio. A diferencia de lo que ocurre respecto de las concepciones y el conocimiento profesional, el seguimiento del propio proceso de desarrollo interactuando con la revisión teórica (a veces dirigiéndola hacia núcleos de interés determinados) ha sido en mayor medida el punto de partida de nuestro análisis al respecto. Como explicaremos en el capítulo III, en este caso no hemos desarrollado instrumentos de análisis tan detallados como para el estudio de las concepciones, y, además, las categorías de análisis de las que hemos hecho uso han emergido del

propio análisis en gran parte. Aunque presentamos en este capítulo estas categorías (para aclarar además, las contribuciones teóricas en las que nos hemos apoyado), su desarrollo no corresponde al del orden que podría deducirse del orden de los capítulos.

El caso más claro de cómo nuestro análisis del desarrollo profesional de I y los aspectos en que nos hemos ido fijando en este análisis evolucionan con el propio transcurso del estudio lo encontramos en la ampliación de estos aspectos a la consideración de la visión de la maestra de su desarrollo (respecto de la enseñanza y aprendizaje de la matemática). El transcurso del estudio de caso pone de manifiesto la importancia de las concepciones de I respecto del desarrollo profesional, pareciendo tener implicaciones sobre dicho proceso. Su visión de cómo se producirá su desarrollo, en qué aspectos cree que debe centrarse, sus expectativas respecto de éste y su propia percepción de su proceso de desarrollo parecen determinar cómo se produce dicho desarrollo y en qué se observa. De este modo, como veremos con detalle en el capítulo IV, en su posicionamiento inicial se observa su rechazo a abordar su conocimiento de contenido, mientras que, por otro lado, su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas le lleva a evidenciar sus carencias de conocimiento de contenido y sus repercusiones. Nos preguntamos si eso le conduce a modificar su visión de su desarrollo y si se plasma en cómo lo aborda.

La cuestión de la visión del profesor del desarrollo tiene, por otro lado, su eco en la literatura de investigación. Como observábamos en II.3.1, éste es un aspecto en los que algunas investigaciones describen el desarrollo profesional de los profesores. De este modo, el paso a considerarlo como personal, interno, ligado a su práctica reflexiva es destacado por estos trabajos como un salto cualitativo importante que redunda en su propio desarrollo.

Un aspecto fundamental de estas concepciones se encuentra en dónde sitúa la autoridad respecto de su desarrollo y su valoración del mismo. A este respecto, las ideas base del esquema de Cooney nos han sido de utilidad para interpretar tanto la visión de I de su desarrollo como su reflexión sobre la práctica (de manera genérica) (no tanto en cuanto a la diferenciación en distintos niveles, sino en cuanto a la reflexión que contiene sobre la consideración de sí misma en su desarrollo y la

integración de su voz y las de los demás). Así, en la visión del proceso de desarrollo profesional por parte de I, hemos diferenciado fundamentalmente dos perspectivas: si lo considera un proceso “externo”, donde la autoridad la tienen los “expertos” (formadores o investigadores) y el desarrollo viene dado por la adquisición de conocimiento dado por éstos; o si, por el contrario, sitúa en su propia persona la autoridad sobre su proceso de desarrollo profesional y su vía de desarrollo.

Por último, su visión de la práctica como fuente de aprendizaje, esto es su *problematización de la práctica* nos informa de las vías de desarrollo que concibe y su papel en éste. Esta problematización de la práctica está relacionada con su reflexión sobre la misma.

En el análisis de la reflexión de la maestra, por otro lado, hemos diferenciado si su reflexión es simple y polar, o compleja. La primera estaría ligada a una visión absolutista del conocimiento, mientras que la segunda se relaciona con un pensamiento crítico (que considera la diversidad del conocimiento pero que se compromete con la elección de la mejor solución para una situación dada, sopesando los valores relativos de las distintas posibilidades).

En la reflexión de la maestra sobre su acción hemos intentado distinguir si se trata de reflexión *sobre* la acción, *en* la acción o *para* la acción (Schön, 1983, 1987; Jaworski, 1998; Eraut, 1995). Por un lado, nos interesa si su reflexión *sobre* la acción deriva en reflexión *para* la acción y en qué medida es llevada a la acción posteriormente. Por otro lado, ante las distintas posturas sobre la reflexión *en* la acción, nos interesa ver hasta qué punto se observa o no la validez de este constructo en el análisis de la reflexión de la maestra y si, como se conjetura, un hábito de reflexión *sobre* la acción potencia la reflexión *en* la acción.

Otro aspecto que hemos considerado en el análisis de la reflexión es hasta qué punto es específica de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, de qué modo toma en consideración la naturaleza de la materia, de su enseñanza y su aprendizaje profundizando en ellos (Jaworski, 1996, 1998). Nos hemos referido normalmente a este aspecto como *profundización de la reflexión en el contenido matemático* (en los

informes del análisis). Consideramos que las concepciones sobre la materia y su enseñanza y aprendizaje, el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido son elementos fundamentales en esa reflexión.

En Cooney y Krainer (1996) se pone de relieve la especificidad del conocimiento matemático a través del ejemplo de una profesora que reflexiona sobre la enseñanza de las funciones, constituyendo la conceptualización de función y su repercusión en el aprendizaje aspectos relevantes de dicha reflexión.

Damos paso a la presentación de las categorías que hemos usado para el análisis de la reflexión sobre la práctica y la visión del profesor del desarrollo profesional. Se podrá apreciar cómo algunas de ellas reflejan claramente los constructos referidos, junto con otras que se nutren sobre todo de lo que emerge de la comprensión del propio caso estudiado. Estas categorías se describen en los términos en que han sido usados en nuestra investigación: como focos de atención y cuestionamiento por nuestra parte respecto del desarrollo de I. No nos proveen de indicadores con los que categorizarlo, más bien nos ayudan en su descripción e interpretación.

***Categorías de análisis de la visión del desarrollo profesional***

Motivación:Cuál es su objetivo respecto de su desarrollo y su finalidad última, qué le lleva a buscar su desarrollo y qué obstáculos profesionales percibe en sí mismo que le hacen buscar ese desarrollo.

Vías de desarrollo: Concepción interna/externa del desarrollo (en cómo se produce y en referentes para su valoración), papel de sí mismo en su desarrollo, mediante qué procesos se producirá el desarrollo, en qué se pone el énfasis en esos procesos, relación de éste con la práctica del maestro y con sus características contextuales y personales, visión de su desarrollo en relación con distintos aspectos de su conocimiento profesional (¿se observan diferencias?), problematización de la práctica (¿la concibe como fuente de aprendizaje? ¿cómo se aprende de la práctica?), relación teoría-práctica (¿qué necesidad percibe de apoyo teórico para su mejora profesional? ¿qué necesidad tiene el maestro de fundamentar su acción? ¿qué relación establece entre las aportaciones teóricas y la mejora de su práctica? ¿qué tipo de aportaciones teóricas considera útiles para su desarrollo?).

Elementos de su conocimiento profesional sobre los que considera necesario incidir en su desarrollo: en cuáles considera necesario incidir y por qué, qué visión tiene del conocimiento profesional del maestro para la enseñanza de la matemática (y en particular, qué conocimiento de contenido considera que necesita, qué conocimientos sobre la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos y cuál es la importancia de éstos), qué necesidades percibe respecto de su desarrollo y cuáles considera que son sus repercusiones, qué relación establece entre los distintos aspectos del conocimiento profesional del maestro, cómo se considera en su visión del desarrollo la ampliación de su conocimiento profesional.

Percepción de su desarrollo y satisfacción con él: en qué aspectos percibe su desarrollo, cómo lo “mide”, cómo y por qué le satisface, de qué modo esa percepción sustenta su propio proceso de desarrollo.

Cuadro 3: Categorías de análisis de la visión del profesor del desarrollo profesional.



### ***Categorías de análisis de la reflexión sobre la práctica***

Variables del análisis de la práctica: En qué aspectos de su práctica centra la atención. ¿Incluye su propia actuación en ese análisis? ¿Su papel, las decisiones que toma, su propio conocimiento profesional y concepciones? ¿Se fija en la actuación de los alumnos, en su papel, en su aprendizaje? ¿Analiza los aspectos y dificultades de aprendizaje que percibe, indaga sobre ellos o los describe?

Profundización en la enseñanza y aprendizaje del contenido matemático: ¿Qué centralidad tiene el contenido matemático y su enseñanza y aprendizaje en la reflexión? ¿Se reflexiona sobre la propia matemática (qué es hacer matemáticas, aprender matemáticas...)? ¿Se profundiza en la reflexión en aspectos relativos a éstos?

Tipo de reflexión: ¿Es una reflexión simple y polar? ¿Es una reflexión compleja, que considera matices y sopesa distintas posibilidades con sus inconvenientes y beneficios?

Reflexión *en/sobre/para* la acción: ¿Se reflexiona a posteriori sobre lo acontecido en la práctica? ¿Hay indicios de reflexión durante el transcurso de la acción? ¿La reflexión sobre la acción lleva a propuestas de acción (reflexión para la acción)? ¿Incide esa reflexión en la acción posterior?

Qué consecuencias extrae de la reflexión.

Qué dilemas o preocupaciones se reflejan en ésta.

Cuadro 4: Categorías de análisis de la reflexión sobre la práctica.

<sup>1</sup> Representaciones inspiradas en Krainer (1999a). Con el símbolo  $\otimes$  (en E10'' e I10'') queremos representar la interacción entre los propios alumnos.

# **METODOLOGÍA**



## **CAPÍTULO III: METODOLOGÍA**

### **III.1. OBJETIVOS Y PROBLEMAS DE INVESTIGACIÓN**

Como explicábamos en el capítulo I, el objetivo principal de esta investigación (una vez iniciado el proyecto de investigación colaborativa y decidido centrarnos en el estudio del caso de I) era hacer un seguimiento del proceso de desarrollo de I, focalizado en su reflexión-acción y en qué términos se observaba dicho desarrollo (no sólo ya en relación con su práctica y su reflexión sobre ella, sino sobre otros aspectos de su conocimiento profesional y concepciones).

En principio pensábamos que sería interesante incluir en el estudio de “en qué términos se observaba su desarrollo”: su conocimiento profesional (especialmente su conocimiento de contenido y didáctico del contenido<sup>1</sup>), sus concepciones respecto de la enseñanza de la matemática y su práctica docente<sup>2</sup>. Estos tres parecían los pilares claros de su saber

---

<sup>1</sup> En toda nuestra investigación nos ha dirigido el interés de poder extraer conclusiones para enfocar desde el área de Didáctica de la Matemática la formación inicial y permanente del maestro de Primaria. Esa es la finalidad última de nuestro estudio.

<sup>2</sup> Somos conscientes de que estos tres aspectos no son disjuntos. Su práctica muestra sus concepciones y conocimiento, las concepciones se pueden considerar parte del conocimiento profesional, la propia práctica

profesional y, por tanto, en los que observar su posible mejora profesional. Nos interesaba tanto observar qué desarrollo se producía en estos aspectos, como ver cómo interactuaban en relación con su desarrollo. Esto es, cómo su conocimiento profesional, sus concepciones y su práctica se limitaban y potenciaban entre sí (desde el punto de vista de su desarrollo).

Con el seguimiento de su reflexión-acción, observamos la importancia que tiene en dicho proceso lo que para ella representa “la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas”. Esto nos lleva a, de un lado, considerar su interpretación de esta perspectiva y su puesta en práctica como elementos importantes en su proceso de desarrollo y, por otro lado (en relación con lo anterior, pero desde un punto de vista más general) a preguntarnos sobre *¿cuál será la interpretación de un maestro experto (desde el aula) sobre la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas?* Esta cuestión nos parecía de interés, dadas las recomendaciones de las normativas curriculares sobre el papel de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática (no sólo como fin sino también como medio), las bondades que desde la investigación se le atribuyen y, por el contrario, el escaso reflejo que tiene en la escuela.

Por otro lado, tanto el seguimiento de su reflexión-acción como la revisión de literatura sobre el desarrollo del profesor nos llevó a colocar su reflexión sobre la práctica en un papel central de nuestro estudio.

Además, durante el estudio del proceso de desarrollo de I percibimos la importancia que tenía en su modo de abordarlo sus propias concepciones sobre ese desarrollo. En particular, parecía especialmente importante cómo concebía que se produciría su desarrollo (a través de qué vías, de qué medios) y qué aspectos de su conocimiento profesional incluía en su visión de su desarrollo, esto es, cuáles consideraba necesario abordar. Las lecturas de investigaciones sobre el desarrollo profesional del profesor reforzaron de modo “interactivo” esta necesidad (esto es, las lecturas permitieron vislumbrar la importancia de estos aspectos en el desarrollo de I y, a su vez, lo observado en la práctica fue fundamentado con lecturas al respecto).

---

puede considerarse parte del conocimiento profesional, pues éste no sólo está formado por el saber declarativo sino también por el “saber hacer”. En el marco teórico de la investigación (capítulo II) aclaramos las relaciones que entrevemos entre ellos. Aquí, hacemos esa división con fines analíticos: “lo que sabe, lo que hace y lo que cree”.

Estas cuestiones, nos llevan a perfilar los objetivos y problemas de investigación que siguen.

El objetivo fundamental de este estudio es:

Caracterizar el desarrollo profesional que se produce en una maestra de Primaria implicada en un proceso de reflexión y modificación de su práctica (en el contexto de un proyecto de investigación colaborativa sobre la resolución de problemas en el aula de matemáticas).

concretado en:

1. Identificar los aspectos de su conocimiento y su práctica que definen su desarrollo; describir los cambios que se observan en esos aspectos y la relación entre ellos.
2. Describir su proceso de reflexión y modificación de su práctica; cómo se produce y cómo parece relacionarse con su desarrollo.
3. Detectar sus concepciones sobre su desarrollo (en qué términos y cómo considera que debe producirse), su posible modificación y su relación con el propio desarrollo producido. Obtener, asimismo, su percepción de su desarrollo y cómo esta percepción lo alimenta.
4. Extraer rasgos de la interpretación de esta maestra sobre la resolución de problemas en el aula de matemáticas de Primaria y cómo incide esta interpretación en su desarrollo.

Las preguntas sobre las que pretende aportar información son:

- ¿Qué aprendizaje y mejora profesional se puede producir en un maestro experto implicado en el cuestionamiento y modificación de su práctica? ¿Cómo se ven condicionados éstos por sus concepciones y conocimiento? ¿Cómo es su reflexión sobre su práctica?

- ¿Cuál es la visión del maestro de Primaria sobre sus necesidades respecto de la enseñanza de la matemática y sus vías de desarrollo? ¿Cómo se relaciona esa visión con su desarrollo?
- ¿Cuál es la interpretación que hace desde el aula un maestro experto sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática?

Somos conscientes de que con los resultados de nuestra investigación no podremos dar respuestas generales a las cuestiones anteriores, si bien esperamos poder contribuir a apuntar algunas hipótesis al respecto. Por otro lado, estamos convencidos de que estos resultados unidos a los de otros estudios de casos pueden ayudarnos a construir respuestas más ricas a las mismas. A éstas se llegará, como señalan Colás y Buendía (1998) en su descripción de las características de la metodología cualitativa, comparando sus resultados, para generar patrones o redes.

Aunque de entrada, no tenemos pistas sobre los posibles resultados a obtener y su contribución a las preguntas formuladas, la revisión de investigaciones anteriores y nuestra propia experiencia como formadores nos hace situarnos en un punto de partida que nos lleva al planteamiento de otras cuestiones concretas dentro de las anteriores. Pasamos a explicitar ese punto de partida y las cuestiones concretas que nos sugieren.

- Nos interesa especialmente lo relativo al conocimiento de contenido de la maestra: su posible ampliación a través del cuestionamiento de su práctica y cómo sus posibles carencias de éste pueden limitar su desarrollo, así como su visión respecto de sus necesidades al respecto y su desarrollo en relación con él. La literatura de investigación ha llamado la atención sobre las habituales carencias de conocimiento de contenido por parte de los maestros de Primaria y su visión a veces negativa de éste. Nuestra experiencia como formadores nos ha hecho constatar estas carencias y actitudes hacia la materia. Esto nos lleva a preguntarnos, por un lado, de qué modo esas carencias de conocimiento se suplen de alguna manera con el aprendizaje de la práctica, y, por otro lado, si limitan el propio desarrollo del maestro y en qué sentido.

Por otra parte, en nuestra experiencia en formación inicial hemos observado cómo la relación de los estudiantes para maestro con la matemática y su propia concepción de la enseñanza de la matemática en Primaria suele ir acompañada de su escasa apreciación de la necesidad de conocimiento de contenido para el desarrollo de su profesión. El conocimiento de contenido que consideran necesario coincide en gran medida con el conocimiento matemático escolar. Nos preguntamos si las concepciones de los maestros coinciden con éstas, qué necesidades perciben en su formación y cuáles tienen en cuenta de cara a su desarrollo profesional.

- También nos interesa de entrada cuáles son las consideraciones del maestro respecto de su práctica en relación con la enseñanza de la matemática, qué reflexiones hace sobre ella, en qué centra su atención. En particular nos preguntamos hasta qué punto sus reflexiones tienen a la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el centro de atención. Los trabajos de Jaworski en relación con el *Mathematics Teaching Enquiry Project* (1996, 1998) cuestionan esta centralidad en la reflexión de profesores de matemáticas sobre su práctica. Nuestra experiencia con estudiantes para maestro reflexionando sobre situaciones hipotéticas de enseñanza-aprendizaje matemático (*casos* en la línea de Shulman, 1992<sup>3</sup>), así como sobre grabaciones en vídeo de situaciones reales de aula, nos ha permitido observar cómo éstos centran su atención en aspectos pedagógicos generales, sin problematizar la propia enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos. Nos cuestionamos si ocurrirá lo mismo con maestros reflexionando sobre su propia práctica. Nos preguntamos también sobre la relación de esta cuestión con el propio conocimiento matemático del maestro y su visión del mismo respecto de su desarrollo.
- En relación con el punto anterior, nos interesa saber qué necesidad perciben los maestros sobre su formación en relación con aspectos específicos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Esto es, en su visión del conocimiento profesional necesario para la enseñanza de la matemática y de su propia mejora profesional al respecto ¿consideran la necesidad de un conocimiento específico sobre cuestiones relativas a la enseñanza y el aprendizaje del contenido matemático (un conocimiento didáctico del contenido)? Nos planteamos si, por el contrario, atribuyen sus

---

<sup>3</sup> En Contreras (1999) puede encontrarse una propuesta del uso de casos en la formación de maestros desde la perspectiva de la Educación Matemática.



necesidades respecto de la enseñanza de la materia a un conocimiento pedagógico general aplicado a la matemática.

- Finalmente, desde un punto de vista más teórico, nos gustaría aportar datos para una conceptualización del desarrollo profesional del profesor respecto de la enseñanza de la matemática realizada desde la observación de estos procesos.

Las tres primeras cuestiones nos parecen de sumo interés para la consideración de la formación de maestros respecto de la enseñanza de la matemática y del enfoque de dicha formación desde el área de Didáctica de la Matemática.

Por último, para cerrar esta exposición de los objetivos de nuestro trabajo, nos gustaría señalar que si bien, como ya hemos explicado, hemos colocado en un segundo término la participación de la maestra en el proyecto de investigación colaborativa y su incidencia en su desarrollo, esperamos obtener algunos datos sobre esta posible incidencia. Estos datos, junto con los estudiados directamente en nuestro seguimiento del proceso de desarrollo de I, nos pueden ayudar a comprender en parte cómo se ha producido ese desarrollo.

### **III.2. CARACTERIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

El objetivo de nuestra investigación, la comprensión del proceso de desarrollo profesional de una maestra de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática, otorga a la misma fines eminentemente idiográficos (Latorre et al. 1997). No pretendemos obtener resultados que nos permitan establecer leyes generales. No buscamos abstracciones universales sino concretas y específicas universalidades (Erickson, 1989). No obstante, como ya hemos señalado, creemos que la descripción que aporte este caso y las relaciones y cuestiones que pongan de manifiesto, apoyados y contrastados con los de otros casos e investigaciones pueden ayudarnos a construir explicaciones sobre el desarrollo profesional del maestro respecto de la enseñanza de la matemática<sup>4</sup>.

Como hemos explicado anteriormente, la intención de hacer un seguimiento detallado del proceso de desarrollo y de mantener un relativamente amplio campo de aspectos a observar

---

<sup>4</sup> Se trataría de una generalización para la teoría, no de una generalización para una población, como señalan Ponte (1994) y Matos y Carreira (1994), citando a Yin (1984, 1989, 1993).

en este desarrollo, profundizando de este modo en nuestra comprensión del fenómeno, nos ha llevado a restringir nuestro estudio al caso de una maestra. Se trata, por tanto de un estudio de casos (de un caso) (donde usamos este término con el sentido que le dan LeCompte y Preissle, 1993, refiriéndose al “número de unidades de estudio”). Coincidimos con la perspectiva de Cohen y Manion (1994), quienes atribuyen a estos estudios el propósito de *indagar en profundidad y analizar intensivamente el fenómeno multifacético que constituye el ciclo de vida de la unidad con vistas a establecer generalizaciones sobre la población más amplia a la que la unidad pertenece* (p. 106). Estas generalizaciones, no obstante, tienen sus limitaciones y deben ser tratadas con cautela, apoyadas, como ya hemos señalado, en otros estudios.

En los dos párrafos anteriores situamos la finalidad de nuestra investigación en “comprender” el proceso de desarrollo objeto de nuestro estudio. Con dicha comprensión nos referimos a construir nuestra propia interpretación del suceso. Esta interpretación será una construcción del investigador, a partir de lo que éste considera que se pone de manifiesto (respecto de su desarrollo en relación con la enseñanza de la matemática) en las actuaciones, declaraciones y documentos que la maestra produce<sup>5</sup>. Esta interpretación, no obstante, ha intentado nutrirse de y recoger las interpretaciones de la propia maestra. Además de la consideración de los significados e intenciones que manifiesta atribuir a sus acciones y pensamientos, esto nos ha llevado en ocasiones a indagar explícitamente sobre su interpretación de los sucesos y de su propio proceso de desarrollo y a contrastar nuestras interpretaciones con las suyas. Podemos decir que *los significados inmediatos y locales de las acciones, según se definen desde el punto de vista de los actores*, han sido foco de interés en nuestro trabajo, lo que consideramos lo acerca a un enfoque interpretativo de la investigación (cuya “esencia”, para Erickson, 1989, p. 196, viene dada por el interés señalado).

Para perseguir los fines y objetivos deseados era necesario realizar un estudio longitudinal. Hemos realizado un seguimiento de la práctica de I, su reflexión sobre la misma, sus ideas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y su percepción de su propio

---

<sup>5</sup> Coincidimos en ese sentido con la delimitación por parte de Carrillo (1998) de su investigación. En ésta se estudia el *modelo mental* de un grupo de profesores, donde dicho modelo se define como *la interpretación que ha hecho el investigador de lo que los sujetos analizados le han expresado en relación con sus concepciones sobre la matemática y su enseñanza y en relación con sus modos de resolver problemas* (p. 25). Este modelo, aclara el autor, es propiedad del investigador, no de los individuos analizados.

desarrollo fundamentalmente durante el curso 1999/2000 (como explicábamos en el capítulo I). Además, hemos ampliado el estudio de este periodo con algunos datos sobre su práctica y su interpretación de su desarrollo posterior.

La recogida de datos se ha realizado mediante diversos métodos. Hemos recogido información sobre su práctica directamente a través de la observación no participante de sesiones de aula. Esta información se ha complementado con la recogida de *artefactos* (Goetz y LeCompte, 1988; Romberg, 1992; LeCompte y Preissle, 1993) o documentos relativos a ésta (sus planificaciones previas, las fichas elaboradas para los alumnos, un diario estructurado [de I] y un cuaderno-diario de formato libre [también de I]). Con los dos últimos tipos de documentos y las planificaciones hemos pretendido acercarnos, además, a sus ideas, interpretaciones e intenciones (respecto de su práctica y su desarrollo). El diario estructurado, en el que la maestra ha reflejado su reflexión sobre las sesiones de clase, ha resultado un elemento especialmente rico para comprender su perspectiva de su práctica y su desarrollo.

La observación de aula ha sido grabada en video y se han recogido notas de campo complementarias. Las grabaciones de video han sido transcritas centrándonos en la maestra. Contienen casi la totalidad de la interacción de I con sus alumnos en gran grupo y algunas notas sobre su interacción con éstos durante el trabajo de los alumnos en pequeños grupos. En la transcripción se han incorporado las notas de campo que describen impresiones anotadas durante el transcurso de la misma, diferenciándose de lo descriptivo. Los artefactos considerados han sido simplemente fotocopiados.

Además, hemos realizado dos entrevistas semiestructuradas en las que hemos indagado sobre sus visiones, percepciones e interpretaciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, su propia práctica y su desarrollo. A estas entrevistas (localizadas en distintos momentos del estudio, una de ellas realizada al final de éste con el objetivo de recoger su visión a posteriori de su proceso de desarrollo y sus explicaciones al mismo), hemos unido el registro de sus declaraciones durante las sesiones de trabajo en el proyecto de investigación colaborativa. Éstas han sido usadas en lo que respecta a lo que aportaban sobre su desarrollo, no sobre el propio proyecto de investigación. Por otro lado, sus propias declaraciones, a veces espontáneas tras las sesiones observadas o en otros

encuentros, y otras no espontáneas pero en las que no hemos participado como entrevistadores, conforman el conjunto de los datos “declarativos” recogidos de I.

Las entrevistas y algunas de las declaraciones han sido audiograbadas. En este caso se ha realizado una transcripción literal de las mismas. En el resto de los casos (las declaraciones espontáneas y todas las sesiones del proyecto de investigación), han sido registradas en notas de campo.

Por último, principalmente como motivación a una de las entrevistas y a algunas declaraciones, le hemos solicitado completar dos cuestionarios. En una de ellas, con un formato libre, le pedíamos sus ideas respecto del conocimiento profesional deseable del maestro para la enseñanza de la matemática en Primaria. En la otra, le pedíamos su posicionamiento respecto de los indicadores del instrumento de análisis sobre las concepciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de Carrillo (1998). Éstas han sido usadas como modo de recoger una primera reflexión por su parte que ha sido enriquecida con sus declaraciones posteriores al respecto.

Hemos pretendido hacer un seguimiento rico del proceso de desarrollo de I mediante la distribución de los datos a lo largo del periodo observado (sobre todo a lo largo del curso 1999/2000) y la variedad de los métodos empleados para su recogida, aprovechando su diversa “idiosincrasia” y el distinto tipo de información que aportan, desde instrumentos que suponen su introspección (como el diario), a la observación externa de su actuación en el aula. De este modo (como detallaremos en III.3), hemos recogido información de manera intensiva durante todo el curso 1999/2000, intensificándolo, en lo que se refiere a la observación de su práctica y su reflexión sobre ella, en los periodos inicial y final del mismo. La información declarativa y los cuestionarios se han diseminado a lo largo de ese curso y a posteriori.

En lo que se refiere a la orientación de esta investigación, como señalábamos respecto de los objetivos y cuestiones que nos planteamos, no partimos de una teoría previa que queramos contrastar o verificar. Nuestra intención es generar conocimiento desde una perspectiva inductiva. Nos situamos, por tanto, en el descubrimiento frente a la verificación (la distinción más fundamental que Reichardt y Cook, 1995, atribuyen a los paradigmas cualitativo y cuantitativo). Esto no significa, por un lado, que no tengamos unas suposiciones o preconcepciones sobre el fenómeno a observar que nos hagan esperar,

hasta cierto punto, algunos resultados (hemos intentando explicitar estas suposiciones y las cuestiones que nos generan en III.1). Por otro lado, tampoco significa que para el análisis de los datos no partamos de ciertas categorías previas, en lo que se refiere a algunos aspectos del fenómeno a observar más que respecto de otros, como veremos. Esto es, nuestra inducción parte en algunos casos de unas “hipótesis teóricas previas”. Consideramos que ambos aspectos no contradicen el carácter inductivo y generativo que atribuimos a nuestra investigación<sup>6</sup>.

El propio transcurso del estudio nos ha llevado a decidir qué instrumentos de recogida de información utilizar y por qué, cuándo teníamos información suficiente o necesitábamos recoger datos sobre un aspecto concreto y cómo realizar el análisis. Estas decisiones han sido tomadas en función de una “conversación dialéctica” entre la teoría y los propios resultados que íbamos obteniendo en el estudio. Esto es, la comprensión progresiva del caso, fundamentada tanto en la revisión de literatura al respecto como en el propio estudio experimental, han determinado en gran parte el diseño de la investigación. Como podrá apreciarse en la descripción con más detalle de las distintas partes de la investigación (en los epígrafes que siguen), se trata de un diseño emergente.

En lo que se refiere al análisis de los datos, hemos realizado un análisis de contenido (Bardin, 1986). Hemos partido de algunos focos de análisis previos y otros han surgido del propio análisis. En último caso, hemos considerado como focos del análisis aquellos aspectos del conocimiento (incluyendo concepciones) y práctica profesional de I que parecían explicar su desarrollo. En el mismo sentido, los instrumentos de análisis de los que nos hemos valido han emergido en distinto grado del análisis. En el caso del estudio de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, hemos partido de un instrumento de análisis (construido teóricamente, adaptando el de Carrillo, 1998, respecto de las concepciones del profesor de matemáticas de Secundaria, al caso del maestro de Primaria). También en el caso del estudio del tratamiento de la resolución de problemas en el aula, hemos hecho uso de un esquema existente (Carrillo, 1995), si bien en este caso su utilización ha surgido como necesaria durante el transcurso del propio estudio<sup>7</sup>. Finalmente, en lo que se refiere a su visión de su desarrollo y su reflexión sobre la

---

<sup>6</sup> Goetz y LeCompte (1988) hacen referencia, en este último sentido, a la investigación generativa informada teóricamente (citando como ejemplos las investigaciones de Cusick, 1973, y Smith y Keith, 1971).

<sup>7</sup> Esto es, como explicábamos en III.1 y detallaremos más extensamente en III.5, la atención sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática no ha sido un foco de interés previo de esta

práctica, tanto los focos de atención como las categorías de análisis han surgido durante el estudio (en la interfaz entre la teoría y los datos).

En el proceso de análisis de los datos y el uso en éste de los instrumentos de análisis se pueden diferenciar varias fases (correspondientes a distintos momentos en relación con la recogida de los datos y con la comprensión del proceso de estudio). En un primer momento, casi inmediato a la recogida de los mismos, se realiza un análisis preliminar. Éste consiste en la lectura, audición o visionado de éstos (según se haya registrado) y la anotación de aspectos que parecen relevantes (en sintonía con la comprensión del problema en ese momento y apuntando también hacia nuevas direcciones). Dicho análisis ha servido para dirigir el trabajo de campo, las lecturas y el análisis de los datos (en qué cuestiones fijarse, qué información recoger y con qué instrumentos, sobre qué aspectos indagar, por ejemplo). A veces este análisis se ha realizado en paralelo a la transcripción de los registros correspondientes (a formato escrito y a ordenador<sup>8</sup>).

Durante la recogida de datos, pero no de manera simultánea, hemos realizado un análisis seleccionando unidades de información y asignándoles indicadores de los instrumentos de análisis o categorías disponibles, a la vez que generando nuevas categorías. Este análisis no se ha llevado a cabo con la totalidad de los datos pues conforme se ha ido realizando (y se iba avanzando en la recogida de información), hemos visto más adecuado un análisis más libre de dichos indicadores. En este análisis (que coincide con el análisis final, realizado en la fase última de la recogida de datos y de manera intensiva tras su recogida), hemos tenido las categorías de análisis como referente pero no hemos realizado la asignación directa: “unidad de información-categoría o indicadores correspondientes”. Hemos intentado extraer de las unidades de información explicaciones más “finas”, más relaciones y mantener una actitud más abierta a la comprensión de la situación que con el análisis por

---

investigación, ni ha sido introducido en relación con el estudio del desarrollo profesional (en general). Ha surgido del papel que toma en el desarrollo del caso que nos ocupa, por la importancia que atribuye I a la “enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas” y cómo le sirve de referente en su desarrollo. Esto nos llevó a la necesidad de considerarlo dentro del estudio. El interés que tiene, no obstante, no es hacer una descripción y análisis detallados de sus concepciones y enseñanza en relación con la resolución de problemas, por lo que no hemos recurrido a instrumentos de análisis más potentes, como el de Contreras (1998).

<sup>8</sup> En ocasiones en que el registro era ya escrito (como en el caso de las declaraciones durante las sesiones del proyecto) se han pasado las notas escritas a ordenador después de las sesiones (en la medida de lo posible en la misma jornada), anotando comentarios sobre la disposición “no verbal” de I (la sensación que parecía manifestar ante el tema, su actitud...) y ampliando otras percepciones e ideas surgidas durante la sesión y que no habían podido ser anotadas con más detalle. En ese momento he revisado lo obtenido y anotado en los márgenes de la transcripción posibles cuestiones de interés para su análisis.

asignación de indicadores. La realización de este análisis final se ha materializado en la confección de informes de cada episodio de información considerado<sup>9</sup>. En estos informes hemos intentado plasmar y justificar todo lo que nos sugerían los datos en función del marco teórico y de lo analizado previamente. De este modo, lo que aporta ese episodio en concreto está contextualizado en los otros episodios. Estos informes han sufrido varias revisiones y constituyen parte del análisis de los datos y su presentación (como explicaremos).

A través de la elaboración de los informes anteriores hemos ido extrayendo los aspectos “clave” del problema (los que organizaban nuestra comprensión del mismo, los aspectos que para nosotros definen el desarrollo observado). El informe final del caso ha sido organizado en torno a esos aspectos.

Para dar una idea global, teniendo en cuenta la diferenciación de Carrillo (1998) entre *instrumentos de primer orden* (de recogida de datos), *instrumentos de segundo orden* (para el análisis de los datos), *instrumentos de tercer orden* (presentación clasificada e interpretación de los datos) e *instrumentos de cuarto orden* (presentación final de los resultados), en nuestro caso tendríamos como:

- Instrumentos de primer orden: observaciones de aula, artefactos sobre su práctica y su reflexión sobre ella, entrevistas y declaraciones, y cuestionarios sobre el conocimiento profesional deseable que considera debe tener un maestro para la enseñanza de la matemática y sobre sus concepciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la materia.
- Instrumentos de segundo orden: instrumento de análisis de las concepciones del maestro de Primaria respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, esquema del tratamiento de la resolución de problemas en el aula (Carrillo, 1995), categorías de análisis de la

---

<sup>9</sup> Hemos denominado *episodio de información* a cada segmento de información identificable por un tipo de instrumento de recogida de información y un día concreto (correspondiente a una sesión del proyecto, una ficha del diario, una sesión narrada en el cuaderno de clase, una grabación de vídeo, la declaración de un día...).

reflexión sobre la práctica y categorías de análisis de su visión del desarrollo profesional<sup>10</sup>.

- Instrumentos de tercer orden: no existen como tales (no hay una interpretación diferenciada de cada unidad de información); la interpretación de los datos se presenta de manera conjunta en los informes del análisis de los episodios de información.
- Instrumentos de cuarto orden: los mismos informes del análisis por episodio son en parte presentación de los resultados, si bien la presentación en su estado final se hace en el informe conjunto del caso (capítulo IV).

Lo expuesto anteriormente ofrece una visión general de la metodología seguida (que detallaremos en los siguientes apartados de este capítulo). Nos permite, además, clasificarla según las categorías consideradas por distintos autores.

Si atendemos a los criterios que Latorre et al. (1997) diferencian para clasificar una investigación educativa, podemos decir que la que nos ocupa es una investigación *básica* (tiene un fin más teórico que de aplicación directa), *longitudinal*, *descriptiva-explicativa* (su intención es tanto ofrecer una descripción del proceso de desarrollo de I como explicaciones del mismo, de los aspectos que lo definen y sus relaciones), *cualitativa*, *idiográfica* y *orientada al descubrimiento*. Por otra parte, es difícil su clasificación en *investigación de laboratorio* o *investigación de campo*, puesto que el marco en el que ha tenido lugar ha sido en ocasiones los propios escuela y aula de la maestra, y, en otros casos, escenarios que si bien no son los propios de su práctica docente sí han estado ligados a su desarrollo, puesto que han sido los lugares en los propios del proyecto de investigación colaborativa.

Por otro lado, tomando en consideración las dimensiones diferenciadas por Goetz y Lecompte (1988), estaríamos ante una investigación *inductiva* (intentamos descubrir una

---

<sup>10</sup> Respecto de otros aspectos de su conocimiento profesional (fundamentalmente respecto de su conocimiento de contenido y didáctico del contenido) y de su interpretación de la resolución de problemas y la enseñanza de la matemática en relación con ésta, no hemos realizado el análisis con unas categorías tan claras como para poder hablar, creemos, de instrumentos de segundo orden. Los referentes teóricos de los mismos han sido los que nos han dirigido en dicho análisis (de un modo más general). Como explicaremos en



teoría que explique los datos, no encontrar datos que corroboren una teoría), *generativa* (trata de descubrir constructos y proposiciones a partir de los datos, no probar proposiciones ya formuladas), *constructiva* (las categorías y unidades de análisis surgen del propio análisis) y *subjetiva* (las categorías de análisis no son externas al caso estudiado).

Para concluir esta descripción metodológica global, nos gustaría dar algunas características generales del informante (para situar al lector en la investigación). Se hará una descripción en detalle del mismo en la presentación de los resultados (capítulo IV).

En cuanto a la selección del caso, se ha realizado en función de la *rica información* que aporta para el estudio. Por un lado, es una maestra experta y preocupada por su desarrollo (lo que nos parece de interés de cara a ver la potencialidad del mismo y sus límites), tiene habilidades de comunicación, y tiene disposición a participar en el estudio<sup>11</sup>. Estas dos últimas características parecen claves para llevar a cabo un estudio de este tipo, dada la duración del mismo, la dedicación “extra” que supone a la maestra y los instrumentos que se consideran adecuados para la recogida de datos (gran parte de los cuales dependen en gran medida de las dotes de comunicación del informante)<sup>12</sup>. Además, su implicación en su propio desarrollo a través de la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas nos parece una situación única para estudiar el desarrollo de un maestro respecto de la enseñanza de la matemática implicado en la mejora de su práctica.

I tiene una experiencia de 20 años como maestra de Primaria, si bien su formación inicial ha sido como maestra especialista en lengua española y francesa. Trabaja en un colegio público (situado en Huelva capital), en el que se siente a gusto, desde hace 11 años.

Su especial insatisfacción con su actuación en la enseñanza de la matemática y su percepción de especiales carencias respecto de ésta, le han llevado a preocuparse por

---

III.5, el interés en nuestro caso en el análisis de estos aspectos (no por sí mismos sino en relación con cómo inciden en su desarrollo) nos ha desaconsejado introducir instrumentos de análisis más precisos.

<sup>11</sup> Ya hemos explicado en el capítulo I cómo esta investigación aprovecha la oportunidad que le brinda nuestra participación en un proyecto de investigación colaborativa con un grupo de maestras de Primaria. En principio, tenemos ahí un grupo de informantes disponibles. La elección entre éstas de I se debe a su especial relevancia para la investigación, por los motivos que exponemos.

<sup>12</sup> Ambas características (habilidad de comunicación y disponibilidad) son algunas de las señaladas por Latorre et al. (1997) como definitorias de un buen informante.

buscar métodos alternativos para trabajarla en el aula y por la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas. Esta búsqueda ha sido en solitario, a través de su recogida de información (de las experiencias de otros maestros, de libros...) y su “experimentación” (así lo define) en su aula.

Enfoca la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de la formación integral del alumno. Le preocupa sobre todo la educación del alumno y su formación en valores. Esto no quita para que dé importancia a los propios contenidos matemáticos.

Su relación con la matemática como disciplina no es muy buena. No le gustan especialmente y académicamente tiene malos recuerdos. No obstante, sí le gusta la enseñanza de la matemática y su responsabilidad, como hemos explicado, le lleva a preocuparse especialmente por ella.

### **III.3. INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN**

Describiremos en este apartado cada uno de los instrumentos de recogida de información usados, por qué se ha considerado necesario su uso, sus especiales características y a qué responden. Intentaremos aclarar el carácter abierto, flexible y emergente que atribuimos a la investigación desde el punto de vista del diseño de la recogida de información. Antes de entrar en la descripción pormenorizada de cada instrumento, presentaremos una clasificación de los mismos. Para la descripción en detalle de cada instrumento, no hemos respetado dicha clasificación, sino que con el orden seguido intentamos explicar por qué se consideraron adecuados en su momento.

Los instrumentos de recogida de información de los que hemos hecho uso son (concretando lo aportado en III.2):

- Observaciones de aula: centradas en dos unidades didácticas en los comienzos y al final de la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas por parte de I (durante el curso 1999/2000). La unidad del periodo inicial corresponde al tema de *fracciones y decimales*, en el que realizamos una observación de aula V1<sup>13</sup>), y la unidad final corresponde al trabajo sobre *polígonos*, en el que se realiza la observación de la unidad completa (V2-V10).
- Artefactos o documentos: consideramos aquí los materiales que I elabora antes de su práctica (planificaciones) y el material que elabora para el trabajo de sus alumnos (fichas para los alumnos), así como los materiales en los que recoge su reflexión tras la práctica (un diario estructurado en una ficha que completa tras cada sesión y una especie de cuaderno en el que de modo narrativo y totalmente libre recoge lo que ha ocurrido en la puesta en práctica de la unidad). Por otro lado, hemos hecho uso de un documento que elabora para exponer su visión de su desarrollo a raíz de su participación en el proyecto de investigación colaborativa, en las *Jornadas de Investigación en Educación Matemática: El Reto de la Integración Investigación- Formación- Docencia*. Siguiendo algunas de las características con las que LeCompte y Preissle (1993) los describen, los que se refieren directamente a su práctica son todos producciones de la maestra; algunos privados (planificaciones, cuadernos-diarios, y diarios –fichas-) y otros públicos (fichas para los alumnos); si bien no se puede decir que hay algunos de ellos que sean producidos a instancia del investigador, las fichas de los diarios son elaboradas sabiendo en principio que van a ser usadas en esta investigación (y para su uso en el proyecto de investigación), lo que no las hace menos personales o privadas pero se tiene consciencia de que va a servir también a terceros. Los restantes son producidos por iniciativa de la maestra, exclusivamente para sus intereses. En cuanto al documento para su ponencia, es una producción de I, privada (si bien pretende recoger lo que se va a exponer públicamente) y no realizada directamente para sus propios fines sino para un fin más externo (su participación en las Jornadas).

---

<sup>13</sup> El código alfanumérico Vi (donde i representa un número natural) nos sirve para notar cada una de las sesiones de aula grabadas en video y transcritas, en su orden temporal (la i-ésima sesión).

- Cuestionarios: son peticiones concretas del investigador de posicionarse ante unas descripciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y de expresar por escrito las características que considera debe tener un maestro para la enseñanza de la matemática. Ambos no son útiles por sí mismos sino sobre todo para posibilitar la posterior explicación y discusión de la maestra de lo recogido.
- Entrevistas: entre las entrevistas propiamente dichas podemos diferenciar una entrevista clínica (la entrevista final, realizada en febrero de 2002), y una entrevista realizada en el seno del proyecto de investigación colaborativa, junto con las otras maestras. Consideramos que esta última también se trata de una entrevista pues nuestro objetivo es indagar sobre cuestiones específicas relativas a I (para lo que disponemos de un guión de la misma, que nos sirve para dirigirle cuestiones concretas), si bien también usamos la discusión con la otra maestra presente para extraer más información al respecto.

Por otro lado, consideramos dentro de las entrevistas (aunque las diferenciamos de las anteriores) sus declaraciones (no ya a cuestiones nuestras). En éstas también tenemos que diferenciar las que se realizan en las sesiones del proyecto y otras declaraciones. En las primeras a veces hemos introducido cuestiones directas nuestras de interés para esta investigación. Entre las segundas debemos diferenciar sus declaraciones espontáneas (tras las observaciones de clase o en otros encuentros) y las realizadas en las *Jornadas de Investigación en Educación Matemática: El Reto de la Integración Investigación- Formación- Docencia*. En estas últimas, además de sus declaraciones (preparadas como ponente), contamos con sus respuestas a las preguntas planteadas por el público asistente (respecto de su proceso de desarrollo, narrado en su ponencia).

Pasamos a explicar las características de cada uno de ellos.

La recogida de información inicial se realizó a través de los diarios de clase y el registro de las sesiones del proyecto de investigación colaborativa. Respecto de estos inicios (a principios del curso 1999/2000), no podemos olvidar que en estos momentos nuestra

expectativa era considerar a todas las maestras del estudio. Habíamos puesto de manifiesto nuestro interés en desarrollar una investigación paralela al proyecto de investigación colaborativa y acordado con ellas que parte de la información se extraería de la que se recogiera en éste y en ocasiones le solicitaríamos información aparte. Con esa perspectiva las maestras nos fueron entregando las fichas del diario que iban realizando y comenzamos a registrar sus declaraciones durante las reuniones del proyecto.

### III.3.1. *Fichas del diario*

Pertenece a los artefactos usados en esta investigación.

Goetz y LeCompte (1988), LeCompte y Preissle (1993), y Romberg (1992) usan el término artefacto para referirse a las producciones de los informantes y de lo que hacen uso. Para los primeros los artefactos *indican las sensaciones, experiencias y conocimientos de las personas*, a la vez que *connotan opiniones, valores y sentimientos* (p.162).

Hemos querido destacarlo del resto de los artefactos usados por la especial relevancia que ha tenido en esta investigación. Por un lado, nos ha permitido acceder a un nivel de interioridad en el pensamiento y sentimientos de I que difícilmente podría haberse conseguido de otro modo. De algún modo, la información que se refleja en los diarios equivale a la “reflexión en voz alta” de la maestra (en paralelo al *pensamiento en voz alta* del profesor como instrumento de recogida de información, Clark y Peterson, 1990). Así, coincidiendo plenamente con la cita anterior, consideramos que refleja de un modo especial sus sensaciones, percepciones, interpretaciones, opiniones, valores y sentimientos. Por otro lado, nos ha permitido acercarnos a su reflexión sobre su práctica (una reflexión más concreta y profunda de la que suele hacerse declarativamente). El diario es instrumento que potencia esa reflexión más profunda y la recoge al mismo tiempo. Hemos de aclarar que, como señalábamos respecto de la riqueza del caso elegido (lo que nos ha llevado a su elección), estas bondades del diario como instrumento de recogida de información no se la atribuimos sólo al propio instrumento sino, sobre todo, a su uso por parte de I. Aunque su realización tenía para ella un doble objetivo (recoger su práctica para poder comentarla en el proyecto de investigación y apoyarse para el cambio de su práctica en la reflexión que potencia), desde un primer momento ha estado convencida de los beneficios que iba a reportarle su realización (como veremos, en el capítulo de los

resultados, que declara). Esto ha llevado a que “se volcara” en la realización de los mismos, haciendo una reflexión detenida y sincera sobre su práctica y sus ideas.

Este instrumento de recogida de información no ha sido diseñado para esta investigación (ni en cuanto a su estructura ni en cuanto a la petición de su realización), sino que se diseñó en el proyecto de investigación colaborativa y nosotros vimos la oportunidad que nos ofrecía para nuestra investigación. Hemos de reconocer que en un primer momento pensábamos que era una manera de indagar sobre la propia visión de la maestra sobre su práctica, esperando que nos aportara sobre todo información sobre sus concepciones, pero no pensábamos que iban a constituir un medio de obtención de información tan rico como ha resultado. Nos ha permitido hacer un seguimiento cercano del proceso de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas por parte de I y su reflexión sobre ella.

La perspectiva desde la que se diseñó en el proyecto fue la de recoger información sobre la práctica de cada maestra (para discutirla posteriormente en el grupo) y potenciar su reflexión sobre y análisis de su práctica. Con estos objetivos se acordó en el grupo aquellos puntos que sería necesario que contuviera. Estos puntos fueron: una parte descriptiva en la que se recogiera las características contextuales (*nombre de la actividad, fecha, nivel, duración, tutora, número de alumnos y agrupamientos* de los que se hace uso), *objetivos y contenidos* de la sesión, la *descripción de la actividad* diferenciándose en ella las *fases* que se identifican y el *papel del alumno y de la maestra* en cada fase, las *dificultades* que se dieron, las *propuestas de mejora* para éstas y las *conclusiones* que se extraen.

De este modo, el formato de la ficha es el que sigue:

| NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: |            | AGRUPAMIENTOS: |
|-------------------------|------------|----------------|
| FECHA:                  |            |                |
| NIVEL:                  |            |                |
| DURACIÓN:               |            |                |
| TUTORA:                 |            |                |
| Nº DE ALUMNOS:          |            |                |
| OBJETIVOS               | CONTENIDOS | DIFICULTADES   |
|                         |            |                |

Figura 1: Anverso de la ficha del diario.

| PAPEL DEL ALUMNO | FASES | PAPEL DEL PROFESOR | PROPUESTA DE MEJORA |
|------------------|-------|--------------------|---------------------|
|                  |       |                    |                     |
|                  |       |                    | CONCLUSIONES        |
|                  |       |                    |                     |

Figura 2: Reverso de la ficha del diario.

Hemos denominado a cada ficha del diario correspondiente a una sesión  $F_i$  (con  $i$  número natural, que indica su orden respecto de las fichas realizadas). Durante el curso 1999/2000 I ha realizado (y nos ha facilitado) 21 fichas. No hace fichas de todas las sesiones, sino sólo de aquellas que considera que están realizadas “desde la perspectiva de la resolución de problemas”. Esto, por tanto, es un indicador de lo que considera como tal en cada momento. La distribución de las fichas es desigual a lo largo del curso (lo que, como veremos en los resultados, informa sobre su puesta en práctica e interpretación de dicha perspectiva). En la primera parte del curso realiza fichas de algunas sesiones de los temas

que trabaja (las que, como hemos dicho, corresponden a lo que considera en ese momento la perspectiva de resolución de problemas), mientras que a partir de un momento la totalidad de las sesiones de un tema son reflejadas en las fichas (porque considera que se ajustan a dicha perspectiva). En este último caso no se realiza exactamente una ficha por sesión. Se sintetizan a veces varias sesiones en una, sobre todo si el trabajo de una se ha continuado en la otra. Si bien hemos recogido y hecho el análisis exploratorio de las 21 fichas, hemos hecho un análisis en más profundidad de las fichas correspondientes a los intervalos [F1-F8] y [F16-F21], ya que, como explicaremos en III.3.3, en lo que se refiere a la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y su reflexión sobre ella nos hemos centrado en los comienzos de ésta y su tratamiento a final del curso. En la etapa intermedia (de febrero a mayo) hemos seguido de manera más general su práctica, a través de sus declaraciones sobre ella y recurriendo a las fichas correspondientes para contrastar o verificar lo encontrado en las analizadas en detalle. De entre estas fichas intermedias, nos han servido especialmente las de la unidad didáctica anterior a la última realizada (y analizada en detalle, sobre *polígonos*), sobre la *simetría*. Presentamos en el anexo II las fichas analizadas en profundidad. Hemos obviado las restantes (aunque como comentamos, en ocasiones en los resultados hacemos algunas referencias a información ofrecida en éstas) para intentar minimizar el volumen de dicho anexo. Cuando en los informes del análisis por episodio o en los resultados nos referimos a información extraída de las fichas no añadidas en el anexo, transcribimos literalmente el contenido de la ficha del que estamos haciendo uso.

Como se explica por el propio carácter de un diario sobre la práctica docente (en el que se narra lo que ha acontecido desde tu interpretación de los hechos y añadiendo comentarios y connotaciones personales) y por la estructura de la ficha (con una parte más descriptiva y otra más interpretativa), el diario refleja en parte lo que hace y lo que piensa. Respecto de lo primero, en sentido estricto, no se puede pensar que refleja su acción, sino su interpretación de la misma, sin embargo consideramos que no aporta la misma información sobre la práctica que unas declaraciones sobre lo que hace en el aula (en una entrevista, por ejemplo). En el caso del diario, al realizarse poco tiempo después de la acción (I declara haberlos realizado, salvando imposibilidades excepcionales, en la misma jornada de la sesión) y tener la sesión concreta, su imagen, como referente más localizado, la descripción sobre lo ocurrido ofrece más detalles sobre la misma. Así, por ejemplo, nos ha informado



sobre aspectos como el uso del agrupamiento en el aula, el tipo de actividad que se propone, el uso que se da a la resolución de problemas (por ejemplo, como contenido en sí o como medio para trabajar otros contenidos). En este último caso, por ejemplo, no podemos saber (sólo por el diario) qué finalidad atribuye a la resolución de problemas (de manera consciente), lo consideramos más cercano a sus concepciones en la acción. En cierto modo los diarios están a caballo entre lo declarativo y la práctica, *se puede considerar como un espacio de intersección entre objetividad y subjetividad, entre pensamiento y acción* (Colás y Buendía, 1998, p. 268). Por otra parte, y quizás sobre todo, como hemos señalado, nos han aportado mucha información “subjetiva” (los sentimientos, percepciones y demás aspectos que hemos destacado anteriormente). Clark y Peterson (1990) hacen referencia al uso del diario como técnica de recogida de información en lo que se refiere sobre todo al estudio de la planificación del proceso de enseñanza. Por nuestra parte, dadas las características del mismo y en dónde pone la atención (en la visión de la maestra de su práctica a posteriori), lo hemos usado sobre todo en lo que concierne a información sobre su reflexión sobre ella (y, como hemos explicado, algunos datos sobre la propia acción). I declara, además, que cuando realiza el diario los objetivos y contenidos que refleja en él son los que se corresponden al enfoque que ha dado a la clase durante la acción, modificando lo que tenía planificado en la mayoría de las ocasiones:

*Las hago después y es sobre lo que he hecho y no sobre lo que he diseñado. El cambio es producto de la reflexión [el cambio en la ficha respecto a haberla hecho antes de la puesta en práctica]. Sobre todo cambia la ficha en los objetivos, los contenidos son más fijos [suelen cambiar menos los diseñados frente a los trabajados]. Empiezas por donde empiezas cambias lo que habías pensado y lo que haces [D2.7, declaraciones del 5/4/00].*

Esto refuerza, consideramos, nuestro uso del mismo.

### **III.3.2. Registro de declaraciones en las sesiones del proyecto**

Durante las reuniones del proyecto de investigación colaborativa se han registrado por escrito las declaraciones de I, así como las del resto de las maestras y los formadores para

contextualizar sus declaraciones. Este registro ha sido selectivo, anotando (literalmente, con sus expresiones) aquellas declaraciones que interesaban desde el punto de vista de la investigación (porque informaban sobre su desarrollo, su visión del mismo, su práctica y su visión de ésta). Desde un primer momento (cuando se centraba la atención en todo el grupo de maestras) se desechó la grabación en audio de las mismas por la distorsión e incomodidad que suponía para ellas (se veía, además, poco justificado desde el punto de vista del motivo de las reuniones, el proyecto de investigación colaborativa).

Si bien estas declaraciones podrían ser consideradas al mismo “nivel” que las restantes (a las que nos referimos en III.3.6), éstas han aportado una información especialmente abundante y rica. Por un lado, la periodicidad de las mismas (generalmente cada quince días, sumando un total de 17 sesiones entre octubre de 1999 y junio de 2000) permite hacer un seguimiento continuado de I. Por otro lado, los temas y cuestiones tratados en las sesiones, no ajenos a nuestros intereses (las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, su propio desarrollo, su percepción de éste...), y la actitud reflexiva que ha adoptado I en ellas han contribuido a la variedad y valía de la información obtenida. La coincidencia entre los temas tratados en las sesiones del proyecto de investigación colaborativa y los focos de nuestra investigación nos ha permitido dirigir a I en ocasiones cuestiones de interés para esta última. Esto también las diferencia de las otras declaraciones (en las que nuestra intervención ha sido menor).

Hemos usado la notación  $S_i$  ( $i$  número natural) para las declaraciones de la sesión  $i$ -ésima. En este caso hemos hecho uso de las declaraciones de todas las sesiones del curso 1999/2000 y hemos revisado las declaraciones del curso 2000/2001, usando algunas de ellas como complemento a los resultados obtenidos en las del curso anterior. Como en lo relativo a los diarios, hemos incluido en el anexo II la transcripción de las sesiones del curso 1999/2000, copiando las unidades de las fichas del curso siguiente en los informes del análisis de los episodios o en el análisis final (capítulo IV) cuando nos basamos en ellas para extraer conclusiones.

### III.3.3. *Observaciones de aula*

Las observaciones de aula pretendían recoger información directa sobre la práctica de I, como complemento y contraste de sus declaraciones sobre la misma y lo que reflejaba en los diarios.

Para ello, se realizó una primera grabación de su práctica el 26/01/2000. Esta primera grabación no responde completamente al diseño final de la investigación. Por un lado, en este momento no era aún claro para nosotros centrarnos sólo en I (aunque empezaba a cobrar peso esta idea) y, además, la grabación de las mastras cumplía también el objetivo de recoger su práctica habitual para ser comentada en el grupo de investigación (para fines del propio grupo). Esto hizo que esta primera grabación persiguiera ofrecernos un primer “flash” sobre su práctica (junto con la realizada a cada una de las otras mastras, con el mismo objetivo). No se recoge una unidad didáctica completa (como haremos a posteriori) sino sólo una sesión.

Esta sesión (V1, correspondiente a la primera grabación en vídeo) coincide con la primera dedicada al tema de *fracciones y decimales* y responde a una de las sesiones que I considera está realizando desde la perspectiva de resolución de problemas. La elección de esta sesión fue un acuerdo con la maestra, que consideraba preferible que correspondiera al principio de un tema, para que la sesión por sí misma pudiera entenderse mejor (sin la necesidad de contextualizar con el tratamiento del resto del tema). En esos momentos no sabíamos si iba a corresponder a una sesión desde esa perspectiva o no. Ha resultado más interesante que así fuera (para poder tener una imagen en la acción de su práctica desde esa perspectiva y su interpretación de ella). Reconocemos que lo que hubiera sido más interesante es haber observado y grabado la unidad completa, teniendo de este modo una imagen de su práctica desde esa perspectiva y, por otro lado, lo que consideraba “su práctica habitual”. El enfoque de la investigación en ese momento no nos lo hizo ver necesario (estábamos centrándonos en los diarios y las declaraciones de todas las mastras, más pegados al proyecto de investigación como contexto de recogida de información). No obstante, mediante las fichas del diario (en el que recoge las sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas) y su cuaderno-diario (en el que recoge todas las sesiones de ésta) hemos podido acercarnos a esa imagen completa. (Además, sus declaraciones nos han aportado también información sobre esa práctica habitual).

El resto de las grabaciones (V2-V10) corresponden a la última unidad didáctica desarrollada durante el curso (*polígonos*). En este caso, ya centrados en el estudio de I, decidimos intensificar la recogida de información sobre su práctica. Mediante el seguimiento de sus fichas y sus declaraciones sobre su práctica estábamos observando su progresivo afianzamiento y ampliación de la perspectiva de resolución de problemas. Parecía que caracterizaba su práctica habitual (no ya algunos momentos alternativos). Para observar cómo era esa práctica asistimos a las sesiones de clase de los dos últimos meses del curso (mayo y junio de 2000). Estas sesiones, además, nos aportaban una imagen de la práctica de I al final del periodo de estudio y de ésta en contenidos geométricos, que nos interesaban especialmente por las mayores dificultades que había declarado encontrar en el propio contenido y su enseñanza. El trabajo durante este periodo constituyó dos unidades didácticas: la primera, sobre *simetría*, y la segunda la ya referida sobre *polígonos*. Grabamos en vídeo la totalidad de las sesiones e hicimos un primer análisis de ellas. Finalmente, por el exceso de información recogida, decidimos incluir en el análisis intensivo sólo la de *polígonos* (por ser la unidad final y mostrar más interés desde el punto de vista de aspectos de conocimiento del contenido y didáctico del contenido de la maestra<sup>14</sup>).

Durante las sesiones me he situado<sup>15</sup>, controlando la cámara de vídeo, en la parte trasera del aula, de modo que pudiera observar y grabar la totalidad del escenario, a los niños (dipuestos en forma de “U”), y a la maestra (que apenas se mantiene en un sitio fijo), así como obtener la mayor calidad posible de imagen. La cámara se ha mantenido fija sobre un trípode, cuidando que el campo de visión que permitía recoger incluyera sobre todo a la maestra y los niños que en ese momento intervenían o a los que interesaba filmar desde la

---

<sup>14</sup> En esta unidad, como explicaremos en los resultados, se plasman las reflexiones y los planteamientos que se ha ido haciendo I durante las unidades anteriores, las decisiones que gradualmente va tomando, por lo que es más rica para mostrar ese progreso. Por otro lado, por lo que se refiere al contenido matemático en cuestión y su conocimiento de él, apreciamos cómo la unidad de polígonos “da más juego” que la anterior desde el punto de vista de nuestros intereses. La menor familiaridad de I con el contenido relativo a las simetrías lleva a que su tratamiento de las mismas en el aula refleje, sobre todo, sus carencias de conocimiento de contenido. La de *polígonos*, por su parte, al ser contenidos más cercanos y más trabajados por ella en el aula anteriormente, permite apreciar, entre otras cuestiones, cuál es su profundización (desde el punto de vista del contenido y su enseñanza y aprendizaje) en lo que propone en el aula, cómo los enfoca y cómo declara haberlos enfocado en cursos anteriores, cómo reflexiona a posteriori sobre su aprendizaje y amplía su conocimiento al respecto. En definitiva, desde el punto de vista de la potencialidad de su desarrollo parece más ilustrativo.

<sup>15</sup> Soy consciente de que en este momento cambio de persona en la conjugación de los verbos. Si bien durante todo el trabajo mantengo la primera persona del plural como reflejo de lo que siento como un trabajo compartido en gran parte (con los directores del mismo), en lo que se refiere a la grabación es importante resaltar mi papel de observadora de las sesiones.

perspectiva del estudio. Además, hemos recogido en notas de campo algunas observaciones sobre sensaciones que se percibían o aspectos destacables que considerábamos podrían no apreciarse en el video, así como algunas notas de nuestra propia reflexión sobre la situación en el momento, para considerar en el análisis posterior<sup>16</sup>.

Mi papel durante la observación ha sido no participante. Fui presentada por I a los alumnos como una formadora de maestros a la que interesaba grabar lo que pasaba en un aula de Primaria, para trabajarlo con mis alumnos. No hubo iniciativa por mi parte a intervenir en el transcurso de la acción (intentando alterar en la menor medida posible lo que sería su práctica sin mi presencia), y así ocurrió en la mayor parte de las sesiones, si bien se hicieron algunas llamadas puntuales por parte de I a que me acercara a observar el trabajo de los niños o me involucrara de algún modo, que fueron seguidas<sup>17</sup>. También, por otro lado, hacía llamamientos explícitos a los niños sobre mi presencia para que me contaran qué habían realizado en relación con la unidad en otros momentos del día que no habían sido observados por mi parte. En definitiva, mi presencia en el aula consideramos que ha inferido en lo mínimo su desarrollo, integrándose de una manera natural y distendida, que permitía la intervención en algunos momentos.

Respecto de la posible distorsión que pudiera observarse en la actuación de los alumnos y la maestra por la grabación en vídeo, hemos de señalar que la familiaridad con mi presencia y la de la cámara ha sido muy rápida<sup>18</sup>. Sobre todo en la unidad de polígonos, la naturalidad de la actuación de ambos ha parecido muy grande. En ese sentido, aunque no ha sido usada del mismo modo la grabación de la unidad de *simetrías*, ha sido útil para que los alumnos y la maestra se acostumbraran a la cámara<sup>19</sup>.

---

<sup>16</sup> Dadas las limitaciones de estas notas, al tener que estar pendiente casi constantemente del enfoque de la cámara (por la movilidad de I y el dinamismo de las sesiones), a veces se han limitado a algunas frases cortas para poder desarrollarlas a posteriori (inmediatamente después de la finalización de la sesión).

<sup>17</sup> Por ejemplo, en una de las sesiones grabadas un niño hizo una conjetura matemática sobre la situación que estaban trabajando. Ante su desconocimiento por parte de I, lo reconoció ante los alumnos y les comentó que “quizás yo lo sabría”, invitándome de ese modo a intervenir. Esta situación parece de interés para poner de manifiesto su distensión con mi presencia en el aula y su talante ante su práctica, sus alumnos y su propio conocimiento y limitaciones. Casi todas las alusiones a mi intervención estuvieron referidas a aspectos del contenido matemático.

<sup>18</sup> La propia I ha comentado este hecho respecto de los alumnos, señalando que puede haberse visto favorecido por la edad de los niños y la asiduidad con que entran otros maestros en el aula.

<sup>19</sup> V2 (la primera sesión de polígonos) corresponde a la grabación real número 12.

Las transcripciones de las videocintas han sido realizadas por la investigadora. En éstas he descrito lo que observo, desde el punto de vista de lo que tiene interés para nuestra investigación. Se describe casi la totalidad de la sesión, salvo algunos trozos que no interesan, señalándose sus omisiones. El discurso de la maestra y el de los alumnos (de las partes que se consideran relevantes) se transcribe literalmente. Estas transcripciones son un primer paso del análisis, pues se realiza ya en ellas una selección de la información<sup>20</sup>. Como ya hemos explicado, se ha incorporado en ellas información (también descriptiva) de las notas de campo, diferenciándose de la transcripción del vídeo.

Además de las notas de campo tomadas durante las observaciones de aula y las grabaciones de las mismas, se ha recogido información sobre la práctica de I a través de la recolección de planificaciones de la unidad (de V1, la primera sesión sobre *fracciones y decimales*, y de la unidad de *polígonos*) y las fichas preparadas para el trabajo de los alumnos (en la unidad de *polígonos*), así como su cuaderno-diario. En este último, recoge su práctica a posteriori, detallando lo que ha hecho cada día. En todos estos casos se trata de material elaborado por la maestra para su propio uso y que ha sido facilitado para esta investigación (no se le ha pedido su elaboración en los casos en que no lo ha hecho por su propia iniciativa, de ahí la diferencia de artefactos disponibles de cada unidad seguida). Respecto del cuaderno-diario, hemos recogido los que ha confeccionado durante el curso 1999/2000 (sobre *fracciones y decimales*, *cuerpos geométricos*, el *tangram* y *simetrías*). Como en el resto del material recogido sobre su práctica, hemos analizado en profundidad lo relativo a las dos unidades didácticas escogidas (*fracciones y decimales* y *polígonos*) y hemos usado el resto sólo para contrastar la información anterior<sup>21</sup>. Su formato varía progresivamente de meramente descriptivos, como una planificación que recoge a posteriori lo que se ha hecho (actividades, agrupamiento y duración) (en *fracciones y decimales*), a más narrativos, explicando lo que ha ocurrido en la sesión y sus impresiones (los restantes). Estos artefactos sobre su práctica nos han servido para indagar sobre qué cuestiones se planteaba I de antemano (mediante las planificaciones), sobre qué parecía poner el énfasis y contrastarlo con lo que se observaba en el aula y su visión posterior (las fichas del diario). Además, en el caso de los cuadernos-diario nos han ofrecido una imagen

<sup>20</sup> En los análisis posteriores se ha recurrido a las grabaciones cuando se han tenido dudas o se ha buscado un tipo de información no plasmada en las transcripciones, si bien la base de dicho análisis han sido las transcripciones. Ha resultado más manejable para el análisis y creemos que están lo suficientemente detalladas para no constituir una reducción significativa de la información.

más global de su práctica que las fichas del diario (sólo sobre las sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas). En su conjunto, nos han permitido hacernos una imagen más completa de la práctica de I (antes, durante y después de la acción), tanto en las unidades observadas (como complemento), como en las no observadas (como seguimiento conjunto de éstas).

### **III.3.4. *Cuestionario sobre el Conocimiento Profesional Deseable y entrevista posterior***

Nos planteamos conocer las ideas de I sobre el contenido del conocimiento profesional deseable del maestro de Primaria para la enseñanza de las matemáticas y estudiar su posible evolución. La finalidad era conocer su visión de su desarrollo profesional (qué aspectos de su conocimiento consideraba prioritarios abordar para su mejora profesional y cuáles estaba dispuesta a abordar). Esto es, qué perspectiva tenía de su desarrollo, respecto de en qué preveía incidir para éste y qué cuestiones de su conocimiento profesional estaba percibiendo en su proceso de reflexión sobre su práctica (realizado hasta el momento).

Explícitamente, en declaraciones anteriores había dejado clara su decisión de no abordar la resolución de problemas matemáticos, considerando que no era ése un aspecto de su conocimiento profesional que considerara prioritario mejorar. Parecía que en sus expectativas respecto de su desarrollo profesional, la mejora de su conocimiento de contenido matemático jugaba un papel poco relevante. Sin embargo, habíamos percibido (tanto los investigadores como la propia I) carencias en su conocimiento de contenido que habían tenido repercusiones en sus intentos de trabajar de otro modo (desde la perspectiva de resolución de problemas) en el aula de matemáticas. ¿Consideraba necesario en ese momento abordar (tras percibir esas situaciones), por ejemplo, su conocimiento de contenido matemático? ¿Planificaba en su desarrollo profesional próximo incidir en estos aspectos? ¿Y en otros? ¿Evolucionaba esta visión con la marcha de su proceso de desarrollo?

Con este fin, decidimos pasar un cuestionario abierto para que pensara y explicitara qué conocimientos consideraba necesarios y qué prioridad les daba. Tras éste, haríamos una

---

<sup>21</sup> En consonancia con el criterio elegido en general en el anexo II se presentan sólo los relativos a las unidades didácticas de *fracciones y decimales y polígonos*.

entrevista en la que nos aclarara lo escrito e indagáramos sobre otros posibles aspectos que pudiera considerar importantes. Consideramos que una entrevista semiestructurada o focalizada (basada en directrices) (Colás y Buendía, 1998) sería el mejor medio de conocer las ideas de I, posibilitando que ella misma las expresara, con su propio lenguaje.

Decidimos realizar en el proyecto de investigación colaborativa tanto el cuestionario como la entrevista posterior. De este modo, al cuestionarle con otras compañeras (a las que también se les hace preguntas en relación con lo que han escrito en el cuestionario) y al intercambiar entre ellas sus opiniones consideramos que la información que aportara podría ser más rica y sus explicaciones más naturales y extensas<sup>22</sup>. Este contexto consideramos que sería más desinhibidor que inhibidor por la dinámica de trabajo común establecida entre las maestras (por el proyecto de investigación colaborativa y previos), lo que lo convertía en un contexto bastante natural. Por otro lado, no temíamos, como señala Serrazina (1998) respecto de la entrevista conjunta realizada en su investigación con tres maestras, que la participación de I pudiera minimizarse por la presencia de las otras maestras<sup>23</sup>, por una posible mayor introversión de ésta. En las sesiones anteriores del proyecto habíamos evidenciado que I tomaba la palabra y participaba intensamente en las discusiones con sus compañeras.

En el cuestionario intentamos que no confundieran lo que consideraban deseable con lo que percibían en ellas mismas. Para esto, pusimos dos columnas para que tuvieran que hacer el esfuerzo de diferenciarlo y lo reflejaran explícitamente<sup>24</sup>. El formato del cuestionario se muestra en la figura 3.

| Reflexionando sobre el maestro de primaria y la enseñanza de las matemáticas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| <p><b>Cuestión:</b> Explica qué características (en cuanto a conocimiento, actitudes, ideas, capacidades...) crees que debe poseer un maestro de primaria para enseñar bien matemáticas (escribelas en la columna de la izquierda). ¿Cómo ordenarías en función de su importancia para la enseñanza las características descritas? (enuméralas de más a menos importantes) Considera cuál es tu situación en cada una de las características anteriores (tu autoevaluación), reflejándolo en la columna de la derecha, y explica fuera del cuadro cuáles pueden ser aquellas donde tengas más problemas.</p> |                             |
| CARACTERÍSTICAS DESEABLES                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ESTAS CARACTERÍSTICAS EN MÍ |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                             |

<sup>22</sup> Por otra parte, se consensúa con las maestras el interés de esta cuestión desde el punto de vista de los objetivos del proyecto de investigación colaborativa.

<sup>23</sup> Finalmente, sólo se realizó con otra maestra más pues era la única que durante ese periodo podía asistir a las reuniones del proyecto de investigación. El hecho de no participar más maestras no presentaba problemas a nuestros objetivos. Es más, la maestra que podía participar presentaba una perspectiva lo suficientemente diferente a I para provocar más explicitación por parte de esta última y, a su vez, entre ambas había una relación que evidenciaba que se sentían libres, cómodas y habituadas a cuestionar a la otra, mantener distintas posturas con naturalidad y expresarse con sinceridad.

<sup>24</sup> Esta diferenciación se mostró de utilidad en Carrillo y Guevara (1998).



Figura 3: Cuestionario abierto sobre el conocimiento profesional deseable (cuestionario CPD).

Este cuestionario fue pasado en la media hora final de una de las sesiones del proyecto de investigación colaborativa. Cada maestra lo completa de manera individual, sin intercambiar apenas comentarios entre ellas, y tras su realización los recogemos. Hemos de decir que en esta sesión I empleó para la realización de la primera columna bastante más de la media hora prevista. No lo hizo, como las otras maestras, señalando a la vez características deseables y éstas en relación a ella. No completó nada sobre la segunda columna. Aunque acordamos que lo traería hecho de casa para la siguiente sesión, no fue cumplido por su parte. No quisimos insistir por sus posibles problemas de tiempo y quizás alguna negativa hacia dicha tarea. Tras la realización de la entrevista conjunta consideramos, además, que la información que buscábamos con esa columna se había cubierto<sup>25</sup>.

Para preparar la entrevista analizamos las propuestas escritas por cada maestra<sup>26</sup>. Categorizamos los elementos que cada una consideraba deseables en el conocimiento profesional del maestro para la enseñanza de la matemática haciendo uso de una categorización básica fundamentada en las lecturas y reflexión teórica<sup>27</sup>. Anotamos los

<sup>25</sup> En ese sentido quizás de haberle pasado el cuestionario de manera individual, sin la restricción de tiempo que impuso la tarea común dentro del proyecto, hubiéramos obtenido la información relativa a las dos columnas. Sin embargo, la riqueza de la entrevista posterior nos refuerza en la entrevista conjunta (entrevista por nuestra parte – discusión por parte de las maestras) como mejor instrumento de recogida de información. Esto, además, era lo que más nos interesaba, pues el cuestionario era sólo una preparación para dicha entrevista.

<sup>26</sup> Presentamos en el anexo II (B.3) los resultados del cuestionario de I.

<sup>27</sup> En ésta diferenciamos:

**Conocimientos:** *de matemáticas, sobre matemáticas, curricular respecto de matemáticas (objetivos, evaluación en matemáticas...), conocimiento didáctico del contenido referido al aprendizaje de los alumnos, conocimiento didáctico del contenido referido a cómo facilitar ese aprendizaje, conocimiento pedagógico general y otros conocimientos.*

**Actitudes:** *hacia la matemática, hacia la enseñanza, hacia la enseñanza de la matemática, hacia los niños (hacia su aprendizaje y hacia ellos como personas), hacia sí mismo (hacia su aprendizaje y hacia él como persona) y otras actitudes.*

**Concepciones:** *sobre la matemática, sobre la matemática escolar, sobre la enseñanza, sobre el aprendizaje, sobre la enseñanza de la matemática, sobre el aprendizaje de la matemática, sobre “el mundo” y otras concepciones.*

**Capacidades:** *habilidades, destrezas... (Carrillo, en prensa).*

aspectos señalados por cada maestra que no estaban claros a qué se referían, las omisiones (sobre qué categorías no se definían) y en qué parecían poner el énfasis. Con estos datos elaboramos el guión de una entrevista conjunta, en el que alternábamos preguntas para aclarar el posicionamiento de cada maestra y otras para que contrastaran sus visiones. Con este contraste pretendíamos profundizar en sus posicionamientos y sus justificaciones.

El guión de la entrevista serviría para intentar incidir sobre los aspectos que nos interesaban. Aunque se redactaron en el mismo las preguntas concretas y se ordenaron y agruparon siguiendo un hilo temático, el doble carácter de entrevista y discusión entre las maestras, hace que de entrada consideráramos que tendríamos que adaptar las intervenciones y cuestiones a lo que surgiera en su discusión (como de hecho ocurrió). El guión de la entrevista (en el anexo II) pretendía aclarar y concretar la visión de I sobre los puntos siguientes (indicamos entre corchetes las preguntas de la entrevista que recogen dichos puntos)<sup>28</sup>.

- Algunas dudas sobre los aspectos que señala en el cuestionario:
  - a) Prioridad en los aspectos que señala. Ha numerado los aspectos que señala en el mismo orden en que los escribe, ¿corresponden estos números con la importancia que les atribuye? Profundizar en esas prioridades y sus razones. [Cuestión 1.b del guión].
  - b) A qué corresponden los aspectos señalados.
    - b.1) ¿A qué se refiere con *actitud crítica ante otras actuaciones*? (primera de las características señaladas en el cuestionario) ¿Pone el énfasis en aprender de la práctica de otros? ¿En analizar críticamente esas prácticas? ¿Esos "otros" son los compañeros o se está pensando en otra posible fuente de aprendizaje? (Se está indagando, a la vez, sobre su visión del desarrollo - de dónde puede provenir y cómo-) [cuestión 2.a]
    - b.2) ¿A qué se refiere con *actitud abierta*? (2ª característica del cuestionario) ¿Hacia quién (los niños, los compañeros...)? [cuestión 2.b]

---

<sup>28</sup> En este caso, a diferencia de por lo que hemos optado en la otra entrevista realizada (EN2), presentamos en este capítulo un resumen de los principales puntos sobre los que queremos indagar (la estructura del guión de

b.3) ¿A qué se refiere con *actitud flexible*? (3ª característica que señala) (¿dispuesta a negociar con los alumnos? ¿a cambiar sus perspectivas? ¿hacia sus compañeros?) [cuestión 2.c]

b.4) ¿Quiere decir con *Sensible a que en su trabajo las relaciones humanas son fundamentales* (característica 4ª) que valore la necesidad de tener buenas relaciones con los alumnos? ¿con los compañeros? ¿con los padres? ¿Que conciba su labor como una tarea humana? ¿Qué supone eso? [cuestión 2.e]

b.5) ¿Qué quiere decir con las implicaciones de *respeto a las opiniones* → *saber escuchar* → *respeto de sus alumnos* (característica 5ª)? [cuestión 2.d]

b.6) ¿Qué conlleva *ser capaz de adaptarse a las distintas realidades*? (característica 6ª) ¿También se refiere a adaptarse a las diferencias de aprendizaje de los alumnos (la atención a la diversidad del aula)? [cuestión 5]

b.7) ¿Qué conlleva *ser capaz de motivar*? (característica 7ª) [cuestión 9]

b.8) Con *ser capaz de liderar y colaborar* (característica 8ª), ¿se refiere al trabajo con los alumnos, también con los compañeros? [cuestión 7]

- Importancia del conocimiento matemático:

I se refiere explícitamente a éste en la característica 13 (*Tener una formación matemática que le permita enseñar y poner en situación de enseñar sabiendo claramente hacia dónde han de tender los contenidos de etapa contextualizados en la totalidad del curriculum de matemáticas, al menos hasta secundaria*).

- a) Con la *formación matemática que le permita enseñar y poner en situación de enseñar*, ¿se refiere a conocimiento de matemáticas o también sobre matemáticas? ¿conocimiento curricular (*sabiendo claramente hacia donde han de tender...*)? [cuestión 3.a]

---

la entrevista), dejando el gión en sí para el anexo II. El guión de esta entrevista es demasiado largo para incluirlo en este epígrafe y, por otro lado, creemos que es más claro explicar su estructura.

- b) ¿Qué conocimiento matemático es necesario que posea un maestro? (¿De qué tipo, en qué contenidos, a qué nivel? ¿Conocimiento de ... definiciones, fórmulas, modos de razonamiento, estrategias de resolución de problemas, otros procedimientos?) [cuestión 3.a]
  - c) Con *al menos hasta secundaria*, ¿quiere decir que no basta con el conocimiento de contenido propio de Primaria, que necesita conocer más? ¿El conocimiento de contenido propio de Secundaria también debe ser conocido por el maestro o es el tope sin entrar ya en éste? [cuestión 3.a]
  - d) ¿Qué importancia atribuye al conocimiento de contenido matemático? [cuestiones 3.a y 3.d]
  - e) ¿Es importante el conocimiento *sobre* matemáticas? [cuestiones 3.b y 3.c]
  - f) ¿Cómo amplía el maestro su conocimiento de contenido? [cuestión 3.d]
- Necesidad de conocimiento didáctico del contenido:
- I señala que es necesario *conocer nuevas tendencias que orienten y tener conocimientos específicos sobre metodología*.
- a) ¿En qué se diferencian ambas? ¿Son las primeras estrategias metodológicas? ¿Se refieren a estrategias de enseñanza generales unas y otras a específicas de matemáticas? [cuestión 4]
  - b) ¿Cuál es la necesidad de que conozca cuestiones concretas de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos? [cuestión 6]
  - c) ¿Y conocimiento pedagógico general? [cuestión 6]
  - d) ¿Qué necesita conocer específicamente respecto de la matemática y su enseñanza y aprendizaje? [cuestión 11] (también relativa al conocimiento de contenido para su enseñanza)
- Conocimiento curricular:

- a) ¿Cuál es la necesidad de que conozca y se plantee específicamente la finalidad de la enseñanza de la matemática y otras decisiones curriculares? [cuestión 13]
- Importancia de las actitudes, habilidades, su visión de la matemática y otras concepciones [cuestiones 14, 15, 16 y 17]
- Su visión del desarrollo profesional:
  - a) ¿Qué necesidades siente respecto de su conocimiento de contenido? ¿Cómo contempla la ampliación de éste en su visión de su desarrollo? (¿lo incluye y de qué modo?) [cuestiones 3.d y 3.e]
  - b) Con *pensar que nada está acabado sino en proceso* (característica 12<sup>a</sup>), ¿se refiere a su propio aprendizaje? ¿Aporta información sobre cómo contempla su desarrollo? ¿Corresponde a su visión de la matemática, la enseñanza en general, la enseñanza de la matemática, el aprendizaje de los niños...? [cuestión 8]

Esta entrevista (a la que hemos denominado EN1) se realizó en el lugar acordado para la reunión del proyecto de investigación de ese día, ocupando la sesión completa (aproximadamente 3 horas<sup>29</sup>). El papel de entrevistador fue realizado por uno de los directores de este trabajo y yo misma (los dos formadores del proyecto de investigación colaborativa). Aunque los dos contábamos con el guión de la entrevista, acordamos que en primera instancia yo realizaría las cuestiones, y su papel se centraría en plantear otras cuestiones que al hilo de los comentarios de las maestras apreciara de interés para nuestra investigación<sup>30</sup>. De este modo, la entrevista-discusión consistió en la discusión sobre todo

<sup>29</sup> Aunque pueda parecer excesiva la duración si se concibe como entrevista clínica, contraviniendo las recomendaciones que hacen muchos autores, no consideramos que lo fuera por su carácter de entrevista-discusión. El intercambio de opiniones entre las maestras y sus justificaciones creó una sesión en la que ambas se veían muy interesadas. Esta entrevista, por otro lado, se dio por finalizada cuando las maestras no tuvieron más que aportar, se observaba ya cierto cansancio en las mismas y se consideró que lo recogido era suficiente.

<sup>30</sup> En este punto tengo que reconocer, por un lado, las ventajas de contar con la ayuda de otro entrevistador. Con las cuestiones que entre los dos apreciábamos de interés y las oportunidades que captábamos para indagar sobre distintos aspectos, la implementación de lo previsto es mucho más ventajosa. Además, conociendo los dos cuál era nuestro objetivo, pudimos intervenir aclarando las cuestiones que el otro hacía, reformulándolas con otras palabras, cuando con la primera formulación no era entendido por las maestras. Por otro lado, tengo que agradecer esta participación y ayuda. Si el éxito de una entrevista como instrumento de recogida de información se reparte entre las habilidades de comunicación y actitud del entrevistado y la

por parte de las maestras y el cuestionamiento por nuestra parte. No intervinimos dando nuestras apreciaciones en la discusión más que en ocasiones y en un segundo término (teniendo en cuenta que era imprescindible para no convertirla en una entrevista inquisitiva, sobre todo considerando que se realizaba en el proyecto de investigación colaborativa). La entrevista fue audiograbada en su totalidad, colocando la grabadora en un lugar no muy visible de la mesa de trabajo, para intentar minimizar su presencia y la posible incomodidad para las maestras<sup>31</sup>. La grabación obtenida fue transcrita literalmente por mí misma.

### III.3.5. Descripción de las tendencias didácticas CEAM

En el marco del proyecto de investigación colaborativa, como se estaba haciendo con el resto de las maestras, consensuamos con I su perfil según las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (sobre la base del instrumento de análisis de Carrillo, 1998, con el que, como comentamos, las maestras se habían familiarizado con anterioridad). En este caso, dado que la propia I (así como las otras maestras) contaban con la descripción de los indicadores de este instrumento, para realizar el consenso de su perfil se le solicitó que de antemano se posicionara en cada indicador (esto es, en qué descriptor/descriptores –de los correspondientes a las tendencias *tradicional*, *tecnológica*, *espontaneísta* e *investigativa*– de cada indicador se sentía reflejada). Para este posicionamiento I no tuvo limitación de tiempo, pues lo realizó en su casa, como tarea dentro de las del proyecto de investigación colaborativa. Además de su posicionamiento en ese momento, I nos aportó el que había realizado con anterioridad (en los inicios de su

---

habilidad del entrevistador. En este punto, como investigadora novel, he de atribuir en gran parte a la maestría de mi co-entrevistador el éxito que corresponde al entrevistador.

<sup>31</sup> Respecto de esta cuestión y otras, nos fueron muy útiles, e intentamos seguir en la medida de lo posible, las recomendaciones recogidas en Wamba (2001) sobre el diseño y realización de una entrevista (considerando, a su vez, las sugerencias de Patton, 1984, Rivero, 1996 y Colás y Buendía, 1998) y las propuestas en McMillan y Schumacher (2001). En concreto, tanto en EN1 como en EN2 (presentada en III.3.7) intentamos cuidar: no inducir respuestas con la misma preguntas, utilizar preguntas abiertas y no dicotómicas, no hacer preguntas demasiado vagas o ambiguas, no expresar nuestras opiniones (excepto cuando, como hemos explicado, se consideraba necesario por el contexto de la entrevista, pero siempre después de que las maestras hubieran expresado las suyas), dejar hablar sobre todo al entrevistado, iniciar la entrevista explicando el objetivo de la misma, iniciar también las cuestiones sobre los distintos focos de la misma con una explicación, intentar que el ambiente fuera relajado y que la entrevista se asemejara lo más posible a una conversación reflexiva, procurar no prestar más atención al guión que al entrevistado, y colocar la grabadora de audio en un lugar no preferente en el lugar de grabación.

puesta en práctica de la resolución de problemas), de modo que en la sesión posterior del proyecto nos explicó la diferencia que apreciaba entre ambos.

El formato del que dispone I para su posicionamiento es la propia fotocopia de la descripción de los indicadores de Carrillo (1998), en el que anotó dónde se encontraba en cada uno de los momentos señalados. El motivo de usar esta descripción de los indicadores en lugar de nuestra adaptación para Primaria de los mismos es que con los primeros I se había familiarizado y eran los que habían sido usados anteriormente en el caso de otras maestras. Como lo que nos interesaba era sobre todo su explicación posterior y, pensábamos que ésta nos permitiría el contraste con el instrumento adaptado a Primaria, no vimos justificable ni aconsejable modificar en su caso (respecto del de las otras maestras) el instrumento a través del cual posicionarse. En el caso de que los indicadores o su descripción no tenían sentido para Primaria, ni siquiera una interpretación flexible de éstos, como se hacía en otros casos, se desechaba la discusión del mismo. Entre estos indicadores no consideramos los de la categoría de *evaluación*, pues habíamos pospuesto en el proyecto la discusión sobre aspectos relativos a ésta. Por otro lado, en nuestro estudio, como explicamos en el capítulo II, tampoco hemos entrado explícitamente en cuestiones relativas a la evaluación.

La fotocopia del posicionamiento de I respecto de estas tendencias CEAM se presentan en el anexo II (B.5).

### **III.3.6. *Declaraciones***

Como señalábamos en nuestra descripción general de la metodología de este trabajo y de los instrumentos de recogida de información de los que se ha hecho uso (III.2 e introducción de III.3), junto con las entrevistas y las declaraciones de I en las sesiones del proyecto de investigación colaborativa, hemos contado con otro tipo de declaraciones (que hemos notado como Di –i número natural-) en las que nuestra intervención es mínima. Algunas de ellas son declaraciones espontáneas de la propia maestra sobre su práctica y sus inquietudes respecto de ella (tras sesiones de aula observadas y en otros encuentros). Nos permiten completar los datos sobre su práctica (aportándonos información sobre sus intenciones, su modo de proceder en la planificación de la misma, su percepción sobre ella)

y su desarrollo en relación con ésta (sus deseos de cambio, los aspectos que pretende modificar y por qué). Por otro lado, en lo que se refiere a declaraciones sobre sesiones no observadas, sus declaraciones nos permiten continuar a otro nivel (respecto del que se hace en las unidades didácticas de *fracciones y decimales* y *polígonos*) su seguimiento de su proceso de reflexión-acción y desarrollo. El registro de estas declaraciones espontáneas se ha realizado mediante notas de campo durante o inmediatamente después de que finalizaran las mismas.

Estas declaraciones se completan con una final (D5, realizada en noviembre de 2001) que se diferencia claramente de las anteriores. En esta ocasión se celebran unas Jornadas<sup>32</sup> en las que I interviene como ponente, explicando su perspectiva del trabajo realizado en el proyecto de investigación colaborativa y del desarrollo que ha observado en sí misma en el tiempo de su existencia. Estas declaraciones nos sirven no tanto en cuanto a su descripción del proyecto de investigación colaborativa (aunque sí nos sirven para obtener algunos datos sobre cómo considera que ha incidido en su desarrollo, que contrastamos con los que se obtienen como resultado de nuestro trabajo), sino en cuanto a su reflexión sobre su desarrollo (en qué términos lo percibe, de qué modo lo relaciona con la reflexión sobre su práctica, qué visión del mismo presenta). Estas declaraciones tienen dos partes: su exposición inicial y sus respuestas a las cuestiones formuladas por los asistentes (el día de su exposición y en otros momentos de las Jornadas). Estas últimas son especialmente valiosas pues en muchos de los casos se trataba de maestros y profesores que incidían, sobre todo, en cuestionar cuál era la continuidad o permanencia del cambio de su práctica que había descrito como uno de los aspectos de su desarrollo. Junto con estas declaraciones contamos con el documento preparado por I para su exposición. Toda su intervención en las Jornadas fue recogida en audio. De esta grabación hemos realizado una transcripción selectiva, recogiendo literalmente aquellos trozos en los que aporta información de interés para nuestra investigación (obviando lo más referido al proyecto de investigación colaborativa). El análisis de su intervención se realiza sobre la base de dicha transcripción (que se presenta en el anexo II. (B.6)).

---

<sup>32</sup> A las que ya hemos hecho alusión: *Jornadas de Investigación en Educación Matemática: El Reto de la Integración Investigación- Formación- Docencia*, celebradas en Huelva en noviembre de 2001 y organizadas por la Dirección General de Evaluación Educativa y Formación del Profesorado de la Consejería de Educación y Ciencia (Junta de Andalucía) y el Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía (Universidad de Huelva).



### III.3.7. *Entrevista final*

Tras la finalización del trabajo con I en el proyecto de investigación colaborativa y cuando estaba prácticamente analizada de manera intensiva la totalidad de la información del curso 1999/2000 (y con la perspectiva de la información que habíamos recogido durante el curso 2000/2001, si bien esa información no ha sido incluida finalmente en este estudio), intentamos recabar datos sobre algunos aspectos que enriquecieran nuestra visión del desarrollo profesional de I. De este modo, perseguíamos tres finalidades principales: contextualizar el desarrollo observado profundizando en su situación anterior al periodo de estudio (respecto de su práctica y su desarrollo), contrastar y completar nuestra interpretación de su desarrollo con la suya, y obtener información sobre de qué modo se habían mantenido a posteriori los aspectos que habíamos observado en su desarrollo. Esperábamos que esta información, de algún modo, nos ayudara a dar una explicación más amplia del desarrollo observado. Por otro lado, intentaríamos indagar sobre algunas dudas que nos habían surgido en el análisis final de algunos episodios concretos de información (si bien, teníamos nuestras reservas sobre la viabilidad de esta cuestión, dado el tiempo transcurrido).

Para la realización de esta entrevista elaboramos como para EN1 un guión previo de los aspectos sobre los que nos interesaba incidir. Incluimos en él fundamentalmente, considerando la tipología de preguntas en la entrevista cualitativa de Patton (1984), *preguntas sobre experiencias y comportamientos* (sobre todo respecto de las etapa anterior y posterior al periodo estudiado), *sobre opiniones y valores* (respecto de su desarrollo, principalmente), *sobre sentimientos y emociones* (respecto de su desarrollo, la matemática y la enseñanza de la matemática), y *cuestiones ambientales* (para recoger datos concretos como su experiencia profesional o su historial de formación, por ejemplo). Las cuestiones sobre su situación anterior al periodo estudiado (en relación con su desarrollo respecto de la enseñanza de la matemática) fueron colocadas al principio de la entrevista, para introducir progresivamente a I en la misma y focalizar su atención (como señalan McMillan y Schumacher, 2001, en relación con las cuestiones que denominan *demográficas* –para que el informante explicita su propia descripción de sí mismo con el

fin de ayudar al investigador a identificarlo y localizarlo en relación con otras personas: información rutinaria sobre edad, formación, ocupación...<sup>-33</sup>).

Presentamos en este caso a continuación el guión preparado para la entrevista. Las cuestiones no están siempre redactadas como debieran ser formuladas. En mayor medida que en EN1 éste es un esquema de los aspectos sobre los que indagar. Junto a este guión se hizo una descripción de los aspectos contextuales que se conocían de I y parecían de interés para nuestro estudio (experiencia profesional anterior, posicionamiento ante su profesión, visión de la misma, experiencia formativa, actitud ante la matemática y su enseñanza y aprendizaje), así como las cuestiones en las que debíamos indagar más. Esta descripción se presenta en el anexo II (A.2).

### **Entrevista semiestructurada con I (19 de febrero 2002)**

- 1) Aspectos contextuales: ¿Podría describir su experiencia y trayectoria profesional, lo que para ella define su figura profesional tal como es ahora?<sup>34</sup>

Por ejemplo:

- años experiencia,
- en qué ha consistido esa experiencia (en qué cursos ha dado, qué materias, en qué sitios, cuál de esta experiencia le parece más relevante para comprender su situación actual),
- su relación con el colegio y sus compañeros,
- lo que piensa que más ha incidido en su formación como maestra,
- su “historial de formación”,
- cómo se ve como maestra,
- su relación con la matemática y su enseñanza, su interés, sus preocupaciones respecto de ésta,
- su relación con los alumnos de los cursos 99/00 y 00/01.

[Puede leer la descripción que yo he hecho y comentar su coincidencia con ella<sup>35</sup>].

---

<sup>33</sup> Si bien en nuestro caso no le solicitábamos simple información factual sino también sus opiniones, valores, sentimientos respecto de su desarrollo en ese periodo anterior al estudiado.

<sup>34</sup> Intentamos indagar sobre algunos aspectos contextuales de su desarrollo (en relación con su práctica y formación anterior) y cómo piensa que esa situación de partida incide en su desarrollo.

<sup>35</sup> Los comentarios entre corchetes corresponden a notas para mí.

2) Casi desde el comienzo de la participación en el P.I.C. (proyecto de investigación colaborativa) comienzas a hacer uso del diario diseñado de una manera continuada<sup>36</sup>:

- a) ¿Por qué y para qué lo usas?
- b) ¿Qué supone en tu “mejora profesional” (no sé cómo lo llamarías)?
- c) ¿Cómo describirías tu “proceso de desarrollo” aparte del proyecto? [¿Reflexión-Acción, Investigación-Acción?, no por los términos en sí sino con qué corresponde su descripción]
- d) ¿Por qué lo inicias?
- e) ¿Qué relación hay entre tu proceso de desarrollo y el P.I.C? [en qué medida cree que los diarios recogen su puesta en práctica de lo que reflexiona a raíz del proyecto y su reflexión sobre esa puesta en práctica? –¿por ejemplo, F1 corresponde para ella a los principios de esa reflexión a partir del proyecto?–]
- f) ¿Haces uso ahora del diario u otro elemento de reflexión sobre tu práctica?
- g) ¿De qué manera crees que se mantiene en marcha durante este curso tu proceso de desarrollo? ¿Qué necesitarías para apoyar ese desarrollo?

3) ¿Crees que se pueden observar cambios en tus clases de matemáticas respecto de antes de tu implicación en el proyecto<sup>37</sup>? ¿En la planificación? ¿y en la acción? ¿Cómo los describirías?<sup>38</sup> [Quizás puedan ser de ayuda los siguientes puntos:

- en el agrupamiento de los alumnos
- en el papel de los alumnos
- en tu papel
- en el tipo de actividades que propones
- en las decisiones que tomas en la planificación de la enseñanza]

4) Cuestiones concretas de la información que se está analizando:

- 1º) Explicarle desde qué perspectiva se está analizando y lo que se está buscando.

<sup>36</sup> Con los apartados a), b), c) y d) pretendemos conocer qué papel otorga a su reflexión-acción en su desarrollo; con el e), cómo cree que éste se apoya en el proyecto de investigación colaborativa; y con f) y g), cuál ha sido la continuación a posteriori de su reflexión-acción y su propio desarrollo (cómo lo percibe).

<sup>37</sup> Se alude a su implicación en el proyecto de investigación colaborativa como referencia del comienzo del periodo estudiado. I identifica éste con el proyecto (ya que su reflexión-acción con el referente de la perspectiva de resolución de problemas surge a partir de su implicación en el mismo).

<sup>38</sup> Percepción de cambios en su práctica (respecto de antes del periodo estudiado).

2º) F5 [ver con ficha sin analizar]: sesión de números romanos en la que destacas la dificultad de los niños en diferenciar el concepto de norma del de idea. ¿Eres capaz de recordar cuáles eran las ideas (no normas) que daban los alumnos como conclusión de la observación?

3º) F6 [ver ficha] ¿es capaz de recordar en qué medida algunas de las cuestiones que se plantea en esta sesión (p. e. la propuesta de indagación futura de la segunda de las conclusiones) están inspiradas por su lectura del documento de Puig y Cerdán? [Contrastar con lo que yo he observado].

4º) En el mismo sentido que lo referido en F6 ¿aprecia ella en qué medida los documentos discutidos en el proyecto, las discusiones de los vídeos y de los perfiles de sus compañeros y propios le han inspirado, potenciado en su proceso de desarrollo y de reflexión sobre su práctica? ¿Tendría algún ejemplo concreto?

Respecto del diseño y realización de esta entrevista tuvimos en cuenta las recomendaciones referidas para EN1. En este caso, sin embargo, el tono y el enfoque de la entrevista son diferentes. En las cuestiones sobre la contextualización de su desarrollo (su experiencia y trayectoria profesional anterior), por ejemplo, le mostramos, ante su petición de alguna guía, la propia contextualización que habíamos escrito a partir de la información anterior. Igualmente, en otras ocasiones describimos nuestra interpretación de su desarrollo (aunque intentamos que no sea en primera instancia), para que nos diera su opinión sobre ésta y su correspondencia con su propia visión. En este caso nos interesa la validación por su parte de nuestra interpretación. Además, la relación establecida con I y su actitud natural reflexiva y sincera ante estos aspectos (como observamos en el cuestionario y declaraciones sobre sus CEAM) nos lleva a pensar que va a explicitar lo que cree al respecto. Por otro lado, la situación más íntima (que en EN1) de esta entrevista, por el contexto en el que se realiza y por las propias cuestiones sobre las que se indaga (en mayor medida sus interpretaciones, percepciones y sensaciones personales) aconsejan un tono y una actitud por nuestra parte aún más cercanos.

Esta entrevista (EN2) responde en mayor medida que la anterior (EN1) a los cánones de una entrevista clínica. En su realización sólo estuvieron presentes I y la investigadora. Para favorecer la distensión de la misma, se realizó en un lugar común de encuentro (donde se habían realizado la mayor parte de las sesiones del proyecto de investigación colaborativa en el segundo curso), en un día y hora fijado por ambas teniendo en cuenta sobre todo sus

preferencias. Se prolongó unas tres horas, en las que en todo momento se observó su interés y actitud reflexiva. Fue audiograbada y transcrita literalmente. Esta transcripción se completó con algunas notas tomadas a posteriori sobre los comentarios que I realizó cuando se dio por cerrada la entrevista (con la grabadora apagada). En este caso, además, dada la densidad de la información recogida y su variedad, se hizo tras la misma una breve descripción sobre la impresión de la entrevista y un esquema de la información que aportaba (este último en el anexo II.A.3), siguiendo a Serrazina (1998).

En el siguiente cuadro presentamos un esquema de los instrumentos de recogida de información de los que hemos hecho uso.

| <b>Métodos/ Instrumentos</b>                                                                                                                                          | <b>Notación</b>                              | <b>Registro</b>                                                                      | <b>Finalidad</b>                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Observación no participante                                                                                                                                           | V1-V10                                       | Grabaciones de vídeo y notas de campo                                                | Recoger información directa de la práctica de I                                                                                                                                                                                                |
| <b>Artefactos:</b><br>Fichas de diarios<br>Fichas para alumnos<br>Planificaciones de aula<br>Cuadernos-diario<br>Documento intervención en Jornadas                   | F1-F21<br>* <sup>39</sup><br>*<br>C1-C4<br>* | La propia producción escrita de I                                                    | Recoger información complementaria a videos sobre su práctica (antes, durante y después de la acción), su visión de la misma y de su desarrollo                                                                                                |
| <b>Cuestionarios:</b><br>Cuestionario CPD<br>Cuestionario CEAM                                                                                                        | Cuestionario CPD<br>Cuestionario CEAM        | La propia producción escrita de I                                                    | Recoger su visión de su desarrollo, sobre todo respecto de qué aspectos le interesaba abordar en él (cuestionario CPD), así como su propia interpretación y explicación de sus CEAM y su posible cambio respecto de éstas (cuestionario CEAM). |
| <b>Entrevistas:</b><br>Entrevista sobre CPD<br>Entrevista final<br>Declaraciones en sesiones del P.I.C.<br>Declaraciones espontáneas<br>Declaraciones en las Jornadas | EN1<br>EN2<br>S1-S17<br><br>D1-D4<br>D5      | Audiograbada<br>Audiograbada<br>Notas de campo<br><br>Notas de campo<br>Audiograbada | Recoger información sobre sus concepciones, su conocimiento, su práctica, su desarrollo y su percepción de éstos.                                                                                                                              |

<sup>39</sup> En los casos en que insertamos estos símbolos, no hemos usado ninguna notación especial para referirnos a los mismos ya que se trata de pocos o un ejemplar de los mismos (por lo que no es necesario diferenciarlos entre sí).

Cuadro 5: Recogida de información. [CPD: conocimiento profesional deseable; CEAM: concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática; P.I.C.: proyecto de investigación colaborativa].

Por último, nos gustaría señalar que la recogida de información no ha sido pactada en su conjunto previamente con I. Con esto queremos decir que una vez explicitada por parte de ésta su disponibilidad para participar en nuestro estudio, cada instrumento de recogida de información que hemos considerado aconsejable ha sido acordado con ella. Su disponibilidad ha sido total, aceptando todas las situaciones propuestas. En su conjunto, además, consideramos que han sido valoradas positivamente por ella porque le han servido también de apoyo o estímulo para su propio proceso personal de desarrollo y como ocasiones para reflexionar sobre su práctica y su desarrollo. En ese sentido se manifiesta respecto de las observaciones de aula: *Si tú no hubieras estado grabando, me hubiera relajado más en la marcha del trabajo. Esto no significa que hubiera cambiado el tipo de trabajo [pero sí que le hubiera dedicado menos esfuerzo a su preparación]* [declaración en una de las sesiones finales del proyecto de investigación colaborativa, 26/6/00, unidad S17.8].

Como se ha reflejado en la descripción de cada instrumento de recogida de información, los principales contextos de esta recogida han sido el proyecto de investigación y el aula. Respecto del primero hemos de decir que, por un lado, nos ha facilitado y ha aportado más riqueza a la información recogida. Además, el propio vínculo creado con I en el proyecto hace que la propia extracción de información sea más natural y “sincera” (como EN3). Por otro lado, también ha limitado en parte la propia extracción de información (por no sobrecargar en exceso a I o tener en cuenta las características del proyecto, como en el cuestionario CPD). El proyecto crea un contexto natural para obtener esa información y proporciona un reflejo más fiel y rico de la maestra (porque la muestra en distintas situaciones y con fines que no son exclusivamente para nuestra investigación –para ella tiene sentido-, porque la información se obtiene como “respuesta” de I a distintas situaciones e interlocutores, que “zarandean” de una manera más diversa sus ideas, haciéndolas explicitarlas); en otras palabras, ayudan a comprenderla mejor.

### III.4. INFORMACIÓN RECOGIDA Y SU ORGANIZACIÓN (BLOQUES)

La información que hemos recogido sobre I puede clasificarse, además de por los instrumentos de recogida de información mediante los que se extrae (como hemos reflejado en el apartado anterior), por su contenido. El análisis de éste nos ha permitido diferenciar distintas temáticas en dicha información que reflejan, por un lado, su proceso de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y su reflexión sobre ella y, por otro lado, la recogida de información más intensiva sobre determinados aspectos de su práctica y desarrollo. Esta diferenciación nos ha permitido organizar la información obtenida en seis bloques, lo que nos ha servido para tomar decisiones sobre la información que nos interesaba recoger, para el análisis de la misma y para organizar los resultados de nuestra investigación.

Explicamos sólo brevemente por qué se diferencia cada uno de estos bloques, pues la presentación más extensa sobre qué aportan los mismos será presentada en el capítulo de los resultados (capítulo IV).

El análisis de la información obtenida antes de y durante la unidad de *fracciones* nos permite diferenciar la primera unidad didáctica en la que se integra la perspectiva de resolución de problemas a la marcha de la misma (la de *fracciones*). Toda la información relativa a esta unidad la diferenciamos como un bloque (bloque 2), constituyendo la información recogida anteriormente otro bloque (primer bloque). La información relativa a la unidad de *polígonos* configura otro bloque (bloque 4), diferenciándose de la recogida entre la unidad de *fracciones* y ésta (que, por su parte, constituye el bloque 3). Finalmente, la información recogida en el curso 1999/2000 tras la unidad de *polígonos* forma el bloque 5 (íntegramente sobre sus concepciones respecto de la enseñanza y aprendizaje de la matemática), diferenciándose claramente de la recogida durante el curso 2000/2001 (bloque 6).

El interés de diferenciar cada uno de estos bloques en el análisis de la información está relacionado en parte con los motivos que nos llevaron a recogerla: tener y contrastar datos sobre la reflexión-acción de I en relación con su desarrollo en distintos momentos del curso 1999/2000, su visión posterior (en el curso 2000/2001) de ésta y su desarrollo, y su percepción de su cambio respecto de las CEAM (bloque 5).

En el cuadro 6 detallamos la información recogida<sup>40</sup> organizada por bloques, incluyendo su temporalización. Los cuestionarios CPD y CEAM están incluidos junto con las declaraciones respectivas y las planificaciones de V1 y la unidad de *poligonos*, así como las fichas de los alumnos de esta última unidad están incluidas en la observación de aula correspondiente. El documento sobre su intervención en las Jornadas está asimismo considerado en las declaraciones en ésta (D5).

| BLOQUE   | Fecha    | Observaciones aula | Diarios (Fi=ficha; Ci=cuaderno)  | Temática (de sesiones de clase/de unidad y o de declaraciones <sup>41</sup> ) | Entrevistas (en P.I.C=Si, entrevistas focalizadas= ENi, declaraciones=Di) |
|----------|----------|--------------------|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| BLOQUE 1 | 22/10/99 |                    |                                  |                                                                               | S1 [1 <sup>42</sup> ]                                                     |
|          | 28/10/99 |                    |                                  |                                                                               | S2 [2]                                                                    |
|          | 2/11/99  |                    | F1 [3]                           | Números romanos                                                               |                                                                           |
|          | 5/11/99  |                    | F2 [4]                           | RP con 2 operaciones                                                          |                                                                           |
|          | 8/11/99  |                    | F3 [5]                           | Prueba de la resta                                                            |                                                                           |
|          | 12/11/99 |                    | F4 [6]                           | Observación regularidades                                                     | S3 [7]                                                                    |
|          | 15/11/99 |                    | F5 [8]                           | Reglas escritura números romanos                                              |                                                                           |
|          | 18/11/99 |                    |                                  |                                                                               | S4 [9]                                                                    |
|          | 25/11/99 |                    |                                  |                                                                               | S5 [10]                                                                   |
|          | 16/12/99 |                    |                                  |                                                                               | S6 [11]                                                                   |
|          | 13/1/00  |                    |                                  |                                                                               | S7 [12]                                                                   |
| BLOQUE 2 | 18/1/00  |                    | F6 X(F) [13]                     | Plantear problemas                                                            |                                                                           |
|          | 26/1/00  | V1 [14]            | F7 [15]<br>C1 <sup>43</sup> [16] | Fracciones y decimales                                                        |                                                                           |
|          | 27/1/00  |                    |                                  |                                                                               | S8 [17]                                                                   |
|          | 31/1/00  |                    | F8 [18]                          | Fracciones y decimales                                                        |                                                                           |
|          | 6/4/00   |                    |                                  |                                                                               | S12 [24] (sobre V1)                                                       |
|          | 27/4/00  |                    |                                  |                                                                               | S13 [27] (sobre V1)                                                       |
|          | 11/5/00  |                    |                                  |                                                                               | S14 [28] (sobre V1)                                                       |
| BLOQUE 3 |          |                    |                                  |                                                                               | D1 (sobre sesiones del 14/2/00 y 15/2/00) [19]                            |
|          | 10/2/00  |                    |                                  |                                                                               | S9 [20]                                                                   |
|          | 9/3/00   |                    |                                  |                                                                               | S10 [21]                                                                  |
|          | 23/3/00  |                    |                                  | CPD                                                                           | EN1 [22]                                                                  |
|          | 5/4/00   |                    |                                  |                                                                               | D2 [23]                                                                   |
|          | 25/4/00  |                    |                                  |                                                                               | D3 [25]                                                                   |
|          | 27/4/00  |                    |                                  |                                                                               | D4 [26]                                                                   |
|          | 11/5/00  |                    |                                  |                                                                               | S14 [28]                                                                  |

<sup>40</sup> Sólo detallamos la información que ha sido analizada en profundidad, no la recogida y de la que hemos hecho uso como contraste (cuaderno diario y fichas de diario de *cuerpos geométricos*, *tangram* y *simetrías*, videos de *simetrías*).

<sup>41</sup> Sólo cuando las declaraciones tienen una temática muy clara.

<sup>42</sup> Orden episodio.

<sup>43</sup> Narra la unidad completa de fracciones y decimales (entre 26/1/00 y 13/3/01).



|                                     |         |          |                        |                                             |          |
|-------------------------------------|---------|----------|------------------------|---------------------------------------------|----------|
| B<br>L<br>O<br>Q<br>U<br>E<br><br>4 | 29/5/00 | V2 [29]  | F16 <sup>44</sup> [30] | <i>Polígonos</i>                            |          |
|                                     | 30/5/00 | V3 [31]  | F17 [32]               |                                             |          |
|                                     | 1/6/00  | V4 [33]  |                        |                                             |          |
|                                     | 5/6/00  | V5 [35]  |                        |                                             |          |
|                                     | 6/6/00  | V6 [36]  | F18 [37]               |                                             |          |
|                                     | 7/6/00  | V7 [38]  | F19 [39]               |                                             |          |
|                                     | 13/6/00 | V8 [40]  | F20 [41]               |                                             |          |
|                                     | 14/6/00 | V9 [42]  | F21 [43]               |                                             |          |
|                                     | 15/6/00 | V10 [44] |                        |                                             |          |
|                                     |         |          |                        |                                             |          |
| B.                                  | 1/6/00  |          |                        | <i>CEAM</i>                                 | S15 [34] |
|                                     | 15/6/00 |          |                        |                                             | S16 [45] |
| 5                                   | 26/6/00 |          |                        |                                             | S17 [46] |
| B.                                  | Nov/02  |          |                        | <i>Visión a posteriori de su desarrollo</i> | D5 [47]  |
| 6                                   | Feb/02  |          |                        |                                             | EN2 [48] |

Cuadro 6: Cronograma de la información recogida y su organización por bloques.

### III.5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

#### Los focos del análisis y la generación de los instrumentos

Como explicábamos en la exposición de los objetivos y problemas de la investigación (III.1), los focos de este estudio han surgido de distinta manera y en distintos momentos de éste. Desde sus inicios el conocimiento profesional y las concepciones respecto de la enseñanza y aprendizaje de la matemática (CEAM) eran aspectos a considerar (interpretando el desarrollo profesional en relación con éstos y su práctica docente). Los aspectos relacionados con la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, la reflexión sobre la práctica y su visión de su desarrollo profesional surgen, por su parte, en el transcurso de la investigación, del propio análisis de la información y los resultados que se van obteniendo y de la lectura de investigaciones.

En el caso de las CEAM, partimos de un instrumento de análisis diseñado previamente. Como hemos explicado en el capítulo I, adaptamos a Primaria el instrumento de análisis CEAM para profesores de Secundaria de Carrillo (1998) mediante la reflexión teórica basada en lecturas de investigaciones sobre concepciones de maestros de Primaria (y estudiantes para maestro). Esto nos aporta un sistema de categorías e indicadores (aspectos en los que fijarnos) y descriptores (posibles descripciones de esos aspectos) para el análisis de dichas concepciones.

<sup>44</sup> El salto de F8 a F16 corresponde a las fichas realizadas por I y analizadas como contraste pero no en profundidad. Hemos mantenido este salto en la numeración (a diferencia de lo hecho con los videos) para dejar constancia de la continuidad del proceso de reflexión sobre la práctica de I.

En lo que se refiere al estudio del conocimiento profesional partimos de la categorización del contenido del mismo (sus componentes y el posible contenido de éstas) proveniente de la reflexión teórica (mostrada en el marco teórico). Nos provee de posibles aspectos en los que fijarnos (sobre todo en lo relativo al conocimiento de contenido y didáctico del contenido).

Respecto de estos dos focos de atención (CEAM y conocimiento profesional), el estudio teórico previo dota de instrumentos con los que analizar la información. Aunque el interés por la enseñanza de la matemática en relación con la resolución de problemas surge con el estudio del caso (lo que lo diferencia de los dos focos de atención anteriores), también partimos para su análisis de un instrumento diseñado previamente. Consideramos en este caso el esquema sobre el tratamiento de la resolución de problemas en el aula de Carrillo (1995). Este instrumento de análisis no ha sido explicado en el capítulo del marco teórico de la investigación puesto que no forma parte de las bases teóricas de la misma. El estudio de las concepciones de la maestra sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática y su actuación respecto de ésta no es un objetivo central de nuestro estudio ni un pilar teórico del mismo (constituido por, como hemos reflejado en el capítulo II, el desarrollo profesional, y las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y el conocimiento profesional en relación con éste). Lo que nos interesa es cómo I interpreta la perspectiva de resolución de problemas para la enseñanza de la matemática y su práctica en relación con ésta. Esta perspectiva no coincide estrictamente con lo que en la literatura de investigación se concibe como resolución de problemas. No se profundiza en fases, heurísticos, análisis de los enunciados, tipos de problemas... Se concibe más como una metodología en el aula de matemáticas que se caracteriza porque es el alumno el que reflexiona, el que extrae las conclusiones (“deduce a partir de la observación”, en la terminología de la maestra), el papel del alumno cobra más peso en la construcción del conocimiento, perdiendo protagonismo la maestra. Se aproxima a la enseñanza-aprendizaje mediante investigaciones.

Dada la centralidad, por tanto, de este foco de atención en nuestra investigación, nos parece adecuado el esquema de Carrillo (1995) (figura 4), pues nos ayuda a interpretar la práctica de I en relación con la resolución de problemas (esto es, la perspectiva de

resolución de problemas), sin hacer un análisis de este aspecto en más profundidad de lo que tiene sentido en nuestro estudio<sup>45</sup>.

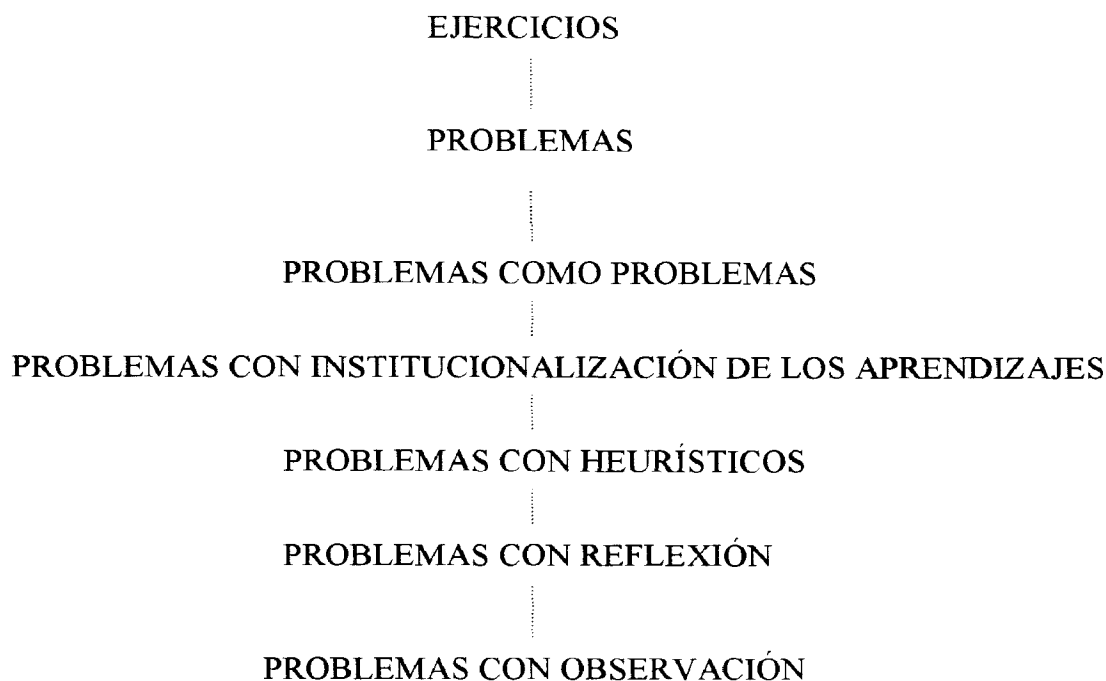


Figura 4: Esquema del tratamiento de la resolución de problemas en el aula (Carrillo, 1995).

Este esquema representa la posible evolución de un profesor respecto del tratamiento metodológico de la resolución de problemas matemáticos en el aula. Los distintos “momentos” descritos quieren hacer notar los saltos cualitativos que pueden darse (estando considerada cada punto considerado en el que le sigue).

El autor explica cada uno de esos momentos:

*No basta con abandonar la práctica continua y rutinaria de ejercicios [1º momento: “ejercicios”] y sustituirlos por problemas [2º momento: “problemas”], hay que tratar los problemas como se merecen [3º*

<sup>45</sup> Resultaría excesivo (nos desviaría de nuestro objetivo fundamental) fijarnos en cuándo propone los problemas, cómo se resuelven, cómo se eligen... como en el estudio de Contreras (1999). En este trabajo se desarrolla un instrumento para analizar las concepciones de profesores de Secundaria sobre la resolución de problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. A través de su uso se comparan estas concepciones de los profesores objeto de estudio con sus concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de la

momento: “problemas como problemas”], *no como si se tratara de ejercicios, sin tener la paciencia suficiente para permitir que los alumnos formulen sus propuestas de abordaje o dando recetas que los transforman automáticamente en ejercicios. También es preciso efectuar parones de vez en cuando para socializar los aprendizajes que se van produciendo, al mismo tiempo que éstos se ponen en claro* [4º momento: “problemas con institucionalización de los aprendizajes”].

*Por otra parte, el profesor puede utilizar algunos recursos para que los alumnos vayan mejorando como resolutores de problemas, para lo que es muy útil disponer de un listado de heurísticos [...] [5º momento: “problemas con heurísticos”]. Además es importante que, aparte de hacer, se reflexione sobre lo que se hace, lo que hace que el alumno sea consciente de su actuación y sus características como resolutor [6º momento: “problemas con reflexión”]. Por último, todo lo dicho resulta más eficaz si el profesor (y el propio alumno) posee algún instrumento que le permita diferenciar, e incluso observar, aspectos relevantes del proceso de resolución de problemas [7º momento: “problemas con observación”]* Carrillo (1995, p.82).

Consideramos importante aclarar que, a pesar de que los nombres de los distintos momentos del esquema anterior puedan dar la impresión de que la variable que se está tomando en consideración es la de *tarea* (si es problema, ejercicio...), se está considerando junto con esta variable, y es lo que define cada momento, cómo se trabaja en el aula la tarea (sobre todo cómo la trata el profesor). Además, parece razonable que la posible evolución del profesor venga dada por un enriquecimiento gradual más que por una evolución lineal (de hecho, los distintos momentos suponen, respecto del anterior, un enriquecimiento).

El esquema de Carrillo nos ayuda a describir la interpretación de I de la perspectiva de resolución de problemas y su puesta en práctica. Para el análisis y descripción de ambos aspectos hacemos uso además de algunas consideraciones básicas sobre la resolución de problemas: cómo se concibe (como contenido, como medio de aprendizaje, como

---

matemática (analizadas con un instrumento que proviene del de Carrillo, 1996, que nosotros hemos adaptado a Primaria).

metodología...), para qué sirve (para introducir contenidos, para aplicar lo aprendido...) y qué entiende por problema (problema tipo, situación problemática, problema aritmético...).

Finalmente, respecto de los instrumentos para el análisis de los distintos focos que se fijan a lo largo del estudio, en lo que se refiere a la reflexión sobre la práctica y la visión del desarrollo profesional a diferencia de lo anterior no hemos partido de categorías de análisis previas. En este caso las lecturas sobre desarrollo profesional nos llevan a tomar en consideración la reflexión sobre la práctica y la posible complejización de ésta como aspectos clave en el desarrollo profesional del profesor. Por otro lado, la importancia que percibimos en la visión de I de su desarrollo sobre su propio desarrollo (sobre todo comparándolo con el de las otras maestras del proyecto de investigación colaborativa<sup>46</sup>), nos hacen incluir esta visión entre los aspectos en los que fijarnos en el estudio del desarrollo de I. Iniciamos el análisis de los primeros episodios de información recogidos sin disponer de categorías. Analizamos la información correspondiente a las maestras del proyecto de investigación anotando los aspectos que parecían describir su reflexión sobre la práctica y su visión del desarrollo profesional. Agrupando estos aspectos en función de su contenido (unidad temática o pregunta base a la que responden), delimitamos algunas categorías en ambos<sup>47</sup>. La revisión de la literatura de investigación al respecto y la continuación del análisis (ya sólo con I) nos llevan a determinar más categorías y a modificar las existentes. Este proceso es dialéctico: las categorías que emergen de los datos dirigen en parte nuestras lecturas a la vez que las lecturas nos hacen vislumbrar aspectos importantes en los fenómenos que queremos estudiar.

En una primera fase intentamos asignar indicadores a estas categorías (siguiendo el modelo del instrumento CEAM pero sin diferenciar tendencias). Nuestra pretensión era tener algunas posibles descripciones de estas categorías (como, por ejemplo, distintos modos de

---

<sup>46</sup> En el grupo de maestras con las que trabajamos en el proyecto de investigación colaborativa se observa cómo la implicación de las mismas en su desarrollo parece estar en relación con cómo conciben éste. En el caso de la propia I, además, parece relevante cómo lo concibe en relación con los distintos aspectos de su conocimiento profesional. Como veremos, la literatura de investigación nos refuerza la importancia de esta visión y nos aporta constructos teóricos con los que acercarnos a su estudio.

<sup>47</sup> Respecto de su visión del desarrollo: la motivación (qué les lleva a buscar ese desarrollo), cuál es su finalidad última, si su actitud hacia ese desarrollo es esperar que le proporcionen el conocimiento que necesita (tipo "curso") o cree que sólo podrá producirse a través de su propia implicación (que dará lugar a posteriori a la categoría *vías de desarrollo*), si percibe la práctica como vía de desarrollo o piensa que es rutinaria (que desembocará en la categoría *problematización de la práctica*), y qué aspectos de su conocimiento profesional ve necesario abordar para su desarrollo. Respecto de su reflexión sobre la práctica: en qué se fija en esa reflexión (*variables del análisis de la práctica*), qué consecuencias extrae de la reflexión y qué dilemas o preocupaciones se reflejan constantes en su reflexión.

concebir vías de desarrollo<sup>48</sup>). Finalmente, consideramos que no necesitamos tales indicadores sino unas categorías bien definidas para que nos ayuden a describir la visión del desarrollo de I y su reflexión sobre la práctica, ambos en relación con su desarrollo. Las categorías de análisis tal y como han sido usadas finalmente en el análisis de los datos son las que hemos presentado en el capítulo II.

Tanto en el caso de las tablas CEAM como en el de las categorías de la visión del desarrollo y la reflexión sobre la práctica, el propio análisis de los datos ha llevado a su modificación. Estas modificaciones van ligadas además, como hemos comentado, a la revisión de la literatura de investigación.

Los instrumentos y categorías referidos nos permiten ir analizando los distintos episodios de información. A lo largo de este análisis van surgiendo los aspectos que parecen describir el desarrollo profesional que se observa en I (los que parecen más relevantes). Se corresponden en parte con el contenido de los instrumentos de segundo orden. En el análisis de los episodios vamos vislumbrando su relevancia y vamos haciendo uso de ellos como organizadores de las distintas síntesis del análisis (análisis conjuntos –de los bloques 1, 2 y 4- y resúmenes del análisis de algunos episodios –EN1, D5, EN2-). Nos permiten describir lo que se observa en los episodios y bloques respecto del desarrollo de I y compararlos. Responden a un diálogo teoría-diseño de instrumentos de análisis-análisis.

Estos organizadores del análisis han sido finalmente los que se muestran en el cuadro 7. Hacemos una descripción de los mismos (muchos de ellos provenientes de los instrumentos de análisis, en cuyo caso referimos dicho instrumento) y los bloques que aportan información al respecto, en los que el análisis conjunto o el resumen del análisis de los episodios más relevantes (los que se señalan) se han organizado en torno a éstos. La correspondencia entre estos organizadores y los epígrafes de los correspondientes informes de los análisis conjuntos o resúmenes de episodios no es biunívoca. Estos son los organizadores implícitos en el conjunto de dichos informes, si bien a veces aparecen en

---

<sup>48</sup> Por ejemplo, en esta categoría diferenciábamos los indicadores:

- (a) Adquisición de conocimiento de estrategias metodológicas (conocimiento “didáctico” externo),
- (b) Análisis de la metodología actual para diagnosticar qué debe cambiarse.
- (c) Reflexión sobre la práctica, y
- (d) Ciclo: reflexión sobre la práctica → intervención en la práctica → reflexión sobre la práctica...

algunos de éstos tratados varios juntos o asociados a epígrafes con otros títulos pero en los que se evidencia la relación.

**Cuadro 7: Organizadores del análisis de la información**

| <b>ORGANIZADORES</b>                                              | <b>Descripción</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>B. 1</b> | <b>B. 2</b> | <b>EN1</b> | <b>B. 4</b> | <b>D5</b> | <b>EN2</b> |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------------|------------|-------------|-----------|------------|
| <i>Puesta en práctica de la perspectiva de RP y su valoración</i> | Cambios que introduce en su práctica, valoración de éstos y de la perspectiva de resolución de problemas para la enseñanza de la matemática (lo que se infiere de su descripción y reflexión sobre las sesiones y lo que declara sobre ello).                                                                                                                                                         | X           | X<br>(*)    |            | X<br>(*)    | X<br>(*)  | X<br>(*)   |
| <i>Interpretación de la perspectiva de RP</i>                     | Qué parece interpretar por la enseñanza de la matemática desde esta perspectiva (lo que se infiere de su descripción y reflexión sobre las sesiones que considera como tales y lo que declara sobre ello).                                                                                                                                                                                            | X           | X           |            | X           | X         | X          |
| <i>La RP</i>                                                      | Cómo entiende la RP (como contenido, como medio de aprendizaje, como metodología...), para qué sirve (para introducir contenidos, para aplicar lo aprendido...), qué entiende por problema (problema tipo, situación problemática...), tratamiento de la RP en el aula (esquema de Carrillo, 1995). (Lo que se infiere de su descripción y reflexión sobre las sesiones y lo que declara sobre ello). | X           | X           |            | X           |           |            |
| <i>Reflexión sobre la práctica</i>                                | En qué se centra, qué conclusiones extrae, reflexión en/sobre/para acción... (categorías de análisis de la reflexión sobre la práctica).                                                                                                                                                                                                                                                              | X           | X           | X          | X           |           |            |
| <i>CEAM</i>                                                       | <i>Metodología, concepción del aprendizaje, papel del alumno y papel del maestro (instrumento CEAM).</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                              | X           | X           |            | X           | X         | X          |
| <i>Visión de la matemática escolar</i> <sup>49</sup>              | Qué y cómo es, cuál es su finalidad, cuál es su orientación (categoría correspondiente del instrumento CEAM).                                                                                                                                                                                                                                                                                         | X           | (2)         |            | X           |           |            |

(\*) Este organizador se encuentra en algunos de estos informes en epígrafes denominados *metodología* (B2 y B4) o *cambios en su práctica* (D5 y EN2).

<sup>49</sup> Formaría parte de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática pero hemos querido separarla por la importancia que le atribuimos en el desarrollo de I (se destaca su progresión en esta visión respecto del resto de sus CEAM, que permanecen más constantes).

| ORGANIZADORES                                            | Descripción                                                                                                                                                                                                                                             | B. 1 | B. 2 | EN1 | B. 4 | D5 | EN2 |
|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|-----|------|----|-----|
| <i>CDC</i>                                               | Aspectos que se ponen de manifiesto (conocimiento, carencias y toma de conciencia o adquisición) y su percepción de éste. (De su actuación, su reflexión sobre ella y sus declaraciones).                                                               | X    | X    | X   | X    |    |     |
| <i>Intervención en la gestión currículo<sup>50</sup></i> | Cómo se observa y declara que interviene en la planificación (respecto de autonomía del libro de texto y análisis desde el punto de vista del contenido matemático) y en su actuación (respecto de aprovechamiento de ideas de alumnos) <sup>51</sup> . | (1)  | X    |     | X    |    |     |
| <i>Conocimiento de Contenido</i>                         | Aspectos que se ponen de manifiesto (conocimiento, carencias y toma de conciencia o adquisición) y su percepción de éste. (De su actuación, su reflexión sobre ella y sus declaraciones).                                                               |      | X    | X   | X    |    |     |
| <i>Visión del DP</i>                                     | Motivación, vías de desarrollo, aspectos que ve necesario abordar y su percepción de su desarrollo (categorías de análisis de la visión del DP).                                                                                                        | X    | X    | X   |      | X  | X   |

[RP=resolución de problemas, CEAM=concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, CDC=conocimiento didáctico del contenido, DP=desarrollo profesional].

(1): No se encuentra como organizador del resumen de este bloque; esto se debe a que dicho organizador aparece como un elemento que define su desarrollo a partir de ver su mayor intervención progresiva desde el tema de *fracciones*. Aquí no era un elemento relevante. En el informe final (capítulo IV) sí comparamos su intervención en la gestión del currículo en esos momentos con los restantes.

(2) No se encuentra explícitamente en el resumen del bloque aunque en el informe final se compara la visión que se refleja en esta unidad con la del resto de los bloques.

<sup>50</sup> Se relaciona con su conocimiento didáctico del contenido en la acción. Como en el caso de la visión de la matemática escolar hemos querido diferenciarlo por la relevancia que toma en el desarrollo de I.

<sup>51</sup> Esos son los aspectos fundamentales en los que nos fijamos en cuanto a su intervención en la gestión del currículo. Estos focos de atención son los que van surgiendo de interés, bien porque se va observando en ellos su mayor intervención, y/o bien porque reflejan otros aspectos de interés (como su reflexión, su



Además, hay otras cuestiones sobre las que se obtiene algo de información pero no de manera intensiva, no son de la misma relevancia en este estudio o son contenido específico del episodio en cuestión, como su *actitud hacia la matemática* o su *experiencia y trayectoria profesional anterior*.

Estos organizadores, como podrá observarse, no coinciden exactamente con las categorías de los instrumentos de análisis si bien la relación con éstas es clara (en algunos casos corresponden a las categorías de los instrumentos y en otras constituyen otros aspectos que amplían y concretan el foco de los instrumentos de análisis). Son aspectos del análisis que han cobrado una importancia especial para explicar el desarrollo observado.

### **El proceso de análisis**

En general, hemos realizado el análisis de la información obtenida atendiendo al contenido de la misma. Esto es, hemos enfocado nuestro análisis en menor medida en, por ejemplo, las estructuras de interacción en el aula (en el caso de las observaciones de aula).

El análisis de la información se ha llevado a cabo leyendo la misma en distintos momentos, con distintos procedimientos y con distinta profundidad. Una primera lectura (o visionado en el caso de los vídeos) tras su recogida nos ha llevado a tomar notas en los márgenes sobre los aspectos de interés que ofrecían en relación con la investigación. Esto ha incidido en la planificación que íbamos haciendo de la investigación, tanto en el diseño de información a recoger como en ir focalizando el análisis en los aspectos que parecían de mayor interés. Este análisis no ha tenido la profundidad del que se ha llevado a cabo a posteriori.

En cuanto al análisis más exhaustivo, de manera general ha consistido en la selección y segmentación de la información en aquellos trozos (unidades de registro, Bardin, 1986) que mantenían una unidad respecto de su significado y/o informaban de aspectos relacionados. Adoptando la denominación de Carrillo (1998a) de *unidad de información*, hemos seguido básicamente su caracterización:

---

consideración del contenido matemático, algunos rasgos de su conocimiento de contenido y conocimiento didáctico del contenido).

*Aquellos enunciados correspondientes a una misma pregunta base con una ligazón sintáctica o/y semántica. Por tanto, podemos encontrarla dentro de una respuesta concreta o a través de varias respuestas coordinadas. Además, en una unidad de información, el sujeto puede ofrecer datos sobre uno o más parámetros (p.31).*

En la lectura de cada episodio de información (originales o transcripciones, todo se ha traducido a información escrita) hemos seguido el doble proceso (simultáneo) de seleccionar las unidades de información e interpretar la información que aportaban.

En un primer momento, como hemos comentado en III.2, asociábamos a cada unidad de información los indicadores disponibles de los instrumentos de análisis. Esto nos llevaba, por un lado, a precisar qué datos se obtenían de la información y, por otro, a refinar los instrumentos de análisis y generar nuevos indicadores y categorías (sobre todo en el caso de las categorías para el análisis de la reflexión sobre la práctica y la visión del desarrollo).

Conforme fuimos avanzando en el análisis y en la comprensión del proceso objeto de estudio, fuimos ampliando el análisis con indicadores a la elaboración de un informe por cada episodio de información en el que plasmábamos lo que interpretábamos que nos aportaban las unidades de información, una a una y, por otro lado, interrelacionadas. De este modo, aunque los indicadores y las categorías de los instrumentos de análisis nos han servido de referente (nos sirven para “ver”, para identificar aspectos de interés y profundizar en ellos), el análisis se traduce en explicaciones en las que podemos recoger una interpretación más amplia, recogiendo más matices que con el análisis sólo con indicadores. En una fase intermedia entre los dos tipos de análisis manteníamos insertos en la explicación los indicadores que asociábamos a las unidades. Posteriormente hemos eliminado la referencia a indicadores, dado que no van a ser éstos los que resuman el análisis realizado. No obstante hemos seguido haciendo referencia a ellos en aquellas ocasiones en que su uso nos sirve para precisar lo que queremos expresar. Por otro lado, de este modo se recoge un tipo de información que no tiene cabida en los indicadores. Los indicadores hablan más de qué (es lo que se hace, piensa) que de las cualidades de esas ideas/acciones. Por ejemplo, con los indicadores CEAM recogemos si la programación de I es cerrada o no, pero no cómo interviene en el diseño de esa programación y cómo la ajusta en el aula. Además, la ampliación de los aspectos de interés (dados por los organizadores

presentados en el cuadro 7) nos hace fijarnos en más cuestiones que las recogidas en los indicadores (la intervención en la gestión del currículo o la interpretación de la perspectiva de resolución de problemas no están contenidos en los instrumentos de análisis).

El informe no es un resultado del análisis, o no sólo, sino que también es un medio de hacer el análisis, pues en su elaboración relacionamos y concretamos la interpretación de la información. Se hace durante el análisis (y se modifica tantas veces como se retoma el análisis del episodio).

Para ejemplificar cómo se realizan estos informes y qué recogen reproducimos aquí una pequeña parte del análisis de la primera ficha del diario (F1, 3º episodio de información<sup>52</sup>):

En esta primera ficha se pretende introducir un nuevo contenido, los números romanos, que no es un contenido central en el curso, desde una perspectiva de resolución de problemas. Lo que parece significar para I en estos inicios “la perspectiva de resolución de problemas” es que la maestra no es la que da toda la información explícitamente y de manera expositiva, sino que son los alumnos los que van aportando la información mediante la guía de ésta.

Los objetivos que se fija la maestra respecto de este aprendizaje son fundamentalmente actitudinales (*valorar otros sistemas de numeración, su uso, interesarse y desarrollar una actitud positiva hacia la matemática* [F1.1, F1.2]) y “*Desarrollar la capacidad de sacar deducciones por medio de la observación*” [F1.3]. Este último objetivo es constante en I y parece identificar en gran parte, al menos en principio, el desarrollo de las sesiones “desde el punto de vista de la resolución de problemas” con esa deducción por parte de los alumnos en lugar de ser la maestra la que la “dé hecha” (como se ha comentado). En los contenidos [F1.4] se ve la intención de la maestra de que los alumnos aprendan tanto contenidos conceptuales, como procedimentales (más locales aquí –*los números romanos, sus reglas; lectura y escritura de números romanos*– frente al objetivo más general de F1.3) y actitudinales (*valoración de la utilidad de éstos en la vida diaria*) (I5 –de CEAM–). Desde un principio queda claro que las reflexiones de I sobre la resolución de problemas en el aula de matemáticas pasan por qué aprenden los alumnos. En ningún momento se adopta una actitud que podríamos denominar más ingenua o más espontaneísta, que se olvida o pone en un segundo plano el aprendizaje de contenidos.

---

<sup>52</sup> Este informe, junto con el de los restantes episodios del bloque 1 y el análisis final conjunto del bloque, se encuentra en el *análisis del bloque 1* (Anexo I). Para permitir apreciar cómo se ha ido modificando el papel de los indicadores en el análisis hemos conservado los indicadores (insertos en el informe) en los episodios primeros (en el bloque 1 fundamentalmente). Por otra parte, para facilitar la lectura hemos destacado “en negrita” las frases más relevantes de cara a lo que aportan sobre el proceso de estudio.

La elaboración del informe del análisis de un episodio se realiza en diversas pasadas. Parte de la información que hemos extraído de ellos ha sido posible cuando se ha avanzado en el análisis de episodios posteriores, de manera que se profundiza en la comprensión del caso. De esta forma algunas cuestiones de los episodios cobran sentido a la luz de otros o en su interpretación en conjunto con los demás. De ahí que intentar comprender la interpretación que se ha hecho de una unidad de información como elemento aislado sea difícil. En la medida de lo posible hemos intentado justificar en el informe en qué elementos nos basamos (de otros episodios, del análisis realizado) para llegar a nuestras interpretaciones.

Dada la diversidad de instrumentos de recogida de información usados y las características especiales que algunos de éstos imprimen a la información que facilitan, describiremos de manera diferenciada cómo se ha realizado el proceso general que acabamos de narrar.

La información recogida, de cara a diferenciar el análisis realizado, podemos clasificarla en cuatro categorías: fichas del diario, declaraciones, artefactos y observaciones de aula.

En las fichas del diario no se realiza selección de información, sólo se organiza (dividiéndose en unidades de información) y se interpreta confeccionándose el informe correspondiente. En estos casos consideramos que toda la información es relevante porque interesa tanto “lo que está” como “lo que no está”. Esto es, qué objetivos aparecen, qué tipo de contenidos y cuáles concretamente (y cuáles no), sobre qué reflexiona (y qué no considera en la reflexión), cómo describe la sesión y en qué pone el énfasis, son todos aspectos que constituyen por sí mismos información. En las ocasiones en que las fichas del diario corresponden a sesiones observadas, ha sido posible en mayor medida apreciar sobre qué se pone el énfasis y qué se omite o se considera secundario.

Con *declaraciones* nos referimos aquí a todo lo que puede ser interpretado como información declarativa (las entrevistas, declaraciones en las sesiones del proyecto de investigación colaborativa, y declaraciones espontáneas y en las Jornadas; incluimos los dos cuestionarios dentro de las declaraciones correspondientes –cuestionario CPD con EN1 y cuestionario CEAM con sus declaraciones sobre él en el proyecto-). En este caso, el análisis de la información ha seguido en mayor medida el proceso general descrito: selección de información (aquella que aporta algo relevante; además, en el caso de las

sesiones del proyecto las declaraciones de las otras maestras sólo nos han servido para contextualizar las de I) y segmentación (en unidades de información), e interpretación de lo que aportan. En el mismo sentido se ha realizado el análisis de los artefactos complementarios a las observaciones de aula (planificaciones, cuadernos-diarios y fichas para los alumnos). La selección de la información contenida en estos documentos se ha producido porque tenga significado por sí misma o en contraste o como complemento de las observaciones.

Finalmente, el proceso de análisis de la información recogida a través de la observación de aula (principalmente la contenida en los vídeos) ha sido el más específico.

Para el proceso seguido nos hemos inspirado en el modelo de análisis que se presenta en Schoenfeld et al. (Schoenfeld, 2000; Schoenfeld et al., 2000; Zimmerlin y Nelson, 2000). En éste se analizan las transcripciones de sesiones de aula recogidas en vídeo dividiendo las sesiones en partes, una división que va de lo macro a lo micro. Esto es, se establecen las partes más generales de la lección y cada una de estas partes a su vez se subdividen en partes. Las partes que se diferencian corresponden fundamentalmente a cambios de la actividad y/o de los objetivos que se persiguen. El análisis se hace tan micro como interese, considerándose como nivel mínimo las intervenciones de los asistentes. En cada una de estas partes se analizan las concepciones, conocimiento y objetivos que se ponen de manifiesto, su relación con la imagen previa de la lección por parte del profesor (en el sentido de Leinhardt y sus colaboradores, expuesto en II.2.2) y los *tipos de secuencias de acción* que se observan (rutinas, scripts..., también en sintonía con el modelo de Leinhardt).

Este modelo nos ha inspirado fundamentalmente en cuanto a su proceder de lo macro a lo micro. Otros modelos de análisis se desplazan en el sentido inverso. Identifican las pautas o estructuras mínimas (dentro de las que se definen como tales) de la actuación y/o discurso (del profesor principalmente) y a raíz de esta identificación señalan las estructuras en que se organizan<sup>53</sup>. Este último modo nos parece más adecuado en un análisis donde se

---

<sup>53</sup> En el primer caso podemos situar el análisis del aula que se sigue en el trabajo de Wamba (2001), donde se identifican *pautas de intervención* (acciones identificables en la dinámica de interacción del aula), que llevan a detectar *estructuras de intervención* que modelizan la actuación del profesor. El objetivo es identificar los modelos didácticos implícitos en la actuación de éstos (a partir del estudio de las estructuras de intervención

ponga más en el énfasis en la propia actuación (el tipo de tareas que realizan profesor y alumno, el tiempo de estas tareas...) y/o en la estructura del discurso.

Por nuestra parte, nos interesaba un análisis más macro. Nuestro interés con el análisis de las sesiones de I es observar qué aspectos de sus concepciones y de su conocimiento (de contenido y didáctico del contenido, saber y saber hacer) se ponen de manifiesto, cuál es la metodología que se observa en su práctica, la matemática que se trabaja, cómo se refleja su interpretación de la perspectiva de resolución de problemas, cómo integra y sigue las ideas de los alumnos... Por otra parte, la información de la observación complementada con la de la ficha del diario correspondiente y los artefactos relacionados (como planificaciones) nos permiten observar otros elementos como sus prioridades en el tratamiento del contenido, su análisis de la acción y su planificación... El foco de atención no debía estar, considerábamos, por tanto, en la identificación de pautas de actuación.

El proceso seguido en el análisis de un vídeo ha sido: durante la propia transcripción del mismo, como ya hemos comentado, se realiza una primera selección de la información (transcribiéndose con menor detalle lo que no parece relevante para la investigación) y se toman notas sobre cuestiones y focos de interés para su análisis posterior. Para hacer el análisis en profundidad leemos la transcripción completa e identificamos su estructura básica (las distintas partes de la lección, desde el punto de vista de diferentes actividades o tipos de actividades). Entramos entonces en el análisis de cada una de las partes, donde vamos diferenciando subpartes cuando representan cuestiones de interés para nuestra investigación. Por otro lado, a los márgenes de la transcripción anotamos los aspectos de los que informan y los plasmamos en el informe correspondiente. La estructura de la lección se representa en un cuadro como el Cuadro 8.

---

y las actividades). Esta autora hace una contribución importante aportando una detalladísima *taxonomía de pautas de intervención*.

| Nivel 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Nivel 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Nivel 3 | Nivel 4 | Nivel 5 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|
| <p>1. [5-23]<sup>54</sup> Órdenes para recoger los resultados ({}<sup>55</sup>).</p> <p>I escribe la siguiente orden en la pizarra (a completar en el cuaderno tras el trabajo en gran grupo):</p> <p style="text-align: center;"><i>Recoge las conclusiones sobre el trabajo con triángulos (Puesta en común).</i><br/> <i>Hemos dibujado varias clases de triángulos y los hemos clasificado según _____</i><br/> <i>_____ y hemos hecho estos grupos:</i></p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |         |         |         |
| <p>2. [24-507] Clasificación de los triángulos de la trama ({}).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>2.1. [24-34] <u>Introducción de la "puesta en común"</u> ({} {}).</p> <p>Se exponen en la pizarra los triángulos de todos los grupos (una trama de cada grupo) de modo que pueden distinguirse desde los puestos de los niños. I propone <i>ver cuáles son diferentes y cuáles son iguales</i>. Pare eso, deciden fijarse primero en los lados.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |         |         |         |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p>2.2. [35-269] <u>Clasificación según los lados</u> ({} {}).</p> <p>Un niño dice cómo es uno de los triángulos según los lados y todos los demás intervienen a continuación diciendo otros triángulos que sean "iguales que el anterior por los lados" (de la misma clase). Los alumnos intervienen pidiendo la palabra. A todos los que consensúan del mismo grupo, le ponen la misma indicación.</p> <p>[103-181] <i>Triángulos con dos lados iguales y uno distinto</i> ({} {} {}).</p> <p>[181-194] <i>Triángulos con los tres lados distintos</i> ({} {} {}).</p> <p>[195-205] <i>Triángulos con los tres lados iguales</i> ({} {} {}).</p> <p>[205-224] <i>¿Más clases?</i> ({} {} {}).</p> <p>Tras varias intervenciones que son invalidadas, deciden que no hay más clases (según los lados).</p> <p>[224-238] <i>Se completa la orden con las conclusiones de lo obtenido</i> ({} {} {}).</p> <p>[240-269] <i>El nombre de cada clase</i> ({} {} {}).</p> <p>I pide a los alumnos que busquen en el libro de texto los nombres de cada clase.</p> <p>2.3. [270-507] <u>Clasificación según los ángulos</u> ({} {}).</p> <p>[281-401] <i>Triángulos con un ángulo recto y dos agudos</i> ({} {} {}).</p> <p>[401-410] <i>¿Otras posibilidades?</i></p> <p>[410-421] <i>Triángulos con dos ángulos agudos y uno obtuso</i> ({} {} {}).</p> <p>[422-439] <i>Triángulos con los tres ángulos agudos</i> ({} {} {}).</p> <p>[439-491] <i>¿Más clases?</i> ({} {} {}).</p> <p>[491-508] <i>Clases obtenidas y el nombre de cada clase</i> ({} {} {}).</p> <p>Como se hizo en la clasificación según los lados, se describe en el gran grupo cada una de las clases obtenidas y se busca en el libro de texto qué nombres se les da.</p> |         |         |         |
| <p>3. [509-545] Ejercicios de aplicación ({}).</p> <p>I propone que los niños realicen de manera individual dos ejercicios del libro en los que tiene que clasificar distintos triángulos según los lados y según los ángulos (cada uno por las dos clasificaciones). Los niños trabajan sobre ello.</p>                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |         |         |         |

Cuadro 8: Estructura de una sesión (V4, 1/6/00 – *Sobre triángulos II* -).

Los niveles van aumentando en concreción; esto es el nivel 1 es el más general, la estructura básica de la lección, y los sucesivos son descomposiciones de las partes diferenciadas en los niveles anteriores. Hemos de decir que el propósito de la identificación de esta

<sup>54</sup> Permite la identificación del trozo de transcripción que comprende, al hallarse éstas numeradas por líneas.

<sup>55</sup> Representan cómo se ha identificado el comienzo y final de una parte (o subparte) en la propia transcripción: con llaves, dobles llaves, triples llaves... (menos llaves cuanto más macro es el nivel de segmentación).

estructura y de los cuadros que la representan, más que comparar la estructura de las distintas sesiones buscando regularidades (como en el caso del modelo de Schoenfeld), es facilitarnos el análisis de cada trozo, pudiendo identificar su localización en la sesión y el significado que tienen. Por otro lado, el cuadro anterior es una manera de recoger de manera simplificada e ilustrativa información sobre la sesión para el análisis conjunto de una unidad (como en el caso de polígonos). Más que recoger en sí el análisis constituyen un apoyo para el mismo.

A diferencia también del modelo de Schoenfeld, no buscamos regularidades para identificar rutinas que se repitan en la actuación del profesor.

El informe del análisis de cada sesión se organiza según el esquema de la lección, de manera que se pueden identificar los comentarios relativos a los aspectos de interés en la sesión completa.

En el análisis de los vídeos no se ha realizado la segmentación en unidades de información pues hemos considerado que el significado de un segmento de la sesión no viene dado por sí mismo sino en el conjunto de la estructura de la sesión. De ahí que nos fijemos en dicha estructura y localicemos en ella lo que observamos.

Dada la función de los cuadros que representan la estructura de cada sesión (recogiendo de manera esquemática el contenido), necesitándose para interpretar el informe del análisis correspondiente, los hemos incluido en el *Anexo I* del trabajo, en el análisis del bloque correspondiente. (En el análisis del bloque 4 pueden encontrarse, por ejemplo, las estructuras de V2-V10 y los informes del análisis de cada sesión). Al principio del informe del análisis de cada sesión se recoge un resumen de lo que se observa respecto de los principales aspectos de interés (que se realiza tras el análisis completo).

Las unidades de información han sido señaladas en los datos (que se presentan en el *anexo B*). Para notarlas hemos usado un código que indica el instrumento de recogida de información del que proviene y su orden dentro del mismo (se señalan consecutivas para



facilitar su localización en el episodio correspondiente). De este modo, por ejemplo, F1.1 nota la primera unidad de información seleccionada en la primera ficha del diario.

El análisis de los distintos episodios de información ha sido contrastado parcialmente (partes del análisis y, sobre todo, aquellas cuestiones en las que se observaban aspectos que contrastaban con otros resultados o en los que se apreciaba una posible mayor inferencia) con coinvestigadores (los directores de este trabajo). Éstos han cumplido además distintos papeles: el de un investigador externo y otro interno al proyecto de investigación colaborativa, con las diferencias de visiones que ello conlleva del proceso de desarrollo de I.

Tras la elaboración del informe del análisis de cada episodio de información hemos analizado la información de cada bloque en su conjunto, elaborando el informe correspondiente. De este modo se contrasta y se da sentido a los resultados en su conjunto, profundizándose en los resultados que aquéllos aportaban. Este análisis conjunto se ha realizado en aquellos bloques que tienen más sentido como conjunto, los bloques 1, 2 y 4, que recogen unidades didácticas concretas o cierta idea de conjunto de la práctica, concepciones, conocimiento... de I en distintos momentos del estudio. En los bloques, los restantes, en que los episodios de información guardan menor relación entre sí o el análisis conjunto no aporta demasiada información complementaria se ha hecho un resumen de los resultados obtenidos en el análisis de aquellos episodios más ricos (EN1 en el bloque 3, D5 y EN2 en el bloque 6).

Como hemos explicado, con el análisis de la información se van aclarando las categorías que nos permiten organizar el análisis y sus resultados (los organizadores del cuadro 7). Estas categorías nos han llevado a hacer una última lectura de los informes por episodios y bloques, comparando el contenido de cada categoría a lo largo de la secuencia completa de episodios analizados. En cierto modo, este análisis corresponde al análisis vertical que se realiza en Carrillo (1998a), que permite comparar todas las unidades de información de un informante catalogadas con un mismo indicador (de tablas CEAM, por ejemplo), así como todos los indicadores obtenidos. El propósito de esa revisión es eliminar incoherencias fruto de la apreciación del investigador. En nuestro caso buscábamos además una comprensión más rica del proceso de desarrollo observado, por categorías y en su conjunto. Los resultados del análisis por categorías son los que se presentan en el capítulo

IV (apartados IV.3.1 y IV.3.2). Dicho capítulo puede considerarse el informe final de los resultados.



# **EL DESARROLLO PROFESIONAL DE I**



## **CAPÍTULO IV: EL DESARROLLO PROFESIONAL DE I**

A la hora de presentar los resultados es necesario enfatizar la importancia de comprender el contexto en que se desarrolla la investigación; es por ello que iniciamos este capítulo explicando someramente algunos detalles relativos a la vida profesional de I.

A continuación, daremos una visión general de su proceso de reflexión y modificación de la práctica (verdadera fuerza motriz de su desarrollo), proseguiremos con la descripción pormenorizada del desarrollo profesional observado, para terminar apuntando una serie de conclusiones.

### **IV.1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL CASO**

I es una maestra con 20 años de experiencia. Es maestra especialista en lengua española y francesa (por su formación inicial) pero ha ejercido como maestra de Preescolar, EGB y Primaria (generalista), impartiendo las áreas de matemáticas, conocimiento del medio, lengua, plástica y música.

Ejerce como maestra desde que finalizó su formación (obtuvo plaza directa). En sus inicios dio clases en cursos del tramo superior de la antigua E.G.B. (6º, 7º y 8º) (el segundo año) y Preescolar (el primer año), pasando posteriormente a ocuparse fundamentalmente de los tres ciclos de Primaria. Sus inicios los recuerda como una etapa muy frustrante porque se sentía totalmente perdida. En el segundo año tuvo muchos problemas:

*la experiencia aquella primera es consecuencia de una persona totalmente inexperta... que no tenía recursos. [...] y lo que fue enfrentarte además a niños ya mayores, niños que ya... los problemas no eran ya didácticos [...] ni siquiera llegábamos a eso, porque los problemas que surgían allí en la clase eran de disciplina [...] entre que yo era muy joven, y los niños aquellos eran ya repetidores, bastante ya resabiados de muchas cosas... pues todo se planteaba en rivalizar conmigo, en poner en tela de juicio mi autoridad, y todas esas cosas. Entonces yo era incapaz de controlar aquello. (Entrevista 19/02/02, EN2.1)*

Estuvo en varios colegios de la provincia de Huelva y trabaja en el colegio actual desde hace 11 años. Se siente bien en el colegio. Conoce y comprende las características del contexto social de éste. Tiene, en general, buena relación con sus compañeros, estando bien integrada en el grupo de profesores. Comparte con un grupo de éstos actividades lúdicas en su tiempo libre. Participa en el equipo técnico del colegio.

El grupo de alumnos del curso 99/00 es el mismo que el de los dos cursos anteriores (I es la tutora de este grupo desde que ellos estaban en 2º), y permanece con ellos durante los dos cursos siguientes. En un principio, según narró en algunas ocasiones, fue un grupo difícil de adecuar a lo que ella considera unos hábitos mínimos de trabajo. Posteriormente y desde los inicios del estudio se siente cómoda y a gusto con el grupo. En su relación con ellos y entre los alumnos se observa un clima de confianza, respeto y trabajo.

En su visión de su profesión es muy fuerte la faceta de educar y transmitir valores y normas sociales y culturales a los alumnos. Entre los principales valores que intenta potenciar se encuentran el respeto de los alumnos hacia los demás y la responsabilidad hacia sus acciones y deberes. Estos valores se vislumbran en pautas claras en su

actuación. Por ejemplo, los alumnos tienen una pequeña libreta, que denominan agenda, donde anotan las tareas y encargos para cada día, fecha en que tienen que hacer alguna entrega... Una vez encargadas las tareas por parte de la maestra, el alumno es el responsable de anotarlo en su agenda y mirarlo, cumpliendo con la obligación adquirida. Esta importancia de los valores se observa en su práctica y declaraciones y ha sido definido por ella misma como una de sus principales características.

Antepone esta formación del alumno a la formación disciplinar:

*Me parece que si falta eso, o eso es deficiente, difícilmente podrás hacer el resto del trabajo curricular ¿no? [...] Si yo no sé escuchar lo que dice mi compañero o no lo respeto, ¿para qué quiero conocer lo que son los ángulos?*  
(Entrevista 19/02/02, EN2.7)

Es una persona comprometida con su profesión, dedicando parte de su horario extraescolar a preparar sus tareas y reflexionar sobre su profesión. Lee, por ejemplo, algunas publicaciones relacionadas con la educación. Para la preparación de sus clases suele recurrir a distintos materiales y fuentes, que revisa en el horario extraescolar.

Antes de participar en el proyecto de investigación colaborativa hizo muchos cursos, a los cuales dejó de apuntarse a partir de un momento porque, según describe, no cumplían lo que esperaba de ellos (no le servían formativamente porque no estaban relacionados ni con ella ni con su práctica ni contexto), y participó en dos grupos de trabajo, uno de los cuales (de música) piensa que no funcionó por diferencias de intereses de los maestros participantes, y el otro (de lengua), del que se siente muy satisfecha. Exceptuando la experiencia en el grupo de trabajo de lengua (en el año anterior a la iniciación del proyecto de investigación), define su desarrollo profesional anterior como “solitario”, mediante “ensayo-error”, con su único criterio, sin que pudiera compartir con nadie sus interpretaciones. Está comprometida con su mejora profesional. Una de las cuestiones que destaca de las características profesionales que debe tener el maestro es *pensar que nada está acabado*; esto es, siempre se puede aprender más.

Respecto de la matemática, no siente especial atracción por la materia. En su etapa escolar recuerda que no tuvo problemas con la matemática mecánica (la mayor parte de



su escolarización), pero recuerda negativamente su experiencia con la materia al final de su enseñanza media, donde ante una matemática no mecánica tuvo problemas para superarla y sentimientos negativos hacia ésta. Era una buena estudiante, pero se veía incapaz de comprender esa matemática, lo que le provocaba frustración. Este sentimiento hacia la materia no se traduce en un sentimiento negativo hacia su enseñanza, sino más bien lo contrario, disfrutando en las clases de matemáticas. Su insatisfacción con lo que hace en la enseñanza de las matemáticas (más que en otras áreas que enseña), su percepción de su falta de conocimientos para ésta, le lleva a interesarse por profundizar en ella. Este interés le llevó hace ya tiempo a ponerse en contacto con maestros que tenían “otro modo de enseñar matemáticas” y a reflexionar especialmente sobre el aprendizaje y la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

Personalmente, parece y se define como segura, responsable, reflexiva, comprensiva, con ideas y valores claros, serena y apasionada.

Su etapa de formación inicial (como maestra) no parece haberle influido demasiado (ni positiva ni negativamente). No lo valora de utilidad para su formación como profesora, asociándolo a un conocimiento teórico. Considera que su formación se ha desarrollado en su propia práctica (entendida en un sentido amplio, no limitada a la acción en el aula).

#### **IV.2. VISIÓN GENERAL DEL PROCESO DE REFLEXIÓN Y MODIFICACIÓN DE LA PRÁCTICA**

Casi desde los inicios de la marcha del proyecto de investigación colaborativa, I comienza a hacer uso de la ficha de diario que se diseña en el proyecto. En estas fichas recoge sólo las clases que se ajustan (desde su punto de vista) a la perspectiva de resolución de problemas. Esto es, la maestra inicia la puesta en práctica de lo que entiende por enseñanza de la matemática “desde la perspectiva de resolución de problemas”, reflejando en estos diarios su descripción y reflexión sobre lo realizado.

## BLOQUE 1: *Inicios de la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas*

En un principio, esta puesta en práctica consiste en la realización de algunas sesiones desde esta perspectiva, aisladas entre sí en su mayor parte y correspondientes a aspectos puntuales del currículo. La maestra adapta a la resolución de problemas algunos de los apartados correspondientes del tema que se está trabajando en el libro de texto o bien introduce algunas sesiones específicas sobre resolución de problemas. Parece diferenciarse claramente la práctica diaria, de las sesiones en las que se pone en juego la resolución de problemas. Las fichas correspondientes a estas sesiones son desde F1 hasta F6, que, junto con las declaraciones en el proyecto correspondientes a este periodo (28/10/99-18/01/00), conforman el bloque 1 de información.

Además del tratamiento de la resolución de problemas como contenido, parece iniciarse en la resolución de problemas como una metodología para introducir otros contenidos matemáticos. Esta metodología es para ella un descubrimiento y se caracteriza, fundamentalmente, por que son los alumnos los que *deducen* (en sus términos) los contenidos, en lugar de ser la maestra la que los expone. Esta deducción se hace mayoritariamente en gran grupo, orquestado por I. A lo largo de las fichas va cobrando importancia una actividad específica (situación problemática) a través de la cual el alumno investiga sobre los contenidos y se va pasando del descubrimiento en gran grupo al esquema: descubrimiento en pequeño grupo (en un caso, individual), puesta en común en gran grupo.

La mayor parte de estas sesiones corresponden a adaptaciones de propuestas del libro de texto (de apartados del tema que se aborda o de secciones específicas de resolución de problemas). I analiza estas propuestas, modificando su orientación, añadiendo contenidos y objetivos, sobre todo procedimentales generales, y planteándolas más abiertas. En los contenidos y objetivos se recogen ciertas capacidades que se van afianzando (como objetos de aprendizaje) a lo largo de las fichas y que parecen asociarse en gran medida con la enseñanza de la matemática desde esta perspectiva (*observación de regularidades, recogida de datos, generalización*).

Con la puesta en práctica de esta perspectiva, I reflexiona sobre sus resultados, haciendo una valoración constante de éstos, centrada en el aprendizaje del alumno. Manifiesta

satisfacción con los resultados por el aprendizaje y la motivación del alumno, y por el papel que éste adopta en el aula, ganando protagonismo. En cada una de las sesiones reflexiona sobre las dificultades que ha percibido en el aprendizaje de los alumnos y el tratamiento que se le ha dado en el aula o el que propone para el futuro.

En sus declaraciones en las sesiones del proyecto en ese periodo, expone su satisfacción con el enfoque que está dando a la materia y algunos de sus dilemas al respecto (por ejemplo, cómo no dirigir en exceso).

## **BLOQUE 2: *Integrando la perspectiva de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática. Las fracciones y los números decimales***

Con el tema de *las fracciones y los decimales*, I extiende su uso de la perspectiva de resolución de problemas a un tema completo y un contenido de peso en el currículo.

Esta perspectiva se reserva para las sesiones que se consideran más importantes del tema, las de introducción de conceptos. El resto de las sesiones, de aplicación, mantienen lo que parece ser la práctica usual de la maestra en el aula de matemáticas. Se diferencian claramente sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas y otras que no corresponden a esta perspectiva, pero están integradas en una misma estructura conceptual, no corresponden al tratamiento de contenidos aislados (como en el bloque 1).

Se sigue apreciando en las sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas lo que empezaba a observarse en las últimas sesiones del bloque anterior: el agrupamiento que se usa es el pequeño grupo o el trabajo individual para el descubrimiento y el gran grupo para una puesta en común posterior (frente a esto, en las sesiones de aplicación se trabaja individualmente). Además, hay una actividad de investigación explícita para que el alumno descubra los contenidos, cobrando más importancia la tarea que se propone (tiene más potencialidad y la maestra reflexiona más sobre la propia actividad). Se añade en estos casos el uso de material manipulativo como apoyo a la investigación del alumno.

Estas actividades son diseños alternativos al libro de texto. No son modificaciones de algunos apartados del tema (como en el bloque 1). Se interviene en mayor medida en la estructura del tema, seleccionándose los conceptos que se consideran fundamentales y trabajándose de manera más relacionada que en el libro.

En sus declaraciones refuerza que considera adecuada la perspectiva de resolución de problemas para la introducción de conceptos, porque es donde cree que es más importante detenerse.

Sigue haciendo una valoración de los cambios que introduce y de la perspectiva de resolución de problemas. Encuentra muchos valores a este tipo de trabajo, entre los que destaca el aprovechamiento de las ideas de los alumnos, la riqueza de éstas, su implicación y cómo ella aprende de los alumnos. Por otro lado, le preocupa el tiempo que requiere, siente que se impacienta en ocasiones, y percibe cierta confusión en el aprendizaje de los alumnos. Esto parece hacerle pensar en la necesidad de hacer más paradas para que el alumno reflexione sobre lo que ha aprendido. Al final de la unidad incluye algunas de estas paradas.

En el contraste del vídeo de una de estas sesiones y la ficha en que ella reflexiona sobre ésta, se refleja, entre otros aspectos, su reflexión y toma de conciencia de lo que hace, de lo que pretende, de su papel y del de los alumnos.

En sus declaraciones sigue mostrando su satisfacción con el proceso que está siguiendo.

*BLOQUE 3: Afianzamiento de la práctica desde la perspectiva de resolución de problemas. Necesidades profesionales y perspectivas de desarrollo: el conocimiento profesional deseable del maestro para la enseñanza de la matemática*

Durante el resto del curso, I continúa extendiendo su uso de la perspectiva de resolución de problemas y valorando sus consecuencias. Sus declaraciones recogidas en el bloque 3 describen su visión de estos cambios. Aborda la enseñanza del bloque de contenidos geométricos (con el que estará el resto del curso), alterando en su conjunto la propuesta del libro. Modifica la lógica de la estructura de éstos (del espacio al plano en lugar del

plano al espacio, como propone el libro), la propia estructura en temas y su secuenciación.

Con la puesta en práctica de esta perspectiva, parece percibir nuevas necesidades respecto de su conocimiento profesional. Sus apreciaciones sobre estas necesidades y sobre su visión de su desarrollo en relación con éstas son recogidas en el análisis de la entrevista realizada a I y otra maestra del proyecto de investigación, en el marco del propio proyecto (EN1, también en el bloque 3).

#### *BLOQUE 4: La enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas. Los polígonos*

La última unidad que se trabaja en el curso, sobre polígonos (bloque 4), es armoniosa en su conjunto con la perspectiva de resolución de problemas. Tanto las sesiones de introducción de contenidos (conceptuales y procedimentales), como las sesiones de aplicación mantienen rasgos comunes, característicos de su interpretación de esta perspectiva. Este bloque muestra para nosotros un retrato íntegro de lo que para ella es *la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas*.

Disminuye el uso del pequeño grupo respecto de sesiones anteriores, aumentando el papel del trabajo individual, no sólo para la ejercitación sino también para el descubrimiento (con puestas en común posteriores en gran grupo). Se institucionaliza, además, la reflexión del alumno sobre lo que ha hecho, para qué lo ha hecho y qué ha aprendido. Se recoge por escrito individualmente y se pone en común después (en gran parte de las sesiones). Se percibe una preocupación por asegurar el aprendizaje individual, limando las posibles limitaciones del trabajo en grupo por las diferencias individuales. Aumenta también (respecto de sesiones anteriores) el papel del gran grupo, aunque se diferencia de las primeras sesiones.

Como en el tratamiento de los contenidos geométricos en su conjunto, interviene en el diseño completo de la unidad de polígonos, modificando los contenidos que propone el libro de texto, la relación entre éstos, en qué pone el énfasis, la secuenciación y cómo trabajarlo en el aula.

Con su reflexión sobre la puesta en práctica de esta unidad, I profundiza en muchos aspectos del aprendizaje de estos contenidos por parte de los alumnos, adquiriendo conocimiento didáctico del contenido al respecto. Incorpora este conocimiento al planteamiento de la propia unidad, proponiendo tareas que recogen aspectos problemáticos del contenido (como la asociación de la posición a las figuras, las limitaciones en las imágenes de los alumnos o las dificultades con el concepto de ángulo). En su valoración de los resultados del trabajo en el aula desde esta perspectiva (que continúa haciendo), empieza a percibir progresos en las capacidades de los alumnos.

#### *BLOQUE 5: Concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*

En este bloque se recoge la reflexión de la maestra (a final de este curso 99/00) sobre sus concepciones respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y cómo ha percibido su evolución de las mismas. I diferencia cuáles considera que eran sus concepciones en los inicios de su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y en estos momentos (durante y tras la unidad de polígonos). Percibe más diferencias en cuanto a la puesta en práctica de lo que se pretende que en cuanto a intenciones. En ese sentido, ahora está más satisfecha con lo que hace en el aula de matemáticas.

#### *BLOQUE 6: El proceso de desarrollo profesional en perspectiva*

Tras el periodo más intenso de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y la finalización del trabajo en el proyecto de investigación colaborativa, las declaraciones de I en unas jornadas sobre la relación entre investigación y docencia (noviembre de 2001) y una entrevista realizada a principios del año 2002, muestran su visión “panorámica” de su desarrollo.

En ambas declaraciones, describe en qué percibe que se ha desarrollado, el papel en este desarrollo de la reflexión sobre y modificación de su práctica, el apoyo que atribuye al proyecto de investigación colaborativa, cuáles son sus concepciones actuales sobre el

desarrollo del maestro y su propio desarrollo, sus expectativas iniciales respecto de su desarrollo (en los inicios del periodo estudiado) y su práctica y visión actual de la enseñanza de la matemática. Aporta datos, por tanto, sobre su interpretación actual del desarrollo durante el periodo estudiado y la permanencia de algunos de estos aspectos. Si bien nuestra investigación se ha centrado en el curso 99/00, para hacer un seguimiento más detallado de ese primer año de su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y su reflexión sobre ella, nos ha parecido de interés ampliar la visión de ese periodo, aportando, por un lado, la propia visión de conjunto de I y, por otro lado, intentando tener algunos datos sobre cómo se ha mantenido a largo plazo el desarrollo observado.

Aunque de los títulos que hemos dado a algunas de estas fases podría hacerse la lectura de que lo que nos interesa, sobre todo, es el cambio de la práctica de I, no es ése nuestro principal interés. En cada una de estas fases nos preocupa, sobre todo, su desarrollo profesional en los términos en que lo estamos considerando (teniendo en cuenta su conocimiento profesional, sus concepciones, su práctica y su reflexión sobre su práctica). Para no alargar aún más los títulos dados y para resaltar lo que quizás a la maestra le va dirigiendo en su desarrollo, primamos en muchos de ellos las distintas etapas respecto de la modificación de la práctica adaptándola a la perspectiva de resolución de problemas (como hemos dicho en muchas ocasiones anteriores, lo que en cada momento entiende por ello).

Asimismo, lo que nos interesa a nosotros no es su “acercamiento” a una práctica de aula más cercana a la resolución de problemas (como también podría ser interpretado de la centralidad y reiteración de “la perspectiva de resolución de problemas” en los títulos dados). La resolución de problemas es la motivación de la maestra, el contexto de su desarrollo de algún modo, y como tal lo incluimos para caracterizar este desarrollo.

Como señalábamos en la introducción, el lector puede elegir en este momento entre hacer un seguimiento más detallado de los procesos de desarrollo de I y de nuestra investigación, a través de la lectura de los informes del análisis de cada episodio y/o los

resúmenes parciales, o bien pasar directamente a la lectura de los resultados, que presentamos a continuación.

Las unidades de información a las que se hacen referencias (tanto en dichos informes como, en menor medida, en los resultados que se exponen en el siguiente epígrafe) están señaladas en el documento de datos correspondiente.

En los informes del análisis de los distintos episodios, hemos intentado facilitar, en la medida de lo posible, el contraste de los datos con el análisis de los mismos, para lo que hemos incorporando parte de las unidades de información al texto. A veces se ha hecho introduciendo la unidad al hilo de lo que se comenta y en otras ocasiones se ha copiado primero la unidad completa, escribiendo a continuación los elementos que extraemos de la misma. En este último caso, hemos puesto primero el código de la unidad y a continuación la unidad en cursiva y con letra menor que el resto del texto.

### **IV.3. EL DESARROLLO PROFESIONAL OBSERVADO**

Se extrae de su práctica y sus declaraciones sobre ella (en la que los diarios es un término intermedio entre lo declarativo y la práctica) y de sus declaraciones en general. Se comparan los distintos tipos de fuente y se hace explícito si hay coherencia entre lo que se observa y se declara o si, por el contrario, hay aspectos que se contradicen en cierto modo y la explicación que le damos. En términos generales hay bastante coherencia entre ambos, a veces de manera casi sorprendente, lo que para nosotros es una de las características que explican su desarrollo.

#### **IV.3.1. Aspectos que definen su desarrollo**

Nos referimos a *en qué términos* se observa su desarrollo y a algunas explicaciones

No vamos a describir “el antes y el después”, sino a intentar describir la progresión y las explicaciones que tengamos de ella. Es como una descripción seccionada (longitudinalmente) del proceso observado (troceada por los aspectos que describimos). Estos aspectos son difíciles de describir de manera excluyente, ya que están todos relacionados, por lo que se observará que en la descripción del progreso en algunos de



ellos haremos referencia a otros, si bien serán explicados con detalle en el apartado correspondiente.

#### **IV.3.1.1. Metodología en el aula de matemáticas**

Con la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas para la enseñanza de la matemática, I va introduciendo cambios en su práctica. Algunos de ellos se van afianzando progresivamente, otros van derivando en otros cambios, hasta configurar una práctica distinta, con unos rasgos característicos que parecen hacerse propios.

Las modificaciones afectan sobre todo a la propia actividad característica del aula, al papel que toma en ésta el alumno y al que adopta el maestro, y al tipo de agrupamiento del que se hace uso y su finalidad. Por otro lado, observamos en el periodo estudiado el uso de material manipulativo en diversos momentos y con distintos fines, incluyendo como apoyo a la investigación del alumno en los contenidos. Parece que la maestra atribuye a su nueva metodología el uso de este material de manera más continuada. Percibimos ciertas limitaciones en su uso, derivadas de su análisis desde el punto de vista del contenido y su aprendizaje.

Pasamos a describir la progresión observada en torno a los factores mencionados.

##### *Actividad característica*

En los inicios de la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas, la actividad del aula se caracteriza por la deducción en gran grupo de los contenidos, inducido en gran medida por la maestra, con sus cuestiones y presentación de los mismos. No hay una actividad diseñada explícitamente a través de la que el alumno construya los contenidos, se trata de una deducción “directa”. Es más “adivinar”, siguiendo las pistas, que construir a partir de sus ideas. Tiene cierta similitud con lo que hemos denominado una exposición inductiva por parte de la maestra (en el instrumento CEAM, en TE2), en la que ésta expone pero no directamente sino a través del

cuestionamiento a los alumnos. En este caso, el peso que van tomando las aportaciones de los alumnos es cada vez mayor. Es en cierto modo una simulación de la construcción en la que cada vez va teniendo más participación el alumno. I muestra inquietud por cómo hacer que sean los alumnos los que realicen esa deducción, preguntándose explícitamente en una de las conclusiones de las fichas [F3.21].

A partir de la adaptación de una propuesta de la sección *Taller de Matemáticas* del libro de texto (en F4), se incorpora una actividad explícita a través de la cual el alumno investiga los contenidos (siguiendo la propuesta del libro). La actividad del aula (en las sesiones “desde la perspectiva de resolución de problemas”) se asemeja cada vez más a la investigación del alumno planificada por el maestro. El grado de dirección por parte de la maestra va disminuyendo y las aportaciones de los alumnos van constituyendo la actividad central.

La actividad de investigación (situaciones problemáticas) cobra cada vez más importancia, tanto en el aula como en la reflexión de I y la interpretación que parece tener de la perspectiva de resolución de problemas (como veremos en los apartados correspondientes). Es claro en las sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas de la unidad de *fracciones y decimales* (en la sesión grabada en V1, por ejemplo, donde el alumno investiga en pequeño grupo sobre posibles particiones en mitades de varias formas geométricas y modos de nombrarlas, para construir con las aportaciones de todos los grupos el concepto de fracción y su notación). En su reflexión sobre esta sesión (en F7), I se centra en la potencialidad de la propia actividad. En estos momentos esta perspectiva se utiliza de manera aislada, para introducir los conceptos principales, por lo que no podemos decir que la investigación planificada defina la metodología de I (más que en estas sesiones).

En su propio posicionamiento en estos momentos respecto de la tabla CEAM (de Carrillo, 1998), describe su práctica como *repetición iterada de ejercicios tipo* (TR1<sup>1</sup>), donde *el profesor simula la construcción del conocimiento* (TE2), con momentos aislados que se ajustan a la perspectiva de resolución de problemas (I1 e I2). Esto refuerza, por un lado, que la investigación del alumno constituye momentos aislados de

---

<sup>1</sup> Estos indicadores, y la descripción que hacemos de ellos, corresponden a los del instrumento de análisis de Carrillo (1998), no a nuestra adaptación del mismo para Primaria (como explicamos en el análisis de S15). De ahí que hayamos usado otro tipo de letra para escribir los códigos de los mismos.

la dinámica del aula y, por otro, que la actividad característica del aula es la repetición de ejercicios tipo y la exposición inductiva por parte de la maestra. Éste, además, parece ser el retrato anterior de las sesiones de matemáticas. Algunas de sus declaraciones al principio del periodo estudiado y otras descripciones sobre el cambio que observa en sus clases de matemáticas apuntan también a dicho retrato (que, como veremos, no se ajusta exactamente al de una metodología tradicional, tiene algunos de los rasgos, a veces incipientes, que se afianzan en este periodo). Por ejemplo, en S1, pone de manifiesto cómo las actividades de los *Piensa* e *Investiga* del libro de texto gustan más a los niños porque *son más atractivos, manipulativos, ponen en común con sus compañeros, rompen la dinámica habitual* [S1.13G].

En la unidad de *polígonos*, por su parte, sigue manteniéndose en la mayor parte de las sesiones una situación problemática a través de la cual el alumno construye los contenidos (una actividad explícita planteada para tal fin), si bien, como veremos en el apartado que sigue (agrupamiento), muchas de las construcciones son en gran grupo. En este caso no se trata de sesiones diferenciadas del resto de la unidad. En su posicionamiento respecto de la tabla CEAM en estos momentos, considera que la perspectiva de resolución de problemas se ha incorporado a su práctica habitual en el aula de matemáticas, caracterizándola. Su posicionamiento en el indicador 17 lo refuerza: *La actividad del alumno está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes* (I17) [S15].

Éste parece ser uno de los elementos que se han mantenido en su práctica posterior, constituyendo una de las claves de su práctica en el aula, como explica en D5 y en EN2: *yo nunca leo lo del libro, sino que yo les planteo una actividad a partir de la cual, mediante observación, mediante observación de regularidades... ellos sean capaces de llegar a una definición de lo que es por ejemplo múltiplo* [D5.42].

### *Agrupamiento*

En cuanto al uso del agrupamiento en el aula, se distinguen tres momentos. Uno primero (en las primeras fichas) en el que el esquema es: gran grupo (para el peso fundamental de la sesión, para el descubrimiento de los contenidos)-trabajo individual

(para el afianzamiento y la aplicación). Otro posterior en el que el descubrimiento tiene una primera fase de trabajo en pequeño grupo sobre el que se basa la construcción conjunta posterior en gran grupo, a la que, a su vez, sigue el trabajo individual con la misma finalidad anterior. Y finalmente (dentro del periodo estudiado), vuelve a recuperar peso el gran grupo y el trabajo individual cobra más importancia y amplía su papel: también para el descubrimiento y para la toma de conciencia de lo que se aprende. Explicuemos con más detalle estos tres momentos y el paso entre ellos.

El primero corresponde a las sesiones antes descritas de “deducciones en gran grupo dirigidas por I” (F1-F3). En la sesión correspondiente a F4, esa actividad explícita que se introduce para el descubrimiento del alumno es propuesta primero en pequeño grupo, aunque el mayor peso de este descubrimiento sigue estando aún en el gran grupo (trabajo posterior). Esta sesión, en cuanto a la finalidad de los distintos agrupamientos, sigue manteniendo en gran parte el esquema anterior (descubrimiento en gran grupo, aplicación individual). Se introduce el pequeño grupo siguiendo la propuesta del libro de texto (y también en parte la finalidad que éste le atribuye). A partir de esta ficha, el esquema “trabajo en pequeño grupo-gran grupo-aplicación individual” se mantiene fijo en las sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas, con las finalidades antes descritas, sustituyéndose en algunas ocasiones el trabajo en pequeño grupo por el trabajo individual. Este esquema se observa en la unidad de *fracciones y decimales* y parece mantenerse el resto de la práctica desde esta perspectiva hasta la unidad de *polígonos* (por ejemplo, se mantiene en toda la unidad de *simetrías* y sus declaraciones entre las dos unidades analizadas lo confirman). El cambio descrito en el agrupamiento va ligado a lo antes descrito de la actividad característica del aula, deducción conjunta guiada por la maestra en el primer caso, investigación planificada del alumno y construcción conjunta sobre esa investigación en el segundo.

En la unidad de *polígonos*, sin embargo, se observa menor uso del trabajo en pequeño grupo. A I parece preocuparle el aprendizaje individual y las limitaciones sobre éste del uso constante del esquema anterior de agrupamiento. Para eso, decide incorporar el trabajo individual previo al del pequeño grupo (en su planificación de la unidad y en sus comentarios sobre esta planificación, en los que destaca esta incorporación). En la puesta en práctica de la unidad sustituye a veces el trabajo en pequeño grupo por trabajo individual, otras veces, directamente por el trabajo en gran grupo y usa el esquema

“trabajo individual-puesta en común en gran grupo” también para la toma de conciencia de lo que se hace y aprende. Parece que de este modo se pretende que el alumno tenga tiempo de pensar por sí mismo en la actividad que se plantea (sin que se le “adelante” algún compañero del grupo) y que se asegure la institucionalización de lo que se aprende. Ella misma manifiesta esta intencionalidad de la disminución del uso del pequeño grupo en este periodo de la puesta en práctica de la unidad de *polígonos* (al posicionarse sobre el indicador 11 de la tabla CEAM –agrupamiento-):

*Ésa es una de las cosas que he cambiado. Depende del tipo de trabajo, es verdad, pero he abusado del trabajo en grupo [en los inicios de su “cambio”]. Ahora reconozco que hace falta más trabajo individual. Vas encontrando dentro de cada actividad lo que sale bien. [Comentarios relativos al indicador 11, S15].*

En este momento defiende la diversidad de agrupamientos en función de la actividad (I11). Esta nueva modificación y su argumentación ejemplifican cómo reflexiona constantemente sobre lo que hace, los cambios que introduce, sus ventajas y sus limitaciones, incidiendo de este modo en nuevos cambios. Es una modificación reflexiva y siempre con el referente de qué aprende el alumno.

Por otro lado, en esta unidad de polígonos vuelve a cobrar más peso, como hemos comentado, el gran grupo. Vuelve a darse en muchas de las sesiones una construcción conjunta en gran grupo de los contenidos. Si bien en estos casos, respecto de las deducciones en gran grupo de las primeras fichas, es más construcción que deducción, con una situación problemática explícita, y las aportaciones de los alumnos son las que hacen la construcción en mayor medida. No obstante, se observan características que interpretamos en cierto modo como una “normalización” del trabajo en el aula. En algunas de las sesiones de esta unidad en las que se hace la construcción fundamentalmente en gran grupo, aunque existe una actividad para llevar a cabo esta construcción (que se realiza en su mayor parte en el gran grupo), parece que la propia actividad en sí pierde importancia frente a la construcción colectiva (se observa, por ejemplo, en las sesiones dedicadas a las clasificaciones de triángulos y cuadriláteros, V4 y V8). A I le agobia el tiempo (tanto el que conlleva este modo de trabajo en el aula, como el que le supone a ella su preparación). Ante esto, se mantiene lo fundamental de

esta perspectiva (que los alumnos sean los que construyan a partir de una actividad, como explicaba en D5.42, antes citada) pero se reduce el diseño de actividades alternativas más potentes, con otro material y el uso constante de distintos tipos de agrupamiento. Esto es lo que parece hacerse en lo sucesivo. No tenemos evidencias rotundas de esto (ya que, como hemos explicado, no hemos hecho un seguimiento a posteriori de su práctica), pero las sesiones citadas de la unidad de *polígonos* y su descripción en D5 y EN2 de lo que hace este curso (01/02) en el aula de matemáticas apuntan a ello (a lo que hemos denominado normalización). La unidad D5.42 (que volvemos a copiar de manera más extensa que en el apartado anterior) es una de las que lo reflejan:

*yo ahora tengo un libro de texto que me parece muy aprovechable. Entonces lo que sí intento que cualquier cosa que se dé, o sea, yo lo planteo, pero nunca lo explico, digamos, sino que intento que sea de manera que ellos... a ver, por ponerte un ejemplo, hemos visto los múltiplos de un número, los divisores y todo eso... entonces yo podría decir: "los múltiplos son...". Entonces yo nunca leo lo del libro, sino que yo les planteo una actividad a partir de la cual, mediante observación, mediante observación de regularidades... ellos sean capaces de llegar a una definición de lo que es por ejemplo múltiplo, y ahí [...] se corrigen unos a otros... [...] Yo no hago una cosa nueva ni innovadora, lo que sí ha cambiado es mi forma de abordar los conceptos, a la hora de trabajarlos con los niños.*

Hemos denominado "normalización" del trabajo del aula al fenómeno que intuimos se da, porque mantener el ritmo de diseño alternativo de todas las sesiones de clase, con el nivel de búsqueda de propuestas y materiales alternativos de muchas de las sesiones realizadas en este curso (99/00) desde la perspectiva de resolución de problemas (con el tiempo y el esfuerzo que supone para I) e incluso el esquema de trabajo en el aula (con el tiempo que supone para el tratamiento de los distintos contenidos) no parece posible de manera continuada (como la propia maestra apunta en EN2). Era en cierto modo algo "extra", que no podía constituir la normalidad, el día a día, del trabajo en el aula y su preparación. No por ello pensamos que pueda verse una "marcha atrás" en el cambio de la práctica del aula, sino una "naturalización" de estos cambios, adecuándolos y haciéndolos compatibles con las características reales de la tarea del maestro y del aula. Sigue siendo habitual el trabajo en pequeños grupos en el periodo posterior al año

estudiado y el diseño de actividades alternativas “potentes”, alternándose con trabajo en gran grupo e individual y actividades a través de las que el alumno llega a los contenidos, pero menos “elaboradas” que las anteriores.

En la entrevista final realizada (EN2), declara percibir cómo ahora usa de modo versátil distintos tipos de agrupamiento.

Antes del periodo estudiado, por otra parte, declara que intentaba usar el pequeño grupo en el aula de matemáticas pero no funcionaba, cuestión que atribuye a que la actividad que se proponía no daba sentido al trabajo en grupo. Frente a esto, las actividades que propone ahora son *actividades en las que ellos tienen que elaborar, tienen que pensar, tienen que observar, y tienen que acordar, tienen que opinar, y entonces, claro, para eso sí hace falta un grupo* [EN2.31].

### *Papel del alumno*

La última unidad citada en el apartado anterior [EN2.31] refleja junto con el cambio de actividad el cambio del papel que se otorga al alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Su aumento de protagonismo (*la actitud de protagonista y no de muelle* [S9.4]) parece ser una de las cuestiones que busca explícitamente I en el cambio de su práctica y es una de las que lo describen. Se observan ambas cuestiones en todas las sesiones descritas en las fichas, en sus reflexiones sobre ella, en las sesiones observadas y en sus declaraciones.

El papel que adquiere progresivamente el alumno es el de criticar lo que se moviliza en el aula, dando sus argumentos, intercambiar sus ideas con sus compañeros, acordando con ellos. Reflexiona, piensa detenidamente, sopesa alternativas.

A lo largo del curso 99/00, además, I va cada vez dando más importancia a la toma de conciencia por parte de alumno de lo que aprende. Se observa su conciencia de esta necesidad desde las primeras fichas (en F4, por ejemplo, una de las dificultades de aprendizaje que señala es *para saber qué he aprendido* [F4.18]), fijándolo como finalidad de las sesiones (*desarrollo de la capacidad de reflexión y expresión de lo observado y/o reflexionado* [F5.4]). Esto hace que el papel de la institucionalización del

aprendizaje, ligado a que sea el propio alumno el que reflexione sobre, haga explícito y recoja las conclusiones de lo que aprende, aumente desde la unidad de *fracciones* hasta la de *polígonos*. En esta última, como comentábamos al hilo del uso del trabajo individual en esta unidad, en gran parte de las sesiones el alumno expresa por escrito de forma individual qué ha hecho y qué ha aprendido y se pone en común posteriormente, discutiéndose y corrigiéndose lo que cada uno ha escrito.

Su percepción del cambio de su práctica desde el punto de vista del papel del alumno coincide con estas observaciones. Así, considera que ahora *el alumno toma conciencia de qué hace y para qué lo hace* (I18), *comunica sus experiencias y sentimientos con el profesor y los demás compañeros* (E19) y *mantiene una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula* (I19) (en su posicionamiento en S15 sobre los indicadores de la tabla CEAM).

El aumento de la actitud crítica del alumno en el aula y de su autonomía es, además, uno de los aspectos que observa en los cambios propiciados en los niños por su nuevo modo de trabajo, que valora positivamente y que encuentra ostensiblemente diferente respecto de su papel anterior: *los niños estaban muy dirigidos por lo que les decía, lo que yo les decía no veían otra cosa, mientras que ahora están escuchándome pero también están a la vez preguntándose si es posible tal cosa* [D5.39].

A posteriori (en sus declaraciones sobre su práctica actual en EN2), refleja mantener ese papel del alumno, entre las que destaca la consciencia de lo que aprende y su responsabilización de ello.

Por otro lado, el alumno interviene en mayor medida en la propia marcha del proceso, pues sus aportaciones son consideradas más en la dirección del mismo, tanto diseñando las actividades para que sean estas aportaciones las que surjan, como considerando aportaciones “espontáneas” para incorporarlas al proceso, modificando lo previsto o diseñando sesiones posteriores a partir de lo sugerido por el alumno (es el caso de la sesión correspondiente a F8, en el tema de *fracciones*). Además, la maestra hace explícito ante los alumnos esa toma en consideración de sus ideas y propuestas. Así declara que ha seguido ocurriendo tras el periodo estudiado en más profundidad (en EN2).



### *Papel de la maestra*

Según se refleja en lo descrito en los apartados anteriores, parte del protagonismo de I va pasando a los alumnos a lo largo de las sesiones analizadas. Al ser cada vez mayor el peso de las aportaciones de éstos, el papel de la maestra se va acercando más a la organización y conducción de estas aportaciones.

Tanto durante el trabajo de los alumnos en pequeños grupos o individual como en las puestas en común provoca la investigación del alumno, su argumentación, su toma de conciencia de los procesos de razonamiento y argumentación, fuerza a que busquen nuevas soluciones y a que se expresen con precisión. En las puestas en común mantiene esas actuaciones, organizando, además, las intervenciones de los alumnos, incorporando sus aportaciones y reconduciendo la situación, completando, precisando, dirigiendo hacia los contenidos. Se observan ocasiones en las que su intervención es mayor, aportando ayudas bastante claras, corrigiendo de manera explícita, dirigiendo las construcciones conjuntas (a veces estableciéndose un diálogo casi exclusivamente entre ella y el niño que interviene en ese momento, tomando el papel que otras veces atribuye al resto de sus compañeros –acordar, validar, criticar, argumentar...-). Esta doble actuación se observa tanto en la unidad de *fracciones* como en la de *polígonos*. I es consciente de estos momentos de mayor intervención (reflejándolo en las fichas correspondientes). En algunos casos lo atribuye a su impaciencia (ante el tiempo que requiere este tipo de trabajo). No obstante, el cambio respecto de las primeras fichas y de lo que parecía ser su práctica anterior es claro.

En S15 hace explícito el cambio que considera se ha dado en este sentido: es clara su percepción de su papel anterior (entre TE e I, con incongruencias) y el de ahora (I) (indicadores 20-23). Antes transmitía por procesos tecnológicos, exponía, organizaba, actuando como técnico del contenido y del diseño didáctico (TE20-23, según la descripción abreviada de los indicadores en la tabla de Carrillo, 1998), alternando con provocar, conducir, investigar en y sobre la acción, actuando como un experimentador interactivo del contenido y los métodos (I20-23, siguiendo de nuevo la descripción de la tabla).

La investigación de I sobre su acción es evidente, llevándole en ocasiones a plantearse de antemano focos sobre los que seguir indagando en la práctica posterior. Además, en varias de las fichas, I describe su papel durante el trabajo de los alumnos con términos como *observa actitudes en silencio y anota* [F6.15]. Estas descripciones, junto con su reflejo en las propias fichas de dificultades que parecen haberse detectado en la acción y que suponen un análisis no superficial de lo que acontece en el aula, nos hacen respaldar que la investigación se ha dado también en la acción (se le puede denominar investigación o un cierto distanciamiento de la acción para su análisis). Ella, por su parte, identifica claramente su faceta (nueva) de investigación sobre su práctica (a través de su proceso de puesta en práctica de y reflexión sobre la perspectiva de resolución de problemas): *Por eso estoy en el grupo* [en el proyecto de investigación, para hacer investigación EN y SOBRE la acción]. *Ahora sí lo estoy haciendo. Voy investigando, voy probando lo que va quedando bien. [...] Eso lo estoy haciendo yo, no dentro del grupo.* [S15, comentarios relativos a los indicadores 20-23 de CEAM].

### *Uso de material manipulativo*

En la sesión en la que I adapta una actividad del *Taller de Matemáticas* del libro de texto, a la que ya nos hemos referido en varias ocasiones, hace uso (siguiendo esta propuesta) de material manipulativo (tarjetas de dos colores para representar, respectivamente, los números pares e impares) sobre el que se apoya la investigación del alumno, facilitándosela.

En las unidades didácticas en las que nos hemos centrado hace uso igualmente de este tipo de material. En el caso de las *fracciones y decimales* propone figuras en papel para que el alumno las manipule buscando distintas formas de dividir las en fracciones y comparándolas. De nuevo es un apoyo a la investigación del alumno, al análisis de lo concreto y al paso de lo concreto a lo abstracto. En la unidad de *polígonos*, por su parte, el material sobre el que trabaja el alumno (de los que se hace uso), la trama de puntos, no potencia en igual medida la investigación de éste. Más bien parece plantearse (y usarse) como una ayuda al dibujo, para eliminar posibles obstáculos de la actividad a ese respecto. En esta unidad se usan otros materiales mediante los que la maestra ejemplifica y aclara aspectos problemáticos del contenido, presentando una visión

dinámica de estos conceptos geométricos. Igualmente se trabaja (como objeto de aprendizaje) el uso del transportador de ángulos, de manera instrumental.

En las unidades entre las dos referidas, los alumnos usan el tangram, distintos envases y objetos representando cuerpos geométricos, y el espejo en la unidad de simetrías. En el caso del tangram se hace un uso continuado de éste, planteándose una secuencia de tareas cada vez más complejas y proponiéndose el análisis de las figuras del tangram y sus relaciones como medio de facilitar la composición y descomposición de figuras.

En su conjunto parece que I introduce el uso de materiales manipulativos con la intención, al menos, de que el alumno investigue a través de ellos, facilitando también el paso a la abstracción. Algunos de estos materiales, además, eran desconocidos para ella, como la trama de puntos y el espejo. No sabemos, por un lado, cuál era el uso de materiales en su práctica anterior (sí parece que se usaba al menos en ocasiones, por su conocimiento y sus referencias al trabajo anterior con algunos de ellos, como el caso del tangram, pero no con la asiduidad actual). Por otro lado, aunque en el uso de algunos de estos materiales sí observamos cómo se potencia la investigación del alumno, como parece pretenderse, en algunos se aprecia un uso limitado de los mismos (en relación con las propias ideas matemáticas), influido por su propio análisis del material desde el punto de vista del contenido concreto y su aprendizaje (su no problematización de éste) y su conocimiento del recurso. Abordaremos cuestiones ambas en los próximos apartados.

Lo que podemos decir del uso del material, por tanto, es que no sabemos hasta qué punto se produce un cambio de visión del mismo (de sus fines para el aprendizaje), si bien parece que de hecho se aumenta su uso con la intención de que facilite la investigación del alumno. No se usa como elemento de motivación sino principalmente desde el referente del aprendizaje del alumno. También es claro su uso como medio y no fin de la enseñanza. No obstante, relacionado ya con su conocimiento didáctico del contenido y su análisis de las situaciones de enseñanza, se observa un planteamiento limitado de algunos de estos materiales, que no saca partido de su potencialidad. No hemos profundizado más en su uso de este material ni su visión del mismo. Lo presentamos como uno de los referentes de su nueva metodología porque ella intencionalmente parece atribuirle importancia en ésta.

Respecto de los cambios en la práctica, como hemos señalado sobre algunos de los factores que definen este cambio, I declara que éstos no han sido cambios “radicales”. Parece que en su práctica anterior se encontraban algunos de los aspectos que ha consolidado en su práctica actual, al menos de manera esporádica. Ella la describe como una práctica con incongruencias, con momentos que se ajustaban más a lo que ahora hace y otros más cercanos a una metodología más tradicional. En su posicionamiento respecto del agrupamiento en el aula, su papel y el del alumno (con el referente de los indicadores CEAM), refleja claramente su percepción de ese dualismo que considera ha conseguido limar. En los mismos términos se sitúa en las declaraciones siguientes:

*yo no era así exactamente tampoco... [...] [respecto de dar un papel tradicional al alumno en el aula]. No, no era así, exactamente, pero, digamos que, como yo estaba muy perdida, pues los niños también estaban un poquito perdidos... entonces había episodios en que la cosa funcionaba... otros episodios en los que la cosa no funcionaba [...] [EN2.29]*

Su cambio, por otro lado, ha sido pausado, gradual, “medido”, sopesando sus consecuencias. Ha necesitado, además, ir ganando confianza en su propia actuación de este modo:

*[...] Lo mismo [respecto de que la actividad sea más abierta] es que no me atrevo aún, tengo miedo de que la situación me rebase. Tengo la responsabilidad de terminar, y además, esto lo puedo controlar. [...] Me da más seguridad [la situación así planteada, no más abierta]. [S12.6, respecto de la primera sesión de la unidad de fracciones y decimales]*

#### **IV.3.1.2. Interpretación de la perspectiva de resolución de problemas**

Aunque hemos denominado a este apartado su “interpretación de la perspectiva de resolución de problemas”, dicha interpretación a veces es obtenida de su acción y declaraciones sobre ella. Podíamos hablar de su perspectiva “en la acción”, si bien al proceder de o incorporar su descripción de la acción y su reflexión sobre ésta (con lo que destaca de ellas y en lo que pone el énfasis), permite un mayor acercamiento a su interpretación “declarativa”, aunque no sabemos cuánto tiene en todo momento de

consciente. En otros casos contamos con sus propias declaraciones al respecto. Comparemos y completemos estos datos a lo largo del periodo estudiado.

En consonancia con su selección de las sesiones que considera se ajustan a la perspectiva de resolución de problemas (de las que hace ficha), una lectura de las mismas nos permite acercarnos a su interpretación de esa perspectiva.

En las primeras fichas, esta perspectiva parece consistir en “los alumnos deducen los contenidos” (con la guía de la maestra). La clave es que ellos *sacan deducciones por medio de la observación* (constituyendo éste uno de los objetivos que se afianza desde este momento).

Posteriormente esta interpretación se enriquece, asociándose más elementos: la propia investigación del alumno, el proceso completo de inducción-deducción como medio y objeto de aprendizaje (donde, además de la *observación de regularidades* se destacan las capacidades de *obtener información a través de la observación y el análisis, organizar y representar la información, expresión de conjeturas, generalización*). La clave parece estar aquí en que son ellos los que construyen. Una construcción dirigida frente a la deducción dirigida anterior (relacionado con muchos de los aspectos que hemos descrito en el apartado anterior de metodología), concebida a través de una actividad diseñada explícitamente para ello. Además, la perspectiva de resolución de problemas conlleva progresivamente una mayor exigencia respecto del aprendizaje matemático del alumno, una profundización por parte de I en la matemática escolar. No basta con que sean los alumnos los que deduzcan, se cuestiona en mayor medida qué aprenden, para qué y cómo se integra en el resto de su aprendizaje matemático (y no matemático). De este modo, en EN1 (bloque 3, tras la unidad de *fracciones*) manifiesta que el resultado de las primeras sesiones desde esta perspectiva lo considera muy pobre, cree que se quedaron en algo puntual.

En la unidad de *polígonos*, como hemos comentado en los apartados referidos a la actividad característica del aula y el agrupamiento del que se hace uso, se encuentra en muchas de las sesiones una interpretación a caballo entre la deducción dirigida y la construcción, permaneciendo (frente a la primera interpretación de ésta) la importancia de la “construcción”, la actividad a través de la cual se construye y el papel en ésta del alumno.

La identificación de esta visión de la enseñanza de la matemática con la construcción dirigida, que va ligada a su visión de la propia matemática escolar y el aprendizaje matemático, se refuerza por su valoración positiva y su uso frecuente de actividades de los libros de texto del *Proyecto Albanta*<sup>2</sup>, en los que se introducen los contenidos a través de situaciones problemáticas dirigidas. Se llega a los contenidos mediante el *acuerdo* de los alumnos tras el trabajo en las investigaciones, normalmente en pequeños grupos. I ha continuado teniendo estos libros como referente, inclusive después del año analizado, como se aprecia de su descripción en EN2 del trabajo realizado con las fracciones y decimales en 6º de Primaria (curso 01/02) [EN2.41, EN2.42, EN2.45].

En un principio justifica sobre todo el uso de la perspectiva de resolución de problemas para la introducción de conceptos, pues “prefiere detenerse” en esto, por las repercusiones que puede tener en el aprendizaje posterior. Su uso es claro para estos fines en la unidad de *fracciones* y sus declaraciones en estos momentos lo hacen explícito: *Esta forma de trabajar es muy buena pero no debe ser una práctica general. Sirve, me parece de momento, para introducir conceptos sobre todo. Pero también debe haber ejercicios* [S12.15]. Esto no significa que prime en la enseñanza de la materia lo conceptual frente a lo procedimental y actitudinal, como veremos, ni que en las sesiones desde esta perspectiva el trabajo se centre en la adquisición de estos conceptos.

En la unidad de *polígonos*, sin embargo, no se reduce la enseñanza desde la perspectiva de resolución de problemas a estos momentos, diferenciándose tan claramente del resto de la secuencia de enseñanza (como en la de *fracciones*). Todas las sesiones mantienen un enfoque común. La finalidad principal de algunas de las sesiones desde esta perspectiva es trabajar contenidos procedimentales en primera instancia o al mismo nivel de importancia que conceptos y/o hechos (como se observa claramente en las sesiones de prueba de la suma de los ángulos de un triángulo y un cuadrilátero, V6 y V9, donde interesan casi tanto como los hechos en sí, los procedimientos de comprobación de éstos). Además, en su conjunto, tanto en las sesiones de introducción de contenidos como en las de aplicación, mantiene características comunes que I parece asociar a esta perspectiva. Las sesiones de aplicación o en las que se introducen contenidos que la maestra considera más mecánicos, menos problemáticos (desde el punto de vista de su aprendizaje), plantean en muchos casos situaciones no rutinarias, se

---

<sup>2</sup> *Proyecto Albanta. Matemáticas. 3-6 PRIMARIA*. Madrid: Editorial Alhambra-Longman.

resuelven de manera conjunta en el gran grupo, a través de las aportaciones de los alumnos. Éstos, además, conservan en gran medida su papel: expresar sus ideas, argumentarlas, criticar las de los compañeros, corregirlas, cuestionar... Por otro lado, se mantiene en estas sesiones (respecto de las otras de la unidad) la importancia de la escritura de las conclusiones (con el esquema: “escritura individual-puesta en común en gran grupo”).

En la entrevista final realizada durante el curso 01/02 (EN2) define *la base de lo que es la resolución de problemas* como *no darle al niño las cosas hechas, sino que las observe, que las busque, que las deduzca...*

A lo largo del año estudiado de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y reflexión sobre ello, I ha ido valorando las ventajas e inconvenientes que le encuentra. A posteriori ha ratificado y comprobado muchos de los beneficios que le atribuía. El saldo final es positivo, por lo que se muestra convencida y satisfecha con este modo de trabajo, lo que le ha llevado a hacerlo suyo (con las variantes y la “normalización” que ya hemos descrito). Las ventajas que le encuentra, en los distintos momentos del estudio, son:

- Motiva a los alumnos. Éste es uno de los primeros beneficios que percibe en este modo de trabajo, lo que le anima a seguir (ya en F1 concluía respecto de la sesión: *Estos contenidos han resultado muy motivadores, para ellos es como un juego de adivinanzas* [F1.17]).
- Favorece una comprensión conceptual (no mecánica). (Desde las primeras fichas, al principio como una “intuición”, por ejemplo en F6, y lo confirma progresivamente).
- Desarrolla capacidades, actitudes y aprendizajes que considera importantes en los niños (tanto en matemáticas como en su desarrollo como persona). Entre éstos destaca la actitud crítica del alumno, actitud positiva hacia sus compañeros, hacia el trabajo en grupo y el aprendizaje compartido, hacia la propia matemática; aumenta la consciencia del alumno sobre el propio proceso de aprendizaje, su participación activa en este proceso, su autonomía,

su capacidad para expresar y *justificar su opinión y criticar las de los compañeros*, su *capacidad para tomar decisiones razonables, para la autoreflexión*. (Las actitudes son percibidas desde el principio de este modo de trabajo. Los beneficios sobre estas capacidades de los alumnos, por su parte, son constatados progresivamente, valorándolos, por ejemplo, en las fichas del tema de polígonos respecto de los inicios del curso. Constituye algunos de los aspectos con los que describe el desarrollo que ha observado en sus alumnos, sobre todo a largo plazo (en este curso 01/02). En su intervención en las Jornadas hace un listado de estas actitudes y capacidades [D5.29]).

- Favorece el aprendizaje social, compartido (potenciando de este modo el individual). (Desde las primeras fichas destaca, con expresiones como *ellos mismos se corrigen unos a otros* [F5.25], la importancia de la intervención conjunta y la interacción entre los propios alumnos, construyéndose el aprendizaje en estas interacciones. En sus palabras, *esta forma de trabajar permite que haya una corriente entre unos niños y otros y que el aprendizaje de esos niños se beneficie de eso. [...] Permite que tanto el niño que tiene una gran memoria como el niño que tenga otro tipo de capacidades sean aprovechadas por otros alumnos que no disponen de esas capacidades* [D5.40]).
- Permite atender a las diferencias individuales del aula, posibilitando *distintos niveles de consecución de los objetivos* [F6.25]. Lo concluye en [D5.48].
- Potencia al máximo las capacidades de los alumnos, incluso en casos de dificultades especiales, *pero no se hacen milagros* [Comentarios relativos a los indicadores 13 y 14, S15].
- Lo que se aprende se hace más funcional y es más “perdurable”, en el sentido de que se puede rescatar, incluso al cabo de bastante



tiempo, *no es algo que se aprende y se queda guardado en un cajón* [S16.4]. Las propias actividades son más significativas. En los mismos términos se manifiesta en la entrevista final [EN2.38].

- Puede extrapolarse a otras áreas (la base sirve para las demás áreas, en cuanto a no darle al niño todo hecho [EN2.13]).
- Potencia su propio desarrollo [EN3.19].

Es interesante cómo va observando estos beneficios de manera paulatina en su reflexión sobre su práctica y se va reafirmando en ellos, constatando en la entrevista final, con satisfacción, cómo entre la *recogida de frutos* que dice estar haciendo este curso, ha confirmado que muchas de las capacidades y aprendizajes que había ido observando en los alumnos con este modo de trabajo se han consolidado.

Además, los beneficios que encuentra en un primer momento van asociados a actitudes, a la motivación del alumno, a su papel en el aula, contrastando al cabo del tiempo sus capacidades y aprendizajes en relación con los principios de este modo de trabajo y constatando así el desarrollo de los mismos.

Las dos cuestiones anteriores son para nosotros indicadores de cómo su valoración de esta perspectiva y los cambios en su práctica son “pausados”, sopesados, reflexivos. Ella misma declara: *Ahora que sé hacer otra cosa pues he cambiado porque he visto lo positivo* [D5.42].

Por otro lado, en los distintos momentos del estudio encuentra limitaciones a esta perspectiva. En un principio (en el bloque 1) es cuando le encuentra más restricciones, sobre todo debido al tiempo que requiere, pero no sólo: también *por más agilidad, por el problema de la diversidad (hay niños que se frustran porque siempre son otros los que resuelven los problemas), por el problema del horario* [S7.5]). Esto hace que *no se vea como la única metodología para usar* [S7.2]. En sus declaraciones en el resto del curso sigue haciendo referencia a su preocupación por el tiempo que requiere, por su impaciencia. Esto le hace limitar este modo de trabajo a la introducción de conceptos (en sus declaraciones sobre la unidad de *fracciones*). En la unidad de *polígonos*, valora

positivamente cómo lo que programa se ajusta en mayor medida que antes a lo que requiere su realización. De este modo, parece que su tensión con el factor tiempo se va suavizando, aunque no hay más datos al respecto.

En sus declaraciones a posteriori sobre esta perspectiva (durante el curso 01/02) parece mostrar menor preocupación por este hecho. En su intervención en las Jornadas, inclusive, al ser preguntada por otro profesor sobre las repercusiones respecto del tiempo en el aula de este modo de trabajo declara haber solucionado en parte este problema: es cuestión de repartir los contenidos de la Primaria de manera flexible, de modo que lo que no se puede trabajar un año se trabaja el año siguiente (el propio maestro, si es que está con el mismo grupo de alumnos, o el que corresponda). Parece sopesar la mayor profundidad con la que se trabajan los contenidos (frente al trabajo “según el libro de texto”, con el que se acaba enseguida –como declara en D2.5-), lo que hace que “se adelante más aunque parezca que se abordan menos contenidos”. Esto permite casi trabajar los contenidos previstos sobre un tema para dos cursos.

Finalmente, nos gustaría señalar que durante la reflexión sobre la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas se han ido constatando (por parte de I) diferentes limitaciones del aprendizaje de los alumnos, atribuidas a cómo se estaba llevando a la práctica. Esto ha derivado en su propuesta y puesta en práctica de distintas medidas para paliarlas (como es el caso del aumento de paradas durante el proceso de enseñanza para que el alumno tome conciencia y explicita lo que aprende). Estas cuestiones serán comentadas en el apartado dedicado a su reflexión sobre la práctica.

#### **IV.3.1.3. *La resolución de problemas***

Desde las primeras declaraciones al inicio del periodo estudiado, I muestra su inquietud anterior hacia la resolución de problemas en el aula de matemáticas, su acercamiento a ésta y sus expectativas hacia un cambio en la metodología en las clases de matemáticas ligada a la resolución de problemas. La resolución de problemas aquí, aunque se vislumbra como vía del cambio metodológico, parece ser contemplada como contenido (aprender a resolver problemas). Los problemas se asocian a problemas aritméticos tipo.

Con su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y su uso, sobre todo, para introducir otros contenidos, amplía (al menos “de hecho”) su concepción de problema matemático y su finalidad en la enseñanza de la matemática. Se plantean situaciones problemáticas más abiertas, en la línea de investigaciones, y no sólo aritméticas (incluso aunque se plantean algunas numéricas –como el caso de la observación de las regularidades al sumar números pares e impares, en F4- no son problemas aritméticos tipo). Además, es claro el uso de la resolución de problemas como medio y no sólo como fin. Esto coincide con su conciencia sobre ello: *el fin sería enseñar matemáticas a través de la resolución de problemas...* [S7.4]; *como forma de aprender matemáticas (no es sólo como vehículo, le ves unas ventajas [...])* [S7.13]. Se siguen observando estas concepciones “en acción” (con lo que supone la descripción en los diarios, como ya hemos comentado, de paso intermedio entre la acción y lo declarativo) en la unidad de *fracciones*. La resolución de problemas se usa como medio para el desarrollo de capacidades (ligadas a la propia resolución de problemas y parece que al propio aprendizaje matemático: observación de regularidades, recogida y tratamiento de la información, generalización), para el aprendizaje de conceptos y para la ampliación y organización de conocimiento [F6].

En la unidad de *polígonos* siguen planteándose situaciones problemáticas (geométricas, en este caso) y, respecto de la unidad antes comentada, destaca el uso explícito de la resolución de estas situaciones para introducir contenidos procedimentales (además de conceptos y hechos), tanto “concretos” (como los procedimientos de prueba de la suma de los ángulos de un triángulo), como más generales (clasificar figuras). Con “uso explícito” queremos expresar que si bien en las sesiones de la unidad de *fracciones* la justificación fundamental de las mismas (desde la perspectiva de resolución de problemas) era la introducción de los conceptos correspondientes, también se trabajaban y se fijaban contenidos y objetivos procedimentales y actitudinales. En algunas sesiones de la unidad de polígonos, sin embargo (V6, V8 y V9, principalmente), la justificación principal parece ser introducir contenidos procedimentales.

En sus declaraciones sobre la resolución de problemas, se observa cierta dualidad con la aparente ampliación de hecho del concepto de problema y su finalidad en la enseñanza de la matemática. En algunas ocasiones, cuando se le hace referencia a la resolución de problemas, parece tener en mente la resolución de problemas “en sentido estricto”

(problemas de enunciado verbal, ligados sobre todo a las operaciones aritméticas, en los que se trabajan en su resolución las fases, heurísticos..., donde la finalidad principal es la propia resolución de problemas como contenido), más que la resolución de situaciones problemáticas en sentido más abierto. En otras declaraciones, sin embargo, asocia claramente la resolución de problemas a “la perspectiva de resolución de problemas” (con lo que supone de ampliación de visión), como en las referidas antes sobre qué considera *la base de la resolución de problemas*. Por otro lado, la mayoría de las ocasiones en que presenta esta visión más restrictiva, están asociadas a sus declaraciones sobre documentos que abordan aspectos específicos de la resolución de problemas “en sentido estricto”, por lo que podría estar incidiendo este hecho en la “resolución de problemas” a la que se refiere en estos momentos [S8 y EN2].

Su trabajo anterior (al periodo estudiado) sobre la resolución de problemas en el aula es evidente tanto en su práctica durante este periodo, como en sus declaraciones. En las sesiones que realiza desde la perspectiva de la resolución de problemas se observan constantes desde el principio que dan fe de estas inquietudes:

el trabajo explícito sobre las fases de resolución, sobre todo la de comprensión y planificación, a las que se les da mucha importancia (se aprecia desde F2);

el uso de heurísticos, aunque no siempre de manera consciente para los alumnos (en muchas ocasiones, como ayudas que ella sugiere ante las dificultades de éstos, como en V3 y V6);

la importancia de “inventar problemas” (que lleva a plantearlo como medio para reforzar la comprensión de situaciones ligadas a las operaciones aritméticas, en F2.23, y a realizar una sesión específica en la que los alumnos elaboran problemas *a partir de una situación dada*, F6).

En distintas declaraciones a lo largo de este primer año describe ella misma cómo trabaja en el aula las fases de resolución de problemas y los heurísticos. Respecto del aprendizaje de heurísticos, explica su tratamiento “incipiente” de la resolución de situaciones problemáticas con heurísticos [S16.3]. I pretende que después de usar en distintas ocasiones el heurístico que se propone en este caso (usar problemas resueltos antes o resultados conocidos), inconscientemente, pueda extraerse el heurístico (se

aprende el heurístico por su uso, aun sin usarlo con intencionalidad). Parte de su acercamiento a la resolución de problemas ha sido a través de los libros de texto que usan, con la sección dedicada a la resolución de problemas: *Esa preocupación yo ya la tenía anterior, y eso ha sido a través de los libros de Santillana* [EN2.39].

En este acercamiento anterior a la resolución de problemas, no se solían trabajar situaciones problemáticas abiertas, no parecía encontrárseles el sentido. Esto hacía, por ejemplo, que se saltara las actividades del *Taller de Matemáticas*: *hasta hace muy poco, [...] en los libros que estamos trabajando en la clase, hay unas actividades, del investiga, del taller de matemáticas me parece que se llama, que yo eso siempre me lo había saltado [...] siempre decía: “qué tontería más grande, esto es una pérdida de tiempo, vamos”. Y sin embargo, ahora mismo, yo valoro eso de otra manera, es más, algunas de ellas lo he visto muy interesantes y las he hecho con los niños, pero yo eso me las saltaba antes siempre. No es que ahora yo tenga más conocimiento matemático que antes, no. Lo que estoy es viendo otra visión de las matemáticas* [EN1.12, bloque 3, 23/3/00].

Parece que en ese trabajo anterior de la resolución de problemas en el aula, ésta constituía algo aislado del resto, no integrado en su tratamiento conjunto de la matemática en el aula.

Si tomamos como referente el esquema del tratamiento de la resolución de problemas en el aula de Carrillo (1995), podemos apreciar una progresión respecto de tratar cada vez en mayor medida los *PROBLEMAS COMO PROBLEMAS* (dejando tiempo para que mantenga el carácter de problema para los alumnos, dirigiendo en menor medida la maestra su resolución) y asegurar la institucionalización de lo que se aprende (*PROBLEMAS CON INSTITUCIONALIZACIÓN DE APRENDIZAJES*).

De este modo, en las primeras sesiones se plantean problemas (no ejercicios) pero la dirección de la maestra hace entrever un tratamiento que más podría ajustarse al que este autor denomina simplemente como *PROBLEMAS*. A partir del planteamiento de situaciones problemáticas a resolver por los alumnos, hemos visto cómo la intervención de I va disminuyendo, dándose paso a un tratamiento más propio de los problemas

como tales. Además, se mantiene constante la explicitación final de lo que se aprende, por lo que la institucionalización de aprendizajes está presente en estos casos. Esto puede venir favorecido por el hecho de que la resolución de problemas se use para la introducción de otros contenidos. En estas primeras sesiones en las que se usa la resolución de problemas para introducir otros contenidos, esta institucionalización está poco organizada. Se reduce a la anotación de conclusiones al final de la actividad (se extraen en gran grupo y lo copia cada niño). I percibe esta desorganización (*Tengo la impresión de que hay un cierto desorden, sin embargo, confío en que van aprendiendo por sus respuestas y razonamientos*), lo que parece llevar a proponer: *La siguiente sesión puede servir de reflexión sobre “lo que he aprendido...” y a partir de lo que haya, continuar* [F8.18 y F8.19, respectivamente, en la unidad de *fracciones*]. En esta misma unidad, introduce varios de estos momentos explícitos de reflexión sobre lo que se ha hecho, en los que el alumno escribe de manera individual lo que ha aprendido y se pone después en común.

En la unidad de *polígonos*, el aumento de la importancia real de esta institucionalización y su organización respecto del tema de *fracciones* es evidente. En la mayor parte de estas sesiones, se sigue el esquema ya iniciado en la unidad de *fracciones*, en el que cada alumno escribe de manera individual sus conclusiones y después se pone en común y se corrige en el gran grupo. Estas paradas, por un lado, no son puntuales (como ocurría en el caso de las *fracciones* y en la unidad de *simetrías*). Por otro, se pone hincapié en que el alumno recoja tanto lo que ha aprendido como lo que ha hecho, haciéndole *ser consciente tanto del contenido trabajado como del objetivo de trabajo* [F18.3]. Esta preocupación por mejorar la institucionalización del aprendizaje se observa en sus reflexiones sobre esta unidad. Así, en sus conclusiones en F18.22 considera *muy adecuada la idea de recoger por escrito las conclusiones tras cada sesión o contenido a trabajar. Favorece el que sean conscientes de lo realizado, permite corregir sobre la marcha y aprender con seguridad y dosificar la asimilación de contenidos*. Esta idea, venía de la unidad de *simetrías* en la que la escritura de lo aprendido se realiza al final de la unidad, con grandes problemas por parte de los niños para clarificarlo y expresarlo. Ante esto, I se proponía en F14 (de la unidad de *simetrías*): *Es necesario que este tipo de actividad sea realizada tras cada actividad que se considera con contenido interesante para sintetizar. Así se simplifica, se concreta y*

*se convierte en algo posible de abordar para ellos.* [Primera conclusión de la ficha del 17/5/00 – F14-].

Finalmente, respecto del tratamiento de los *PROBLEMAS CON INSTITUCIONALIZACIÓN DE APRENDIZAJES*, en la unidad de polígonos se observa cómo se potencia, además, por otra vía esta toma de conciencia por parte del alumno de lo que aprende, a la vez que de su propio proceso de aprendizaje, con las dificultades encontradas. I hace “revivir” en muchas ocasiones a los alumnos lo realizado, los problemas encontrados, las ayudas de las que han requerido.

Para finalizar con la discusión de lo observado desde el punto de vista del tratamiento de la resolución de problemas en el aula, tenemos que decir que si bien no se puede hablar del tratamiento de *PROBLEMAS CON HEURÍSTICOS*, sí hay un acercamiento o tratamiento incipiente de éstos. Como hemos explicado en relación con la inquietud inicial de I hacia el uso de heurísticos en la resolución de problemas, durante todo el periodo estudiado refleja su trabajo con éstos, a veces implícito, en el aula.

#### **IV.3.1.4. Reflexión sobre la práctica**

La reflexión sobre la práctica define para nosotros el desarrollo observado por dos motivos. Por un lado, porque aporta explicaciones a algunos de los otros aspectos observados (como el cambio de su práctica y su visión de la matemática escolar). Por otro lado, porque esta misma reflexión va tomando características que parecen contribuir a conformar una práctica más reflexiva, que I percibe como uno de los aspectos en los que se ha desarrollado.

Finalmente, al margen del estudio sobre su desarrollo, nos resultaba de interés indagar sobre la reflexión de un maestro experto sobre su práctica en el aula de matemáticas: ¿en qué se fija?, por ejemplo. A este respecto, nos interesaba especialmente, dada la relación a veces no muy “cordial” que estos profesionales suelen tener con la matemática y su conocimiento de ella, hasta qué punto ponían el contenido y su enseñanza y aprendizaje en el foco de su atención y de qué modo lo hacían.

Diferenciamos la reflexión sobre la práctica “concreta”, momentos determinados de ésta, a través de las fichas de los diarios, y una reflexión más general, expresada en sus declaraciones.

#### *A través de la ficha del diario*

Con la realización de las fichas de los diarios I reflexiona a posteriori sobre lo acontecido en las sesiones realizadas desde la perspectiva de resolución de problemas. De este modo, analiza su práctica, la propia perspectiva (sus ventajas y limitaciones) y el aprendizaje de los contenidos matemáticos.

El foco principal en el que centra su atención a lo largo de todas las fichas es el aprendizaje de sus alumnos. Así, valora constantemente respecto de las sesiones: cuáles son las dificultades que encuentran los alumnos (en relación con el modo de trabajo y con los contenidos concretos) y cuál es el grado de dificultad de la propia actividad, cuál es el papel del alumno y su motivación.

La reflexión sobre su propia actuación es menor, reflejándose en la descripción de su papel a partir de F6, y en algunas consideraciones concretas sobre su grado de dirección (manifestando su preocupación en algunos casos sobre cómo dirigir menos) y sobre dificultades propiciadas por su modo de intervenir. Esto no varía a lo largo del curso 99/00, a pesar de que en la ficha en que introduce la descripción de su papel, incorpora en la sección de *dificultades* algunas relacionadas con su actuación (lo que nos hizo pensar en ese momento que podía haber ampliado su foco de atención) y de que ella misma toma conciencia de este hecho durante la discusión en el proyecto de investigación de la primera sesión sobre fracciones (V1):

*Las dificultades que he encontrado en esta sesión han sido referentes al tiempo. No es que no confíe en que lo que estoy haciendo sea o no sea. Soy consciente de que debo tener muchos errores pero haciendo se aprende [se refiere a este modo de trabajo, nuevo para ella]. Me acabo de dar cuenta de que cuando yo hablo [en las fichas que ha realizado] de las dificultades que me encuentro, pongo sólo las dificultades de los niños. No pongo los problemas que yo tengo. [S12.15]*



De alguna forma, su problematización de su actuación y las dificultades que en ella percibe es menor o no es su preocupación principal. No parece que no cuestione su actuación (el proceso que estamos describiendo de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas da buena cuenta de ello). Lo que se aprecia es que su referente en este cuestionamiento es el aprendizaje del alumno, mostrándose segura (dentro de unos límites) de su “buenhacer”<sup>3</sup>.

Por otro lado, siguiendo con sobre qué reflexiona en las fichas, en qué se fija, pero tomando otro criterio, podríamos diferenciar otros dos focos diferenciados: la propia perspectiva de resolución de problemas, y la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos “locales” (relativos al tema en cuestión que se trabaja).

Respecto del primer foco, podemos encontrar reflexiones sobre las capacidades y otros aspectos que se van asociando a este modo de trabajo, las limitaciones que se perciben en su puesta en práctica y sus posibles mejoras, y los beneficios que se observan.

En cuanto al segundo foco, señala dificultades de los alumnos con el aprendizaje de contenidos concretos y propuestas para abordarlas.

Desde las primeras fichas podemos encontrar reflexiones que responden a los dos focos anteriores, si bien en éstas el interés parece estar más puesto en la perspectiva de resolución de problemas, en ese nuevo modo de trabajo en el aula, que en la enseñanza y el aprendizaje de los propios contenidos. La mayoría de las reflexiones inciden en el primer foco y/o las que toman en consideración el propio contenido de la sesión, no profundizan en éste ni su enseñanza y aprendizaje. Esto es lo que se observa, por ejemplo, en las fichas del primer bloque (F1-F6). Hay algunas reflexiones que profundizan algo más en el contenido (las que denominamos en los informes de los análisis “reflexiones más conceptuales”), pero son las menos. No obstante, estas consideraciones (sobre el significado que los niños atribuyen al concepto de “resta” [F3], sobre el concepto de “norma” —en relación con las *reglas de escritura de los números romanos*- [F5], y sobre las dificultades asociadas a los enunciados de los problemas [F2]), muestran la ampliación o al menos toma de conciencia por parte de I

---

<sup>3</sup> Si pensamos en la posible comparación de estas reflexiones con las de un maestro novel o un estudiante para maestro durante el periodo de prácticas, éstos suelen centrarse en su actuación (“haber sido capaz de”) más que en el aprendizaje de los alumnos, que consideran menos problemático.

de cuestiones relativas a su conocimiento didáctico del contenido a través de su reflexión sobre la acción (como comentaremos en la sección correspondiente). Las reflexiones sobre la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas inciden sobre aspectos que se van considerando importantes en ésta (la toma de conciencia del alumno de su aprendizaje y su expresión, la generalización, el uso de heurísticos, el trabajo en pequeño grupo...), sus beneficios (referidos en IV.3.1.2) y propuestas de mejora de su práctica.

En las fichas de la unidad de *fracciones*, por su parte, aumenta la reflexión sobre la propia actividad propuesta, su potencialidad y la enseñanza y el aprendizaje de estos contenidos a través de ellas. Coincide con el mayor peso que cobra la actividad en la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas. Valora, respecto del trabajo desde la perspectiva de resolución de problemas, cómo “se aprovechan las ideas de los alumnos”, la riqueza de las conclusiones e ideas que surgen, su originalidad, cómo los alumnos comparten ideas y experiencias, cómo se implican en su aprendizaje y cómo ella misma aprende de los alumnos. En cuanto a los problemas que percibe en este modo de trabajo, encuentra confusión en el aprendizaje de los alumnos (lo que lleva, como hemos comentado en IV.3.1.3, a proponer más “paradas” para reflexionar sobre lo aprendido).

Finalmente, las fichas de la unidad de *polígonos* dan muestras de la mayor centralidad del foco “aprendizaje de los contenidos concretos” (respecto de los bloques 1 y 2). Las dificultades, propuestas de mejora y conclusiones en estas fichas profundizan y focalizan en mayor medida que en las ocasiones anteriores en problemas de aprendizaje de los contenidos. Es el caso de F17 (referida a V3), donde toda la reflexión gira en torno al concepto de triángulo y las limitaciones que los alumnos le asocian (como la posición y los “dibujos-modelo”), y sus elementos, entre ellos las dificultades con el concepto de ángulo. En fichas posteriores sigue reflexionando sobre estas dificultades, sus repercusiones y cómo se van tratando.

Parece de este modo (con el aumento de la centralidad de la reflexión en los contenidos), que, de manera natural, al afianzarse en la perspectiva de resolución de problemas y estar más satisfecha con su puesta en práctica, se centra más en el aprendizaje de los contenidos concretos. Esto permite, como veremos en el apartado de

*Conocimiento Didáctico del Contenido*, una ampliación más clara de su conocimiento sobre este aprendizaje. Por otro lado, los propios contenidos (más desconocidos para I, tanto el propio contenido como su aprendizaje) favorecen que centre la atención en ellos y su aprendizaje.

Es interesante observar cómo su profundización en los contenidos viene siempre motivada por la percepción de dificultades de aprendizaje. En los casos en que no se detectan dificultades que hagan ver necesaria esa profundización, la reflexión sobre la sesión correspondiente se centra más en la propia perspectiva de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática o la propia enseñanza y aprendizaje de la matemática en general. Esto se observa, por ejemplo, en la misma unidad de polígonos, donde frente a la mayor parte de las sesiones, centradas en el contenido concreto y su aprendizaje, en F20, dedicada a la clasificación de cuadriláteros, las dificultades y aspectos que se señalan se refieren a la clasificación de figuras en general y aspectos del trabajo desde la perspectiva de resolución de problemas (la recogida de conclusiones y la consideración de aprendizajes anteriores).

En la unidad de polígonos, no obstante, sigue planteándose cuestiones relativas a la propia perspectiva de resolución de problemas y su puesta en práctica: el ajuste mayor que en un principio sobre lo que se diseña y el tiempo en que se realiza, los beneficios del aumento de las paradas para institucionalizar lo aprendido, cómo se usan aprendizajes anteriores, cómo se incorporan a la marcha del proceso las ideas de los alumnos y sus beneficios, así como el aumento de capacidades de los niños. Percibe dificultades en algunos alumnos para implicarse y seguir este modo de trabajo y se propone cómo abordarlas.

La mayor parte de la reflexión que se recoge en las fichas es *sobre* la acción, a partir de la cual se proponen sugerencias para la acción futura. Algunas de estas sugerencias son más bien cuestiones o llamadas de atención sobre cómo actuar de otro modo, otras son propuestas concretas de actuación a corto y medio plazo.

Algunas de estas propuestas para la acción parecen llevarse a la práctica (donde uno de los casos más claros es el aumento en la unidad de polígonos de los momentos en que los alumnos hacen explícito lo que aprenden, como hemos referido).

Lo que parece claro es cómo su reflexión sobre su práctica y la perspectiva de resolución de problemas va incidiendo en su cambio y valoración de las mismas. Los aspectos que va destacando y percibiendo importantes (como la incorporación de las ideas de los alumnos, la toma de conciencia por parte de éste de lo que aprende, las propias capacidades que va relacionando con la enseñanza de la matemática desde esta perspectiva) se van consolidando y van configurando su práctica. Por otra parte, las reflexiones sobre el aprendizaje de los contenidos también inciden en la acción. De este modo, se observa cómo las dificultades que percibe en la unidad de *polígonos* asociadas a la posición de las figuras y los “dibujos-modelo” le hacen adecuar lo que propone (incorporando algunas de las propuestas de mejora de estas fichas), insistiendo en una visión más dinámica de los contenidos geométricos. El aprendizaje de los alumnos es el referente constante de estos cambios.

Por otro lado, hay muestras en varias de las fichas de que se ha dado una reflexión *en* la acción o un análisis con cierta profundidad y distanciamiento de lo que acontece en el aula durante la acción. Esto se percibe en su descripción y la naturaleza de algunas de las dificultades que señala, que parecen hacer necesaria su detección en la acción (como el significado que un alumno atribuye al concepto de resta o las dificultades señaladas en F17 respecto del concepto de triángulo y el de ángulo, que son totalmente inesperadas para ella). Reflejan al menos una mayor sensibilización de I a analizar las intervenciones de los alumnos durante la misma práctica, para indagar sobre su comprensión. Ella misma describe a posteriori (en la entrevista final) esta sensibilización:

*mientras realizaba la unidad, como yo sabía que tenía que hacer después la reflexión (porque me interesaba, vamos), entonces estás haciendo la unidad con unas miras, con un objetivo. Pues, por ejemplo, cuáles eran, qué niños eran y dónde fallaban, qué actividades resultaban más difíciles y por qué, el grado de dificultad... Entonces, claro, como yo sabía también con las miras con las que posteriormente iba a hacer esa reflexión, pues eso me hacía también observar y reparar en la práctica en ciertas cosas... (EN2.17)*

Esto hace también, declara, que surjan núcleos de interés inesperados. Este mayor análisis de lo que ocurre en el aula se relaciona con un aspecto que ya hemos comentado, la ampliación de su papel en el aula, incorporando la “investigación” durante la acción.

Además, también se observa en sus descripciones cómo adecua la marcha de lo previsto a lo que percibe en el aula. En F17, por ejemplo, las restricciones de los alumnos en las representaciones de triángulos y ángulos, llevan a decidir a I lo que recoge como conclusión de la ficha: *ha sido absolutamente necesario dedicar una sola sesión al dibujo y búsqueda de clases de triángulos para que dejen de tener “modelos”* [F17.20]. De este modo, modifica lo previsto, las finalidades de la sesión, adecuándolo al objetivo descrito en la conclusión. La ficha recoge esa nueva imagen de I de la sesión tras su puesta en práctica.

Esta mayor flexibilidad respecto de lo previsto es uno de los factores en los que I percibe su desarrollo, que define como un “mayor aprovechamiento de lo que surge en la práctica”. Dice haberlo mantenido a posteriori, convirtiéndose en algo natural en su práctica. Lo discutiremos en el apartado IV.3.1.7.

### *Reflexión general*

En su reflexión sobre la práctica en las sesiones del proyecto de investigación, muestra su actitud hacia y capacidad para esa reflexión (que también se observa en los diarios). Da muestras de una reflexión no dual, que valora matices, y sopesa ventajas e inconvenientes. En sus intervenciones en estas sesiones “afina” los argumentos de otras compañeras. Diferencia, por ejemplo, distintos “gradientes” en el hecho de que una actividad sea problema o no (traspasando el polo: “ejercicio-problema”) [S5.28, S5.29]. Defiende la necesidad de *sopesar cuándo es mejor plantear una actividad más abierta y cuándo es mejor dirigir más* [S5.21], en función de *¿qué es más adecuado para el aprendizaje?* [S6.4, S6.5]. Hace una valoración crítica de propuestas de enseñanza cercanas a la perspectiva de resolución de problemas, destacando no sólo sus bondades sino sus limitaciones (en relación, en el caso del *Proyecto Albanta*, con las

características de sus alumnos y el entorno de su centro). Valora también de este modo la propia perspectiva de resolución de problemas, con sus ventajas e inconvenientes.

Su propio posicionamiento respecto de los indicadores CEAM y su discusión sobre los mismos en S14 y S15, diferenciando los cambios que percibe en su práctica, dan muestras de su actitud reflexiva y de su toma de conciencia de lo que hace (que abordaremos como otro de los aspectos que definen su desarrollo, en IV.3.1.10). Diferencia, también en este sentido, cómo ahora ha llegado a comprender en mayor medida ideas sobre el aprendizaje de los alumnos que si bien antes podía mantener “de palabra”, no captaba el alcance de su significado.

Muestra también en estas reflexiones cómo el foco es el aprendizaje del alumno y refleja en ellas las “preocupaciones” que tiene en cada momento respecto de su práctica: cómo no dirigir en exceso, el problema del tiempo, los excesos del trabajo en pequeño grupo...

Se aprecia, asimismo, cómo su reflexión sobre la práctica también se realiza “a largo plazo” valorando la práctica anterior en función de sus resultados sobre el aprendizaje de los alumnos y de sus cambios de perspectiva. Así, aunque su valoración de la primera sesión de fracciones en la ficha correspondiente es positiva, a posteriori, al no obtener los resultados esperados sobre la comprensión de los alumnos se plantea “de qué había servido esa actividad; si había servido para introducir el concepto de número [fraccionario]” [S13.6]. Igualmente, como hemos señalado en IV.3.1.2, encuentra muy limitada su puesta en práctica inicial de la perspectiva de resolución de problemas:

*qué pasa cuando se suman números pares o un número par con un número impar, [...] yo eso lo hice como una cosa aislada, ya está, ya no he hecho más. Me gustó y lo hice. Además, los chiquillos se lo pasaron muy bien, les gustó mucho, bueno, ¿y ahora qué más? Yo no sé qué es lo que viene ahora, ¿Por qué? Porque yo no sé por qué hice eso con los niños [...]. Bueno yo sí, tuve un objetivo a la hora de hacerlo, [...] pero yo soy consciente de que yo no sé para qué lo hice, y la prueba de que no sé para qué lo hice es que ya después yo no he hecho ninguna otra actividad que esté relacionada con eso, [...] o que continúe en ese sentido... [...] La hice porque me gustó, y porque la vi que era una ocasión para que los chiquillos, bueno, pues observaran*

*regularidades, trabajaran en grupos, ya está, pero nada más, yo creo que eso es muy pobre.* [EN1.13]

En su reflexión en general sobre su práctica y la perspectiva de resolución de problemas (tanto en la reflexión a través de los diarios como en su reflexión más genérica) evidencia cómo su aceptación y adopción de la perspectiva de resolución de problemas son críticas. Cambia porque corrobora y contrasta con su propia práctica sus beneficios.

#### **IV.3.1.5. Concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática**

Cuando explicábamos al comienzo del epígrafe IV.3.1 cómo íbamos a presentar los resultados, hacíamos mención a la dificultad de describir de manera separada los distintos aspectos que para nosotros definían el desarrollo de I. Esa dificultad se acrecienta en este apartado. Gran parte de los aspectos de su desarrollo descritos anteriormente reflejan sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, especialmente el primero, referente a la metodología en el aula. En éste, describíamos los cambios que I introducía en sus clases y su motivación para ellos. Aunque de aquí pueden extraerse rasgos de sus concepciones (concepciones en la acción), hemos optado por diferenciar la descripción de los cambios que se observan en el aula (en el apartado de metodología) y lo que de esta actuación y sus declaraciones se infiere respecto de sus concepciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática (en este apartado). De este modo pensamos que puede ser más claro para el lector tener la imagen de su práctica durante el periodo observado y de su proceso de reflexión-acción y, por otro lado, lo que parece obtenerse a lo largo de este periodo sobre sus concepciones.

En la presentación de estas concepciones utilizamos de nuevo el recurso que estamos usando en toda la descripción de los aspectos observados en su desarrollo. Las organizamos en función de aquellas concepciones que para nosotros describen su visión de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Además, como en el resto de los aspectos sobre su desarrollo, comparamos sus declaraciones con lo que se infiere de su acción, contrastándolas.

Los aspectos definitorios de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática se agrupan en torno a cuatro cuestiones: *qué y para qué enseñar, cómo se aprende y cómo enseñar*. En I parecen especialmente importantes (para explicar su desarrollo) sus concepciones sobre para qué y qué enseñar, ligadas a la propia visión de la matemática escolar (qué y cómo es la matemática escolar), que abordaremos con más profundidad en el siguiente apartado. Veremos cómo sobre todo el *qué enseñar* será lo que más se va enriqueciendo en el periodo observado. Respecto del *cómo se aprende*, parece que de ideas se mantienen constantes las concepciones iniciales, si bien se afianzan y la práctica se hace más coherente con ésta (el *cómo enseñar* en la acción es más coherente con las ideas sobre cómo se aprende). La mayoría de los aspectos del *cómo enseñar* se han referido en el apartado sobre la metodología, por lo que la descripción en este caso será breve.

Estos cuatro factores (qué, para qué y cómo enseñar, y cómo se aprende) y las concepciones que en ellas destacamos, recogen los principales indicadores de la tabla CEAM (instrumento de análisis para las concepciones de los maestros sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, presentada en el capítulo II). Hemos preferido organizar la descripción en torno a lo que más claramente manifiesta las concepciones de I, frente a la organización siguiendo la estructura de esta tabla. No obstante, señalaremos en cada caso qué indicadores del instrumento de análisis estamos describiendo.

Aunque, como hemos comentado, en lo que se refiere al *cómo se aprende* es donde se observa más claramente cómo la descripción del proceso seguido en la maestra es más de afianzamiento que de cambio, esto es general en sus concepciones. Se observan muchas “constantes” en éstas, que van tomando fuerza. Estas constantes son en gran parte sus ideas previas al periodo estudiado, pero a la vez se van configurando, organizándose, tomando cuerpo, y van conformando los aspectos en los que se observa su desarrollo (papel del alumno, agrupamiento, perspectiva de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática...). Parece que antes del periodo estudiado, si bien mantiene gran parte de estas concepciones, no las pone en acción de la misma manera que tras este periodo. En estos términos interpreta ella también su desarrollo respecto de sus concepciones y su práctica.



Por otro lado, tanto sus reflexiones sobre los factores señalados (el planteamiento de los “por qué” de la enseñanza) como esas constantes de las que hemos hablado, reflejan que este cuestionamiento se ha iniciado antes de este periodo. Desde las primeras informaciones recogidas, se observa cómo I se ha planteado esos “por qué” y tiene sus respuestas parciales a los mismos. Muchas de estas respuestas son las “constantes”. Con la puesta en práctica de estas constantes y su reflexión sobre esta práctica, profundiza en esas cuestiones y sus respuestas, que se afianzan en la mayoría de los casos, cimentándose.

Como en los restantes apartados, hemos incluido también en estas descripciones su percepción de su desarrollo a este respecto.

Pasamos a describir los aspectos definitorios de estas concepciones.

### *Qué enseñar*

[Relacionado con los indicadores 3 y 5 del instrumento CEAM, que describen los objetivos que se persiguen y la orientación que se da a la materia –en cuanto al equilibrio entre contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales-].

Esta cuestión está fuertemente relacionada con *qué y cómo es la matemática escolar*, que se recoge en los indicadores 6 y 6’ del instrumento y que describimos en el apartado IV.3.1.6.

En el caso de I, importan mucho las actitudes y los procedimientos generales (reflexionar, expresar las ideas, argumentar, clasificar, hacer conjeturas, generalizar), casi más que otros contenidos. Sin embargo, también interesan y se cuidan los contenidos conceptuales y los procedimientos más “locales” (del contenido matemático en cuestión, como estrategias concretas). La otra característica que para nosotros define su visión de *qué enseñar* es la importancia que tienen los objetivos y cómo éstos son los que definen sus intenciones y dirigen su intervención. En su caso los objetivos son los que llevan a los contenidos.

Esta visión de *qué enseñar* se explica mejor con la principal finalidad que atribuye a la enseñanza de la matemática y uno de los rasgos claves de cómo entiende la enseñanza en general: la formación integral del alumno (que trataremos con el *para qué enseñar*).

### Las actitudes

Desde sus primeras declaraciones en el inicio del periodo estudiado, I pone de manifiesto la importancia que atribuye a los *valores* que se transmiten en la enseñanza. Esto justifica muchas de sus propuestas de actuación en el aula. Ya en S1 declara la importancia que otorga a que los propios alumnos expliquen y aporten información a sus compañeros, porque *el aprendizaje no viene sólo del maestro sino también de los compañeros. Puede haber muchos valores implicados* [S1.5].

Tanto en sus declaraciones como en su práctica se observa cómo intenta potenciar en los alumnos actitudes positivas hacia sus compañeros, hacia la matemática, hacia aspectos de su aprendizaje (los contenidos concretos, la *necesidad de expresarse con orden lógico y exactitud...*) y hacia su propia *participación activa y responsable en el proceso de enseñanza-aprendizaje* [F6.7].

Las actitudes hacia sus compañeros están relacionadas con la formación integral del alumno y su formación en valores de convivencia y respeto, y con las propias actitudes hacia el modo de trabajo que se desarrolla en el aula (el trabajo en grupo, las puestas en común, la crítica de las ideas de los demás y propias). De este modo, entre los objetivos de las primeras fichas en que se hace uso del trabajo en pequeños grupos, se encuentran objetivos relacionados con la valoración del *trabajo cooperativo* [F5.5]. Estos objetivos y contenidos, tienen su reflejo en la práctica, donde observamos cómo interviene en las puestas en común, cuidando de que se respete el turno de palabra, valorando y dando cabida a las aportaciones de todos los alumnos y haciendo explícito hacia ellos la importancia de estas aportaciones.

En relación con la actitud del alumno ante lo que se moviliza en el aula y las aportaciones que se hacen, se destaca (tanto en las fichas como en las declaraciones) la importancia de que desarrollen un espíritu crítico. Éste será un aspecto en el que valora

la perspectiva de resolución de problemas y el desarrollo observado en sus alumnos (como reflejábamos en IV.3.1.2). La actitud positiva de los alumnos hacia la materia y *el aumento de la motivación hacia las tareas matemáticas* [D5.29] es otro de los fines perseguidos en las fichas y que observa cumplidos a posteriori [D5].

Entre las actitudes a desarrollar respecto de los contenidos concretos se encuentra que los alumnos valoren sus aprendizajes y experiencias, y el uso de los contenidos.

Las observaciones y fichas de las unidades de *fracciones* y *polígonos* dejan constancia de este énfasis actitudinal.

### Los “metaprocedimientos”

Junto a las actitudes, el otro elemento constante en las finalidades y objetos de enseñanza que fija en las sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas (aparte de los objetivos y contenidos concretos propios del tema) son los procedimientos generales. Éstos muestran su inmersión progresiva en otra matemática escolar, en la que se van consolidando algunas capacidades a desarrollar y se van añadiendo otras. Estas capacidades también reflejan cómo le va encontrando sentido a la matemática escolar en la formación global del alumno.

Están relacionadas con la matemática escolar y cómo se aprende. Respecto de las primeras (relacionadas con la matemática escolar) encontramos cómo se va dando contenido a ésta (con lo que refleja, como veremos en IV.3.1.6, de otra matemática). En esta matemática escolar son capacidades fundamentales (las que se van afianzando a lo largo del periodo estudiado): la *observación de regularidades* (“sacando deducciones” a partir de esta observación, con lo que conlleva de establecimiento de conjeturas), la *generalización*, la obtención de información *a través de la observación y el análisis*, la *organización de la información* y el razonamiento. Por otro lado, hay otras capacidades generales que se trabajan más en relación con los distintos contenidos: el uso de distintos lenguajes (gráfico, lingüístico y matemático) y el paso entre ellos, clasificar y analizar figuras (relativas a los contenidos geométricos), la búsqueda de estrategias de comprobación y *definir abstrayendo las características fundamentales e*

*imprescindibles*. En relación con el propio aprendizaje se encuentran capacidades relativas a la reflexión sobre y la expresión de lo que se hace y aprende, la recogida de conclusiones y la crítica compartida.

Estas capacidades son fijadas en las fichas respecto de los objetivos y contenidos de las sesiones, se reflejan en su actuación y su reflexión sobre ésta, así como en sus declaraciones. Por ejemplo, sus declaraciones sobre cómo ha enfocado los contenidos geométricos (antes de la unidad de *polígonos*) muestran la prioridad de estos procedimientos generales y cómo coinciden con algunos de los citados anteriormente (que son los que dirigen en parte su finalidad en la unidad de *polígonos*): *al principio de geometría tenía tres objetivos: a) que clasificaran con clasificaciones que salieran de ellos; b) analizar las figuras; c) hacerse la imagen en la cabeza de las figuras* [D2.7].

Además, podemos encontrar procedimientos generales de la propia resolución de problemas matemáticos: *distinguir entre datos conocidos y los desconocidos* [F2.1], *identificar los momentos o las acciones descritas en los problemas y transcribirlos al lenguaje matemático* [F2.2] o *desarrollar la capacidad para imaginar mentalmente la situación descrita* [F2.3].

### El equilibrio entre conceptos, procedimientos y actitudes

Aunque se le otorga mucha importancia a los procedimientos generales y actitudes, se equilibra con el tratamiento de contenidos conceptuales y procedimientos más concretos del contenido en cuestión. No sólo se fijan también estos tipos de contenidos sino que se intenta aprovechar las ocasiones que surgen para trabajarlos.

En la unidad de *polígonos* se observa claramente el equilibrio entre el tratamiento de estos contenidos. Así, se aúna, por ejemplo, el concepto de polígono y el propio proceso de definir (en V2); el hecho de la suma de los ángulos de un triángulo y un cuadrilátero, con su proceso de comprobación y las estrategias de las que se hace uso (V6 y V9); las “clasificaciones estándar” de triángulos y cuadriláteros, con el propio procedimiento de clasificar, comparar y analizar figuras (en V4, V5 y V8). Este equilibrio se observa desde las primeras fichas (F1 y F3, por ejemplo) y en la unidad de *fracciones*.

En la unidad de *polígonos*, frente a las anteriores, se observa un mayor contenido real del equilibrio entre los tres tipos de contenidos. Los procedimientos en las primeras fichas están más relacionados con el propio modo de trabajo (capacidades ligadas a la matemática y su aprendizaje desde la perspectiva de resolución de problemas, como la observación de regularidades) y van apareciendo de manera progresiva. En la unidad de polígonos, estos procedimientos se han consolidado y, además, se saca más partido al trabajo con los propios contenidos desde el punto de vista conceptual y procedimental (las estrategias que se despliegan en el trabajo en las actividades, y procedimientos matemáticos generales como definir o comprobar). Las actitudes siguen siendo relativas sobre todo a la dinámica y las relaciones en el aula, la formación en valores del alumno y las actitudes hacia la materia.

Es coherente (respecto del equilibrio entre los tres tipos de contenidos) lo que se observa en las sesiones y lo que I recoge en sus fichas.

Ella misma hace explícito el interés por estos tres tipos de contenidos y su intento de no descuidar ninguno en su posicionamiento respecto de la tabla CEAM: *Aunque pongo el énfasis en lo procedimental y actitudinal también me interesan (y bastante) los conceptos* [S14-S15].

### La relación entre objetivos y contenidos

En su caso, los objetivos que se reflejan en sus fichas parecen dirigir y expresar sus intenciones más que los contenidos. Además, parece apreciarse que los primeros llevan en gran medida a fijar los segundos (los objetivos parecen definir los fines a los que da prioridad en la enseñanza de la matemática). Esto explica también en parte cómo el énfasis no es conceptual (como suele ocurrir cuando se fijan los objetivos a partir de los contenidos) sino que está puesto sobre los procedimientos generales. Se observa desde las primeras fichas y F2 es quizás uno de los ejemplos más claros.

En su explicación en D2.7 sobre cómo ha planificado el trabajo en los contenidos geométricos expresa esa mayor importancia de los objetivos frente a los contenidos:

*[Respecto de la cuestión de hasta qué punto cierra el diseño antes de entrar en clase]: llevo objetivos pero muy generales, sobre todo en esta parte que desconozco. [...] No hago programaciones quincenales pero sí fichas. Las hago después y es sobre lo que he hecho y no sobre lo que he diseñado. El cambio es producto de la reflexión [el cambio en la ficha respecto a haberla hecho antes de la puesta en práctica]. Sobre todo cambia la ficha en los objetivos, los contenidos son más fijos [suelen cambiar menos los diseñados frente a los trabajados]. Empieces por donde empieces cambias lo que habías pensado y lo que haces [D2.7].*

Los objetivos son los que recogen en mayor medida el enfoque que se da a los contenidos, en qué se pone el énfasis en el aula, por eso sufren más reformulaciones.

En su posicionamiento respecto de los indicadores CEAM recoge esta prioridad: I3 (*Los objetivos marcan claramente las intenciones educativas, pero están sujetos a reformulaciones debidamente fundamentadas*) [S14-S15]. Es interesante, además, a este respecto cómo ella misma, comparando sus fichas con las de otra compañera del proyecto de investigación (PI), constata cómo recoge en los objetivos sus prioridades, cómo éstos le llevan a los contenidos y su énfasis no conceptual:

*Yo tiendo a poner objetivos más generales [que PI], quizás por eso haya menos conceptos [en las fichas de I]. [PI] parece que parte de los contenidos, y con esa idea fija los objetivos. Además, de esta manera se trabajan sobre todo los contenidos conceptuales. [S14.7]*

En cuanto a sus concepciones sobre *qué enseñar*, en general, en su visión a posteriori del periodo observado, I aprecia cómo ahora (como señalaremos en su apreciación de su mayor intervención en la gestión del currículo –IV.3.1.7-) tiene más claro lo que quiere que los niños aprendan, cómo *en vez de querer un montón de cosas*, distingue lo fundamental:

*Ahora yo sé que son cuatro objetivos y ya está, y esos cuatro los trabajo con las matemáticas, con el lenguaje, con... que son los generales, y entonces digamos que yo tomo como mucha más conciencia de lo que son objetivos*

*generales, o contenidos generales, y los que son específicos del área de matemáticas, del área de tal y del área de cual [EN2.27].*

Refleja ese afianzamiento que hemos observado de los objetivos de aprendizaje de la matemática y cómo ahora es capaz de dar más sentido a la matemática dentro del currículo integral del alumno (que hace explícito en D5 como uno de los aspectos en que percibe su desarrollo: *El desarrollo progresivo de nuestro conocimiento sobre nuestra capacitación para modificar y mejorar aspectos de nuestra actuación docente en lo relativo al área de matemáticas y a su contribución en la formación integral del alumno [D5.30]*).

#### *Para qué enseñar*

[Relacionado con el indicador 7 del instrumento CEAM, que describe la finalidad que se da a la matemática escolar –informativa y/o formativa-].

Esta finalidad está muy ligada a la que se atribuye a la propia enseñanza en la Educación Primaria. En ambos casos, I piensa, sobre todo, en una formación integral del alumno, en capacidades, actitudes y valores que le formen como persona.

#### La finalidad formativa de la matemática en Primaria y la formación integral del alumno

La principal finalidad que atribuye a la enseñanza de la matemática en Primaria es contribuir a la formación integral del alumno (tanto en valores, actitudes y razonamientos, como en su aprendizaje respecto de cómo se aprende).

Desde las primeras declaraciones sobre sus expectativas respecto de su desarrollo en el proyecto de investigación, hace alusión a mejorar su enseñanza para mejorar el aprendizaje de los alumnos, como resolutores de problemas matemáticos y como resolutores de problemas en general.

Interesa la formación integral del alumno, de ahí el énfasis en los procedimientos generales y las actitudes. En un principio parece que se percibe algo aislado el

contenido matemático o la formación matemática del alumno, y la formación integral de éste. Progresivamente (como declara a posteriori en D5 y hemos señalado en el epígrafe anterior) aprecia las contribuciones desde la formación y el aprendizaje matemático, a la formación global del alumno.

En este sentido, se pone mucho énfasis en “aprender a aprender”, con la recogida de conclusiones, la reflexión y explicitación de lo que se aprende como objetos de aprendizaje. Esta preocupación se observa desde las primeras fichas (es un contenido en F4), si bien va tomando cada vez más entidad real, organizándose y teniendo más presencia y peso en las sesiones (como hemos comentado respecto de la institucionalización del aprendizaje en IV.3.1.3. –en la discusión sobre el tratamiento de la resolución de problemas en el aula-).

También las capacidades generales que potencia el aprendizaje matemático (como la reflexión, el análisis, la argumentación) y actitudes como la actitud crítica, contribuyen a la formación integral del alumno, por eso son muy importantes. Los objetivos y contenidos de aprendizaje que fija en F21 (respecto de V9, en la unidad de polígonos) reflejan ese enfoque de la materia en el que importa mucho su contribución al desarrollo de capacidades, habilidades, razonamientos y actitudes generales:

[F21.1]: [Objetivos] *1- Desarrollar la capacidad de deducción y observación.*

[F21.2]: [Objetivos] *2- Desarrollar la capacidad de expresar sus propias deducciones y razonamientos con claridad, corrección y orden.*

[F21.3]: [Objetivos] *3- Fomentar actitudes positivas a la participación activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje.*

[F21.4]: [Objetivos] *4- Valorar las aportaciones de los compañeros como agentes de aprendizaje.*

[F21.5]: [Objetivos] *5- Medir correctamente ángulos diferentes con el transportador.*

[F21.6]: [Contenidos] *1- Desarrollo de capacidades*

- *de observación*

- *de deducción*



- *de expresión*

[F21.7]: [Contenidos] 2- *Uso del transportador.*

[F21.8]: [Contenidos] 3- *Reflexión y concienciación del proceso de deducción realizado por uno mismo o por lo expresado por otro compañero.*

[F21.9]: [Contenidos] 4- *Crítica sobre la lógica o la falta de la misma, expresada en la deducción realizada.*

En su posicionamiento respecto de los indicadores CEAM hace explícita su percepción de que para ella la finalidad de la matemática está relacionada con *la adquisición* [por parte del alumno] *de valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos*, con *el cambio actitudinal del alumno (con respecto al aprendizaje y a la vida)* (ambos recogidos en E7) y con *aprender a aprender* (I7) (S14-S15).

Esta finalidad de la enseñanza de la matemática está relacionada con la propia finalidad de la enseñanza en Primaria: la formación del alumno como persona. Sus comentarios respecto de un documento que defendía las ventajas de la resolución de problemas en la escuela (Boschs y Frías, 1999) son claros al respecto:

*En algún momento se defiende su uso porque hay que pensar qué personas queremos formar en la escuela. [...] Te das cuenta de que es algo que tú estás mascando pero que es otro el que lo escribe. Es lo que hemos hablado a veces, ¿para qué sociedad estamos formando a los niños? [...]. No hay que enfatizar tanto en los contenidos. [S10.1]*

La contribución del trabajo desde la perspectiva de resolución de problemas en el aula de matemáticas al desarrollo de capacidades en los alumnos que no se restringen al área de matemáticas sino a las otras áreas, esto es, que *han tenido una repercusión personalmente* (como señala en D5.29), es una de las ventajas que observa en este modo de trabajo (como refleja también en D5.44).

Por otro lado, su preocupación por qué aporta la formación matemática del alumno a su formación integral, refleja esa preocupación por la formación global de éste, por encima de lo disciplinar.

*Cómo se concibe el proceso de enseñanza-aprendizaje*

En este epígrafe consideramos de manera conjunta sus concepciones sobre *cómo se aprende y cómo enseñar*. Si bien somos conscientes de que no tiene por qué haber implicaciones directas entre ambas (aunque están relacionadas), diferenciar las dos cuestiones nos obligaría a repetirnos en exceso. Algunas de las concepciones sobre el aprendizaje explican concepciones sobre la enseñanza y viceversa, siendo más clara su descripción conjunta. Es el caso de los beneficios que atribuye al aprendizaje social (desde el punto de vista de *cómo se aprende*) y a que los alumnos sean una fuente importante de la información que se moviliza en el aula (relacionado con *cómo se aprende y con cómo enseñar*).

La mayoría de los aspectos que destacamos de estas concepciones se refieren a *cómo se aprende* y a *cómo se aprende/cómo enseñar* (a la vez). Las concepciones sobre *cómo enseñar* están expuestas en gran medida en el apartado sobre su metodología (IV.3.1.1) (relacionado con las categorías *Metodología*, *Papel del alumno* y *Papel del maestro* del instrumento CEAM), por lo que no hemos querido repetirnos. En ese apartado reflejábamos tanto los cambios que se observan en su práctica como sus declaraciones y justificaciones al respecto.

[Las concepciones que se muestran centrales en I –respecto de *cómo se aprende/cómo enseñar*- están relacionadas con los indicadores 2', 10', 10'', y en parte con 8, 10 y 16, del instrumento CEAM, que describen las fuentes de información que se consideran en el aula, cómo se concibe el propio aprendizaje –memorístico/significativo<sup>4</sup>- y los procesos por los que se aprende –apropiación/construcción-, y la importancia que se atribuye para éste a la argumentación del alumno, a la interacción entre ellos y a que el alumno otorgue significado a lo que aprende].

---

<sup>4</sup> Es una descripción bastante “burda” de los indicadores, sólo para dar una idea de a qué se refieren. Si se leen los indicadores completos se observará la matización de esas descripciones.

### El aprendizaje compartido. Los alumnos como fuente de información

“El aprendizaje social reporta muchos beneficios al aprendizaje individual: por un lado, la interacción con los compañeros, argumentando y exponiendo las ideas, y analizando las ideas de los demás, es vía de aprendizaje; por otro, el grupo aporta ayuda al alumno ante sus dificultades, posibilitándole un desarrollo que supera el que le permitirían sus medios. Además, al ser los compañeros fuente de información se comparten experiencias y conocimiento, con los valores que se transmiten, y la motivación y la ayuda que supone para el alumno”.

Entre estos valores se encuentra tanto que el alumno valore las ideas de sus compañeros, como que se sienta valorado en el aula.

Sus declaraciones y las fichas del diario desde las primeras sesiones enfatizan los beneficios antes expuestos (que intentan representar cuál podría ser el constructo que recogiera las concepciones de I al respecto<sup>5</sup>). En S1 encontramos sus primeras declaraciones sobre los valores que se transmiten si *el aprendizaje no viene sólo del maestro sino también de los compañeros* [S1.5]. En las fichas del bloque 1, por su parte, recoge también algunos de los beneficios que le atribuye, como apoyo a las dificultades y como medio de aprendizaje. En un primer momento este apoyo y las aportaciones de los alumnos se encauzan a través del trabajo en el gran grupo. Posteriormente, como hemos visto, se diversifican las características de esta interacción. Durante el resto del periodo observado I se refuerza en esas concepciones, constatando los progresos sobre el aprendizaje individual de sus alumnos, que atribuye en parte a lo que comparten con los compañeros (como hemos reflejado en IV.3.1.2, donde señalábamos cómo uno de los beneficios que I encuentra a la perspectiva de resolución de problemas es que *favorece el aprendizaje social*). En algunas de las propuestas de mejora ante las dificultades encontradas, se narra cómo se observó en el aula que *unos compañeros ayudan a otros* [F17.16 –ante los problemas con el concepto de ángulo-]. Entre los papeles que se asocia al alumno durante las sesiones, se encuentra (en lo relativo al pequeño grupo) *aprenden unos de otros* [F16].

---

<sup>5</sup> Cuando reflejamos uno de estos constructos (una especie de simulación de lo que expresaría las ideas de la maestra al respecto), lo indicamos señalando el párrafo o la/s frase/s correspondientes entre comillas. (Estas comillas se diferencian del uso habitual de las mismas por su contenido).

En sus declaraciones hace explícitas estas ventajas:

*I<sup>6</sup>: Quiero preguntarte dos o tres cosas a propósito de las fases [que ha diferenciado en las actividades]. De la ficha de Mayo del 2000, en la 4ª fase, pones “expresa la actividad de forma escrita”, ¿quién y cómo lo corrige?*

*PI: Lo corrijo yo e individualmente, porque cada uno iba a su ritmo. Además, uno llegaba sólo al dibujo, otro a más,...*

*I: ¿No te parece bien que cada uno muestre hasta dónde ha llegado?*

*PI: Sí.*

*I: Al contarle a los demás tienen que hacer un doble esfuerzo. Además, el que ha llegado a “menos”, al escuchar al otro puede ayudarle. Decir: “yo no he llegado hasta aquí pero mira cómo se haría”, de los que están “a punto”. [S16.1]*

La corrección en gran grupo de lo que cada uno ha escrito como conclusiones de lo que ha aprendido, es también medio de y ayuda para el aprendizaje: cada uno corrige y completa sus propias conclusiones a raíz de lo que se discute sobre las de los compañeros.

Intenta, además, hacer explícito a los alumnos los beneficios de este aprendizaje y que se potencien actitudes de aprecio del mismo. Se observa cómo explícitamente en las sesiones hace alusión a las ideas de los alumnos sobre las que se están apoyando para construir, aborda con los niños qué sentido y ventajas tiene el trabajo en grupo, usa a los alumnos para que aclaren las dificultades de otros compañeros y hace explícita lo que supone esta ayuda para su propio aprendizaje. Por otro lado, entre los fines que fija en las sesiones se encuentra el aprecio por parte de los alumnos de estos beneficios. Por ejemplo, en F20 recoge como objetivo: *valorar los distintos puntos de vista como dar mayor riqueza de criterios* [F20.4].

También implícitamente, en su intervención en el aula, transmite su valoración de este aprendizaje: da cabida a todas las aportaciones de los alumnos y se construye sobre los resultados de todos los pequeños grupos (cuando se hace uso de éstos), por largas que se hagan las puestas en común; el contenido a aprender es todo lo que ha surgido en la puesta en común (la construcción colectiva).

---

<sup>6</sup> En estas declaraciones I cuestiona a otra maestra del proyecto de investigación (PI), al hilo de las fichas del diario realizadas por aquella, sobre cómo corrige las actividades y el uso que hace en ese caso del gran grupo.

En sus declaraciones durante el curso 01/02 sigue mostrando las mismas ideas sobre los beneficios del aprendizaje social: *potencia, además (el que trabaje en el grupo) hace que el propio aprendizaje que tiene cada uno individualmente hace que se vea potenciado por el aprendizaje de los demás compañeros* [D5.48].

A pesar de su convencimiento de estos beneficios, también muestra su preocupación por que este aprendizaje social no “engulla” al aprendizaje individual. Esto es, intenta asegurarse de que el aprendizaje compartido potencia al máximo el aprendizaje individual y no lo limita en algún sentido. Esta preocupación se observa desde los inicios del periodo observado, con la importancia, por ejemplo, que se otorga a la recogida individual de conclusiones por parte del alumno y, como hemos visto en IV.3.1.1 —en lo relativo al agrupamiento que se usa en el aula-, le lleva a aumentar en la unidad de *polígonos* el papel del trabajo individual del alumno (también respecto de la recogida de lo que se aprende) y a matizar el uso del pequeño grupo.

#### La relación de lo que se aprende con los aprendizajes anteriores y las experiencias propias

“Construir sobre aprendizajes y experiencias anteriores tiene ventajas sobre el aprendizaje: por un lado facilita el nuevo aprendizaje y, por otro, da funcionalidad a lo aprendido anteriormente, con lo que mejora ese aprendizaje anterior”.

Se hace explícito en las fichas desde sus inicios. En muchas de las propuestas de mejora se señala cómo relacionar los contenidos a aprender con otros u otras experiencias sirvió de ayuda ante las dificultades que surgieron. Es el caso de la sesión introductoria de los números romanos, al relacionar los alumnos estos números con “la primera y segunda parte de las películas” y “la hora en algunos relojes” [F1.15]. Ella misma usa este recurso para proporcionar ayuda a los alumnos, como explica en F16, respecto de la intención de que los alumnos diferencien entre las figuras dadas cuáles son polígonos y cuáles no, haciendo uso de su noción previa de éste:

*pasado un tiempo la maestra observa que no hay ideas claras ni que los alumnos busquen y usen sus aprendizajes anteriores. Así que para la actividad, y en gran grupo les hace recordar una situación reciente en la que*

*ellos distinguieron y usaron la idea de polígonos (al trabajar los cuerpos geométricos). Esto resultó muy efectivo y una vez en situación, volvieron al inicio de la actividad [F16.10]*

En ocasiones, intenta hacer explícito para los alumnos el uso de este recurso, pretendiendo de este modo dotarles de una herramienta para su propio control del aprendizaje.

La valoración por parte del alumno de sus aprendizajes y experiencias es objetivo de aprendizaje [F3.3, F16.4] (en F16.4 relacionado con su propia consciencia de éstos como ayuda al aprendizaje).

El beneficio del uso de estos aprendizajes y experiencias para mejorar el propio aprendizaje, aportando funcionalidad a lo que se aprende, es explicitado por I como conclusión de una de las fichas:

[F20.19]: *Esta forma de trabajar obliga a usar contenidos ya trabajados para conseguir otros nuevos, es decir, los contruidos se hacen funcionales.*

[F20.20]: *Además, se consigue con el uso dar sentido a lo que aprendemos y facilita el aprendizaje.*

Como comentábamos en IV.3.1.2, es una de las ventajas que asocia a la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de la resolución de problemas.

Se aprecia en estas fichas y en las sesiones observadas cómo se ponen de manifiesto explícitamente estas relaciones, a veces por parte de la maestra (por ejemplo destacando la relación entre lo que se está estudiando y algún contenido anterior, de la misma materia o de otras), y otras veces cuestionando a los alumnos para que sean ellos los que aporten estas relaciones. El establecimiento de dichas relaciones es importante pero no determina lo que se trabaja (no es la matemática del entorno, de la problemática real, la que se toma de referente para lo que se trabaja en el aula -E6-). Los contenidos son determinados por la maestra y ésta se preocupa de que en el aula los alumnos vean y establezcan relaciones entre éstos y sus experiencias y lo que ya han aprendido antes. En muchas ocasiones, por ejemplo, en la introducción de los contenidos se cuestiona a los alumnos sobre sus ideas previas sobre él (desde las primeras fichas, como en F1,

donde para comenzar la introducción de los números romanos se pregunta a los alumnos: *¿Conocéis estos signos? ¿Qué significan? ¿Qué son? ¿Dónde los habéis visto?* [F1.5]). Así manifiesta en la entrevista final que ha seguido ocurriendo, “dejando un tiempo en la clase para que ellos cuenten sus experiencias en relación con lo que se está trabajando” [EN2.36].

En sus declaraciones manifiesta su intención de que los alumnos hagan uso de otros aprendizajes para construir los nuevos, y de que tomen conciencia de este recurso:

*Quería tender hacia I8<sup>7</sup> pero no me encontraba capaz de controlarlo. Ahora noto más esa movilidad, pero lo noto más dentro de los contenidos matemáticos. Cuando me planteo algo para trabajar con los niños cuento con que van a utilizar (o yo les obligo) otros aprendizajes que ellos hayan hecho en otro momento. Que vayan viendo que aparte de un significado, lo que van usando tiene utilidad, pueden echar mano de eso en otro momento.*

[Tras aclarársele que es concepción del aprendizaje y no logros del mismo]:  
*Ahora es cuando yo he comprendido esto. Ahora me he dado cuenta de que no sólo tiene que tener sentido el aprendizaje para el niño sino que debe darle movilidad (uso en otros contextos). He cambiado mi actuación y mis ideas.*  
 [Comentarios relativos al indicador 8, S15].

En estas declaraciones refleja su percepción de que en su práctica anterior no hacía tan explícito el uso lo que se aprendía en otros contextos, potenciando y ampliando su funcionalidad.

### El sentido de lo que se hace y aprende

En las declaraciones reproducidas en el apartado anterior en las que I se posiciona respecto de sus concepciones sobre cómo se aprende (comentarios relativos al indicador 8, S15), expresa su convencimiento de que lo que se aprende debe tener sentido para el alumno. Con esto, parece entender que el alumno debe vislumbrar alguna razón para

<sup>7</sup> I8: *Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.*

aprender los contenidos, relacionado con su propia motivación hacia ellos (*Quizás se consiga más si el esfuerzo tiene sentido para el niño que si sólo hay que hacerlo porque lo dice el maestro* [S8.3]).

A veces esta motivación viene dada por la propia utilidad de los contenidos, como en el caso de la *prueba de la resta*, en que se plantea “comprender su uso y valor” [F3.1] (que se observa también en el caso de los números romanos y fraccionarios –F1 y F8-). En la unidad de *polígonos*, sin embargo, se observan ocasiones en que la motivación viene dada por que el contenido sea relevante desde un punto de vista más conceptual que utilitario, como es el caso del estudio del triángulo como “el polígono con el mínimo número de lados”, en V3 (en la planificación de esta unidad se considera abordar primero el hecho del polígono “mínimo”, como *motivación* del estudio de los triángulos).

En relación con esto, I constata (a partir de un momento, cuando aumenta su consideración de la necesidad de conocimiento de contenido por parte del maestro, como explicaremos en apartados siguientes) cómo necesita más conocimiento de contenido matemático para poder saber el *para qué* de los contenidos (no ya relacionado con la finalidad de la enseñanza de la materia, sino con la razón del estudio de contenidos concretos). Este *para qué*, aclara, no se limita a su utilidad: *más que la utilidad el sentido, porque la utilidad la puedo saber, o la puedo intuir, porque soy una persona adulta, [...] y puedo saber qué conocimientos pueden ser útiles para el niño, [...] Yo quiero decir, para dar sentido, un sentido a la enseñanza de las matemáticas* [EN1.14]. Es necesaria, manifestará en otras declaraciones, una enseñanza con sentido para que se produzca un aprendizaje con sentido, con significado. Esta enseñanza y aprendizaje con sentido parecen estar relacionados con saber para qué se aprenden los contenidos, cuál es la razón para que tenga interés su estudio, y con un aprendizaje no mecánico, con una comprensión más conceptual (que abordaremos en el último de los epígrafes sobre concepciones).

Además de la motivación del alumno hacia lo que aprende, interesa también su propia toma de conciencia del *para qué* de lo que hace en el aula. En la unidad de *polígonos*, con el aumento de los momentos para que el alumno reflexione sobre lo que ha hecho y



aprendido, se le insta a que reflexione también sobre para qué ha realizado las distintas acciones de la actividad.

### La institucionalización del aprendizaje

Por lo ya descrito sobre los cambios que introduce en su metodología (en relación con el agrupamiento y el papel del alumno) (IV.3.1.1), su tratamiento de la resolución de problemas en el aula (en relación con PROBLEMAS CON INSTITUCIONALIZACIÓN DE APRENDIZAJES) (IV.3.1.3) y su reflexión sobre su práctica (IV.3.1.4), es clara su preocupación desde los inicios del periodo observado por que el alumno tome conciencia de lo que aprende y los cambios que explican esta preocupación. En lo que se refiere a la importancia que otorga al aprendizaje de “metaprocedimientos”, hemos citado también cómo muchos de ellos están relacionados con cómo se aprende y, en especial con la propia institucionalización del aprendizaje: la reflexión sobre y la expresión de lo que se hace y aprende, y la recogida de conclusiones. Se aprecia en sus fichas, declaraciones y sesiones observadas desde un principio y cada vez va tomando más importancia “real”. (Remitimos al lector a los apartados mencionados por no repetirnos en exceso).

Es importante, además, que sean los propios alumnos los que realicen el esfuerzo de tomar conciencia y explicitar lo que han aprendido, frente a que sea la maestra la que extraiga las conclusiones [S16.2].

En su descripción de su práctica anterior al periodo observado, pone de manifiesto cómo esta preocupación le lleva a no convencerse de la metodología a través del juego: *eso no me acababa de convencer... porque yo veía que se formaba un guirigai... claro, todo el mundo nos lo pasábamos estupendamente, pero ¿qué quedaba de todo aquello? ¿no? Entonces... pasé aquella época también, los volví a sentar* [EN2.10]. Su modificación de su práctica (tanto en el periodo estudiado como parece que antes) tiene el referente de qué aprende el alumno y qué conciencia toma de ese aprendizaje.

En S15 considera que es en la unidad de *polígonos* cuando está llevando a la práctica que *el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio*

*proceso de aprendizaje* (I16), antes era sólo de ideas. Además, ante las declaraciones de otra maestra del proyecto de las dificultades que tiene en Primaria que los niños tomen conciencia de su aprendizaje enfatiza la importancia que le atribuye y su intento de llevarlo a la práctica: *¡Cómo puedes decir eso, si es lo que pretendemos! [...] Yo sobre todo últimamente lo estoy intentando.*

### La argumentación y la expresión

Relacionadas con la interacción con los compañeros como medio de aprendizaje y la institucionalización del aprendizaje, la expresión por parte de los alumnos de sus ideas (donde interesa la precisión en la expresión) y su argumentación y justificación de las mismas son consideradas parte del proceso de aprendizaje.

Desde las primeras fichas se refleja el énfasis en que el alumno explique y justifique lo que piensa. Por ejemplo, en F2 (relativa a la resolución de problemas con dos operaciones), describe cómo se pide al alumno *explicar concretamente cómo se opera, justificando y verbalizando para qué opera así* [F2.10]. En las intervenciones de los alumnos tanto en la unidad de *fracciones* como en la de *polígonos* pide constantemente esas justificaciones, haciendo explícito para ellos la necesidad de las mismas.

La importancia de la expresión correcta y precisa por parte del alumno de sus ideas, en principio (en las primeras fichas) puede parecer más una finalidad en sí (de cara al uso del lenguaje por parte del alumno), como en F3 (donde uno de los objetivos de la sesión es *fomentar la capacidad de expresión para que sea cada vez más precisa* [F3.4]). Más adelante se aprecia cómo la considera medio de aprendizaje: la *capacidad de reflexión y expresión de lo observado o/y reflexionado* [F5.4]. En la unidad de polígonos propone (ante las dificultades de algunos alumnos para *expresar lo que otro compañero le ha aportado* [F21.16]):

*antes de expresarlo hay que asegurar que lo han entendido. Luego, después de oír a su compañero, ellos probarán a expresarlo oralmente. Por último, lo harán por escrito y lo leerán a todos en voz alta. Los demás juzgarán y criticarán la corrección* [F21.21]

Se observa la concepción de la expresión como medio de aprendizaje, coherente con el papel que otorga en esta unidad a que los alumnos escriban lo que han aprendido y su puesta en común posterior. En unas declaraciones posteriores al periodo estudiado (en el curso 00/01) explica: *estoy muy convencida de que expresarse con precisión te ayuda a hacerte más consciente de lo que sabes. No es que lo tengas más claro, pero es un grado más de consciencia.* [Sesión del Proyecto de Investigación Colaborativa del 25/10/00].

Constantemente durante todo el periodo observado insta a los niños a esa precisión, tanto en las sesiones grabadas en vídeo como en las que describe en las fichas.

Entre el desarrollo que dice haber observado en sus alumnos, a posteriori (en el curso 01/02) percibe un aumento de su *capacidad para justificar sus opiniones y criticar las de los compañeros, y para expresarse: verbalizar sus ideas, conclusiones,...* [con] *claridad, orden y precisión* [D5.29].

### La motivación

“Sin motivación e interés, no puede darse aprendizaje”. En este sentido, un referente continuo para valorar las sesiones y la propia perspectiva de resolución de problemas es cómo resulta de motivador para los alumnos, hasta qué punto se consigue que se impliquen en la actividad (como veíamos en IV.3.1.4).

Es éste (la mejora de la motivación de los alumnos), además, uno de los principales y primeros beneficios que encuentra en la perspectiva de resolución de problemas (como comentábamos en IV.3.1.2). Sobre todo en estas primeras sesiones, reflexiona en cada sesión sobre la motivación del alumno. La que sigue es un ejemplo claro de esta valoración: [Conclusiones]: - *Ninguno ha bostezado. Todos se veían interesados. - Algunos se decepcionaron al no encontrar las palabras con que expresar su deducción* [F5.24].

La motivación del alumno también se refuerza valorando sus aportaciones. En EN2 manifiesta que la consideración de las aportaciones de los alumnos le resulta

satisfactorio, porque le ilusiona a ella y a los niños, resaltando la importancia de la motivación que se provoca de este modo en los alumnos [EN2.36].

Este convencimiento de la importancia de la motivación del alumno y su preocupación por ella, parece acompañar a su visión del aprendizaje y la enseñanza de la matemática antes del periodo observado. De este modo, en su narración sobre su práctica anterior en el aula de matemáticas y las distintas “experimentaciones” (como ella las denomina) que introdujo en ella refleja cómo esta preocupación ha dirigido en parte sus cambios:

*ahí es cuando yo empecé a ver que había otra manera de ver las cosas, conocí que había otros materiales, como las... [...] regletas... para descomponer los números, esto... el ábaco, en fin cosas que yo las veía y no sabía... En fin, y eso me gustó, me gustó mucho aunque fuera algo mío sólo, pero me gustó mucho porque veía que los niños se divertían, participaban mucho más de lo que antes era, no se aburrían y yo tampoco, ¡uy, yo me divertía muchísimo! Hacíamos bailes de números para la descomposición. Eso lo recuerdo muchísimo... [...] En fin, yo me daba cuenta y empecé a ver que las matemáticas eran muy divertidas, que te lo podías pasar bien... y a la vez... [EN2.9]*

### *Otros aspectos*

Finalmente, nos parece necesario destacar dos ideas fundamentales de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática que no entrarían exactamente en los apartados anteriores. Por un lado, la enseñanza de la matemática que busca I es una que permita a todos los alumnos seguir el proceso del aula, aprender al máximo de sus posibilidades, sin que ninguno se quede rezagado. Por otro lado, se persigue que los alumnos comprendan lo que encierran los contenidos, que no los asimilen mecánicamente. Esto último estaría en relación con qué matemática quiere que aprendan, cuál es su visión de la matemática escolar. Respecto de las concepciones sobre la matemática escolar que trataremos en IV.3.1.6, este aspecto está más directamente relacionado con el aprendizaje que las concepciones que allí abordaremos.

### Una matemática para todos

Aunque lo hemos observado en lo relativo a la enseñanza de la matemática (de ahí el título), parece que más bien cabría hablar de “una enseñanza para todos”. A I le preocupa que ningún niño se quede rezagado, que todos puedan seguir lo que se hace en el aula, que todos participen, que todos aprendan. Las actividades que se proponen siempre están pensadas desde la perspectiva de que puedan ser buenas para todos. Igualmente, éste es un parámetro en su actuación en el aula y en su reflexión sobre ella.

En las consideraciones que hace a los alumnos en las primeras sesiones que se trabaja en pequeño grupo, incluye (según su descripción en la ficha F4) recordar *que hay que dar opción a que todos participen* [F4.11].

Esta preocupación hace que dedique especial atención a los alumnos que sabe que tienen más dificultades para aprender. Los invita a participar explícitamente de manera continuada, les dedica más tiempo en el trabajo en los pequeños grupos, hace un mayor seguimiento de los grupos en los que éstos se encuentran, cuidando de que sus compañeros están apoyándolos... En varias ocasiones describe su especial atención a estos alumnos: *la maestra organiza el turno de participación para dar preferencia a los alumnos menos aventajados y así sean ellos los que utilicen las cuestiones más sencillas, y por otro lado, obligar a los otros a un mayor esfuerzo* [F6.16]; [Tras la explicación de la deducción (por parte de un alumno)] *la maestra pregunta si los demás lo entienden. Para asegurar que es así, ella misma pide a los alumnos que sabe con dificultades para comprender, atender, etc. que ellos lo vuelvan a explicar* [F21.12]. En este último caso, el papel que se asocia a la maestra es: *ayuda e intenta incorporar a todos*.

En EN1 pone de manifiesto su preocupación por que todos los alumnos sigan el proceso de aprendizaje, defendiendo que el maestro debe conocer cómo aprenden sus alumnos, cuáles son sus dificultades y sus recursos y hacer uso de ello para atender a sus necesidades. De este modo, debe intentar poner en práctica una metodología que saque el máximo partido de las posibilidades de cada uno de sus alumnos.

En la unidad de *polígonos* se observa (en las grabaciones de las sesiones y en sus explicaciones en las fichas de lo que pretende) cómo vuelve a incidir en los aspectos

problemáticos de los contenidos cada vez que hay alumnos que manifiestan dificultades, a retomar aprendizajes anteriores. Además, cuestiona explícitamente a los alumnos que han tenido problemas en algún aspecto de los contenidos para asegurarse de que han disminuido los problemas. Se intenta asegurar la comprensión de todos. En las sesiones de refuerzo de cuestiones que han resultado problemáticas (por ejemplo, en una sesión en la que cada alumno en el gran grupo clasifica un triángulo recortado en papel) hace que intervengan todos los alumnos, para comprobar que todos siguen los contenidos. En muchas de las correcciones de las conclusiones escritas por cada alumno sobre lo que ha aprendido en una sesión, todos los alumnos (sin faltar uno) leen sus conclusiones y se discuten en el grupo (por ejemplo en V9).

Uno de los beneficios que encuentra a la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas es que permite atender a las diferencias individuales y hacer esa matemática para todos, pues “permite distintos niveles de consecución en los objetivos” (como concluye respecto de F6 [F6.25]).

### Un aprendizaje con *comprensión conceptual*

Interesa un aprendizaje con comprensión “conceptual”, en oposición a una comprensión mecánica (relacionada esta última con la *comprensión instrumental de la matemática* de Skemp y la *visión procedimental de la enseñanza de la matemática* de Kuhs y Ball, citadas ambas en el marco teórico relativo a las concepciones –II.2-). Consideramos que a veces esta conceptualización tiene fisuras, por el propio conocimiento de contenido de la maestra, pero se persigue.

Esto lleva a introducir elementos de la propia estructura de los contenidos como objeto de conocimiento (para dotar de significado a los contenidos relacionados). Es el caso del concepto de norma (para entender qué significan las normas de los números romanos, en F5) y de definición (para comprender qué encierra la definición de polígono y cómo se construye, en V2).

Es, además, lo que parece llevar a la introducción de los conceptos desde la perspectiva de resolución de problemas y a su ejercitación no rutinaria (como la que se observa en la

unidad de *polígonos*, donde la ejercitación intenta afianzar el análisis de las figuras, de sus características y sus relaciones, más que la asociación de nombres a figuras, por ejemplo en V5). En la misma unidad de *polígonos*, la introducción del propio concepto de polígono es un ejemplo claro de la comprensión que se persigue. Se entrega a los alumnos una ficha con diversas figuras: polígonos y no polígonos, cóncavas y convexas, regulares e irregulares, de distinto número de lados, figuras “estándar” y “no estándar”... Se les pide que analicen las figuras y discriminen las que consideran polígonos y las que no. A raíz de esto, se les solicita construir una definición de polígono. Interesa que comprendan el contenido de esa definición, el concepto desde un punto de vista no mecánico, comprensivo. En esta misma definición, como veremos en el apartado referido al conocimiento de contenido de I (IV.3.1.9), veremos que las limitaciones en su conocimiento de contenido llevan a que la definición que se construya en el aula no clarifique algunos casos problemáticos de las figuras que se presentan y que contenga elementos innecesarios. Conceptualmente la definición a la que se llega “hace aguas”. En otras ocasiones, se confunden o no se establecen relaciones entre los contenidos (como en el caso de la relación entre los números fraccionarios y los decimales, que comentaremos también en IV.3.1.9), por lo que quizás pensar en el conocimiento matemático *relacional* de Skemp (*se conocen estructuras conceptuales que posibilitan diferentes acciones para ejecutar las tareas*) pueda ser duro. Reiteramos, sin embargo, que, dentro de sus posibilidades se persigue y potencia este conocimiento.

Durante toda esta unidad de *polígonos* se observa la búsqueda de esta comprensión. Es, además, ésta la unidad más clara desde dicho punto de vista. No parece que antes (en los inicios del periodo estudiado) I buscara una comprensión más mecánica (la ficha F5, a la que antes nos hemos referido es de las primeras de este periodo), si bien al profundizar en los contenidos matemáticos escolares, en su aprendizaje y sus dificultades, y en su enseñanza, su práctica potencia más claramente esa comprensión conceptual.

En esta unidad, por ejemplo, con su inmersión en el concepto de ángulo y sus dificultades de aprendizaje, trabaja de manera continuada la comprensión del concepto, proponiendo situaciones que propicien una visión dinámica del mismo, intentando que los alumnos no lo asocien a su posición ni a las longitudes de sus lados (en un dibujo).

Las concepciones que parece mantener I durante el periodo observado, como ya hemos comentado, parecen sufrir menos cambios en cuanto a ideas que en cuanto a su puesta en práctica. La mayoría de las concepciones que hemos destacado en los epígrafes anteriores son “constantes” que se observan desde los inicios de este periodo, si bien con distinto reflejo en el aula y con distinta firmeza de posicionamiento y profundidad de análisis de la propia idea. Su percepción al final del curso 99/00 sobre su cambio (respecto del inicio de su puesta en práctica de la resolución de problemas y el final de este curso, antes de la unidad de polígonos) coincide con esto:

*[Respecto de la diferencia de perfil en su posicionamiento previo (de 27/1/00) y actual]: Sí noto la diferencia. Antes era sólo un deseo y lo hacía de manera puntual. Ahora me veo cada vez más capaz. Me ha servido mucho lo de la ficha (se refiere a la ficha del diario). Lo que he notado de progreso está muy claro en las fichas de trabajo [la evolución a lo largo del tiempo]. [S14.10]*

Según lo anterior, su interpretación sobre su cambio en relación con sus concepciones es que antes mantenía ciertas concepciones que no era capaz de poner en la acción (con las incongruencias que mantenía en su práctica, como hemos descrito en el apartado de metodología). Ahora, *se siente capaz* de ello.

En su posicionamiento respecto de los indicadores CEAM en estos dos momentos, establece diferencias sobre todo en las categorías de metodología (en los indicadores 1 y 2, que hacen referencia a las características de la práctica en el aula) y papel del profesor (cómo actúa éste en la práctica). Frente a estos indicadores, en aquellos que describen intenciones del profesor (como objetivos o concepción del aprendizaje) su posicionamiento es menos cambiante. Ella misma explica cómo coinciden, desde su punto de vista, sus concepciones anteriores y actuales al respecto; es una coincidencia en lo que se refiere a ideas: *En los objetivos sí [estaba en I3] por la intención, aunque no supiera cómo llevarlo a cabo [S14, comentarios respecto del indicador 3].* En declaraciones anteriores, en S12, expresaba cómo el cambio que observaba en sí bebía en gran medida de sus ideas anteriores: *quizás lo que yo he conseguido ahora es darle sentido a las cosas, ponerme las ideas en orden [S12.17].*



Por otro lado, ella misma manifiesta cómo algunas de estas concepciones podían ser mantenidas antes de este periodo, quizás declarativamente, pero sin comprender la profundidad de la idea. Es lo que opina respecto de su concepción sobre cómo se aprende en relación con el indicador 8 del instrumento de análisis: *Ahora es cuando yo he comprendido esto. Ahora me he dado cuenta de que no sólo tiene que tener sentido el aprendizaje para el niño sino que debe darle movilidad (uso en otros contextos). He cambiado mi actuación y mis ideas* [Comentarios relativos al indicador 8, S15]. Se ha dado cambio en sus concepciones en cuanto a profundización y consolidación.

Más que la concepción en sí sobre cómo se aprende y enseña matemáticas, lo que para nosotros refleja un cambio más claro en sus concepciones, es su visión (la que se infiere del aula, sobre todo) de la matemática escolar. La matemática que se despliega en el aula en el periodo observado va siendo cada vez “más matemática” y parece bastante diferente de la que se desplegaba antes de este periodo. Por eso hemos querido diferenciar dentro de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, su visión de la matemática escolar (aunque en el instrumento CEAM la segunda está incluida en la primera). Pasamos a analizarla.

#### **IV.3.1.6. Visión de la matemática escolar**

Los objetivos y contenidos que I va incorporando a lo largo del periodo observado, configuran una matemática (la que se trabaja en el aula) que cada vez se centra más en hacer matemáticas y procesos ligados a ésta. Si observamos los “metaprocedimientos” que se van consolidando (descritos en IV.3.1.5) se aprecia el énfasis en la observación y el análisis, el establecimiento de conjeturas, la comprobación, la argumentación, la búsqueda de estrategias para resolver situaciones problemáticas... Se observa un enriquecimiento progresivo de la actividad matemática en el aula, que acaba configurando una matemática diferente a la que parece que se reflejaba antes.

I reconoce esta diferencia respecto de la unidad de *polígonos* (en concreto respecto de la clasificación de cuadriláteros): los habían trabajado el año pasado, todos los nombres, pero por el libro. Lo único que hicieron fue ver las definiciones en el libro y hacer los ejercicios que el libro planteaba

(declaraciones de I tras V8, recogido en notas de campo). En otras declaraciones confirma este tratamiento anterior de los contenidos geométricos, basado en definiciones, hechos y principios. Contrasta fuertemente con el que se observa en la unidad de polígonos (centrada en los procedimientos antes referidos, así como otros genuinos de la actividad geométrica –comparar figuras, identificar sus elementos, clasificarlas-).

En su descripción de la matemática que antes trabajaba en el aula, refleja cómo el énfasis estaba puesto en lo aritmético. En su ejemplificación de actividades del aula sólo se refiere a estos contenidos. Sus imágenes de la resolución de problemas (pensando, por ejemplo, en heurísticos) también se restringen a la aritmética. Ella misma reconoce esta limitación: *Ahora mismo no nos puede salir otra cosa que la aritmética. Es algo general en la escuela. Es un lastre que llevamos desde nuestros maestros* [S9.5]. En el curso 99/00, sin embargo, no pone el énfasis en lo aritmético, decide dedicar (y dedica) buena parte del curso (desde marzo hasta final de junio) a la geometría.

Además, esta matemática escolar que se observa progresivamente en el aula (en la unidad de *polígonos* se encuentra su retrato más nítido) recoge en mayor medida la propia estructura de la materia, sus reglas de sintaxis (qué es una demostración, el valor de los ejemplos en ésta, los casos particulares, qué es una definición, el valor del consenso). Estas reglas se consideran también objeto de aprendizaje. Así, en V9 se trabaja la demostración de la suma de los ángulos de un cuadrilátero a partir de la suma de los ángulos de un triángulo, enfatizándose el propio procedimiento de prueba y el razonamiento captando la generalidad frente al estudio de un caso particular. Tanto en la sesión como en su descripción de la misma (en F21) se refleja ese énfasis. Por ejemplo, entre las dificultades de los alumnos señala que *se mantienen pegados a lo particular y solucionan sin generalizar* [F21.14]. A este respecto, cabe comentar lo mismo que señalábamos en su concepción sobre *un aprendizaje con comprensión conceptual* (en IV.3.1.5). El propio conocimiento de la sintaxis de la matemática de I puede tener carencias (como veremos), pero lo incluye (lo que conoce de él) como objeto de aprendizaje, contribuyendo a dibujar la matemática que se trabaja en el aula.

Para nosotros este cambio refleja una “matematización” de la matemática escolar, que recoge en mayor medida la esencia de la disciplina. Se trata de una matemática diferente

a la matemática escolar que recoge sólo principios, hechos y normas, como señala Skemp (1978) en relación con la matemática relacional y la instrumental (citado en Carrillo, 1998, p. 48):

*no estamos hablando de una enseñanza mejor o peor del mismo tipo de matemáticas... son enseñadas dos materias diferentes bajo el mismo nombre "matemáticas" (p.11).*

En la matemática que se trabajaba antes en el aula, no parece que estuviera puesto el énfasis sólo en las reglas, en lo algorítmico. Declara, por ejemplo, que *la observación de regularidades* se había trabajado mucho con los alumnos [D1.5]. Sin embargo, otros contenidos de la matemática escolar que ahora le parecen fundamentales, antes no tenían para ella sentido. I lo atribuye a un cambio de su visión de la matemática (en relación con cómo antes no valoraba las actividades del *Taller de Matemáticas*, porque no apreciaba qué aportaban, y ahora sí): *No es que ahora yo tenga más conocimiento matemático que antes, no. Lo que estoy es viendo otra visión de las matemáticas* [EN1.12]. Esta apreciación de dichas actividades no se debe sólo a *cómo enseñan* sino a *qué enseñan* (qué matemática trabajan). La matemática que se trabajaba antes en el aula parece que coincidía en gran medida con la matemática del libro de texto, con indicios de otra matemática (con algunos rasgos de procedimientos, capacidades y estrategias más ligadas a hacer matemáticas y a la resolución de problemas). Estos indicios vienen dados más por la inquietud hacia el aprendizaje de los alumnos (su motivación, por ejemplo), que por una visión de la propia materia. Sin embargo, no conseguían conformar una imagen alternativa (a la del libro de texto) de la matemática escolar. Con su reflexión-acción (en el periodo estudiado) profundiza en lo que significa hacer y aprender matemáticas, dando cuerpo a esa imagen alternativa. Sin embargo, como ahora veremos, para ella el referente sigue siendo el aprendizaje del alumno, no lo que pueda significar hacer matemáticas.

Esta matematización a la que aludimos, ha supuesto un enriquecimiento del equilibrio entre conceptos, procedimientos y actitudes, llenándolos de contenido (como hacíamos notar en la descripción de sus concepciones sobre *qué enseñar*). Además, aunque pueda parecer contradictorio, ha contribuido a ver la matemática de manera menos aislada en la formación del alumno. Como comentábamos en el epígrafe sobre sus concepciones

respecto de *qué enseñar*, esas capacidades generales ligadas a hacer matemáticas también explican en mayor medida la potencia de la formación matemática en la formación integral del alumno (además de otras capacidades y actitudes ligadas a aprender a aprender y al modo de trabajo en el aula).

Este cambio de visión de la matemática escolar es claro “de hecho” (en la matemática que se refleja en el aula), si bien parece que también es consciente. En sus declaraciones en las Jornadas (en el curso 01/02), por ejemplo, manifiesta su convencimiento de que la matemática que trabaja en el aula no es la algorítmica que piden muchos profesores, de ahí sus temores de lo que puedan solicitar a sus alumnos en Secundaria: *¿y si cuando llegue al instituto el maestro en vez de pedirle que haga resolución de problemas le pide que no tenga fallos a la hora de multiplicar?. Te pongo eso como una cuestión mecánica, porque yo no le he dado a eso demasiada importancia, a esas cosas, sí se la he dado, pero no ha sido algo a lo que yo le haya dedicado mucha energía o demasiado tiempo* [D5.43].

Sin embargo, cuando se le hace referencia directamente a un posible cambio de su visión de la matemática (en las últimas declaraciones al final de ese curso 99/00), lo identifica principalmente con un cambio de la visión de su enseñanza:

[¿El cambio de visión del que habláis es en la visión de la matemática o de su enseñanza?]: [...] *Yo creo que en enseñanza de la matemática y en la matemática, pero sobre todo en lo primero.* [S7.12]

Lo atribuimos a que cuando se le quita el referente escolar, para ella pierde sentido la disciplina. En la entrevista final declara igualmente que no enfatiza la resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática porque lo asocie con la propia matemática, el énfasis viene justificado por sus ventajas en cuanto a capacidades generales que sirven para otras áreas (“que el niño busque, que no se le dé todo hecho”). Parece que cualquier alusión a la matemática como disciplina le produce respeto, establece una distancia con ella, no la siente a su alcance. La conjetura que hacíamos en el marco teórico sobre la matemática escolar como la única matemática que tenía sentido para los maestros de Primaria, parece confirmarse en el caso de I.

#### **IV.3.1.7. Intervención en la gestión del currículo**

Progresivamente durante el curso 99/00, con la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas, I se va “despegando” del libro de texto, tomando más decisiones sobre la enseñanza de los contenidos matemáticos. La mayor autonomía del libro de texto se va haciendo evidente sobre todo primero con las actividades y lo relativo a cómo enseñarlos, después con el propio esquema subyacente a los contenidos, su secuenciación y en parte los propios contenidos (en qué se pone el énfasis y qué enfoque se les da), aunque en esta cuestión es en la que el libro se sigue manteniendo como referente.

Además, la propia intervención sobre lo previsto durante la acción es mayor, adaptándose a lo que surge (a lo que percibe y a lo que aportan los alumnos). En ese sentido, su actuación es más flexible, más adaptativa. Las aportaciones de los alumnos son también consideradas para planificar la acción futura.

Finalmente, en las unidades observadas, se aprecia su falta de análisis previo desde el punto de vista matemático de lo que propone en el aula. Es algo que parece mantenerse. Lo hemos considerado otra de las características de su intervención durante la planificación, que no sufre modificación.

Los aspectos anteriores junto con otros relacionados son señalados por la propia maestra como elementos de su desarrollo. Exponemos y contrastamos su percepción al respecto.

#### ***Autonomía respecto del libro de texto***

En los inicios de la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas se adaptan propuestas concretas del libro (un apartado del tema que se está trabajando, una actividad del *Taller de matemáticas*) a esta perspectiva. La intervención en estos casos consiste en plantear el contenido para que los alumnos lo deduzcan (en el caso de los apartados, que comienzan con un recuadro en el que se presenta al alumno el contenido) y, en todos los casos, añadir otros objetivos y contenidos a los propuestos. Se enriquece la propuesta del libro, pasándose del énfasis que está muchas veces en lo conceptual (conceptos, hechos y reglas) a aunar lo procedimental, sobre todo procedimientos

generales, y lo actitudinal. Además, se plantean las actividades de manera más abierta y se incorpora más participación e integración de las ideas de los alumnos. En estos momentos las decisiones afectan sobre todo a *cómo enseñar*, aunque al variar el enfoque del tratamiento de los contenidos se está incidiendo también en *qué enseñar* (en qué se pone el énfasis, qué se considera objeto de aprendizaje).

En la planificación de la enseñanza de las *fracciones y decimales* se hace un cuestionamiento más en su conjunto de la propuesta del libro. A grandes rasgos se respeta el mapa de contenidos, sus relaciones y su secuencia. Se interviene, sin embargo, no ya en apartados concretos sino en el propio seccionamiento de la unidad (no se respetan los apartados del libro). Se trabajan los contenidos de manera más relacionada, más global y se introducen otros contenidos nuevos (como las fracciones equivalentes). Se sigue además, interviniendo en el *qué enseñar* en la línea de la unidad anterior: se priorizan otros contenidos frente a los conceptuales y algorítmicos que enfatiza el libro.

Respecto del *cómo enseñar*, se diseñan actividades alternativas a las del libro (no se limita a una adaptación de las que éste propone, para que los alumnos deduzcan los contenidos, como en el bloque anterior). Se eligen materiales, agrupamiento, tareas... Esto también hace que se intervenga en mayor medida en el enfoque que se da al contenido.

Declara explícitamente cómo las sesiones de introducción de conceptos es mejor no hacerlas por el libro [S8.1]. Se mantiene en gran medida la propuesta del libro para el resto de las sesiones, completándose y variándose algunos de los problemas y ejercicios. En estos momentos manifiesta su actitud ante el libro de texto: *Hay cosas que no vale la pena hacer. // ... // La editorial Santillana [que es con la que trabajan ellas] es buena. Eso hace que tú descanses un poco. Pero ¿descansar en cualquiera?, no.* [S8.6]

En el bloque de contenidos geométricos interviene en la secuenciación en su conjunto, trabajando del espacio al plano (a la inversa de la propuesta del libro). Piensa que es mejor partir de lo cercano al niño y que el objetivo debe ser *clasificar y partir de lo espacial, para llegar a los polígonos, las rectas, los puntos*. Dice haber hecho esas

consideraciones sobre la base de lo que se ha comentado en el proyecto de investigación y lo que ha leído de los libros de Síntesis<sup>8</sup>.

En la unidad de *polígonos* interviene en la secuenciación de los contenidos y con esto en la relación entre ellos. Parece continuarse con el mismo criterio que en la secuenciación de los contenidos geométricos en su conjunto (la secuencia “natural” -en la que los elementos de los polígonos surgen como necesidad de estudiar las figuras-, frente a la secuencia lógica -de la recta, el segmento, y el ángulo, al plano-). Con la secuencia que se plantea se intenta dar un sentido a los contenidos de cara a su aprendizaje (una razón de ser) (el triángulo como el polígono con menor número de lados, los ángulos como elementos de los polígonos).

Se añaden otros contenidos a los del libro de texto, no sólo porque se pone el énfasis en otras cuestiones, sino además tratando explícitamente contenidos nuevos (como la suma de los ángulos de un triángulo y un cuadrilátero, y los procedimientos y estrategias relacionados con su comprobación), a los que se les da tanta importancia como a los que propone el libro. Se continúa desplazando el énfasis del libro en lo conceptual (en este caso en nombres, principios y definiciones), equilibrándose con el interés por los procedimientos.

Se interviene del modo descrito en el *qué enseñar* aunque el libro de texto sigue siendo un referente importante en los contenidos.

Respecto del *cómo enseñar*, se sigue apreciando cómo el libro de texto no sirve para introducir los contenidos desde la perspectiva de resolución de problemas. Se diseñan actividades alternativas. Se sigue observando un enfoque menos parcelado de los contenidos.

En esta secuencia (durante todo el curso) se observa cómo aumenta su intervención en *qué enseñar, para qué, cómo y cuándo*. Es más crítica con lo que propone el libro.

Respecto de lo primero, parece que el mayor cuestionamiento incide en para qué enseñar, lo que lleva intervenir en el qué (al enfatizar en unos contenidos y aspectos de éstos, en su enfoque). El libro de texto sigue siendo el referente de qué enseñar respecto

---

<sup>8</sup>. Colección *Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid: Síntesis.

de un tema (el referente disciplinar): *Yo cojo el libro [de texto] y digo: “vamos a ver qué hay que trabajar”; “bueno, de esto de aquí, a los niños no les interesa, o no les sirve...”* [S15, bloque 5]. En la entrevista final declara haber seguido con ese referente, aunque dice no respetar ni la secuenciación ni la temporalización que propone el libro. El libro de texto, argumenta, le sirve como indicador de lo que marca la ley y le posibilita una mínima coordinación con la compañera de nivel (a la que está obligada) [EN2.32].

Respecto del *cómo enseñar*, en el periodo observado declara cómo consulta otras fuentes para diseñar desde la perspectiva de resolución de problemas, analiza críticamente otros materiales e incorpora lo que le parece adecuado. Busca fundamentar sus decisiones con consideraciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Busca actividades originales, pero también que no sean puntuales, que trabajen una estructura de los contenidos. En esa línea, valora positivamente los libros de Síntesis:

*[Sobre si ha pensado cómo trabajar en la parte de simetría]: en los libros de Rosa Sensat viene algo, pero poco estructurado. Sobre todo actividades de buscar ejes de simetría en figuras y de dibujar la parte simétrica dada una parte y el eje. Lo más original que he encontrado es buscar planos de simetría de cuerpos geométricos. Son como actividades sueltas, nada hilado. Aún no he consultado los libros de “Síntesis”, que me han servido mucho, pero en estos libros vienen todos los niveles y hay actividades en las que yo no entiendo el para qué. He pensado en un profesor del MCEP que tiene muchos libros publicados y creo que debe tener alguno de geometría porque yo fui a un cursillo de él. Me sorprendió la cantidad de cosas dinámicas que trajo para trabajar. He pensado que mi vecina, que es de este movimiento, me dé algo.* [D2.6]

A posteriori declara intervenir del mismo modo sobre *cómo enseñar*, adaptando lo que plantea el libro a la perspectiva de resolución de problemas (que los niños descubran los contenidos mediante la realización de actividades). Además, el *Proyecto Albanta* sigue siendo un referente importante para ese diseño alternativo.

Antes del periodo estudiado, declara en la entrevista final, “no se salía apenas del libro de texto”, más que para *una selección obligada, en función del tiempo...* [...] *No era*



*selección sino que era: “a esto no me da tiempo, o esto o esto”* [EN2.32]. Parece coherente con su seguimiento del libro de texto en las sesiones primeras que no corresponden a la perspectiva de resolución de problemas (en la unidad de *fracciones*, por ejemplo, completándolo, modificando algunas actividades).

En las declaraciones durante el curso 01/02 dice percibir su desarrollo en torno a esta cuestión en:

- Se siente más capaz de tomar decisiones respecto de qué quiere hacer [EN2.27].
- Tiene más claro lo que quiere que los niños aprendan, lo que considera más importante. Diferencia mejor los objetivos y contenidos generales (a trabajar en todas las áreas) de los disciplinares y su grado de importancia. Tiene más clara la finalidad de la enseñanza de la matemática. [EN2.27]
- Se siente más capaz de seleccionar contenidos (“incluso se permite hacerlo” [EN2.27]).
- Se siente más capaz de diseñar o seleccionar actividades, *capaz de usar una actividad para mis propios objetivos, cambiándole la forma de abordarla y la forma de hacerla, y la transformo* [EN2.27, D5.30, D5.33].
- Se siente más capaz de criticar propuestas de enseñanza, valorando su adecuación a la madurez del alumno [D5.30].
- Se siente más capaz de elegir recursos [D5.30, D5.39]
- En su conjunto, se siente más capaz de elegir cómo presentar un contenido [D5.39]
- Se siente más capaz de elegir críticamente un libro de texto (*intentaré que el libro de texto participe mucho de esa forma de*

*trabajar -su idea de la perspectiva de resolución de problemas-)*  
[D5.39]

- Se siente *más capaz de globalizar unas actividades con otras, unas áreas con otras* [EN2.27]

Además, estos aspectos sobre los que intervenir en el currículo los ha hecho propios, asimilados a su práctica cotidiana: *Lo que sí ha cambiado es mi actitud y mi capacidad para seleccionar, para completar, y para abordar los conocimientos, eso sí soy capaz de hacerlo por mí sola, de hecho lo estoy haciendo* [D5.39].

También percibe limitaciones en su intervención en la gestión del currículo, en cuanto a tomar decisiones sobre la estructura conceptual de los contenidos matemáticos, por sus carencias en el conocimiento de contenido. Esto limita su propio desarrollo, cree, respecto de su ampliación de su papel en la gestión del currículo:

*Tenemos la certeza de que nosotras somos incapaces de abordar la estructura de un contenido, sea aritmético, geométrico, sea de lo que sea, somos incapaces porque tenemos la limitación en cuanto a conocimiento matemático [...] Hasta ahí voy a llegar, más no voy a llegar, porque eso, yo necesitaría eternamente esa persona que me asesorara en ese conocimiento que yo no dispongo. O sea, que unidades no, pero desde luego cambian muchísimo las clases cuando se abordan los mismos contenidos seleccionando, seleccionando, analizando y criticando lo que vas a hacer con los niños.* [D5.39].

Se observa en las declaraciones anteriores, en consonancia con lo percibido en el curso 99/000, cómo es más crítica con el libro de texto, tomando más decisiones fundamentadas en lo que sabe sobre los contenidos y su aprendizaje. Cómo difiere (respecto de los inicios) su actitud hacia el libro en la planificación y su propia confianza en sentirse capaz de tomar esas decisiones.

### *Aprovechamiento de las ideas de los alumnos*

Desde las primeras descripciones (a través de las fichas) de las sesiones desde la perspectiva de resolución de problemas, se observa cómo I introduce elementos en la acción a raíz de las dificultades que percibe en el aprendizaje de los alumnos. Esto le lleva, a proponer en ocasiones actividades alternativas o complementarias a las previstas, recogidas en las fichas como *propuestas de mejora* que se han llevado a cabo. Otras veces su mayor análisis de lo que ocurre en la acción se traduce en un cambio de perspectiva de lo que enfatiza durante el transcurso de la misma.

En otras ocasiones adecua su práctica a las propias ideas y propuestas de los alumnos. Estas propuestas a veces son abordadas directamente cuando surgen y otras son usadas por I para planificar sesiones posteriores. En el primer caso, encontramos, por ejemplo, las conjeturas que hacen los alumnos sobre las situaciones problemáticas que surgen en el aula. Antes éstas, se observa cómo se abordan, si bien no son consideradas si la propia maestra no tiene respuesta de antemano a ésta. Esto último es lo que ocurre en la unidad de *fracciones*, cuando ante la conjetura de un alumno de que el número de diámetros de una circunferencia depende del tamaño de la misma, al no saber si es cierta o no, I decide que “ése es otro asunto” (como veremos en el apartado sobre el *conocimiento de contenido*, IV.3.1.9).

Respecto del segundo caso, las aportaciones de los alumnos son consideradas para diseñar cómo seguir lo previsto. Esto es muy bien valorado por I, quien centra su reflexión sobre este hecho en una de las primeras sesiones en que procede de este modo (F8). Así, entre los papeles del alumno y la maestra en esta sesión incorpora, respectivamente: *participa indirectamente en el diseño, aporta; y aprovecha y conduce las aportaciones de los alumnos, valora el trabajo de los alumnos*.

El nuevo modo de trabajo hace que las aportaciones de los alumnos sean cada vez más numerosas, que aumente su intervención proponiendo cuestiones sobre las que indagar, que a su vez son consideradas en mayor medida. La incorporación de las ideas de los alumnos, además, se observa de modo más fluido en la unidad de *polígonos* respecto de la *fracciones*.

Su adaptación de lo previsto a lo que surge y percibe en el aula es cada vez mayor, mostrando de este modo una actuación más flexible.

Ella misma percibe esta mayor flexibilidad, en su contraste según los indicadores CEAM entre los inicios de su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y el final del curso 99/00: antes TE4 (en el que *la programación es un documento cerrado*) con I4, ahora *tendiendo hacia I4* (en el que *el profesor dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto*). Valora muy positivamente este hecho, que relaciona con la capacidad de sorprenderse y de aprender del alumno: *no pensar que todo lo llevas preparado, que todo lo llevas atado, que si algo se te descuadra, no lo rechazas. No valorarlo como negativo, no ignorarlo. Creo que eso no es bueno. Que te sorprenda de manera positiva. Es una actitud* [S17.9].

En su percepción a posteriori de su desarrollo (en D5 y EN2), éste es uno de los aspectos en que lo describe: *Mayor capacitación para reorientar, enfatizar detalles relevantes, aprovechar efectos inesperados, etc. antes, durante y después del proceso de E.A. de los alumnos y del nuestro propio* [D5.39]. Así declara en EN2 que ha seguido ocurriendo, distinguiendo distintas “fases” en su evolución respecto de este aspecto: antes del periodo estudiado en que no las consideraba, no pensaba que pudieran orientarle; un segundo momento (al inicio de este periodo) en que *sabía que tenía que aprovecharlo* pero le producía tensión; después pasaron a ilusionarle; finalmente, lo ve como algo natural [EN2.36].

Percibe, en relación con lo que observaba en cuanto a su autonomía del libro de texto, también limitaciones a este respecto, que atribuye a su falta de conocimiento de contenido para poder aprovechar algunas de las situaciones que surgen:

*seguramente habrá aportaciones que los chiquillos hagan y que yo todavía seguro que me las paso, no les doy la importancia ni las aprovecho, y otras que sé que las estoy viendo, que sé que las podría aprovechar y que no tengo forma de aprovecharla [...] me doy más cuenta de que hay situaciones que yo*

*digo: “¡uf, éste sería un buen momento para aprovecharlo... !”, pero no sé cómo... a lo mejor me callo porque lo mismo los equivoco [EN2.40].*

### *Análisis de la práctica desde el punto de vista matemático*

En la primera sesión de la unidad de *fracciones* [V1] observábamos cómo las particiones que los alumnos planteaban de las figuras geométricas que se presentaban en la actividad, desbordaban lo esperado por I, entre otras cuestiones porque ella sólo se había planteado de antemano las inmediatas. En este sentido, contrastaba cómo frente a su planteamiento previo riguroso de lo que proponía desde el punto de vista de la enseñanza y el aprendizaje, su problematización del propio contenido y su análisis de la actividad, sus posibilidades y soluciones desde el punto de vista del contenido (lo que denominábamos el “espacio de la actividad”) eran más superficiales.

En la unidad de *polígonos*, por su parte, hay momentos en que este análisis previo desde el punto de vista del contenido matemático es mayor (como en la actividad para introducir el concepto de polígono, en V2), pero en otros, como en el caso del dibujo de distintos tipos de triángulos sobre una trama de puntos rectangular, vuelve a observarse esa falta de análisis. En el caso de V2 puede venir propiciado porque el diseño de la propia actividad propuesta fuerza a ese análisis previo y porque sus propias carencias de conocimiento de contenido le hagan sentir la necesidad de ese análisis.

Tampoco las situaciones problemáticas desde el punto de vista del contenido que se plantean a raíz de lo que surge en el aula, son abordadas a posteriori por I (como es el caso de las conjeturas que no se discuten en el aula, como la antes referida de los diámetros de una circunferencia). En S17.2 reconoce que no aborda esas situaciones a posteriori. Se relaciona con su posicionamiento hacia la ampliación de su conocimiento de contenido como vía de desarrollo que abordaremos en IV.3.2.

#### IV.3.1.8. *Conocimiento Didáctico del Contenido*

Se observan evidencias de cómo a través de su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y su reflexión sobre ella, I amplía su conocimiento didáctico del contenido, tomando conciencia de en algunos casos, y adquiriendo en otros, conocimiento sobre el aprendizaje de contenidos matemáticos específicos y sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en general.

De este modo, desde las primeras fichas, a partir de sus reflexiones sobre el aprendizaje de los alumnos, refleja una toma en consideración o reforzamiento, al menos, de aspectos a considerar en la enseñanza de los contenidos: en el caso de los números romanos, por ejemplo, ante el entusiasmo de los alumnos con el contenido, reflexiona sobre la necesidad de que éstos tomen conciencia de las restricciones del sistema de numeración romano de cara a su utilidad y operatividad [F1.18]; parece constatar, por otro lado, en F3, las dificultades de los alumnos con el concepto de resta como diferencia.

Esta ampliación de su conocimiento sobre el aprendizaje y la enseñanza de contenidos matemáticos se hace evidente en la unidad de *polígonos*. Las dificultades que percibe en esta unidad le hacen tomar conciencia de las limitaciones de los ejemplos prototípicos o “dibujos- modelo” (como ella los denomina) sobre la propia imagen que el alumno atribuye al concepto, de la restricción que añaden a las figuras al considerar la posición como un elemento distintivo y de la fuerza que tiene la horizontal y la vertical. De este modo, señala las siguientes dificultades en sus fichas:

*para distinguir las clases de ángulos independientemente de la posición* [F17.10];

*para distinguir los ángulos: algunos los hacen dependientes de la posición, otros de los lados* [F19.8];

*consideran la posición como un criterio de distinción* [F17.13];

*una mayoría considera triángulos sólo los “modelos” llegando a dudar de la calidad de ser triángulos en los otros triángulos “que no son normales” (decía otro alumno)* [F17.14].

Estas dificultades eran totalmente inesperadas por la maestra. En la sesión correspondiente a F17 (V3), al ponerse de manifiesto las dificultades de los alumnos para identificar triángulos en posiciones no estándar (los triángulos “no normales”) me comenta con sorpresa que “los niños están muy lejos de lo que ella pensaba; incluso tienen dudas de que algunos triángulos lo sean”. Parece evidente cómo adquiere este conocimiento sobre el aprendizaje de conceptos geométricos y se observa cómo lo incorpora a su tratamiento posterior de la unidad y sigue haciendo un seguimiento de estas dificultades. En V8, por ejemplo, incorpora entre las figuras de cuadriláteros de la ficha de trabajo, algunos en posición no estándar (como dos cuadrados, uno en posición estándar –con los lados sobre la horizontal y vertical- y otro “en posición rombo”), insistiendo durante el trabajo en el aula en el cuestionamiento sobre la identificación de ambas figuras, su comparación, y el análisis de sus características y la independencia de éstas de su posición. Además, aumenta el uso de recursos, estrategias y tareas que potencian una visión dinámica de los conceptos geométricos. Por ejemplo, propone la clasificación de triángulos recortados en papel, posibilitando su movimiento y eliminando de este modo la variable “posición”, o en V8 y V10, propone usar el transportador para medir ángulos de figuras recortadas en papel, en lugar de dibujos fijos de ángulos, observando las dificultades de los alumnos *para usar el transportador y leer la medida, sobre todo si los ángulos a medir forman parte de un polígono* [F21.17, ficha correspondiente a V9].

Hace más compleja su visión del aprendizaje geométrico (no es sólo cuestión de definiciones e imágenes).

Por otro lado, durante todo el periodo observado profundiza en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, al plantearse objetivos y contenidos de aprendizaje cada vez más genéricos de la disciplina (como veíamos en apartados anteriores). Constata de este modo, por ejemplo, las dificultades para el pensamiento abstracto (*para definir abstrayendo las características fundamentales e imprescindibles* [F16.14]; *algunos alumnos se mantienen pegados a lo particular y solucionan sin generalizar* [F21.14]), para la generalización [F5.19], para la sistematización en el abordaje de las tareas matemáticas (*para dibujar de manera organizada, es decir, siguiendo un criterio* [F17.12]), para clasificar (*les cuesta ajustarse a un mismo criterio y agotarlo hasta formar todos los grupos* [F20.15]), para expresar las ideas matemáticas y para

expresarse haciendo uso de los signos y símbolos matemáticos [F7.21]. Además, al hacer diseños alternativos, consultando distintos materiales sobre la enseñanza y el aprendizaje de la materia, adquiere también conocimiento sobre recursos, actividades...

Al mismo tiempo, I da muestras de un conocimiento didáctico del contenido que, por un lado, le posibilita una reflexión no simple y, por otro, refleja su inquietud y actitud reflexiva hacia la enseñanza-aprendizaje de la matemática. Los siguientes son algunos ejemplos de ello:

Conoce actividades “alternativas” en las que el alumno toma un papel “no tradicional” y su tarea no es sólo de “lápiz y papel” (“*baile de números*”, *ejercicios de cálculo mental*), lo que le permite hacer una crítica fundamentada sobre el papel del alumno en uno de los vídeos observados de otra compañera [S5.16]. Conoce también y ha hecho uso de distintos materiales para el aprendizaje matemático, como el mecano y el tangram.

Conoce las limitaciones del libro de texto en cuanto a las representaciones matemáticas, reconociendo las ventajas de la secuencia “manipulación-representación propia del alumno- simbología externa” [S4.10, S5.13]. Propone esta secuencia en la representación de fracciones de una unidad en la sesión introductoria del tema [V1].

Propone como ayuda para facilitar la comprensión de los alumnos usar distintos tipos de lenguaje: gráfico, símbolos, verbal [S9.6].

Diferencia una geometría escolar dinámica de una geometría estática, valorando las ventajas de la primera [D2.2]. Da muestras, además, de cómo la potencia en el aula con la ayuda de algunos recursos como el mecano [D2.2]. En la unidad de polígonos hace uso de éste para mostrar a los alumnos una imagen dinámica del concepto de ángulo.

Respecto de la resolución de problemas, como comentábamos en el apartado IV.3.1.3, muestra su conocimiento de sus dificultades, las distintas tareas que implican su resolución (no sólo, en el caso de problemas aritméticos, identificar la operación conveniente [S6.16]), el trabajo explícito en el aula de las fases de resolución, el acercamiento al uso de heurísticos...



También respecto del aprendizaje de contenidos concretos da muestras de su conocimiento, que le lleva a plantear situaciones de enseñanza teniendo en cuenta aspectos problemáticos de éste, como la dependencia del tamaño de la fracción de una unidad con el propio tamaño de la unidad (en la unidad didáctica de *fracciones*).

Su uso de recursos, de actividades, su propuesta de situaciones para aclarar conceptos problemáticos, dan muestra de su conocimiento práctico profesional, rico, diverso, por su preocupación por otros modos de enseñar matemáticas y por mejorar el aprendizaje del alumno.

En otras ocasiones se observan algunas carencias en su conocimiento didáctico del contenido. Esto hace que no perciba ciertas restricciones en la comprensión de sus alumnos que parecen manifestarse en sus intervenciones. Se observa, por ejemplo, en las direcciones que los alumnos tienen en cuenta para dividir una forma geométrica en mitades por un segmento [V1]. Los niños parecen diferenciar sólo en un primer momento 4 direcciones: horizontal, vertical, “oblicuo hacia la izquierda” (que identifican con la bisectriz de los cuadrantes segundo y cuarto) y “oblicuo hacia la derecha” (la opuesta). Es un alumno el que da el salto a “todas las oblicuas” y otros compañeros manifiestan su dificultad para dar ese salto. I no parece apreciarlo. Algunas de estas limitaciones en su percepción podrían estar relacionadas con su falta de fluidez del conocimiento de contenido correspondiente (lo que le dificulta “tomar distancia” de la propia situación matemática). También en la unidad de polígonos se encuentran ejemplos de esta limitación en su comprensión de algunas dificultades de los alumnos, así como otras confusiones que no son abordadas, bien porque no se percibe la magnitud de las misma o por su inseguridad con el contenido para abordarlas (es el caso de la identificación entre la forma de un triángulo y el área que encierra, en V4).

Por otra parte, en la unidad de *polígonos* propone el uso de una trama de puntos rectangular, poniendo de manifiesto su desconocimiento del recurso (atribuye a la casualidad que ningún alumno haya obtenido un triángulo equilátero; no hace uso de la medida natural de la trama, compaginándola con el uso de una regla graduada; no identifica los errores que se producen en la clasificación de ángulos y triángulos según sus lados). En este caso, se pone de manifiesto cómo no problematiza su uso como

recurso, no analizando sus posibilidades y características. Lo interpreta y usa sólo como ayuda al dibujo (como algo “aséptico”). Este hecho guarda relación con su análisis previo de lo que propone desde el punto de vista del contenido (que comentábamos en IV.3.1.7), con el análisis del “espacio de la actividad” (en este caso sería el “espacio del recurso”, desde el punto de vista de los contenidos matemáticos). El análisis que hace del recurso parece quedarse en este caso en aspectos generales (la ayuda al dibujo, la motivación...). Narra algo similar con su uso del tangram el curso anterior: [...] *Decidió entonces que analizaran la relación entre las piezas del tangram. Ella misma reconoce que hasta este año no se ha dado cuenta de esa relación. De hecho, en años anteriores había construido tangrams sin ser consciente de esto, por lo que están mal contruidos* [D4.1].

Así como sus declaraciones sobre las carencias que encuentra en su conocimiento de contenido son numerosas y refleja su consideración de este hecho a medida que avanza su proceso de reflexión-acción (como veremos en el apartado que sigue), no hay declaraciones sobre su percepción de su conocimiento didáctico del contenido. En D5 dice percibir su aumento de *conocimiento de didáctica de la matemática*, con lo que parece referirse a conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. De sus declaraciones (y la ausencia de ellas a este respecto) parece traslucirse su mayor satisfacción y seguridad con su conocimiento a este respecto, frente al conocimiento de contenido, y, sobre todo, con su posibilidad de adquirirlo mediante su propio trabajo (la búsqueda de materiales, la reflexión sobre la práctica...).

#### **IV.3.1.9. Conocimiento del contenido**

Lo más característico respecto del desarrollo de I en lo que concierne al conocimiento de contenido es su cambio de visión respecto de sus necesidades. En un primer momento localiza sus carencias en lo que corresponde a contenidos geométricos. Con su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y su reflexión sobre ella, evidencia momentos en que su falta de conocimiento de contenido (no sólo en lo que se refiere a contenidos geométricos) limitan su actuación en el aula y fuera de ella (en otros aspectos, por ejemplo, de la gestión del currículo, como la planificación). Esto le hace atribuir cada vez más importancia a sus limitaciones al respecto y reflexionar

sobre las consecuencias de esas carencias. Este cambio de percepción incide sobre su visión del desarrollo profesional del maestro y de su propio desarrollo (como abordaremos en IV.3.2.3).

Durante la unidad de *fracciones* I percibe situaciones en las que sus carencias de conocimiento de contenido le impiden abordar cuestiones que surgen en el aula. Es el caso de la conjetura del alumno sobre el número de diámetros de una circunferencia (que considera proporcional al tamaño de la misma): *Yo no sé si con el círculo grande salen más posibilidades que con el pequeño. En esos momentos te das cuenta de que hace falta saber matemáticas [...] Con el niño no hace falta decírselo, le dices que ya se verá otro día y ya está* [S12.14]. Por otro lado, algunas de las propuestas de los alumnos son dadas por válidas o rechazadas de manera errónea, hecho del que se percata al comentar la sesión en el proyecto de investigación. Es el caso de una posible partición de un círculo en mitades de la forma , que es rechazada:

*[¿en el círculo también funciona?]: No, pero ella [la niña] generalizó, vio que le salía con una figura y generalizó* [S12.9].

En esta sesión se observa cómo las situaciones que surgen en el aula desbordan su conocimiento de contenido. Se salen del conocimiento que esperaba que surgiera y no tiene herramientas (de conocimiento *de* ni *sobre* matemáticas) para abordarlas.

También en esta unidad, I introduce los decimales a partir de las fracciones decimales, siguiendo la secuencia del libro de texto, con lo que los alumnos extraen la conclusión (explícitamente) de que “todos los decimales son fracciones pero sólo algunas fracciones son decimales”. Tras la sesión, al comentarlo con uno de los formadores del proyecto de investigación toma conciencia de su falsedad, lo que le lleva a percibir una ocasión en que sus carencias de conocimiento de contenido potencian errores conceptuales en los alumnos. Este hecho será comentado muchas veces por ella, cuando se refiere a la importancia del conocimiento de contenido por parte del maestro.

Su reconsideración sobre sus necesidades respecto del conocimiento de contenido se evidencia en EN1 (tras la unidad de *fracciones*): *yo valoro un tipo ahora de presentar las actividades, yo las valoro, pero, por otra parte, al yo querer poner en práctica eso, o esa forma de trabajar, pues me doy cuenta, mientras que antes yo no me daba cuenta,*

*ahora sí que me doy cuenta de mis carencias, respecto al conocimiento de matemáticas* [EN1.12]. Hace explícita su consideración de que para trabajar desde la perspectiva de resolución de problemas el maestro necesita de más conocimiento de contenido que para trabajar de otro modo.

A partir de este momento, sus declaraciones reflejan constantemente esta toma de conciencia de sus carencias y sus repercusiones sobre las decisiones que toma respecto de la enseñanza de la materia.

Cree que su conocimiento de contenido es insuficiente, que se restringe casi al de Primaria y al que se recoge en los libros de texto, sin embargo el maestro debe saber más, “tener el horizonte más amplio” (como veremos en IV.3.2). El conocimiento de contenido que cree haber adquirido con la práctica es dotar de significado a los contenidos matemáticos escolares, pero no ha trascendido de los límites de este contenido (el de Primaria). En su trabajo sobre todo en geometría dice “haber descubierto que sabe aún menos de lo que pensaba” [S16.5, tras la unidad de *polígonos*]. En este caso no considera que haya recordado, es que desconocía esos contenidos. Sigue percibiendo esas carencias especialmente en geometría pero no sólo. En sus comentarios sobre el error que indujo en los alumnos respecto de la relación entre números decimales y fracciones, constata limitaciones también en lo que respecta a ese contenido: *yo lo que conozco de los números decimales es lo que veo en el libro, no conozco más, bueno, lo que veo en el libro y lo que me permite mi sentido común o mi razonamiento ver, pero ya no me ha permitido más, y he estado en un error, he caído en un error* [EN1.17].

En la unidad de *polígonos* se observa cómo su conocimiento de contenido parece jugar un papel muy importante en su práctica, en lo que aborda y decide porque se siente con confianza para ello, apreciándose en algunas situaciones cómo parece no alejarse más de lo previsto porque éste no se lo permite. En esta unidad, su confianza sobre éste sí le permite que la definición de polígono que se construye en el aula no coincida con la del libro de texto. A este respecto se aprecia cómo lo que busca en esa definición es que se ajuste al conjunto de imágenes que considera polígonos, no se hace una análisis de las posibles consecuencias de la definición que se adopta (sobre propiedades, otras definiciones...). La definición a la que se llega, por otro lado, contiene elementos

innecesarios para la misma y no precisa algunas situaciones confusas que se consideran en su propuesta de imágenes para construirla (como las figuras con más de dos vértices consecutivos alineados). Cuando en una sesión del proyecto (S18) se discute la definición a que se llegó, manifiesta cierto rechazo a lo que considera una cuestión “formal” de la disciplina, que se aleja para ella de lo que interesa desde el punto de vista del aprendizaje:

**P:** *¿A qué definición de polígono se ha llegado?*

**I:** *Figura plana y cerrada... [repite la definición anterior: figuras planas y cerradas que están formadas por lados, vértices y ángulos y diagonales].*

[...]

**P:** *En la definición [de polígono] ¿por qué hay que hablar de las diagonales?*

**I:** *Porque en el libro pone que es otro elemento del polígono.*

**P:** *Pero otra cosa es que en la definición entre [a que tenga que trabajarse].*

**I:** *¡Como la definición está basada en los elementos!*

**P:** *Pero entonces en la definición de triángulo hay que meter todos los elementos del triángulo...*

**I:** *No hace falta. Los elementos fundamentales son lados, vértices y ángulos.*

**P:** *Estás reemplazando línea poligonal por lados, vértices y ángulos. Se trata de determinar lo que entra y lo que no con la menor definición posible. Otro año has usado la línea poligonal cerrada, ¿por qué no lo has hecho este año?*

**I:** *Porque he partido de los cuerpos geométricos. Otro año hemos estudiado por el libro líneas, líneas poligonales... Me pareció válido [...] porque estaba hecha por ellos, por las palabras que ellos podían utilizar, y porque yo no le encontraba error. Veo perfectamente sustituible la idea de poligonal cerrada por lados, vértices y ángulos. Aunque luego se hable de línea poligonal.*

**P:** *Lo importante no son las palabras, porque entonces tienes que partir del punto, de la línea... Lo importante son los conceptos.*

[Aquí se acaba la “discusión anterior”. Por su tono y las “connotaciones no verbales” de su discurso parece que piensa que matemáticamente esa definición puede no ser correcta pero que desde el punto de vista de la matemática “para los niños” – la matemática escolar a ese nivel- lo ve apropiado. Creo que piensa que es un empeño nuestro por nuestra formación disciplinar]. [S18.1]

Esta actitud se observa en otras discusiones sobre las cuestiones que han surgido en su práctica relativas al contenido (como algunas de las comentadas respecto del tema de fracciones, por ejemplo, la de la situación  $\oplus$  ). Hay cierta dualidad en este sentido, por un lado manifiesta progresivamente su convencimiento de que necesita más conocimiento de contenido y descubre más situaciones en que se pone de manifiesto esta necesidad, y por otro lado, la profundización en el contenido no parece interesarle (“de hecho”) en cuanto se despegas del contenido matemático escolar. Parece que se diferencia lo que considera necesario de lo que está dispuesta a abordar respecto de su desarrollo (profundizaremos en esta cuestión en IV.3.2.3).

En lo que se refiere a la posible ampliación de su conocimiento de contenido durante el periodo observado, ella no percibe tal ampliación (o la considera mínima). Nuestra observación, sin embargo, sobre todo de la unidad de *polígonos*, nos hace pensar en cierta ampliación de su conocimiento de matemáticas. Profundiza en los contenidos, por ejemplo en el concepto de ángulo, problematizándolos. La problematización de su aprendizaje, le obliga a retomar y “diseccionar” los contenidos, analizándolos más a fondo. La propia actividad planteada para que los alumnos definan lo que es un polígono, es para nosotros otro ejemplo del análisis que realiza de estos contenidos (buscando las características definitorias, los ejemplos y contraejemplos que la evidencian, considerando aspectos como que la figura tenga más de una componente conexa), un análisis que no parece haber realizado en su tratamiento anterior de los mismos. Es evidente que ésta es una ampliación “limitada”, que no satisface las carencias que ella detecta, lo que le lleva a no apreciarla:

*[¿tienes sensación y qué tipo de sentimiento de redescubrir conocimiento matemático? Me da la impresión de que estás aprendiendo cosas de matemáticas]: Sí, de lo que hemos trabajado de geometría, en mis clases [...]*

*He aprendido pequeñas cosas. Pero muy pequeñas cositas. [...] Lo que sí he aprendido es en el contenido procedimental [del conceptual no ve claro haber aprendido]. [S16.5, bloque 5]*

Finalmente, respecto de conocimiento *sobre* matemáticas, siente que “desconoce mucho” sobre ello [S17.2]. En la observación de su práctica, por nuestra parte, parecen atisbarse algunos aspectos de éste, sobre todo en la unidad de *polígonos*. Por ejemplo, parece otorgar más valor a la comprobación de que los tres ángulos de un triángulo suman  $180^\circ$  midiendo los ángulos de distintos triángulos y sumándolos, que comprobándolo (con los mismos triángulos) de manera manipulativa (recortando los ángulos y yuxtaponiéndolos) (en V8). Hay otras ocasiones en que no se sabe si el conocimiento *sobre* que se despliega en el aula coincide con el suyo o es el que considera adecuado a ese nivel. Hay, por otro lado, argumentaciones de los alumnos en las que I no parece detectar lo que encierran. Es el caso de la siguiente, respecto de la suma de los ángulos de un cuadrilátero (que, por otro lado, describimos porque nos parece especialmente atractiva desde el punto de vista matemático): “En cualquier triángulo la suma de sus ángulos es  $180^\circ$ . Un cuadrilátero tiene cuatro ángulos. Como el cuadrado tiene cuatro ángulos rectos, sus ángulos miden  $90 \times 4 = 360$ . Y si en el cuadrado la suma de sus ángulos mide  $360^\circ$ , en los demás cuadriláteros tiene que medir lo mismo”. Este niño hace una “generalización intuitiva” a partir de un caso (el del triángulo), conjeturando que en cualquier polígono el número de lados determina la suma de sus ángulos. I objeta que “no tiene por qué darse” la igualdad en el caso de los cuadriláteros, por lo que no basta con medir el caso del cuadrado. No plantea más argumentos. No se sabe hasta qué punto percibe la generalización que hace el alumno.

Por otro lado, aunque manifiesta que el maestro necesita conocimiento *sobre* matemáticas, no parece contemplarlo como una herramienta que le puede permitir hacer frente a situaciones matemáticas que desconoce (como es el caso de una conjetura que nunca se haya planteado). Cree que para abordar una situación matemática en el aula, debes saber si es cierta o no (desde el punto de vista del conocimiento *de* contenido).

#### **IV.3.1.10. *Toma de conciencia de lo que hace, lo que quiere hacer, lo que sabe y ante lo que siente carencias***

En el desarrollo observado en I, nos parece fundamental no sólo los cambios que puedan apreciarse (respecto de todos los aspectos antes señalados), sino su toma de conciencia de sus cambios y de sus necesidades, en definitiva su conciencia de su propio desarrollo. Esta toma de conciencia puede entreeverse en nuestra descripción anterior de los aspectos señalados respecto de su desarrollo. Los agrupamos aquí, destacándolos.

Por un lado, en todas sus fichas se refleja su percepción clara de lo que hace y lo que no. Es consciente de los momentos en que ella interviene en mayor medida, cuándo han sido aportaciones de los alumnos las que han resuelto las situaciones planteadas y cuándo sus propias sugerencias han llevado a la resolución, cuándo el alumno es más o menos protagonista, qué papeles adoptan éstos y ella misma, qué tipo de ayudas proporciona... Comparando, además, estas descripciones con las sesiones observadas y grabadas en vídeo, es llamativa su conciencia de esta intervención. En la sesión correspondiente a V7 (en la unidad de *polígonos*), se refleja una sesión con un esquema más cercano a la explicación-aplicación que a la perspectiva de resolución de problemas (aunque con características de las sesiones desde esta perspectiva, como el planteamiento de pequeñas cuestiones problemáticas a los alumnos y el papel de las aportaciones de éstos). En su descripción de esta sesión en la ficha correspondiente (F19), I refleja este esquema, asociando, por ejemplo, al papel de los alumnos: *escuchan, realiza la actividad siguiendo el modelo (mide), aplica*; y al suyo: *explica, realiza la actividad a modo de modelo*. Por su parte, en otras sesiones más cercanas a la perspectiva de resolución de problemas, en el papel del alumno encontramos *comunica resultados, concluye, observa, reflexiona, aporta, deduce, justifica, expresa, critica, abstrae, corrige...*; y en su papel *ayuda, plantea, guía, sugiere, expone y recoge resultados, corrige, escucha, modera, dirige la puesta en común...*

Además, la intencionalidad de sus acciones también parece grande. Los objetivos y contenidos que señala en las fichas coinciden con los que parecen dirigir su acción y en qué se observa el énfasis en las sesiones. Su conocimiento de hasta qué punto son importantes para ella los objetivos y cómo dirigen su práctica es claro en algunas de sus



declaraciones (como en S14.7, reproducida en IV.3.1.5 *–la relación entre objetivos y contenidos–*).

También en sus declaraciones muestra esta toma de conciencia: *Hay situaciones en las que les apoyo en el acuerdo [a los alumnos] y en otras no. No en función del valor que le vea, sino de la impaciencia que tenga* [S12.12].

Por otro lado, además de en lo que se refiere a lo que hace en el aula y cómo interviene, se observa su toma de conciencia sobre sus necesidades para la enseñanza de la matemática. Como comentábamos en el apartado relativo a su conocimiento de contenido (IV.3.1.10), su percepción de esta necesidad se modifica, por su apreciación (también en aumento) de situaciones en las que su conocimiento de contenido limita su acción. En la discusión sobre su visión del desarrollo en relación con qué aspectos de su conocimiento profesional considera necesario abordar (IV.3.2.3), veremos con más detalle la profundidad de esta toma de conciencia. Ella misma explicita cómo se ha percatado de este cambio en su concepción sobre sus necesidades:

*eso me ha permitido darme cuenta de que no sé matemáticas, y de que yo necesito saber matemáticas. Eso me ha permitido por lo menos para darme cuenta de la falta que tengo, de la carencia que tengo, mientras que yo antes no me consideraba que yo necesitara saber más matemáticas para enseñarle a los niños.* [Parte de EN1.12]

Además, muchas de las cuestiones con las que I describe su desarrollo, se refieren a su concienciación de sus capacidades, un progreso metacognitivo que es valorado muy positivamente por la maestra. Es el caso de su apreciación de un “desarrollo progresivo de su conocimiento sobre su capacitación para modificar y mejorar aspectos de su actuación docente en lo relativo al área de matemáticas” [D5.30]. En su valoración de los beneficios que le ha reportado el seguimiento de su práctica a través del diario durante el curso 99/00 declara:

*Estoy muy satisfecha de ese trabajo. [...] eso me hace tomar conciencia de lo que tengo, de lo que manejo, de lo que yo creía que podía hacer y luego no sale... en ese sentido...* [EN2.18]

También ella misma percibe una mayor toma de conciencia de situaciones en las que no aprovecha lo que surge en el aula: *Eso también, lo veo, lo sigo viendo, que hay cosas que los chiquillos lanzan y que yo me siento incapaz de aprovecharlas, pero digamos que ahí soy más consciente, porque ahora me suceden más cosas de ese tipo que antes* [EN2.40].

En su visión de su desarrollo a posteriori (que abordaremos en IV.3.2), veremos la importancia que atribuye a esa componente metacognitiva en su propio desarrollo. Defiende, además, que la toma de conciencia sobre lo que hace y por qué lo que hace es buscada explícitamente. Huye de incorporar nada a su práctica “sin que pase por su filtro” [EN2.40].

Finalmente, sin querer repetirnos en exceso, basta comparar en los apartados considerados en este epígrafe IV.3.1 su percepción de su actuación y sus ideas (respecto de los distintos aspectos señalados) con nuestra observación de los mismos. Por un lado, nos ayuda a comprender mejor tanto su actuación como sus ideas y, por otro lado, refleja su “nivel metacognitivo”. Su diferenciación en el posicionamiento respecto de los indicadores CEAM al principio de su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y al final del curso 99/00, y sus justificaciones sobre ambos posicionamientos y sus diferencias son una buena muestra de ello.

#### **IV.3.2. Su visión del desarrollo**

La concepción de I del desarrollo profesional (cómo cree que se produce, qué le interesa en él respecto de su conocimiento profesional, qué lo motiva) y su satisfacción con su propio desarrollo (el que va percibiendo) nos han parecido dos elementos destacables para explicar su propio desarrollo, por un lado, y, por otro lado, por sí mismos, para comprender cuáles son las expectativas e ideas de los maestros (de esta maestra) respecto de su desarrollo.

Respecto de su motivación para implicarse en su desarrollo, le mueve sobre todo su insatisfacción con su actuación respecto de la enseñanza de la matemática, donde la finalidad última es la mejora del aprendizaje de sus alumnos (tanto matemático como lo

que de su formación a través de la enseñanza de la matemática pueda servirles en su formación integral). Las vías a través de las cuales concibe que se producirá ese desarrollo están ligadas a su práctica. Esa relación con la práctica y su visión interna del desarrollo (no procede de la adquisición de conocimiento externo) parecen sufrir una progresión en el periodo observado. El desarrollo del maestro debe estar relacionado con su práctica y su contexto, pero en un principio parece interesar sobre todo el cambio, la implementación de nuevas propuestas, mientras que en un segundo momento se pone más el énfasis en la reflexión sobre la práctica como medio de mejorarla.

También respecto de qué se considera necesario abordar en el desarrollo profesional (en cuanto al conocimiento profesional del maestro) se observa una progresión. En principio, parecen contemplarse el conocimiento de contenido del maestro y su conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática como cuestiones relativamente independientes. Lo que sentía necesitar, para su mejora profesional, era ampliar su conocimiento sobre cómo enseñar matemáticas. Con la reflexión-acción en relación con la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas, aumenta su toma de conciencia de sus necesidades de conocimiento de contenido y, sobre todo, su consideración de las consecuencias sobre sus decisiones y actuación relacionadas con la enseñanza de la matemática. Esto le lleva a modificar su consideración de qué elementos de su conocimiento profesional (y del maestro en general) ve necesario abordar para su desarrollo. Sin embargo, en lo que se refiere a la posibilidad real de abordar su ampliación de conocimiento de contenido como vía de su desarrollo, parece mantener sus reservas. Por otro lado, su visión de su desarrollo en lo que respecta a esa ampliación parece más externa que en lo que se refiere a otros aspectos de su mejora profesional.

Finalmente, en lo que se refiere a su percepción de su desarrollo, durante el periodo de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas va apreciando la mejora del aprendizaje de sus alumnos en distintos aspectos, así como su mejora profesional. Esto le llena de satisfacción y le anima a mantener ese proceso. A posteriori, además (durante el curso 01/02) comprueba cómo ambas mejoras (las suyas y las de sus alumnos) se han consolidado, se han hecho propias y tienen más trascendencia de lo que esperaba. Esto le produce aún más satisfacción.

En su visión de cómo se produce el desarrollo, diferenciamos su visión manifestada o inferida de sus declaraciones durante el periodo observado, y su visión a posteriori (en el curso 01/02) de cómo se ha producido su desarrollo. El interés de su visión de su proceso de desarrollo en conjunto (“en perspectiva”), nos ha llevado a detallarla en mayor medida en otro apartado diferenciado (IV.3.3), donde incluimos también nuestra interpretación de algunas explicaciones a su desarrollo.

En relación con su visión de su desarrollo en general (aparte de las cuestiones que hemos diferenciado en cada epígrafe de los que siguen), es de destacar cómo I concibe el desarrollo profesional del maestro como algo que forma parte de profesión, es su responsabilidad. Es muy importante que éste tenga la idea *de que no hay nada que esté acabado, nada que... sino que yo puedo seguir aprendiendo y puedo seguir teniendo más cosas* [EN1.4]. Repite constantemente su visión de que el aprendizaje del maestro dura toda su vida profesional, “nunca se acaba de aprender”. Su implicación en su desarrollo y su exigencia respecto de éste es, además, un síntoma de su profesionalidad (*yo empecé ya a oír esas cosas: que había técnicas para observar, que deberíamos exigírnos más profesionalmente* [EN2.5]).

#### IV.3.2.1. Motivación

En los inicios del periodo estudiado I manifiesta su deseo de cambiar su práctica en el aula de matemáticas porque no le satisface respecto de las dificultades que percibe en los alumnos. Espera que con el cambio de su metodología (que concibe relacionado con la resolución de problemas matemáticos), los alumnos mejoren como resolutores de problemas matemáticos y de problemas en general, así como que mejore su motivación hacia el aprendizaje de la materia<sup>9</sup>.

En las Jornadas [D5] describe su implicación en el proyecto de investigación colaborativa (de lo que interpretamos su motivación para su implicación en su propio

---

<sup>9</sup> Observamos algunos de los aspectos que hemos percibido en su desarrollo: el aprendizaje del alumno como referente de su reflexión sobre su práctica (en este caso, sobre su propia formación), la preocupación por la formación integral del alumno y la importancia que atribuye a la motivación del alumno para su aprendizaje.

desarrollo), reforzando las declaraciones anteriores. Añade que percibía necesidades formativas específicas de la enseñanza de la matemática (más que en otras materias) *a nivel de recursos, a nivel de didáctica, a nivel de conocimientos matemáticos* [D5.1]. Sus declaraciones en estos primeros momentos, sin embargo, no ponían de manifiesto su apreciación de esas necesidades respecto del contenido, o no al menos como uno de los aspectos en relación con los cuales percibe su desarrollo (como veremos en IV.3.2.3).

En numerosas ocasiones, se observa la relación de esta motivación con sus inquietudes previas. El cuestionamiento de su práctica respecto de la enseñanza de la matemática, su especial insatisfacción con ésta y la percepción de necesidades formativas al respecto, le han llevado desde hace mucho tiempo a buscar “nuevos modos de trabajo”, en lo que I calificará como un proceso de “experimentación en solitario” (en EN2). Esto le había acercado también a la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Estas inquietudes inciden tanto en su motivación inicial como en su propio desarrollo, como hemos visto en la descripción de su desarrollo (respecto de, por ejemplo, su concepción de la resolución de problemas y su tratamiento en el aula). Muchas de las constantes que hemos apreciado en sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática provienen de ese cuestionamiento previo. Tanto la propia I como otras compañeras del proyecto de investigación (compañeras de su colegio) constatan esta motivación previa, a la que dan mucha importancia en el desarrollo de I: *hombre yo ya sabía de ella que ella ya tenía otras actitudes [...] porque ya digo que yo soy profesora de apoyo y he entrado en muchas aulas, y te das cuentas de las motivaciones y las formas de trabajar que tienen los diferentes compañeros. Entonces yo creo que ella ya, de entrada, tenía unas actitudes, para trabajar de forma diferente, si se le quiere llamar resolución de problemas o como sea, para trabajar con otra filosofía de la enseñanza* [D5.52].

#### IV.3.2.2. Vías de desarrollo

Desde los inicios de nuestro estudio I muestra su concepción no externa del desarrollo: no viene de la adquisición de conocimiento externo. De este modo, ante la petición de parte de los maestros del grupo de investigación (a los formadores) de “soluciones” (qué

se haría en determinadas situaciones), no considera que lo que se necesite sea ese tipo de ayuda: *ahora no podemos entrar en “queremos hacer eso”. Estamos dando nuestras opiniones*” [S6.17].

“Lo que incorpores a tu práctica debe pasar por ti, de manera crítica. Tanto tu modelo metodológico como tu desarrollo debe ser algo personal, interiorizado”. En diversas ocasiones hace hincapié en esta necesidad de que “todo pase por tu filtro” (como dirá en la entrevista final, EN2). Lo atribuye a un cambio de actitud en su experiencia profesional. Antes, narra, “se tragaba” todo lo que contaban otras personas sobre su práctica, sobre otros modos de hacer en el aula. Intentaba, además, llevarlos a la práctica, y el resultado, desde su punto de vista, era un total fracaso. [...] *yo creo que yo eso era en parte porque yo no era crítica con esas personas, entonces a eso me refiero. Entonces yo tengo que ser crítica con mi forma de actuar y con mi forma de hacer, y también crítica con la forma de hacer de las demás* [EN1.20].

“En ese desarrollo el papel protagonista lo tienes tú. Puedes tener apoyo externo pero tú debes ser el que lo dirige y el que lo realiza”: *Ahora mismo nuestro desarrollo profesional debe ser de manera individual, aunque esté potenciado y respaldado por el trabajo del grupo. No sé si cuando diseñemos en común para ponerlo en práctica...* [S15.1]

“No puedes esperar respuestas hechas ni milagrosas, el único modo de hallar respuestas a los problemas que te planteas es una búsqueda constante”:

*V: No podemos llevarnos toda la vida probando, dando palos de ciego. Quiero encontrar la medicina, el toque.*

*I: Eso no existe, tendrás que seguir probando. // ... // Es más importante [en el maestro], más que otra cosa, la actitud de probar qué puede ser bueno para cada niño.* [S8.2]

“Más importante que cuál sea tu modelo metodológico (más o menos cercano al investigativo) es que *tengas claro lo que quieres conseguir*” [S8.5]. “Lo importante es saber para qué, qué quieres enseñar”. Destaca constantemente la importancia de esa componente metacognitiva: saber “a dónde vas”, reflexionar sobre los porqués, no ir sin rumbo. Estas declaraciones [S8.5], además, corresponden a su valoración de lo que

supone el perfil CEAM que sobre cada maestra se consensúa en el proyecto de investigación. Viene a decir que esa evaluación externa, cuál sea su resultado, no interesa en sí, lo que interesa es tu propia valoración, en función de lo que tú pretendes. En su propia evaluación de su desarrollo veremos cómo no necesita de valoraciones externas para estar segura de ello. Usa como criterios su propia apreciación de los resultados sobre el aprendizaje de los alumnos y sobre su propio aprendizaje. Su aumento de esa conciencia de lo que quiere y hace, y la mayor coherencia entre ambos aspectos son otros de los criterios con los que mide su desarrollo. En este sentido, sigue mostrando esa visión interna del desarrollo. Por otro lado, en sus declaraciones sobre lo que pretende (cuáles son sus fines en la enseñanza de la matemática) y las diferencias con lo que hacen sus compañeros, muestra no sólo su seguridad sobre lo que hace y piensa, sino también su convencimiento de que no le interesa ni la valoración que puedan hacer de los resultados de su trabajo estos compañeros que no conocen ni coinciden en sus fines, ni su colaboración con ellos.

Todas las declaraciones anteriores corresponden a distintos momentos del curso 99/00, una vez iniciado el proceso de reflexión-acción de I. En su descripción en las Jornadas [D5] sobre los comienzos del proyecto de investigación colaborativa, muestra su visión anterior de cómo abordar su desarrollo. Se refiere a sus expectativas iniciales de cómo se produciría (antes de iniciar su proceso de reflexión-acción): pensaba que se basaría principalmente en llevar a la práctica algo diferente, con el asesoramiento de los formadores (asesoramiento que consideraba necesario por sus carencias respecto de la enseñanza de la matemática, sobre todo en lo que se refería al propio contenido matemático). Declara que buscaba *usar, trabajar en algo que pudiera servir directamente para aplicarlo, algo que pudiera servir como un sustitutivo del trabajo que teníamos que realizar cada día* [de D5.8]. Asocia estas expectativas con lo que hasta el momento había sido su trabajo para ese desarrollo (con el referente principal de su participación en un grupo de trabajo de lengua, en el que maestros del mismo centro llevaban a la práctica otro método para potenciar la lectura comprensiva de los alumnos): estaban *acostumbradas a practicar pero no a investigar, o quizás a la innovación pero no a la investigación* [D5]. Frente a esto, con el trabajo que se estaba desarrollando en el proyecto (una vez iniciado), declara haberse dado cuenta de que *la influencia era sobre todo referida al análisis y la reflexión, que desde el principio*

*trabajar de esta manera nos hizo analizar y reflexionar sobre nuestra propia práctica, lo cual nos estaba ayudando mucho, pero nosotros no lo sabíamos, claro, nosotros eso es algo que hemos ido evaluando después [D5.8].* Parece, por estas declaraciones, que su visión inicial (antes de y en los principios de su proceso de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y reflexión sobre ella) del desarrollo era más externa de la que lo ha sido después (con el discurrir de este proceso). Si bien no esperaba algo dado desde fuera (por otros), tipo “curso”, ni que no implicara al propio maestro y su contexto (de lo que a continuación hablaremos), sí parecía que se esperaba algo más cercano a la innovación, donde el énfasis estaba puesto más en lo nuevo que en el análisis de la propia práctica, como situación de partida.

Lo que parece claro desde un primer momento es su convencimiento de que el desarrollo del maestro debe estar directamente relacionado con su práctica. En todas sus declaraciones sobre los cursos como elemento de formación del maestro, objeta que “no te implican ni a ti ni a tu práctica”. La práctica parece ser contemplada no sólo como el fin del desarrollo sino también como vía de desarrollo. Esto es, las vías de desarrollo deben estar relacionadas con tu práctica y con su contexto. A este respecto, en relación con lo antes comentado sobre el énfasis inicial más en la innovación que en la reflexión sobre la práctica, la consideración de esa relación con la práctica parece haber sufrido también una reconsideración en el periodo estudiado. En principio se concibe una relación más directa (“para la práctica y en el contexto de la práctica”, relacionado con la innovación), mientras que en un segundo momento va pasando a concebirse más como “a través de la práctica” (relacionado con la práctica reflexiva y la sistematización de la reflexión sobre la práctica). Las siguientes declaraciones ilustran esta última perspectiva: *la mejor forma de desarrollo profesional es la que realicemos a partir de nuestras propias prácticas [D5.35]; “para que se produzca desarrollo debes implicarte tú y tu práctica, de modo que en ese mismo trabajo, en el desarrollo de esa misma actividad evoluciona tu propio trabajo, que es lo que tú quieres” [EN2.8].*

Las necesidades formativas que percibe al inicio de este periodo también explican esa obligatoriedad de que el desarrollo pase por su práctica. En su caso, como declarará en EN2 y reflejaremos en IV.3.3.1, sentía la necesidad de poner en práctica lo que mantenía de ideas, por un lado, y, por otro lado, introducir cambios en su práctica y evaluarlos de manera más sistemática de como lo estaba haciendo hasta el momento



(por “ensayo-error”, como lo denominará). Esto hace que no conciba un proceso de desarrollo (su implicación en él, su motivación para ello) sin la intervención sobre la práctica [D5.51].

Esta visión interna del desarrollo (con los distintos gradientes que hemos diferenciado) contrasta con su visión respecto de su formación matemática. Respecto de sus necesidades de conocimiento de contenido refleja una visión más externa de ese desarrollo. Para ampliar su conocimiento de contenido lo que necesita es adquirir más conocimiento, que parece esperar que venga dado de fuera. No concibe aquí el análisis de las propias situaciones del aula (antes y después de la práctica) desde el punto de vista del contenido matemático, como vía de ampliación. Parece concebir que si el maestro tiene conocimiento de contenido suficiente, no necesita hacer un análisis de lo que propone desde el punto de vista del contenido, basta con que haga el análisis desde el punto de vista del aprendizaje y cómo enseñar. En su error sobre la relación entre los números decimales y las fracciones, por ejemplo, no atribuye parte del problema a no haber hecho un análisis de la situación desde el punto de vista del contenido (de hecho, ella sabía aunque no lo tenía consciente que hay fracciones cuya división produce números decimales, como  $\frac{1}{2}$ ). Cree que el problema se encuentra exclusivamente en su falta de conocimiento de contenido [EN1.17]. En este sentido, se observa lo mismo que comentábamos sobre su visión del conocimiento *sobre* matemáticas (en IV.3.1.9). Veámos en ese caso cómo para saber si es cierta o no una conjetura de un alumno (y para abordarla en el aula), declara necesitar conocerla de entrada (desde el punto de vista del conocimiento *de* matemáticas). No problematiza el propio conocimiento de contenido. Si se tuviera ese conocimiento suficiente, parece pensar, no se cometerían estos errores y se sabría la veracidad de lo que surge desde el punto de vista del contenido, “directamente”. Nos parece comprensible esa falta de problematización del contenido matemático (del maestro y del que surge en el aula). Para problematizar algo hace falta tener cierta seguridad en su conocimiento, lo que te permite afrontar esa problematización con un mínimo de garantías y lo que te asegura cierta rentabilidad. Si pensamos en las tres componentes a las que se refiere Kilpatrick (1985) y que la propia I en S8.7 adapta a las necesidades del maestro respecto de su aprendizaje (conocimiento

del contenido, estrategias y un sistema de control, la reflexión), su mejora, por mucha reflexión que se haga, no puede hacerse sin la base de las dos componentes anteriores.

Lo que siente necesitar para su desarrollo (respecto de sus carencias de conocimiento de contenido) es adquirir ese conocimiento, “justo lo que necesita”. Parece pedir algo más externo que respecto de otras componentes de su conocimiento profesional. Esto coincide con lo que se aprecia en las discusiones sobre situaciones de su práctica relacionadas con su conocimiento de contenido, en las que no adopta una actitud de indagación sobre ese conocimiento sino que parece demandar que se le aporte la información correspondiente. Le interesa más saber si lo que se plantea es cierto o no que el análisis de la situación. Se aprecia, por ejemplo, en algunas de las situaciones que hemos reflejado en IV.3.1.9, tanto respecto de la unidad de *fracciones* como de la de *polígonos* (por ejemplo, las reflejadas en S12.1, S12.9, S18.1). Coincide, además, con lo que comentaremos en el siguiente apartado sobre su percepción respecto de sus necesidades de conocimiento de contenido y sus implicaciones, y su aparente disposición a abordar “de hecho” la ampliación de éste.

En sus declaraciones en las sesiones del proyecto de investigación, por otro lado, muestra también sus expectativas respecto de los beneficios de que otros compañeros critiquen su práctica, de compartir con otros ideas y opiniones; las ventajas de tener el apoyo de otros frente a un proceso de desarrollo en solitario y los compromisos que eso te hace adquirir:

*La única manera de reflexionar es así [en un grupo como éste]. Cuando tú estás sola, no, aunque quieras no tienes los medios, sólo tienes las ganas. No tienes el compromiso. Si tú no hubieras estado grabando, me hubiera relajado más en la marcha del trabajo. Esto no significa que hubiera cambiado el tipo de trabajo [pero sí que le hubiera dedicado menos esfuerzo a su preparación] [S17.8].*

### *Problematización de la práctica*

Desde sus primeras declaraciones durante los inicios de su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas (bloque 1 de información) refleja su convencimiento de las bondades de la reflexión-acción como vía de desarrollo. “La reflexión sobre la práctica provoca el replanteamiento de la propia práctica y la ficha del diario es un buen elemento para esa reflexión”: *a partir de la ficha reflexiono e intento mejorar* [S4.2]; *cuando reflexionas sobre tu quehacer te das cuenta de la diferencia entre lo que se hace y las ideas que se tienen* [S7.16].

Tanto su implicación en la elaboración de las fichas del diario como sus declaraciones durante ese proceso y a posteriori reflejan sus expectativas y satisfacción con la reflexión sobre la práctica como vía de desarrollo. La sistematización con que realiza estas fichas (relacionando, por ejemplo, desde un primer momento, las dificultades que detecta con las propuestas que sugiere para su mejora) y cómo hace uso de los instrumentos que tiene a su alcance para sacarle más partido, son muestras de la riqueza que otorga a esa reflexión. Se aprecia cómo es un interés propio y firme el que le lleva a la realización de las fichas. De este modo, se observa cómo incorpora a éstas su reflexión sobre los papeles del alumno y la maestra, antes de que la valoración de dichos papeles hubiera sido puesta en común en el proyecto de investigación. Todas las declaraciones sobre su uso de las fichas lo constatan.

En la entrevista final, expone cómo considera que para realizar un proceso continuado de reflexión sobre tu práctica (como el que ella llevó a cabo durante el curso 99/00 con el uso de las fichas de los diarios) debes estar convencido de su rentabilidad. Tus expectativas deben ser claras, como reconoce en su caso, para que las dificultades que te supone hacer ese seguimiento, sobre todo en un primer momento, no te hagan abandonarlo. De este modo, refleja su propio convencimiento desde un primer momento de que la reflexión sobre la práctica era fuente de aprendizaje:

*A mí me parece que ese instrumento es bueno para cualquiera, para cualquiera que tenga esa esperanza, que crea en eso, que crea, que crea que eso le puede servir. Y que confíe, [...] ¿Cómo eres tu capaz de tener esa paciencia? Pues yo supongo que en parte está muy relacionada con esas expectativas ¿no? Si tú ves algo y tú dices: "me parece que eso es lo que yo estaba rondando".* [EN2.23]

La práctica se considera fuente de aprendizaje, pero no es un aprendizaje “automático”, por la propia experiencia: *lo que tú has aprendido en la facultad no es más que un inicio de lo que te queda todavía por aprender, y que luego va a venir a través de una experiencia. Pero, claro, dependerá mucho de cómo tú vivas esa experiencia, que evidentemente, tienes que vivir, porque un año y otro año vas a trabajar, pero dependerá mucho cómo tu vivas esa experiencia de trabajar como docente, pues tu proceso será de una manera o de otra.* [D5.54].

### *Relación teoría-práctica*

El interés que muestra I por las discusiones sobre distintos documentos teóricos que se trabajan en el proyecto de investigación colaborativa, su profundización en las lecturas y las discusiones, en las que muestra cómo los analiza comparándolos con su práctica, reflejan que les encuentra sentido para su mejora profesional. Es ella la que inicia la mayoría de las discusiones sobre los documentos y pide que se discutan determinados elementos de éstos (por ejemplo, ya en S7, quiere que se discuta la finalidad que cada uno atribuye a la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, al hilo de lo que sobre estas finalidades comenta el documento de Carrillo, 1998<sup>10</sup>). Su reflexión sobre su propio proceso de desarrollo a través del contenido de estos documentos se refleja en la siguiente adaptación de una de las citas de Carrillo (1998):

*Nuestro problema ahora es cómo enseñar resolución de problemas (adaptándonos también la cita de Kilpatrick, p. 99<sup>11</sup>): 1. Contenidos sobre resolución de problemas (estamos en ello); 2. Estrategias del profesor para la enseñanza de resolución de problemas (aquí tenemos grandes carencias); y 3. Reflexión.*

---

<sup>10</sup> Se trata del capítulo III (*Resolución de problemas*) de Carrillo (1998).

<sup>11</sup> Según Kilpatrick (1985), la resolución de problemas complejos requiere: “(1) un rico compendio organizado de conocimientos acerca del contenido, (2) un conjunto de procedimientos para representar y transformar el problema, y (3) un sistema de control para guiar la selección de conocimientos y procedimientos” (p. 7, 8). (Carrillo, 1998, p.99) (Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem-solving. En Silver, E.A. (Ed.) *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates).

Trasvasa la cita, referida a la resolución de problemas, al desarrollo del profesor respecto de la resolución de problemas (o la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, a lo que parece referirse). Parece además, que reconoce la necesidad de un conocimiento teórico por parte del profesor sobre la resolución de problemas, para poder fundamentar su acción, de los que la discusión sobre este mismo documento es un ejemplo (*estamos en ello*). Su discusión en S9 sobre los heurísticos de este documento que le parecen apropiados para Primaria es otro ejemplo claro de su actitud hacia estas aportaciones. Analiza uno a uno, buscando ejemplos de su práctica relacionados con éstos y valorando sus límites en Primaria. En algún momento declara que estos documentos le sirven para organizar sus ideas.

En sus declaraciones en las Jornadas sobre su actitud inicial hacia la necesidad de una fundamentación teórica, expone no verla demasiado justificada (al hilo de la visión inicial de la relación con la práctica, antes comentada): *teníamos una valoración diferente de la necesidad de conocer, o de reflexionar y de analizar o de discutir (tanto en grupo como individualmente) sobre ciertos documentos. Porque teníamos también distintos puntos de vista sobre... nosotras teníamos la necesidad de inmediatamente poner en práctica cosas...* [D5.4].

En la entrevista final, por otra parte, no reconoce influencia concreta de estos documentos sobre su práctica y reflexión sobre ella, ni siquiera de algunos con los que hemos ejemplificado sobre su análisis de los mismos. Sirven, piensa, en cuanto a las ideas generales que movilizan y, sobre todo, en la medida en que enlazaban con planteamientos suyos anteriores [EN2.39, EN2.40]. No es muy claro en estos momentos cuál es su consideración de la necesidad y repercusión de esta fundamentación.

En suma, es algo confuso para nosotros cuáles son los límites por los que I considera, a lo largo del periodo estudiado, que algo es útil para su formación porque sirve o está relacionado con la práctica. En ocasiones parece desechar lo que no considera de repercusión directa sobre la práctica (por ejemplo, respecto de las cuestiones más relacionadas con el conocimiento de contenido), mientras que en otras ocasiones muestra su interés por discusiones sobre documentos que, en principio, podrían ser vistos como teóricos, no directamente trasladables a la práctica (como algunos de los comentados). Parece que la necesidad del carácter práctico de la formación limita en

algún sentido, de modo que lo que “se extralimita” de la práctica es considerado negativo (no útil, no justificado), aunque no siempre.

#### ***IV.3.2.3. Aspectos de su conocimiento profesional sobre los que considera necesario incidir***

Sus concepciones respecto de qué conocimiento profesional se requiere para la enseñanza de la matemática en Primaria, cuáles son sus necesidades respecto de éste (en relación con el que se requiere y con su percepción de sus carencias) y qué aspectos contempla en sus imágenes sobre su desarrollo parecen modificarse a lo largo del periodo estudiado. El principal detonante de estos cambios es su percepción del conocimiento de contenido que se requiere para trabajar desde la perspectiva de resolución de problemas (como describíamos en el apartado sobre su desarrollo en relación con su *conocimiento de contenido*, IV.3.1.9). Esto le lleva a establecer relaciones entre el conocimiento de contenido matemático del maestro y su conocimiento y actuación respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la materia. Su cambio de valoración respecto de sus necesidades de conocimiento de contenido matemático y las repercusiones sobre su enseñanza de estas carencias, modifican su consideración de qué aspectos considerar en su desarrollo, si bien, como veremos, no parece que modifique su “imagen realista” (lo que considera viable) de su desarrollo próximo.

En sus declaraciones en los inicios del curso 99/00 (en el bloque 1) manifiesta sus prioridades respecto de sus necesidades para la enseñanza de la matemática y lo que cree necesario abordar para su desarrollo. En estas prioridades se encuentra su conocimiento sobre la enseñanza de la matemática, para saber cómo trabajar en el aula, y un cambio de concepciones sobre este trabajo (lo denomina un “cambio actitudinal”). El conocimiento de contenido no parece ser sentido como una necesidad “fuerte”, ni considerarse su ampliación como vía de desarrollo. Las siguientes declaraciones (en lo que se refieren a la resolución de problemas) explicitan esta visión:

*No nos interesa formarnos como resolutores de problemas matemáticos. Lo que me interesa es cómo trabajar la resolución de problemas en el aula. En el*

*aula de Primaria hay pocas estrategias, son muy sencillitas, y no quiero hacer resolución de problemas. No, dejadme de resolución de problemas. Quiero que mi actitud cambie para que yo sea capaz de sacarle a los niños lo máximo posible en resolución de problemas. [S3.11]*

Parece mantener que “el maestro de Primaria no necesita mucha formación matemática porque el contenido de esta etapa es muy básico”.

Como recogíamos en IV.3.1.9 (*Conocimiento de Contenido*), a lo largo del periodo estudiado percibe progresivamente la incidencia de sus carencias (en cuanto al conocimiento de contenido matemático) en su actuación en la enseñanza de las matemáticas, otorgándole cada vez más importancia.

En un principio parece diferenciar claramente el conocimiento de contenido matemático del conocimiento sobre la enseñanza de la matemática, interesándole sobre todo el segundo. Para el segundo, no necesitaba el primero. El conocimiento del contenido por parte del maestro parecía asociarse al abordaje de los propios contenidos escolares en sí, no tanto a otras cuestiones relativas a decisiones sobre su enseñanza y aprendizaje. Posteriormente, los considera cada vez más relacionados, de modo que el primero incide en muchos aspectos de la actuación del maestro respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. En la entrevista sobre el conocimiento profesional que considera debe tener un maestro para la enseñanza de la matemática [EN1], una lista de aspectos sobre los que observa esta incidencia jalonan su intervención. A posteriori añade otros (en su intervención en las Jornadas, D5):

- Se necesita conocimiento de contenido para saber el *para qué* de éstos desde el punto de vista de la estructura de la materia y de los contenidos escolares en su conjunto: *enseñar y poner en situación de enseñar sabiendo claramente hacia dónde han de tender los contenidos de etapa contextualizados en la totalidad del curriculum de matemáticas, al menos hasta secundaria* [Característica 13 de la prueba CPD]. No se refiere, aclara en EN1.11, al conocimiento sobre el currículo matemático de Primaria, sino al conocimiento matemático del maestro que le permita captar la estructura de ese currículo y las relaciones entre los contenidos. Esto permite enseñar

con sentido (donde este sentido, como vimos en sus concepciones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, IV.3.1.5, no es sólo desde el punto de vista utilitario sino también más conceptual; para este sentido conceptual, el maestro necesita tener conocimiento de contenido).

- Se necesita conocimiento de contenido para poder saber cuáles son los preconceptos matemáticos que es adecuado trabajar (conceptos no propios de la etapa pero que se pueden trabajar de manera incipiente para facilitar aprendizajes posteriores) [EN1.12].
- Se necesita conocimiento de contenido para enseñar con significado (desde el punto de vista conceptual), no de manera mecánica [EN1.11].
- Se necesita conocimiento de contenido para poder trabajarlo de manera relacionada, sacándoles más partido [EN1.13].
- El conocimiento de contenido matemático permite *poder usar el libro de texto de forma crítica, poder aprovechar mejor las actividades propuestas* [EN1.12, EN1.13, D5.15]. Percibe que en su caso, en lo que se refiere al análisis de los contenidos matemáticos, está forzada (por sus carencias de conocimiento de contenido) a “entregarse al libro”, *porque supongo que las personas que han hecho ese libro saben más matemáticas que yo* [EN1.17].

Incluso considera que el maestro necesita un conocimiento de contenido más profundo por el propio contenido matemático que se trabaja en el aula (no en relación a otras decisiones sobre su enseñanza):

- Para no inducir a errores en los alumnos por su inseguridad o sus propios errores (como en su caso con la relación entre fracciones y decimales): *ahí estaría un ejemplo, de algo, de un concepto que no está bien entendido, que no está bien aclarado, que más o menos*



*está hecho, más o menos, pero como mi falta de conocimiento en matemáticas no me permite, pues los he orientado mal, entonces, ahí hay algo, no sé si viciado... en cualquier caso, mal enseñado, porque ahora a ese chiquillo, ¿quién le quitas tú ahora de la cabeza eso? [EN1.17].*

- Para poder profundizar en algunos contenidos si los alumnos lo requieren [D5.15].
- Para “no conformarse justamente con lo que viene en el libro” (desde el punto de vista del contenido que se trabaja y su profundización en él) [D5.33].
- Para poder aprovechar mejor las situaciones que surgen en el aula: *cuando se trabaja con los niños no sólo hay que enseñarles lo que viene en el libro sino que tú tienes que tener una idea más amplia, tienes que saber más para aprovechar todas estas situaciones que surgen en los ejercicios, en las actividades de los niños, para ir metiendo estos preconceptos quizás [...] [D5.26].*

Estas consecuencias del conocimiento de contenido del maestro sobre otros aspectos de su conocimiento profesional y sobre su actuación, son percibidos por ella como necesidades que está vislumbrando en su práctica. Considera que se necesita más conocimiento de contenido para abordar la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas (*al yo querer poner en práctica eso, o esa forma de trabajar, pues me doy cuenta, mientras que antes yo no me daba cuenta, ahora sí que me doy cuenta de mis carencias, respecto al conocimiento de matemáticas [EN1.12]*). Antes no pensaba que necesitara tanto ese conocimiento. Está percibiendo, sobre todo, las repercusiones de sus carencias de conocimiento de contenido sobre la enseñanza de la matemática y el aprendizaje de los alumnos.

Defiende que el maestro necesita más conocimiento de contenido del que suele tener, más que el propio de la etapa, aunque no se siente capaz de precisar cuáles son los límites de ese conocimiento. Se observa en ese sentido cómo ha ampliado el cerco del

conocimiento de contenido matemático que considera debe poseer el maestro alrededor del propio contenido escolar:

*Yo creo que el maestro tiene que saber más que lo que enseña, lo que no sé es cuánto más, [...] Yo te he puesto lo de la Secundaria pero por ponerte algo, es una forma de decir que con las matemáticas que yo sé ahora mismo, yo no tengo bastante [EN1.14].*

*no podemos enseñar aquello que no conocemos, a lo que no nos hemos enfrentado o que no hemos profundizado. No podemos pretender enseñar a los niños algo sobre lo que nosotros no hemos profundizado, o simplemente conformarnos con justamente lo que viene en el libro... [D5.33]*

En su descripción en EN1 de lo que necesita un maestro para la enseñanza de la matemática, considera prioritario su disposición a aprender, más que la propia formación matemática, puesto que posibilita el aprendizaje continuo. Además, la formación del maestro respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (de *didáctica de la matemática*, según sus palabras) es más importante que su formación matemática (si es que no van parejas, como sería ideal). Manifiesta en estos momentos cierta desconfianza hacia el profesor bien formado en cuanto a contenido, porque considera que descuida su formación en otros aspectos [EN1.5]. Al final del curso puntualiza esas declaraciones (respecto de la prioridad en lo que necesita el maestro); reflejan su interés, no lo que considera más necesario [S17.4]:

*Para optimizar ese conocimiento didáctico tienes que tener también un conocimiento matemático. Para mí es más importante el conocimiento didáctico, es mi interés, mi interés no es la matemática sino la enseñanza de la matemática. El uno delante y otro detrás es en mi interés, no en la necesidad. En la necesidad no puede elegirse, deben ir los dos [S17.4]*

En S16, declara sentir más carencias de conocimiento de contenido geométrico que de cómo enseñarlo: *creo que debo aprender más de matemáticas que de cómo enseñarlo. Lo segundo me preocupa menos porque tengo más herramientas...* [S16.5].

A pesar de la percepción de estas limitaciones, no incorpora el abordaje de su conocimiento de contenido en su desarrollo profesional próximo. Desde una perspectiva

“realista” de su desarrollo profesional (a medio plazo), no contempla su ampliación de conocimiento de contenido: no es lo único que hay que enseñar, no tiene interés por ello, no tiene tiempo. Sus declaraciones al respecto en S17 son bastante tajantes:

*I: [...] [referido en principio a la adquisición de conocimiento sobre matemáticas] Además, porque yo no tengo ninguna curiosidad. Mi única curiosidad es enseñar mejor a los niños de lo que me enseñaron a mí, pero me he encontrado en el camino mi falta de conocimiento de matemáticas. Si no tengo tiempo, ¿cómo lo voy a sacar de donde no tengo? Si me gustara, a lo mejor le sacaría tiempo. No tengo experiencia como estudiante de haber hecho eso.*

*P: El siguiente proyecto de investigación sería sobre resolución de problemas para maestros.*

*I: No sé si lo haría.*

*P: ¿No ves la necesidad de enfrentarte a problemas para llevar la resolución de problemas al aula?*

*I: Sí, pero voy a optar por lo que sea antes de entrar ahí. De momento me encuentro satisfecha con lo que voy consiguiendo. Veo la necesidad y que sería mejor si yo lo hiciera pero como me resulta tan difícil, de momento acepto esas limitaciones. Ahora no puedo realizar ese esfuerzo. [...]*

*P: No es estudiar, coger un libro de matemáticas y estudiárselo.*

*I: No, es lo que tú dices, llegar a casa y ponerme con lo que ha surgido en clase. Sé que es bueno para la enseñanza, pero repercute de rebote, no tan directamente como, por ejemplo, el hacer los diarios. Hoy por hoy no lo hago, no sé en un futuro. [S17.2]*

*ahora mismo no tengo interés en aprender matemáticas. Distinto es que me desengañe y llegue a pensar: “es que no puedo enseñar como yo quiero sin aprender [matemáticas]”. ¡Si sólo tuviera que hacer matemáticas! [S17.8]*

Parece seguir viendo una repercusión más indirecta (sobre la mejora de la enseñanza) en la profundización en el conocimiento de contenido, que en la reflexión sobre la

enseñanza y el aprendizaje de la materia. La profundización desde el punto de vista matemático en las situaciones que surgen en el aula, a posteriori, como vía de ampliación de su propio conocimiento de contenido, tampoco la contempla como algo que vea posible incorporar a su práctica. Es claro, por otro lado, cómo mantiene la resistencia a abordar la resolución de problemas matemáticos con ella como resolutora y el conocimiento de contenido directamente.

Se aprecia como si percibiera un obstáculo insalvable (desde un punto de vista realista) en sus necesidades de conocimiento de contenido, contrastando lo que percibe necesario con lo que considera posible, real (respecto de su desarrollo). En D5 refleja esa percepción de obstáculo insalvable respecto del conocimiento de contenido (en sus declaraciones sobre su imposibilidad de abordar por sí misma la estructura de los contenidos matemáticos y, de ahí, el diseño de unidades didácticas cuestionando esta estructura, recogidas en IV.3.1.4): *Hasta ahí voy a llegar, más no voy a llegar, porque eso, yo necesitaría eternamente esa persona que me asesorara en ese conocimiento que yo no dispongo* [D5.39].

Contempla su desarrollo a través de otras vías más satisfactorias por cuestiones de tiempo, esfuerzo, resultados, posibilidades reales (otras materias, otros intereses...). Coincide con lo que hemos descrito respecto del interés que mostraba en la discusión de aspectos del conocimiento de contenido que surgían a partir de su actuación en el aula, esa dualidad a la que nos referíamos en IV.3.1.9 entre lo que considera necesario y lo que parece no interesarle de hecho.

#### **IV.3.2.4. Su percepción de su desarrollo y su satisfacción con él**

En los distintos apartados diferenciados en la descripción de los *aspectos que definen su desarrollo* (IV.3.1), hemos integrado su percepción sobre su desarrollo respecto de éstos. De este modo, pensamos que se ha evidenciado la conciencia progresiva de I de su propio desarrollo y su satisfacción con él. No obstante, nos gustaría sintetizar aquí sus principales percepciones y cómo su satisfacción con su desarrollo parece mantener en gran medida su proceso.

Su valoración de su desarrollo se mide siempre por dos parámetros: su aprendizaje y el de sus alumnos. En ambas variables va observando mejoras en el periodo observado (y a posteriori las constata).

Respecto de su aprendizaje, como señalábamos en IV.3.1, percibe que ha mejorado su actuación respecto de sus ideas (se adecua más a éstas); su capacitación para tomar más decisiones fundamentadas respecto de la enseñanza y el aprendizaje de la materia; sus concepciones respecto de qué enseñar; su visión de la finalidad de la matemática y su contribución a la formación global del alumno; y su flexibilidad en su actuación en el aula (el aprovechamiento de las ideas de los alumnos). En EN2 constata cómo ha seguido apreciando su desarrollo en esos términos. En estos momentos (curso 01/02) se siente satisfecha con su práctica “porque está segura de lo que hace” [EN2.2].

Respecto del aprendizaje de sus alumnos ha apreciado cómo han desarrollado capacidades y actitudes, respecto de la matemática, del propio proceso de aprendizaje y de su formación en general. Entre ellos destaca su actitud crítica, su autonomía, su propia capacidad para trabajar en grupo y sacar partido de las ideas que en éste se movilizan, su capacidad para argumentar, para expresar, para reflexionar y su propia capacidad para intervenir en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En D5 hace una síntesis del desarrollo percibido en sus alumnos.

Esta apreciación de su mejora profesional y de la mejora en el aprendizaje de sus alumnos va siendo progresiva. Desde los primeros momentos percibe mejoras en algunos aspectos, como la motivación de sus alumnos. Estas apreciaciones parecen animarle en su proceso de cambio y reflexión sobre su práctica. En muchas declaraciones durante el curso 99/00 narra con entusiasmo lo que ocurre en el aula, las cosas que surgen, las capacidades que va observando en sus alumnos y cómo se siente más crítica y capaz de percibir cosas que antes se le escapaban.

En su valoración durante el curso 01/02 de lo que se ha consolidado respecto del desarrollo que había observado antes tanto en ella como en sus alumnos, está comprobando con satisfacción

*cómo algunas cosas las tengo ya adquiridas como propias, como que ya son mías ¿no? [...] Soy capaz de extenderlo a otras áreas, que no es sólo*

*matemáticas. Después yo pensaba que no iba a ser capaz de pasar de la geometría, y, sin embargo, estoy viendo que en otras actividades que estoy haciendo, con números, con... veo que también soy capaz de hacer, pequeñas cosas, pero bueno, que sirve. Estoy comprobando también ahora lo que los niños, sin trabajar de esa manera tan sistemática, a ver también lo que están dando de sí, y estoy comprobando también muchas cosas, también respecto de los niños, que tienen también ellos ya como asentado... cosas adquiridas. O sea, igual que lo estoy viendo en mí lo estoy viendo también en los niños. [EN2.25]*

Estas declaraciones en EN2 contrastan con las que hacía al final del curso 99/0 donde percibía una repercusión limitada de su desarrollo sobre su práctica futura. Parece que consideraba una mayor restricción del trabajo realizado a las unidades temáticas sobre las que había trabajado. *Te cambian a otra clase y tienes que empezar otra vez [S17.6].* Su satisfacción con los resultados de su trabajo sobre su desarrollo y el de sus alumnos y su percepción del calado de ese desarrollo va aumentando a posteriori. Desde el principio percibe mejoras que le animan en su proceso pero su satisfacción parece aún mayor a posteriori. De algún modo se sorprende de las repercusiones a largo plazo de ese desarrollo.

#### **IV.3.3. Algunas explicaciones sobre cómo y por qué se produce ese desarrollo**

Consideramos que en la descripción en IV.3.1 de los aspectos en los que se observa el desarrollo de I se reflejan algunas explicaciones del *cómo* y el *por qué* del mismo. Otros datos obtenidos durante el seguimiento del proceso de desarrollo de I nos ofrecen más pistas sobre esas cuestiones.

Por otro lado, en sus declaraciones en las Jornadas [D5] y, sobre todo, en la entrevista final [EN2], I interpreta su desarrollo en su conjunto, dando su visión de lo que, por ejemplo, ha supuesto en éste su proceso de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y reflexión sobre ella, y su apoyo en el proyecto de investigación colaborativa.

Si bien nuestro estudio ha estado enfocado más en los términos en que se observaba el desarrollo que en el seguimiento de cómo se producía (incorporando la incidencia del proyecto de investigación en éste), nos gustaría en este apartado aportar nuestra interpretación de algunas cuestiones relacionadas con ese *cómo*, así como la interpretación de la propia I.

Las principales explicaciones que hemos encontrado del por qué de ese desarrollo se pueden agrupar alrededor de tres factores: sus expectativas y posicionamiento anterior (respecto de su propio desarrollo), su proceso de reflexión-acción, y su apoyo en el grupo de investigación. No reflejamos aquí algunas otras explicaciones que creemos han sido explicitadas en mayor medida en los apartados anteriores (como sus concepciones previas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, señaladas en IV.3.1.4).

#### **IV.3.3.1. Punto de partida: visión inicial y expectativas hacia su desarrollo**

La descripción de I sobre cómo ha sido su desarrollo profesional antes del periodo estudiado, cómo enfocaba su profesión (respecto de la enseñanza de la matemática) y qué necesidades percibía, ofrecen luz para comprender por qué se implica en su reflexión-acción y por qué se ha producido su desarrollo en los términos observados.

Desde un principio declara haberse sentido muy responsable hacia su profesión, lo que le ha llevado a sentirse muy mal durante sus inicios por su desconocimiento de cómo actuar. Quería soluciones de las que no disponía. A partir de un momento deja de querer soluciones dadas para considerar que su trabajo es buscar, para encontrar soluciones provisionales [EN3.2, EN3.14]. Se cuestiona qué quiere, qué busca, para qué enseñar... La respuesta a estas cuestiones parece ser para ella fundamental, para no sentirse perdida: *desde luego mal... muchos años, sí... hasta que ya, bueno, yo que sé... pude saber qué era lo que yo buscaba, lo que yo quería* [EN2.2]. Estas cuestiones las tiene bastante pensadas antes del inicio de este periodo (muchas de las respuestas están dadas parcialmente en las constantes que hemos señalado respecto de sus concepciones). Asimismo, ha realizado antes de este periodo un acercamiento a otros modos de enseñar matemáticas y a la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Su especial interés por la enseñanza de la matemática le llevó a ponerse en contacto con maestros

que hacían uso de otra metodología, lo que le permitió conocer otro tipo de actividades, de contenidos, de recursos; otro modo de ver la enseñanza de la matemática [EN2.9]. Incorpora estas variantes en su práctica, satisfaciéndole los resultados sobre todo por la mayor motivación de los alumnos. A posteriori, sin embargo, lo valora como algo “poco suyo” (era *una imitación, yo no sé de qué* [EN2.9]). Tras una etapa en que su práctica tiene elementos más “lúdicos”, “vuelve a sentar a los alumnos” porque aparte de la motivación de éstos y de lo divertido que resultaban las clases, no le convencía qué era lo que se aprendía (*¿qué quedaba de todo aquello?* [EN2.10]).

Su acercamiento anterior a la resolución de problemas ha sido evidenciado, y así lo hemos reflejado anteriormente, tanto en sus declaraciones como en su práctica durante el periodo de estudio. En EN2 describe ese acercamiento, que atribuye en gran parte a cómo los libros de la editorial Santillana trabajan la resolución de problemas [EN2.39].

Antes, además, realizaba intencionadamente un seguimiento de su práctica, incorporando modificaciones en ésta en función de su interpretación de estas observaciones. Esta experimentación sobre su práctica ha sido realizada en solitario en su mayor parte, por lo que la considera poco efectiva:

*Ahora, ¿lo que iba consiguiendo? Pues era muy poco... porque la mayor parte de mi experiencia y de mi búsqueda ha sido en solitario... entonces avanzaba poquísimo* [EN2.2].

*a pesar de que los niños con los que yo he trabajado pasan después a otra persona, no me servía lo que esa persona me decía para yo, para mis prácticas modificarlas o no... no me servía, por eso, porque yo me daba cuenta de que mi trabajo era totalmente desconocido para esa persona, y el suyo lo mismo para mí. Pero sí lo conocía lo suficiente para saber que no coincidíamos, por lo tanto no me valía* [EN2.3].

Además, tampoco cree que haya podido hacer una crítica sistemática de su trabajo porque no disponía de instrumentos para ello; *ha sido todo como muy de andar por casa...* [EN2.4].

Esto hace, según interpreta en EN2, que al inicio del periodo estudiado I sintiera la necesidad de compartir la crítica de su trabajo con otros compañeros (*yo quería y*



*deseaba que otras personas vieran lo que yo estaba haciendo y alguna vez poder compartir yo con ellos lo que estás haciendo, por eso, porque me he llevado muchísimo tiempo nada más que haciendo lo que me parecía a mí [EN2.40]) y de realizar una observación y un análisis más sistemáticos de ésta (de tú decir: “bueno, ahora voy a observar”, pero voy a observar qué, cuándo, cómo... que lo hagas con esa intención. Si no, “bueno, yo más o menos” [EN2.4]).*

Estas necesidades le llevan, piensa, a iniciar su proceso de reflexión-acción en paralelo al proyecto de investigación colaborativa (como veremos en IV.3.3.2). Consideramos que estas expectativas explican su visión inicial de su desarrollo. Espera poder compartir con otros (sobre todo con los otros maestros) y que la sistematización, esas técnicas e instrumentos menos “caseros” que busca, los aporten los formadores. No contradice, creemos, esa visión algo más externa del desarrollo que la que tiene después (poniendo más el énfasis en la innovación que en la reflexión sobre la práctica). Quiere, parece, que esa innovación (o experimentación) sea más rigurosa, pero el énfasis está puesto en la prueba de otros modos de trabajo en el aula (más que en un segundo momento).

Le preocupa desde hace mucho tiempo su desarrollo respecto de la enseñanza de las matemáticas porque es la materia donde se ha sentido con más carencias, más insatisfecha con su actuación:

*El decidirme a las matemáticas ha sido hace muchísimo tiempo, eso ha sido hace muchísimo tiempo. Y yo creo que fue... primero fue el ponerme en contacto con personas que trabajaban de otra manera, y son la gente del MCEP. [...] a mí me llamaba la atención las matemáticas porque era donde yo menos segura me sentía... [...] Yo en lengua no tenía problemas, yo me creía que en lengua lo hacía todo bien... [...] Ahora, en matemáticas yo sabía que no. Entonces me empecé a interesar por cómo enseñarlo a los niños.*  
[EN2.9]

Como narrábamos en la contextualización, en su etapa escolar ha tenido actitudes negativas hacia la matemática, sobre todo hacia la resolución de problemas. Su aprendizaje matemático en la escuela ha sido memorístico, sin significado. Valora, por el contrario, un aprendizaje con comprensión, con sentido, no sólo fórmulas, conceptos

y hechos. Sus carencias y experiencias respecto del aprendizaje de la matemática le han llevado a preocuparse especialmente por su enseñanza y aprendizaje.

#### ***IV.3.3.2. El propio proceso de desarrollo***

Nos limitaremos a exponer aquí la interpretación de I y nuestra interpretación de cómo su reflexión-acción. Nos centramos, por tanto, en este apartado en el *cómo* de su desarrollo (lo que podemos decir de él). Lo relativo al *qué* de su desarrollo, incluida la propia interpretación a posteriori de la maestra, están reflejados en IV.3.1 y IV.3.2 (su percepción de su desarrollo).

##### *Respecto de su proceso de modificación y reflexión sobre la práctica*

Consideramos que nuestra descripción del desarrollo que se observa en I (con la diferenciación en los distintos momentos de los cambios que introduce en su práctica, su reflexión sobre ellos, y otros aspectos de su actuación y su conocimiento profesional) muestra cómo su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y reflexión sobre ella configuran este desarrollo. Los cambios en su metodología están directamente ligados a la puesta en práctica de la resolución de problemas y reflexión sobre ella. Esta reflexión-acción origina y a la vez está condicionada por su visión (y los cambios que se producen en ella) de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, la matemática escolar, y la propia perspectiva de resolución de problemas y su uso en el aula. Su implicación en ese proceso de reflexión-acción, por otro lado, le lleva a intervenir de manera cada vez más clara en los distintos elementos del currículo, a retomar aspectos de y ampliar en algunos casos su conocimiento de contenido y didáctico del contenido, a tomar conciencia de sus necesidades al respecto y de lo que hace y quiere hacer. A la vez su conocimiento del contenido, didáctico del contenido y su propia visión del desarrollo profesional condicionan este desarrollo.

A posteriori I interpreta que su desarrollo profesional ha sido fruto en gran medida de la reflexión sistemática sobre la práctica (la reflexión sobre la propia práctica concreta,

que permite el uso del diario, y sobre la práctica genérica). Está muy satisfecha con su proceso de reflexión-acción apoyado en la elaboración del diario:

*es de lo que más satisfecha estoy, fíjate. Estoy muy satisfecha de ese trabajo. Por lo mismo que te digo de la diferencia entre hacer un curso y hacer este tipo de trabajo, porque es algo que parte de mí misma, de lo que yo he hecho, de lo que he pensado hacer, de cómo me ha salido en realidad, cuáles son las dificultades que he encontrado, por qué algo que yo había pensado luego no he podido llevarlo tal y como yo lo había pensado. Entonces, claro, eso me hace aterrizar mucho más en lo que estoy haciendo, porque soy yo misma. Entonces eso me hace tomar conciencia de lo que tengo, de lo que manejo, de lo que yo creía que podía hacer y luego no sale... en ese sentido... [EN2.18]*

Define su proceso en paralelo al del proyecto de investigación sobre todo como la reflexión sobre la práctica a través de los diarios, situada principalmente en el primer año. Una vez que el grupo de investigación le proporciona el diario como instrumento de reflexión, lo usa de manera autónoma:

*una vez que yo lo he tenido en mis manos, yo lo he usado y además me ha servido muchísimo. Entonces yo he seguido mi propio proceso en ese sentido. Yo reflexionaba, yo veía lo que tenía que hacer, lo que no, de vez en cuando comentábamos, yo os comentaba a vosotros: "mira, me ha pasado esto ¿esto es así? Yo lo he interpretado de esta manera...", y se paraba un momento la actividad que había del grupo para dar cabida a esas inquietudes mías, la consulta o la crítica que vosotros me hacíais y a partir de ahí yo seguía por mi cuenta. Pero ha estado fundamentalmente basada en eso, claro, en la reflexión que hacía de lo propio. Pero que me habéis ayudado vosotros [...]*  
[EN2.20].

Como veremos en el siguientes epígrafe, considera fundamental en ese proceso de reflexión-acción el apoyo en el grupo.

Declara haber empezado los diarios por la necesidad de compartir la crítica de su práctica y de sistematizarla:

*yo me interesé porque me parecía muy gustosa la idea de que por fin pudiera encontrar a alguien con quien pudiera compartir mi quehacer y que me*

*podiera criticar el trabajo que hiciera, entonces eso a mí me parecía una idea estupenda. [EN2.16]*

*me ha permitido esa reflexión... que esa reflexión que yo antes te contaba (que he intentado hacerla siempre, junto con la observación y montones de cosas más, hacerla de una manera así más o menos), de esta forma me ha permitido que mi observación y mi reflexión, más bien mi reflexión, pues sea más sistemática, más concreta, me ha hecho fijarme en determinados puntos, me han surgido intereses que yo antes me pasaba sin darme cuenta, y me ha hecho reparar en cosas que yo antes no reparaba. [EN2.16]*

*Viene a cubrir las necesidades que sentía: era algo como que tú esperas pero que no sabes muy bien qué nombre ponerle. Entonces cuando lo ves dices: "esto es lo que yo quería" y claro, al verlo lo quieres usar a ver si eres capaz de sacarle a todo eso lo que tú esperas, como veía además que sí... [EN2.23]*

El uso del diario permite una reflexión sistemática y concreta, hace surgir intereses sobre la práctica (reflejado en la unidad EN2.16, antes citada), te hace concretar tanto en la planificación de lo que propones en el aula como en la reflexión después y durante la acción. Lo considera un instrumento valioso para la mejora de la práctica y el desarrollo del maestro. *A mí me parece que es un instrumento magnífico de formación, de tú poder saber de lo que has hecho, lo que te gusta, lo que no te gusta, lo que tienes que ampliar, lo que tienes que modificar, lo que no debe ocurrir. Me parece una cosa simple, me parece muy efectiva, y desde luego muy valiosa. A mí me ha valido mucho... (EN2.17)*

Tiene la ventaja, además, de que cumple lo que considera necesario para que se produzca el desarrollo del profesor: te implica a ti y a tu práctica. Además, como destaca en EN2.17, aumenta tu toma de conciencia de lo que sabes, tienes y haces.

Esta reflexión-acción se realiza con más detalle, con el diario como instrumento, en sus inicios (durante el primer año del proyecto de investigación colaborativa), pasándose a una reflexión "más natural", más incorporada a la propia práctica (progresivamente en el segundo año del proyecto y al año siguiente –en el que se realiza esta entrevista EN2-). No usa el diario de manera sistemática, principalmente por falta de tiempo. No obstante, considera que reflexiona sobre su práctica de un modo diferente. Su foco

principal de interés durante este curso es de *recogida de frutos*, donde los frutos son qué han aprendido sus alumnos y qué ha aprendido ella misma; qué han hecho suyo, propio. Esta fase también es importante, piensa, y constituye parte del proceso de desarrollo: de afianzamiento de los aspectos que ha incorporado a su práctica y a su conocimiento, de interiorización, de naturalización. Ve un proceso cíclico: 1) insatisfacción con la práctica que le lleva a buscar soluciones; 2) reflexión sistemática sobre su práctica apoyada por el proyecto de investigación colaborativa que le lleva a introducir cambios en su práctica y conocimiento profesional; 3) fase de toma de conciencia, de interiorización de esos cambios, de institucionalización de lo aprendido; 4) nuevas percepciones de aspectos a mejorar; 5) comienza el ciclo.

*yo, ahora mismo, me encuentro muy bien, y doy las clases con mucha tranquilidad y mucha satisfacción. Entonces, no me va a importar si al año siguiente me vuelvo a plantear otra vez lo que estoy haciendo... Pero, claro, ya lo que estoy haciendo no es lo mismo que hacía antes. O sea, que yo no lo veo como parón, noooo... lo veo como un proceso, forma parte del proceso.*

(EN2.25)

Para nosotros es muy relevante la importancia que atribuye a esa fase metacognitiva de institucionalización, reflejando su actitud reflexiva y crítica hacia los cambios que introduce en su práctica y hacia su desarrollo.

Además de esa “recogida de frutos” consideramos que podemos hablar de una práctica reflexiva más natural porque la propia I reconoce en EN2 su mayor sensibilización a reflexionar, a indagar sobre, a cuestionarse la práctica durante el propio transcurso de la acción en el aula. Parece además que éste es otro de los elementos que hace suyos.

Por otro lado, el proyecto de investigación colaborativa parece haber jugado un papel importante para mantener la reflexión sistemática sobre la práctica (con los diarios). Para ella, la existencia del grupo le ayudaba a disciplinarse, por el compromiso que había adquirido con otros. También encuentra un apoyo en él (como veremos en el siguiente apartado).

Es interesante cómo un esfuerzo continuado por realizar una reflexión sistemática sobre la práctica puede generar hábitos reflexivos que constituyen otra manera de estar en la

práctica (no sólo restringida al aula). Aunque no extraeríamos de aquí una sobrevaloración del uso del diario, sí parece potente sobre todo como detonante.

### *Respecto de su apoyo en el proyecto de investigación*

La referencia durante todo el proceso seguido al proyecto de investigación colaborativa, a las ideas en las que se inspira para su proceso de reflexión y cambio de su práctica (de las discusiones que se mantienen en éste, de los documentos que se trabajan, de las herramientas que se facilitan –como el propio formato del diario o el instrumento CEAM de Carrillo (1998a)-), a cómo reflexiona a través de éste sobre sus necesidades profesionales y su práctica, a cómo se apoya en él para su desarrollo, son constantes.

También en este sentido, como ocurría con la ficha del diario, se viene a cubrir una necesidad sentida: la de compartir ideas sobre lo que se hace y lo que se puede mejorar. Respecto de esto I denuncia la cultura de la escuela (las posibilidades que da, según su parecer, por no disponerse de tiempo para que el maestro intercambie, discuta con sus compañeros):

*poder compartir con mis propias compañeras [...] montones de cosas en situaciones que en la escuela no'es posible [...] resulta indispensable el poder compartir y discutir esta serie de cuestiones relacionadas con la didáctica y que son las cosas que realmente valen dentro de la escuela, es lo que de verdad te renueva, te da sabor, te da significado a lo que tú estás haciendo, porque llega un momento en que el hacer por el hacer no te soluciona nada.*

[D5.37]

Cree que el proyecto de investigación le ha servido para llevar a él dudas e ideas sobre sus cambios y reconsideraciones respecto de su práctica y para extraer ideas en las que basarse. Se observa cómo en algunas de las cuestiones que se plantea respecto de la unidad de polígonos, por ejemplo, se nutre de la discusión del proyecto (es el caso de la secuenciación del bloque del espacio al plano, comentado en las sesiones del proyecto y sobre lo que además ella se documenta a posteriori).

Además, observamos que las ideas que se movilizan en el proyecto sirven en ocasiones de apoyo para fundamentar sus propias ideas, le ayuda a construir sus razones. Es el caso de su inseguridad ante la posible diferencia entre su tratamiento de la matemática y el que después puedan exigir a sus alumnos los profesores de Secundaria. Manifiesta haber integrado en sus argumentos algunas de las ideas que se movilizan entre los miembros del proyecto [D5.45, EN2.32 y EN2.33].

En cualquier caso ha intentado que su incidencia no sea directa, sino que estas ideas pasaran por su crítica:

*las ideas que entre nosotros se ha movido... siempre ha pasado a través de mí porque yo no he querido que pasen directamente. No he querido porque yo soy consciente de que eso no sirve, de que a mí lo que me sirve es lo que yo quiero llevar a la práctica [...] [EN2.40]*

El proyecto de investigación, el sentirse apoyado por otros compañeros, proporciona también un tipo de sustento afectivo, que potencia un sentimiento de seguridad que parece muy importante. Una de las consecuencias que extrae en las Jornadas sobre la labor desarrollada en el grupo y los beneficios sobre las maestras es que crea *un sentimiento de seguridad, puesto que los propios límites se van superando con el apoyo de los otros* [D5.13].

Es para ella un elemento clave en su desarrollo, tanto es así que habla de “desarrollo en solitario” (antes del periodo estudiado) frente a su desarrollo en el periodo de estudio. Aunque diferencia el trabajo en el grupo de lo que ella ha hecho en relación con su práctica, atribuye al grupo gran parte de su proceso de reflexión sobre su práctica:

*Yo soy capaz de hacer esos cambios por el trabajo en el grupo.*  
[Comentarios relativos a los indicadores 20-23, S15]).

*aunque me hubierais dado ese instrumento, o aunque yo hubiera tenido acceso a ese mismo instrumento, yo no lo hubiera usado de esa misma manera, porque ese instrumento se ha visto nutrido de mis conversaciones con vosotros, de lo que hemos discutido, de los estudios que hemos hecho, yo qué sé... por todo eso se ha nutrido. Entonces, yo he sido capaz de hacer eso, claro, y la reflexión era mía, pero era mía porque detrás estaba todo lo*

*demás, si no yo no lo hubiera podido hacer, a pesar de que era yo misma la que lo estaba haciendo ¿no?, que la ficha todo era producto de lo que yo hacía y cómo lo estaba percibiendo. [EN2.21]*

También en lo que se refiere, por ejemplo, a su mayor sensibilización de lo que ocurre en el aula, cree que el grupo ha tenido un papel fundamental (cree que no se le hubiera ocurrido por sí misma). Todo esto hace que considere que en esta última etapa ha podido *avanzar muchísimo más que por mí [sí] sola [EN2.19]*.

Percibe dificultades para que un maestro en solitario pueda implicarse en un proceso de estas características y mantenerlo. Es más, su valoración positiva del periodo de interiorización de sus logros y los de sus alumnos (en este año después del proyecto de investigación colaborativa), al que hacíamos alusión en el apartado anterior, es así porque tiene la perspectiva de que va a continuar en el proyecto de investigación colaborativa al año siguiente. No ve viable un desarrollo continuado sin el apoyo del grupo, es demasiado el esfuerzo y menos satisfactorios los resultados:

*Eso es demasiado para una persona y luego lo que sacas no es comparado a lo que se saca cuando se trabaja en un grupo, y eso sí te gusta, porque si tú haces un esfuerzo pero tú ves que ese esfuerzo te aporta y te da otra riqueza y avanzas... Pero si haces un esfuerzo, y otro esfuerzo, y otro esfuerzo... aunque tengas voluntad de seguir así, que quizás la tengas, pero luego lo que te aporta tampoco te llena mucho... porque todo es a base de ensayo-error, ensayo-error, pierdes fuerzas y pierdes ganas para seguir, ¿no? [EN2.26]*

### **Perspectiva de los resultados en relación con los objetivos planteados**

Retomando los objetivos y problemas de investigación que formulábamos en el capítulo III, podemos decir que los distintos apartados en los que hemos organizado la presentación de los resultados dan cuenta de ellos. De este modo, la *visión general del proceso de reflexión y modificación de la práctica* (IV.2) describe dicho proceso, cómo se produce y parece relacionarse con su desarrollo (objetivo 2), a la vez que aporta algunos datos generales sobre su desarrollo, sus concepciones sobre él y su interpretación de la perspectiva de resolución de problemas (objetivos 1, 3 y 4). Los



*aspectos que definen su desarrollo* (IV.3.1), por su parte, dan respuesta directamente a los objetivos 1 y 4 y aportan más detalles sobre el 2. El objetivo 3 se refleja explícitamente en el apartado IV.3.2 (*su visión del desarrollo*). Finalmente, el apartado IV.3.3 (*algunas explicaciones sobre cómo y por qué se produce ese desarrollo*) aporta información complementaria para entender el proceso de desarrollo en su conjunto, ofreciendo datos para comprender el propio proceso de reflexión y modificación de su práctica, sus expectativas hacia su desarrollo y hacia la resolución de problemas en el aula de matemáticas, así como algunas interpretaciones sobre el papel de la investigación colaborativa en su desarrollo.

A continuación describimos escuetamente lo obtenido en relación con cada objetivo propuesto.

***1. Identificar los aspectos de su conocimiento y su práctica que definen su desarrollo; describir los cambios que se observan en esos aspectos y la relación entre ellos.***

Los aspectos que definen su desarrollo son: el cambio de su práctica, la interpretación de la enseñanza de la matemática en relación con la resolución de problemas, la reflexión sobre la práctica, la puesta en práctica de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, su cambio de visión de la matemática escolar, el aumento de su intervención en la gestión del currículo, su conocimiento de contenido y didáctico del contenido, y la toma de conciencia de su actuación y su conocimiento. Los resumimos a continuación, explicitando las relaciones entre ellos (relaciones que en muchos casos están implícitas en la descripción de los resultados de los epígrafes IV.2 y IV.3). Lo relativo a la interpretación de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática se expone en relación con el objetivo 4.

- Durante el periodo observado I modifica su práctica consiguiendo limar algunas de las incongruencias que observaba anteriormente en el aula, donde se alternaban momentos de mayor intervención por parte del alumno con otros de corte más tradicional. Su práctica en el aula de matemáticas va progresando de la deducción guiada de los contenidos por parte de los alumnos (en gran grupo), a la implicación

de éstos en actividades de investigación que buscan explícitamente que el alumno construya los contenidos, con el apoyo de sus compañeros (con diversidad de agrupamientos). El protagonismo del alumno aumenta, así como las tareas que se le atribuyen (conjetura, critica, argumenta, aporta sus ideas, valida, acuerda, reflexiona, toma decisiones, interviene en la marcha del proceso...) y su papel en la toma de conciencia sobre lo que se aprende. Coherentemente, el papel de la maestra pasa a ajustarse más al de organizar, conducir, provocar e investigar en y sobre la acción. En algunos momentos su intervención es mayor, adoptando roles que en otras ocasiones reserva a los propios alumnos (corrigiendo, dando respuestas, validando...). I es consciente de esas intervenciones, atribuyéndolas a su impaciencia. Al final del periodo observado y a posteriori (durante los cursos 00/01 y 01/02) I naturaliza su práctica desde la perspectiva de resolución de problemas, manteniendo lo que considera fundamental en ella (que los alumnos construyan los contenidos a través de una situación problemática), si bien disminuye la elaboración de las situaciones y el uso continuado de materiales alternativos y del trabajo en pequeño grupo.

- La reflexión sobre la práctica es medio y resultado de su desarrollo. Medio porque potencia y posibilita muchos de los aspectos en los que se observa su desarrollo y su visión del mismo. Es, a su vez, resultado porque se ejercita en dicha reflexión, profundizando en ella y configurándose una práctica más reflexiva.
- La reflexión sobre su práctica le lleva a detectar dificultades y aspectos a mejorar de la misma, lo que dirige su proceso de modificación. De este modo, por ejemplo, la percepción de desorden en la institucionalización de lo que surge en el aula le hace aumentar los momentos en que los alumnos se paran a reflexionar sobre lo que hacen y aprenden. La reflexión es en su mayor parte *sobre y para* la acción, incidiendo en la acción posterior.
- El aprendizaje de los alumnos dirige su reflexión y cambio de la práctica, poniendo en menor medida en el foco de su atención su propia actuación. Al principio de su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas reflexiona sobre todo sobre el mismo método de trabajo en el aula y los ajustes que necesita, a la vez que sobre la matemática escolar desde esta perspectiva. Conforme va realizando

esos ajustes y de algún modo se hace más natural su nuevo modo de trabajo, profundiza más en el análisis del aprendizaje de los contenidos concretos, ampliando su conocimiento al respecto. En este sentido, como señalamos en los informes del análisis de la información, se asemeja a lo que Jaworski (1994) se planteaba en una de las sesiones que ella misma llevaba a cabo con alumnos de Secundaria. En un primer momento, considera la necesidad de subyugar *el contenido matemático al proceso y a la creación de “ethos”* (p. 56) (atmósfera en la que poder trabajar de modo investigativo). Al principio de la puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas por parte de I su atención se dirige más a la creación de ese ethos que al aprendizaje y la enseñanza de la matemática concretos.

- La profundización en la reflexión sobre los contenidos y su aprendizaje se produce siempre por la detección de dificultades de aprendizaje. En el caso de no detectarse, la reflexión es más general sobre la perspectiva de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática o la enseñanza y aprendizaje de la matemática.
- La reflexión sobre la base de los diarios le hace estar más receptiva a lo que ocurre en el aula (durante la acción), realizando un análisis más profundo de ello y de la comprensión de los alumnos. Hay un cierto distanciamiento de lo que ocurre en el aula para analizarlo. También, en ese sentido, el cambio de los papeles del alumno y suyo propio favorece esa indagación (durante el trabajo de los grupos, por ejemplo, puede observar lo que manifiestan los alumnos, para indagar sobre sus comprensiones). Además, adapta en mayor medida la propia acción a lo que percibe durante ésta, tanto la sesión que se está desarrollando como la planificación de sesiones posteriores. Esta práctica más reflexiva (durante la acción) y flexible es uno de los aspectos en que I dice haberse desarrollado, pues declara que se ha mantenido a largo plazo. Podemos hablar de una práctica más reflexiva (por nuestra parte en el periodo observado, por su parte, además, en lo que ella declara mantener en estos momentos) por su mayor intervención (con decisiones más sopesadas y fundamentadas) en la planificación de la enseñanza, durante la práctica (en los términos antes explicados) y tras ella (reflexionando sobre la acción concreta inmediatamente después de ella y a largo plazo). Se refleja también, en la línea de lo explicado sobre una actuación más flexible, una práctica más adaptativa al contexto. Considera que este hecho es muy importante porque favorece el aprendizaje del

maestro de la práctica y del propio alumno. Toma conciencia de su progresión en la consideración de las ideas de los alumnos, hecho que en un primer momento le provoca tensión pero que afirma ver como natural en estos momentos. También en este sentido piensa que su conocimiento de contenido le impide apreciar algunas ocasiones en las que podría aprovechar esas ideas y detecta más que antes situaciones que considera aprovechables pero en las que no se siente con conocimiento (sobre todo de contenido matemático) para intervenir. Se observa cómo las situaciones en las que los alumnos hacen propuestas sobre las que ella desconoce el contenido implicado (por ejemplo, conjeturas de las que desconoce su veracidad o falsedad) no son abordadas en el aula. Tampoco se las plantea a posteriori, como modo de ampliar su conocimiento de contenido al respecto.

- Sus CEAM parecen mantenerse en gran medida respecto de antes del periodo observado, afianzándose, si bien su práctica se hace más coherente con éstas. El mayor cambio en sus concepciones se produce en su visión de la matemática escolar (relacionado sobre todo con *qué y para qué enseñar*).
- Sus CEAM reflejan y explican sus prioridades en el cambio de su práctica y en su reflexión sobre ella. Percibe la formación del alumno en Primaria como una cuestión más de formación integral que disciplinar. Esto ayuda a comprender su interés sobre todo por procedimientos y capacidades generales y actitudes que formen al alumno como persona (tanto intelectual como socialmente) y la importancia que atribuye a los objetivos frente a los contenidos. Durante el periodo observado, con su nueva visión de la matemática escolar, I consigue encontrar sentido a la contribución de la formación matemática a la formación integral del alumno.
- En sus concepciones sobre cómo se aprende y cómo enseñar se recoge la importancia que atribuye al aprendizaje compartido, a la institucionalización del aprendizaje, a la expresión y argumentación de las ideas como componente del aprendizaje, y a la motivación del alumno, aspectos todos claros en su reflexión, su práctica y su interpretación de la perspectiva de resolución de problemas. Igualmente ocurre con su preocupación con que todos sigan el proceso de enseñanza-aprendizaje y el interés por una comprensión no mecánica. Esta

comprensión se opone a la enseñanza de la matemática que ella ha recibido en su etapa escolar, una matemática memorística que considera le ha enseñado muy poco.

- Su búsqueda de un aprendizaje con sentido para el alumno, le lleva a percibir necesidades respecto de su conocimiento de contenido. Necesita saber más matemáticas para dar un sentido no sólo utilitario sino también conceptual a los contenidos.
- El deseo de potenciar un aprendizaje no mecánico le lleva a introducir como objetos de aprendizaje elementos de la propia estructura de la matemática (qué es una definición, qué es una norma), incidiendo sobre la matemática escolar que se trabaja en el aula.
- Durante el periodo observado la matemática escolar que se trabaja en el aula es progresivamente cada vez más matemática (*matematización* de la matemática escolar). Se ponen en juego más capacidades y conocimientos esenciales de la actividad matemática: extraer datos de las situaciones, buscar regularidades, establecer conjeturas, generalizar, abstraer, razonar deductivamente, probar, modelizar, argumentar...; en cierto modo recoge los verbos que para Putnam et al. (1992) reflejan el currículo matemático americano (en el que se ha apoyado el currículo nacional y en particular el andaluz): *examinar, representar, transformar, resolver, aplicar, probar y comunicar* (p. 216, citando National Research Council, 1989, pp.58-59). Además de estos procedimientos generales de la actividad matemática, el tratamiento de contenidos concretos también pone el énfasis en procesos más genuinos de la materia (clasificar o comparar figuras, por ejemplo, respecto de los contenidos geométricos).
- Los contenidos geométricos cobran importancia en la matemática escolar, antes casi identificada con la aritmética.
- Parece que I profundiza en lo que significa hacer y aprender matemáticas, conformándose una visión alternativa de la matemática escolar, antes más identificada con la de los libros de texto con indicios de estos procedimientos más generales. I es consciente de su cambio de visión de la matemática escolar, si bien cuando se le quita el referente de la enseñanza-aprendizaje no reconoce cambio de

su visión de la matemática. La matemática en su caso es la matemática escolar, su referente es siempre el aprendizaje y no la disciplina.

- La profundización en la matemática escolar hace que se llene de contenido real el equilibrio entre conceptos, procedimientos y actitudes, y que en la acción en el aula se potencie en mayor medida la comprensión conceptual que se persigue.
- En la modificación de su práctica, toma cada vez más decisiones, adoptando una actitud más crítica hacia el libro de texto. El cuestionamiento del *para qué* de la enseñanza de los contenidos le lleva a intervenir en el *qué* enseñar, trasladando el énfasis del libro de texto, generalmente conceptual, a procedimientos y actitudes más generales. Además, añade otros contenidos y altera su secuencia. No interviene, sin embargo, en la propia estructura conceptual de los contenidos, donde el libro se mantiene como referente. En este sentido, percibe limitaciones por su falta de conocimiento de contenido. Estas limitaciones, considera, frenan el aumento de su intervención en la gestión del currículo (en ese sentido), y su desarrollo. Interviene sobre todo explícitamente en el cómo enseñar, adaptando y diseñando actividades, eligiendo recursos, tipos de agrupamiento y tareas, en sintonía con la perspectiva de resolución de problemas. Es sobre todo en esos términos en los que siente su crecimiento: se siente más capaz de *seleccionar, analizar y criticar* lo que va a hacer. Respecto de qué enseñar dice tener más claro lo que quiere que los niños aprendan, lo que es más importante, la diferencia entre los objetivos generales y los disciplinares y su relación, y la finalidad de la matemática. Percibe que a posteriori, tras el periodo estudiado, se ha afianzado en esas capacidades. Busca fundamentar sus decisiones sobre cómo enseñar en consideraciones sobre el aprendizaje de los contenidos.
- Contrasta su análisis previo desde el punto de vista de la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos de lo que propone en el aula con la escasa profundización en el análisis desde el punto de vista de los propios contenidos. En ese sentido se observa durante todo el periodo seguido cómo no se estudia el *espacio de la actividad* (o recurso) que se plantea.
- Es evidente la ampliación a través de su reflexión-acción de su conocimiento sobre el aprendizaje de los alumnos respecto de contenidos matemáticos concretos (el más

claro en el caso de polígonos), de cómo se aprende matemáticas en general y del conocimiento de cómo aprenden sus estudiantes concretos. Estos tres aspectos, además, están ligados. A través del análisis de cómo los estudiantes aprenden el concepto de ángulo, por ejemplo, y la constatación de cómo lo construyen a partir de sus ideas previas, se refuerza en la comprensión del aprendizaje como construcción y no como asimilación (en la línea de lo que señala Simon, 1994). Por otro lado, este conocimiento didáctico del contenido le lleva a incorporaciones en su aproximación a la enseñanza de esos contenidos. Por ejemplo, el descubrimiento de las restricciones de los alumnos con los dibujos-modelo y la posición que asocian a las figuras le hace buscar en lo que sigue una visión más dinámica de la geometría. La constatación de estas dificultades lleva a una complejización de la visión de los contenidos geométricos y su aprendizaje.

- Por otro lado, I da muestras de un conocimiento didáctico del contenido, adquirido con su experiencia docente y su actitud hacia ella, que le posibilita una reflexión no simplista. En ciertas ocasiones parece no percibir cuestiones sobre el aprendizaje de sus alumnos, relacionadas con no disponer del conocimiento de contenido suficiente para distanciarse de la situación matemática.
- Parece clara la relación entre su conocimiento de contenido y su actitud hacia él, y su actuación en la planificación (menor análisis de lo que propone desde el punto de vista de los contenidos, frente al análisis desde la perspectiva de la enseñanza-aprendizaje), en la interacción en el aula (abordar conjeturas de los alumnos), en el uso de recursos, en el análisis a posteriori de la práctica (problematización desde el punto de vista del contenido) y en su visión del desarrollo (en lo que concierne al conocimiento de contenido se observan contradicciones entre el convencimiento de su necesidad y la resistencia a abordar su ampliación; tiene, además, una visión más externa al respecto). Se observan limitaciones en el uso de recursos a pesar de que no se plantean sólo para motivar sino para potenciar la investigación y el aprendizaje del alumno. Asimismo, se aprecian limitaciones en las construcciones de los contenidos en el aula. A pesar de que intenta potenciar un aprendizaje conceptual, a veces esa conceptualización tiene fisuras desde el punto de vista del contenido (por ejemplo, en la definición de polígono).

- Se observa cómo las situaciones que surgen en el aula con su nuevo modo de trabajo desbordan su conocimiento de contenido y su análisis previo desde el punto de vista matemático de lo que propone. No dispone de conocimiento *de* ni *sobre* matemáticas para abordarlas y, lo que parece muy importante, para sentirse segura para hacerlo. Su conocimiento de matemáticas coincide y reposa en gran medida en el libro de texto, cuestión de la que es consciente. En ese sentido cree que el aprendizaje de la práctica permite dar sentido a esos contenidos pero no ampliarlos fuera de los límites de los propios de Primaria. Con su puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas profundiza en los contenidos (por ejemplo, en el mismo concepto de polígono y sus límites), si bien ella considera mínima e insuficiente esa ampliación.
- Su conocimiento *sobre* matemáticas parece escaso y aunque reconoce sus carencias y la necesidad del mismo por parte del maestro, la intervención de éste en relación con el contenido se ve más fundamentada en el conocimiento *de* que *sobre* matemáticas.
- Uno de los aspectos que definen su desarrollo es su toma de conciencia de su actuación (cuáles son las características de ésta, cuándo interviene de uno u otro modo), su intencionalidad en ella, sus necesidades respecto de su conocimiento y las bazas con las juega. Esto le hace sentirse más segura y es valorado por ella muy positivamente. Busca, además, explícitamente esa concienciación, huyendo de incorporar nada a su práctica sin que pase por su análisis.

**2. *Describir su proceso de reflexión y modificación de su práctica; cómo se produce y cómo parece relacionarse con su desarrollo.***

Cómo se produce:

- La modificación de su práctica para adaptarla a lo que considera la perspectiva de resolución de problemas se produce primero en sesiones aisladas y puntuales, en un segundo momento se integra dicha perspectiva en el tratamiento del tema matemático que se trabaja en el aula pero sólo para algunas ocasiones (para



introducir conceptos), finalmente se observa un uso extensivo de ésta para el trabajo en el aula de matemáticas. La modificación de su práctica es meditada y responsable. Por un lado, se va ella misma afianzando en el nuevo modo de trabajo y, por otro lado, va asegurándose de sus beneficios para el aprendizaje de los alumnos. Su actitud hacia otros modos de trabajo en el aula es crítica, reflejando el posicionamiento del *conexionista crítico* de Cooney et al. (1998), que sopesa alternativas y toma decisiones en función de la opción a la que encuentra más ventajas teniendo en cuenta las condiciones contextuales, comprometiéndose con su elección. No adopta acríticamente recomendaciones externas sin problematizarlas (*idealista ingenuo*). Cambia porque comprueba en su propia práctica los beneficios del cambio.

- En los inicios de su modificación de la práctica parte del propio libro de texto, haciendo modificaciones puntuales de éste. Posteriormente aumenta su autonomía respecto del mismo y su intervención en la gestión del currículo (en la planificación e interacción en el aula). También en este sentido se observa un cambio pausado (pero firme). Este tipo de cambio asegura en mayor medida *un cambio cualitativo lleno de significado y duradero en el pensamiento del profesor y sus aproximaciones a la enseñanza*, el verdadero desarrollo profesional desde la perspectiva de Castle y Aichele (1994, p.3), con los que coincidimos. Por otro lado, el hecho de que en la modificación de la práctica parta y se valga en principio del propio libro de texto hace que su transformación sea más natural y propia (frente a partir de poner en práctica propuestas externas).

Relación con su desarrollo (y su visión del mismo):

- La puesta en práctica de la perspectiva de la resolución de problemas, esto es, el cambio de su práctica buscando una mayor intervención de los alumnos y la mejora de su aprendizaje matemático, lleva a una reconsideración implícita de lo que significa hacer y aprender matemáticas. Es lo que hemos denominado una matematización de la matemática escolar.

- La reflexión sobre la práctica en relación con la perspectiva de resolución de problemas conlleva una valoración continuada de las ventajas e inconvenientes de ésta y los progresos que observa en sus alumnos. También a este respecto su actitud es cauta. En principio percibe sobre todo cuestiones actitudinales y de motivación, no extrayendo conclusiones sobre las capacidades adquiridas por los alumnos hasta que tiene buena prueba de ello, transcurrido gran parte del curso. Vuelve a ser para nosotros muestra de su actitud crítica, no ingenua.
- Su proceso de modificación y reflexión sobre su práctica le hace cambiar su percepción de sus necesidades respecto de su desarrollo. Siente en mayor medida que antes la necesidad de tener un conocimiento matemático más profundo y percibe más relaciones entre su conocimiento de contenido y su conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y su actuación. Considera que *se necesita más matemática para trabajar desde la perspectiva de resolución de problemas* (que desde un enfoque más tradicional). Junto con éste, aumenta su conocimiento de otros aspectos de su conocimiento y actuación.
- Como se ha reflejado en lo expuesto respecto del objetivo anterior, el proceso de puesta en práctica de la perspectiva de resolución de problemas y su reflexión sobre ella se relaciona directamente, además, con el cambio de su práctica, adecuándola a sus CEAM, resultando en una práctica más reflexiva y flexible a lo que ocurre en el aula, y tomando más decisiones en la gestión del currículo, y con la ampliación de su conocimiento de contenido y didáctico del contenido.

**3. *Detectar sus concepciones sobre su desarrollo (en qué términos y cómo considera que debe producirse), su posible modificación y su relación con el propio desarrollo producido. Obtener, asimismo, su percepción de su desarrollo y cómo esta percepción lo alimenta.***

- Lo que le dirige en su desarrollo es la mejora del aprendizaje de sus alumnos, lo que le ha llevado antes del periodo estudiado a preocuparse por otras formas de enseñar matemáticas y en especial por la resolución de problemas. Esta actitud previa hacia la enseñanza de la matemática y su propio desarrollo parecen muy importantes. Le

preocupa especialmente la enseñanza de la matemática porque es donde se siente con más carencias.

- Desde un principio considera su desarrollo como algo interno, si bien se observa una progresión de considerarlo como algo que debe implicar al maestro y su práctica pero donde el énfasis está puesto en el cambio (sobre todo, desarrollo *para y en* la práctica), a otorgarle más importancia a la práctica y la reflexión sobre ella como medio del desarrollo (*para, en y a través de* la práctica). Por otra parte, considera que su desarrollo es responsabilidad del propio maestro, como componente de su profesionalidad. Es fundamental que éste se cuestione qué quiere, qué busca en la enseñanza de la matemática, el para qué de ésta. Tiene bastante pensadas estas cuestiones antes del periodo estudiado.
- “La propia valoración del desarrollo del maestro debe estar en él”. Por su parte, no necesita de jueces externos para dicha valoración, los referentes son su propia percepción de su aprendizaje profesional y de la mejora del aprendizaje de sus alumnos (con sus criterios). La toma de conciencia de lo que hace y quiere y su coherencia es en sí misma un aspecto fundamental del desarrollo (dimensión que refleja esta visión interna).
- Sus expectativas anteriores respecto de su desarrollo, percibiendo la necesidad de evaluar más sistemáticamente la marcha de la misma, le hacen desde un principio poner muchas esperanzas en el uso del diario como elemento de mejora. Su uso le refuerza en su adecuación: es un buen instrumento para la toma de conciencia de lo que haces y lo que quieres. Hace uso de él sacándole todos los beneficios que puede. Es clara su visión de la práctica como fuente de aprendizaje, y de que no proviene dicho aprendizaje de la simple experiencia.
- Le interesa la reflexión sobre documentos teóricos (en relación con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática) siempre que les encuentre utilidad para comprender e intervenir en su práctica, para usarlos en la práctica, no para teorizar sobre la práctica. Los resultados en sí de la reflexión (como posible resultado teórico) no le interesan.

- Considera fundamental en su desarrollo haber contado con el apoyo del grupo de maestras y formadores del proyecto de investigación colaborativa. Una de las necesidades que percibía al inicio del periodo estudiado es que su intento de mejora no fuera en solitario, sólo con su criterio personal, sin poder compartir ni intercambiar ideas con otros maestros. El proyecto de investigación colaborativa cumple esa función, además de aportarle seguridad.
- El cambio de visión de sus necesidades respecto de la enseñanza de la matemática (en qué términos debe producirse su desarrollo y qué aspectos de su conocimiento considera necesario abordar) se define sobre todo por el cambio de visión respecto de la necesidad de conocimiento de contenido (referido en el objetivo 2). El conocimiento matemático que necesita un maestro es mayor que el propio de Primaria, para poder enseñar sabiendo para qué enseña, con una actitud crítica (hacia el libro de texto y las propuestas que considera), de manera no mecánica, para sacarle el máximo partido a las situaciones que surgen, para poder profundizar en el aula en los propios contenidos... El maestro debe tener formación matemática y en didáctica de la matemática, siendo necesaria la primera para optimizar la segunda. Aunque considera necesarios ambos, su interés está más en el conocimiento de didáctica de la matemática que en el matemático.
- Sin embargo, en lo que se observa “de hecho” y su visión realista de su desarrollo encuentra dificultades a la ampliación del conocimiento de contenido. A pesar de la necesidad que percibe, su actitud, interés y hábito hacia él le hacen no encontrar tiempo para su abordaje, no verlo alcanzable, ni atribuirle las suficientes garantías de éxito para implicarse en él. Por otro lado, sigue viendo más directo sobre la mejora de su práctica el abordaje del conocimiento sobre el aprendizaje y la enseñanza de la materia, y lo percibe como vía más clara de desarrollo. Su concepción de cómo ampliar su conocimiento de contenido es más externa que respecto de otras dimensiones de su conocimiento profesional: espera adquirir, dado desde fuera, justo lo que necesita para la enseñanza. No se problematiza el propio conocimiento de contenido (es cuestión de tenerlo de antemano, para centrar la atención en las cuestiones de enseñanza y aprendizaje).

- Parece que percibe la ampliación de su conocimiento profesional durante el periodo observado sobre todo en lo que se refiere a su conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (tanto en lo que se refiere a un saber más proposicional como a otro más procedimental), más que respecto de su conocimiento de contenido. Ve más viable la ampliación del primero a través de la práctica.
- Percibe con claridad, progresivamente durante el periodo observado y se refuerza en ello a posteriori, el progreso en sus alumnos, respecto de su aprendizaje, y en su propia mejora. Ahora se siente más segura y más satisfecha de lo que hace. Esto le hace continuar y afianzarse en su cambio. Es entusiasta con los resultados que observa.

**4. *Extraer rasgos de la interpretación de esta maestra sobre la resolución de problemas en el aula de matemáticas de Primaria y cómo incide esta interpretación en su desarrollo.***

- La enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas en principio se asocia al cómo enseñar, a una cuestión metodológica (que sean los alumnos los que deduzcan los contenidos en lugar de ser la maestra la que los exponga). Posteriormente se va ligando también a cómo y qué se aprende: extraer información relevante de las situaciones, observar regularidades y patrones, organizar y representar la información, expresar conjeturas, generalizar, comunicar ideas matemáticas..., con lo que conlleva, como hemos comentado, de profundización de I en la matemática escolar y de matematización de la misma. No basta con que sean los alumnos los que deduzcan, se cuestiona qué aprenden, para qué y cómo se integra en el resto de su aprendizaje. En cierta medida refleja lo que ella misma declara sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática: *no es sólo vehículo* (medio, metodología), *le ves unas ventajas* [S7.13] (qué se aprende). También respecto de la resolución de problemas como metodología en el aula de matemáticas se observa una progresión, como hemos comentado en relación con los cambios en su práctica (objetivo 1), de interpretarlo como una deducción dirigida a verlo como una construcción por parte del alumno a través de su implicación en situaciones problemáticas. Los aspectos señalados en su

cambio metodológico parecen asociarse al trabajo en el aula de matemáticas desde la resolución de problemas: agrupamiento, papel del alumno, del maestro y una actividad de investigación explícita. También a la inversa, lo que se considera la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas va guiando la modificación de la práctica y la reflexión sobre ella (la modificación de la práctica y la interpretación de la resolución de problemas interactúan; la actuación se analiza desde esta interpretación, lo que lleva a cambios en la actuación y a su vez la actuación lleva a cambiar la interpretación).

- La visión de la resolución de problemas como medio de aprendizaje parece desarrollarse sobre todo con este proceso de cambio y reflexión sobre la práctica, contemplándose antes más como contenido. De asociarse antes casi exclusivamente a problemas aritméticos tipo, se pasa a asociarse “de hecho” (lo que se observa en la acción y su descripción de ella) a situaciones problemáticas, en la línea de investigaciones, no sólo sobre contenidos numéricos. Declarativamente, sin embargo, sigue manteniéndose en ocasiones una interpretación más restrictiva de la resolución de problemas.
- Antes del periodo estudiado I se había acercado al tratamiento de la resolución de problemas en el aula de matemáticas (como contenido), preocupándose especialmente por las fases del proceso de resolución, el uso de heurísticos y la actividad de inventar problemas. La resolución de problemas en este caso parecía ser un contenido aislado y bien diferenciado del resto del trabajo en el aula de matemáticas. Este acercamiento se ha mantenido durante el periodo observado y se ha reflejado en su reflexión sobre la práctica y la perspectiva de resolución de problemas.
- En el tratamiento de las situaciones problemáticas en el aula se observa una progresión respecto de tratar cada vez en mayor medida los *PROBLEMAS COMO PROBLEMAS* y *CON INSTITUCIONALIZACIÓN DE APRENDIZAJES*. Se observa un tratamiento incipiente de los *PROBLEMAS CON HEURÍSTICOS*, no siempre explícito.
- El trabajo en el aula desde la perspectiva de resolución de problemas en un primer momento se encuentra apropiado sobre todo en lo que se refiere a la introducción de

conceptos, los conceptos fundamentales de cada tema, los que se consideran cruciales para la comprensión posterior (el concepto de fracción o de número decimal, por ejemplo). Al final del curso (durante el tema de *polígonos*) se hace un tratamiento del tema armonioso en su conjunto con la perspectiva de resolución de problemas, tanto para la introducción de contenidos (no sólo conceptuales) como para su aplicación.

- La enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas se considera apropiada por los beneficios que reporta en los alumnos y en el propio maestro. Respecto de los primeros: motiva a los alumnos; favorece una comprensión conceptual (no mecánica); desarrolla capacidades, actitudes y aprendizajes que considera muy favorables (matemáticos y en su formación integral), potenciando al máximo las capacidades individuales; favorece el aprendizaje social, compartido; permite atender a las diferencias individuales y da más funcionalidad a lo que se aprende y más perdurabilidad, las propias actividades son más significativas. Es también muy importante cómo potencia el propio desarrollo del maestro (lo que le posibilita aprender, de su práctica y de los propios alumnos). Finalmente, es interesante porque se puede extrapolar, como perspectiva de enseñanza, a otras áreas. La satisfacción con estos beneficios es mayor en el curso 01/02 porque ha comprobado cómo son progresos que se consolidan y se hacen naturales tanto en los alumnos como en ella misma.
- Encuentra limitaciones al trabajo desde esta perspectiva, sobre todo en relación con el tiempo que consume. Progresivamente parece irse suavizando esa preocupación, por un lado porque el propio tiempo que requiere este modo de trabajo en el aula se ajusta más a lo previsto y, por otro lado, porque valora que se avanza más aunque de manera más implícita que con otro modo de trabajo.

Por otra parte, también en el capítulo III (III.1), en relación con los objetivos anteriores formulábamos unas cuestiones sobre las que pretendíamos aportar información:

- ***¿Qué aprendizaje y mejora profesional se puede producir en un maestro experto implicado en el cuestionamiento y modificación de su práctica? ¿Cómo se ven condicionados éstos por sus concepciones y conocimiento? ¿Cómo es su reflexión sobre su práctica?***

El caso estudiado ejemplifica cómo a través de la implicación del maestro en el cambio de su práctica éste puede ganar conocimiento sobre sí mismo como maestro (sus conocimientos y necesidades, su saber y su saber hacer), profundizar en la enseñanza de la matemática, planteándose explícitamente los porqués de ésta, y en su aprendizaje.

En este caso, esa inmersión ha llevado a un replanteamiento de la visión de la matemática escolar, enriqueciéndose más en sí misma y, a su vez, cobrando más sentido en el currículo conjunto de Primaria. Además, el maestro ha ganado conocimiento sobre cómo se aprende matemática, cómo se aprenden determinados contenidos matemáticos y cómo aprenden sus alumnos específicos; así como conocimiento sobre recursos y cuestiones relativas a la enseñanza de los contenidos. Su visión, no sólo sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en general, sino también sobre éstos referidos a los contenidos matemáticos, se ha hecho más compleja. El cambio de su práctica no sólo se ha visto reflejado en otra aproximación metodológica en el aula de matemáticas, sino también en la configuración de una práctica más reflexiva y más flexible. Más reflexiva porque se toman más decisiones fundamentadas y críticas sobre lo que se propone en el aula, porque durante la acción se es más sensible a lo que ocurre en el aula, indagando más sobre la comprensión de los alumnos a partir de sus manifestaciones y teniendo en mente que sus ideas son importantes para continuar el proceso, y porque también a posteriori se evalúa en mayor medida lo que se hace, no sólo inmediatamente después de la acción sino más a largo plazo. Más flexible porque se adapta en mayor medida lo previsto a lo que se percibe durante la acción y a lo que proponen los alumnos.

Las concepciones de la maestra sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y sobre su propio desarrollo determinan y se ven cuestionadas a su vez



con este proceso de indagación sobre la práctica. Su reflexión sobre la práctica y las modificaciones que introduce en ésta reflejan claramente sus intenciones, sus prioridades, su modo de ver y entender la enseñanza de la materia. La propia manera de entender en cada momento qué era la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de resolución de problemas ha sido la bandera del cambio de la práctica.

Su visión de sus necesidades respecto de la enseñanza de la matemática y de cómo se produciría su mejora han determinado las vías que ha elegido para ese desarrollo y los aspectos sobre los que ha profundizado y en los que más se ha observado su aprendizaje. En ese sentido, es de destacar su especial consideración de sus necesidades respecto del conocimiento de contenido matemático. Esta consideración se ha visto modificada durante el estudio, junto con la visión de la matemática escolar, si bien parece mantenerse cierta resistencia de hecho al abordaje de la ampliación de su conocimiento de contenido.

Respecto de esto, y en relación con la incidencia del conocimiento del maestro sobre su desarrollo, su conocimiento profesional ha permitido que su reflexión sobre su práctica sea no polar y la modificación de su práctica y su aprendizaje en los términos observados. Por otra parte, ha mostrado sus principales limitaciones sobre su desarrollo en lo que se refiere al conocimiento de contenido y su actitud hacia él. Estas limitaciones se han visto reflejadas en la crítica de materiales para el diseño de la enseñanza, en su abordaje en el aula de situaciones inesperadas, en su análisis previo de lo que se propone desde el punto de vista del contenido implicado, en la construcción de contenidos en el aula y en la reflexión a posteriori desde el punto de vista del contenido de lo que surge en el aula como vía de ampliación de su conocimiento al respecto. Éste parece un escollo importante en el desarrollo de esta maestra.

Su reflexión sobre su práctica incide sobre todo en el aprendizaje de los alumnos. En un principio se centra en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en general y en éstos desde la perspectiva de resolución de problemas. Después, a través del análisis de dificultades de aprendizaje de los alumnos con contenidos matemáticos

concretos, focaliza en dicho aprendizaje y su enseñanza. De este modo amplía su conocimiento de contenido y didáctico del contenido.

La ampliación de conocimiento de contenido a través del cuestionamiento de la práctica se produce en el sentido de profundizar en los contenidos, en su estructura, a la vez que se profundiza en su aprendizaje. El análisis de las dificultades de aprendizaje y la planificación de la enseñanza de los mismos buscando una comprensión conceptual lleva a desmenuzarlos, aprendiendo de este modo sobre el propio contenido. La visión más compleja del aprendizaje del contenido va de la mano de una visión más compleja de él mismo (diferenciando sus componentes, sus variaciones, sus atributos). Se profundiza no sólo en el conocimiento de contenido per sé, sino que se hace real el *conocimiento de contenido para la enseñanza* (al que hacíamos referencia en el capítulo II).

- ***¿Cuál es la visión del maestro de Primaria sobre sus necesidades respecto de la enseñanza de la matemática y sus vías de desarrollo? ¿Cómo se relaciona esa visión con su desarrollo?***

Las concepciones que muestra esta maestra sobre sus necesidades reflejan dos imágenes distintas. Una en la que no sólo el interés sino también la visión de la enseñanza de la matemática en Primaria llevan a la consideración de que el conocimiento del contenido matemático que necesita el maestro es casi el escolar de la etapa, y que este conocimiento es necesario exclusivamente para saber el qué enseñar. Dada la elementariedad del mismo, las principales carencias de los maestros no se encuentran en su conocimiento de contenido sino en su conocimiento de cómo enseñar los contenidos. Ambos son relativamente independientes.

Una segunda imagen muestra el convencimiento de que el conocimiento de contenido matemático por parte del maestro y su conocimiento de cómo enseñar y cómo aprenden los alumnos esos contenidos son cuestiones profundamente interligadas. El maestro necesita más conocimiento de contenido que el propio de la etapa, tanto para su abordaje de los contenidos (pudiendo profundizar en ellos y no contentándose justo con lo del libro) como para tomar decisiones sobre su enseñanza. En esta segunda imagen se

refleja la modificación de la visión de la enseñanza de la matemática, pero no se modifican sustancialmente los intereses y las dificultades que se perciben para esa ampliación. Esto hace mantener cierta resistencia a abordar dicha ampliación, limitando en ese sentido su aprendizaje.

El conocimiento que percibe necesario sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática es específico de ésta (no reclama cuestiones generales sobre el aprendizaje que puedan ser aplicadas a la enseñanza de la matemática). Se refiere a él como conocimiento de *didáctica de la matemática* y lo asocia a la ampliación de su conocimiento didáctico del contenido. No considera aquí, o no sólo, conocimiento proposicional, también, por ejemplo, cuáles pueden ser los fines de la enseñanza de la matemática en Primaria. En este caso este reconocimiento puede venir dado por su conocimiento de éste a través de la relación con los investigadores-formadores del proyecto de investigación colaborativa. En cualquier caso es clara su apreciación de los beneficios para el maestro de este conocimiento. Parece que lo considera más cercano a la práctica que un conocimiento pedagógico más general.

Por otra parte, respecto de cómo se produce la mejora profesional, se considera ligada a la práctica y al propio maestro, implicándole. En un primer momento parece más *para y en* la práctica y después cobra fuerza *a través de* la práctica, reflejándose en su compromiso y expectativas hacia la reflexión sobre su práctica. Se contemplan dos frentes en ese desarrollo: la propia práctica del maestro (y su reflexión sobre ella) y la discusión e intercambio de ideas con otros compañeros. Los dos frentes se apoyan recíprocamente y ambos parecen imprescindibles para sacar partido y mantener el otro. En lo que se refiere a la ampliación del conocimiento de contenido se contempla más como adquisición de conocimiento dado por otros, desde fuera. Las posibles aportaciones teóricas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática interesan sólo si se ve claramente su utilidad para interpretar y comprender la práctica propia.

- ***¿Cuál es la interpretación que hace desde el aula un maestro experto sobre la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática?***

De verlo exclusivamente como contenido (aprender a resolver problemas) se pasa a verlo como medio de aprendizaje, como un modo de enseñar matemáticas. Por un lado y en un principio va ligado a *cómo enseñar* matemáticas, a una cuestión metodológica y se identifica con no dar directamente los contenidos sino que son los alumnos los que los deducen. Después se relaciona más con *cómo se aprende* (a través de la implicación en una situación problemática que permite construir los contenidos) y *qué se aprende* (la matemática escolar alternativa que se consolida con la profundización en la puesta en práctica de esta perspectiva). Ambas cuestiones van ligadas y la enseñanza de la matemática desde esta última interpretación de la perspectiva de resolución de problemas se contempla como un medio especialmente adecuado por el aprendizaje que potencia en los alumnos y el que posibilita en el propio maestro. Respecto de los primeros es importante las capacidades y actitudes generales que se desarrollan, la capacidad de aprender a aprender y una comprensión no mecánica de los contenidos. Además favorece al máximo el aprendizaje social, sacando partido de las capacidades individuales y de éstas para ayudar al aprendizaje de los compañeros, permite atender a las diferencias individuales, motiva más a los alumnos y hace que lo que se aprende sea más duradero y funcional.

En la perspectiva de resolución de problemas que se pone en práctica en el aula se refleja una ampliación de la concepción de problema, de problema aritmético tipo a situación problemática no necesariamente aritmética. Se le da cada vez más importancia real a la institucionalización de los aprendizajes que se trabajan en las situaciones problemáticas. Sin embargo en las declaraciones sobre la resolución de problemas sigue pesando la visión anterior.

La enseñanza de la matemática a través de situaciones problemáticas es especialmente adecuada para la introducción de conceptos relevantes, si bien finalmente también se usa explícitamente para la introducción de contenidos procedimentales y la aplicación de contenidos. Preocupa el tiempo que consume este modo de trabajo en el aula y el diseño alternativo por parte del maestro, si bien se va suavizando esa preocupación.

#### IV.4. CONCLUSIONES

Como conjeturábamos en el marco teórico respecto de aquellos aprendizajes que eran tachados como más ambiguos por algunos autores (la toma de conciencia de lo que se hace, se sabe y se piensa, la comprensión de la práctica, la visión de la misma como fuente de aprendizaje), éstos se han mostrado como punto de partida para otros aprendizajes. En el caso de I, hemos observado la potencialidad de que el maestro considere su práctica como fuente de aprendizaje y se implique en el mismo. Conforme se ha afianzado en su implicación, ha aumentado su profundización en la propia matemática (desde el punto de vista de su enseñanza y aprendizaje), en su aprendizaje y su enseñanza, ampliando su conocimiento profesional al respecto. Creemos que esto se puede ver como un todo: la mejora de la comprensión de la práctica. Dicha comprensión incluiría fundamentalmente: la visión de ti (maestro) en relación con la práctica (incluyendo respecto de tu aprendizaje; esto es, la problematización de la práctica), el conocimiento del aprendizaje de los alumnos (general, matemático, de los alumnos en general y de tus alumnos en particular), de la enseñanza de la materia y sus contenidos en relación con dicho aprendizaje y la comprensión de ti mismo en relación con la enseñanza de la materia (tu hacer y tu saber). Consideramos que se puede decir que I ha mejorado respecto de la enseñanza de la matemática, no porque su práctica pueda ser más o menos cercana a la que consideremos deseable, sino, desde nuestro punto de vista, sobre todo porque se puede decir sin ambigüedades que *sabe más sobre la enseñanza de la matemática*. Ese saber no es un saber concreto, localizado, puede verse como un saber ambiguo (en el sentido de difícil de precisar y definir; lo que antes librábamos de ambigüedades era nuestra certeza del mismo, no su carácter), se aleja mucho de un saber proposicional. Quizás en todo ello resida gran parte de su valía, se ha generado a través de una práctica fundamentada y recoge sus complejidades.

Podríamos apuntar a que “de la práctica se puede aprender a comprender la práctica”. De este modo, a la luz de los resultados obtenidos, consideramos que la definición de desarrollo profesional de la que partíamos en la investigación se ajusta al caso estudiado. Se ha mostrado útil para la investigación, permitiéndonos dar cabida a las características principales del desarrollo de I.

La toma de conciencia sobre lo que se hace, lo que se sabe... era uno de los aspectos (relacionado con la reflexión sobre la práctica) en que Ernest (1989b) situaba la consistencia de las concepciones con las acciones (referido en el marco teórico –II.3.1-). En este caso la profundización en la reflexión sobre la práctica ha derivado en una mayor conciencia y ha estado acompañado de una mayor consistencia entre ambas. En ese sentido volvemos a la idea de una mayor comprensión de la práctica (considerando esta comprensión no como la comprensión de algo externo sino incluyendo en ella tu actuación e ideas al respecto).

Siendo el conocimiento profesional tácito en gran medida, difícilmente verbalizable y vinculado a situaciones concretas, investigar sobre él parece difícil, ¿en qué medida nos hemos acercado a éste? No es siempre fácil deslindar el saber proposicional del saber hacer. La investigación sobre ambos sólo permite aproximaciones más o menos plausibles. No obstante, la observación de la práctica de aula, con el complemento de las fichas del diario, es un instrumento que nos aporta información sobre el saber hacer, aunque parcial, pero esto no es genuino del conocimiento profesional, sino de cualquier conocimiento que pretendamos indagar. Pensar que poseemos o existirán medios que permitan obtener qué conocimiento posee con exactitud una persona es sucumbir a una ilusión de ciencia-ficción. Lo que sí podemos hacer es obtener indicios, sugerencias de claves de tal conocimiento, características del mismo, que nos permitan promover la creación de apropiados entornos de desarrollo. No es el objetivo la posesión estática de un determinado resultado, sino el favorecimiento de la reflexión continua: el objetivo es el propio dinamismo. Es en este sentido en el que consideramos que la investigación realizada se ha mostrado especialmente clarificadora; en particular al detallar qué puede significar entender la práctica como vía de desarrollo.

Es en este contexto de desarrollo donde los resultados obtenidos sobre el conocimiento profesional del maestro nos parecen especialmente relevantes. El protagonismo que ha adquirido el conocimiento profesional de I en su proceso de desarrollo, especialmente su conocimiento de contenido, nos muestra no sólo la incidencia de éste sobre su práctica, sino, lo que nos parece más importante, sobre su desarrollo, sus perspectivas de mejora profesional. Putnam et al. (1992) señalaban que en la investigación sobre el conocimiento profesional del profesor la relevancia del conocimiento de contenido para la *enseñanza con significado* se evidencia a través de su ausencia. Es más difícil

encontrar ejemplos positivos de la importancia de que el profesor disponga de un conocimiento rico de la materia que enseña. Es más probable que pasen desapercibidas para el investigador las manifestaciones de tal conocimiento que aquellas en que se ponen de relieve las carencias del mismo. En este sentido, el conocimiento de contenido de I se ha mostrado un elemento clave en su desarrollo, por perfilarse quizás como uno de los principales retos para su desarrollo. De ahí la centralidad que ha tomado en el trabajo. Hemos intentado, no obstante, estudiar también aquellos aspectos de su conocimiento profesional, de sus concepciones y de su manera de situarse ante su profesión que han posibilitado su desarrollo. Hemos obtenido, en ese sentido, muestras también de la importancia de un conocimiento rico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la materia, proveniente de una práctica reflexiva; de asumir el desarrollo como tarea propia del maestro y plantearse cuestiones fundamentales sobre éste y la propia práctica; de tener inquietudes hacia la mejora de la enseñanza, lo que lleva a buscar alternativas y reflexionar sobre lo que se hace, situándose en un punto de partida que en este caso creemos que ha sido decisivo.

De especial interés en el caso de los maestros nos parece la profundización en un conocimiento profesional íntimamente ligado a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Por las especiales relaciones de éstos con la matemática, parece crucial mostrar vías de desarrollo que los impliquen en dicha profundización. Consideramos que un resultado importante de esta investigación es mostrar cómo se produce una de tales implicaciones. En relación con esto, vemos *la profundización de la reflexión en el contenido matemático* como un elemento con potencialidad e interés no sólo para la investigación sobre el profesor sino también para la formación, tanto inicial como permanente.

Enlazando a partir de lo anterior con las categorías de análisis desarrolladas y usadas en esta investigación, nos parecen especialmente útiles las relativas a la reflexión sobre la práctica y la visión del desarrollo profesional. Las restantes han sido instrumentos que, creemos, han cumplido sus objetivos en esta investigación, pero no las extrapolaríamos de los límites de la misma. Las anteriores, por el contrario, pueden servir de referente, en cuanto a cuestiones que considerar, tanto para el formador como para el maestro (estudiante para maestro). Serían como llamadas de atención tanto sobre la propia tarea del maestro (estudiante para maestro) como sobre la del formador. Por ejemplo, las

cuestiones sobre las concepciones respecto de las vías de desarrollo pueden contribuir al cuestionamiento por parte del maestro y del formador sobre cuáles son las expectativas del primero y, a su vez, de cuestionamiento para el propio formador sobre qué vías de desarrollo concibe él mismo (en cuanto a lo declarativo y en cuanto a la acción). En el mismo sentido podrían considerarse las categorías *motivación y elementos del conocimiento profesional sobre los que se considera necesario incidir en el desarrollo* (de la visión del desarrollo profesional, cuadro 3 –II.3-). Las categorías para el análisis de la reflexión sobre la práctica aportan, por otro lado, puntos concretos sobre los que cuestionarse respecto de una práctica reflexiva.

De estas consideraciones más generales hemos intentado hacer el esfuerzo de extraer sugerencias concretas para la formación inicial y permanente de maestros respecto de la enseñanza de la matemática. Dichas sugerencias no son corolarios inmediatos de los resultados obtenidos (por otro lado, tampoco estos últimos son teoremas). Son más bien interpretaciones proyectivas de los mismos, donde se funde lo que nos ha hecho reflexionar esta investigación sobre dicha formación y nuestra visión de la misma.

### **Implicaciones para la formación permanente e inicial**

Consideramos que de manera general el desarrollo de I refuerza la importancia de la reflexión en el desarrollo del profesor. Además, muestra un ejemplo concreto de las posibilidades y las limitaciones de dicha reflexión. En particular, parecen elementos fundamentales en la reflexión de esta maestra el conocimiento de contenido, la profundización en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y la relación con la práctica.

#### *Sobre el conocimiento de contenido matemático*

Como señalábamos en el apartado anterior, una de las cuestiones que para nosotros ha puesto más de relieve esta investigación es la importancia del conocimiento de contenido del maestro para su propio desarrollo. En relación con esto, nos gustaría apuntar que:

- El conocimiento de contenido para la enseñanza, no sólo ha mostrado la necesidad de ser diferente del conocimiento de contenido por sí. Un aspecto importante de éste es la necesidad de que el maestro lo considere problemático. Esto es, no pensar que



“posees o no” el conocimiento necesario, sino que siempre surgen situaciones que muestran dimensiones nuevas de ese conocimiento, su ampliación a otros contextos. El conocimiento de contenido se amplía con la enseñanza. El maestro debería mantener una actitud de revisión e indagación respecto de él.

- Se ha evidenciado la importancia del conocimiento de contenido para el enfoque de resolución de problemas en el aula; es muy importante, además, que ésta haya sido una conclusión de la propia I: *se necesita más matemática para trabajar desde la perspectiva de resolución de problemas*. En relación con esto, algunas aproximaciones a la formación de maestros, dados, por un lado, el cambio en la visión de la matemática y su enseñanza y aprendizaje que supone trabajar la matemática escolar conforme a las recomendaciones del nuevo currículo y, por otro, la importancia que ha mostrado la investigación de las concepciones de los profesores sobre su actuación, enfatizan sobre todo el cambio de concepciones. Esto no parece suficiente. En este caso se pone de manifiesto la necesidad de que ese cambio de concepciones vaya acompañado de un conocimiento matemático sólido, incluso para poder sustentar dichas concepciones. Para poder implicar a los alumnos en la actividad matemática el propio maestro debe ser capaz de hacer matemáticas y de retar a los alumnos y sus propuestas.
- El conocimiento de contenido es uno de las principales retos del desarrollo del maestro. Las carencias en éste y las dificultades para implicarse en su abordaje pueden limitar su desarrollo. Hay fronteras difíciles de traspasar sin entrar en dicho conocimiento; por ejemplo, pasar de incidir sobre el *cómo* enseñar a sobre el *qué* enseñar.
- La propia visión de la matemática escolar por parte del maestro es relevante no sólo por sí misma sino también para que el maestro encuentre sentido a la materia como contribuyente a la formación integral del alumno. Esta cuestión nos parece de interés dada la visión que suelen tener los maestros de la materia y de sí mismos en relación con su enseñanza (como educadores y no como instructores matemáticos). Conjeturamos que con una visión de la matemática como reglas, principios, nombres... es difícil encontrarle sentido en el currículo global de Primaria. De este

modo la matemática escolar se queda aislada, no contribuye a esa visión de la formación integral.

La visión de la matemática, el conocimiento de las actividades genuinas de la matemática escolar, parece también importante para el *cómo* enseñar. Cuestiones metodológicas generales o sobre el aprendizaje de la materia no son las únicas que dirigen ese *cómo*, sino también la propia idea de la matemática escolar. En el caso de I, además, la matematización de la matemática escolar parece provenir más de consideraciones sobre el aprendizaje que sobre la disciplina. En este sentido el trabajo de Pomeroy (1993) (referido en el marco teórico sobre concepciones), apuntaba como posible explicación a una visión menos tradicional sobre la enseñanza de la matemática en el caso de los maestros de Primaria que los de Secundaria, que los primeros tomaban más como referente el aprendizaje de los alumnos mientras que los segundos tomaban en mayor medida la disciplina. Se refuerza en nuestro caso que un referente importante para trabajar con los maestros es *cómo* aprenden los alumnos (no el referente disciplinar).

Junto con la importancia descrita, el caso de I ha puesto de manifiesto la problemática que presenta dicha cuestión en el caso de los maestros (quizás aún más que en el de los estudiantes para maestro). A este respecto destacaríamos:

- La dualidad que se aprecia en I entre las carencias que percibe (respecto de su conocimiento de contenido) y su disposición de hecho a abordarlas.
- La dualidad que igualmente mantiene respecto de su visión de las vías de desarrollo en relación con la ampliación de contenido: una visión más externa que respecto de otros aspectos de sus conocimiento y mejora profesional.
- En relación con las dos cuestiones anteriores, su falta de disponibilidad a abordar situaciones relativas al conocimiento de contenido que surgen en el aula (a posteriori), respecto de las que no tiene hábito ni vislumbra garantías de éxito.

Parece clara la necesidad de conocimiento de contenido sobre el que fundamentar la reflexión. La problematización del contenido matemático difícilmente se dará si no se

tiene cierta seguridad en su conocimiento. Como señalábamos (en IV.3.2.2) en relación con las tres componentes a las que se refiere Kilpatrick (1985) y que la propia I adaptaba a las necesidades del maestro respecto de su aprendizaje (conocimiento del contenido, estrategias y un sistema de control, la reflexión), la reflexión necesita del apoyo de las dos componentes anteriores.

Nos encontramos con un problema circular: los maestros normalmente no disponen de hábitos, de conocimiento, ni de actitudes favorables hacia ello, lo que lleva a que no estén dispuestos a abordar la ampliación de su contenido (ni en actividades específicas de formación ni ellos mismos a partir de su práctica). ¿Dónde y cómo romper el ciclo? En el proyecto de investigación colaborativa, nos hemos introducido en el abordaje de situaciones matemáticas al hilo del diseño de situaciones para llevar luego al aula (en el segundo año del proyecto). En esa situación, sin embargo, hemos de decir que los maestros van “a remolque” de los formadores.

También a este respecto es llamativa la resistencia que mantiene I a abordar la resolución de problemas (con ella como resolutora). Esta resistencia (que también es dualidad respecto de la importancia que atribuye a la resolución de problemas en la matemática escolar) se refleja en otras investigaciones (referidas en II.1), como en la de Ponte (1994a). En ésta, como en el caso de I, veíamos a una maestra experta cuya metodología del aula es bastante cercana a la de resolución de problemas pero a quien no gusta enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos. Sin embargo, Thompson (1985) defiende que los profesores sólo pueden ver a sus estudiantes como potenciales resolutores de problemas y guiarlos en tales situaciones si ellos se ven a sí mismos como resolutores de problemas. ¿Cuál es la necesidad real de que los profesores se sumerjan en el papel de resolutores de problemas? Sobre todo, ¿cuál es la viabilidad de esto en maestros de Primaria?

#### *Sobre la profundización en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*

Como también señalábamos en la valoración más general de los resultados de la investigación, esta cuestión parece especialmente interesante en el caso de los maestros

de Primaria. ¿Qué nos sugiere lo observado sobre la implicación de I en dicha profundización?:

- Parece más adecuado que el abordaje del conocimiento de contenido pase a través de cuestiones de aprendizaje. La matemática por sí sola no tiene sentido para I, lo que tiene sentido es la matemática ESCOLAR. A este respecto, frente a propuestas que toman como punto de partida la actividad matemática según las nuevas orientaciones, en las que los profesores actúan como aprendices de matemáticas (en la línea de Civil, 1996; Simon, 1994), en este caso se observa un rechazo hacia la actividad matemática como punto de partida. En los trabajos citados se ejemplifica con la formación inicial (aunque la propuesta de Simon es tanto para la formación inicial como para la permanente, la ejemplificación de la propuesta es sobre formación inicial). También en nuestro caso hemos experimentado en la formación inicial de maestros la actividad matemática del estudiante para profesor como punto de partida para abordar su conocimiento de contenido y otros aspectos de su conocimiento profesional (Climent y Carrillo, en prensa). A la luz de los resultados obtenidos en nuestro estudio de caso sobre la visión de I hacia su conocimiento de contenido y la actividad matemática como vía de desarrollo, nos preguntamos si en la formación permanente de maestros (si se conjetura que la actitud hacia la matemática, la experiencia de hacer matemáticas y el conocimiento de contenido de I no es un caso aislado) ese punto de partida debe estar más directamente relacionado con su práctica. Esto es, si considerando los ciclos de aprendizaje que propone Simon en su trabajo, el primero no debería desplazarse de la experimentación de situaciones matemáticas a experimentación de situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática, que lleven, en otro ciclo posterior, al desarrollo de conocimiento *de y sobre* matemáticas. Por otro lado, el cambio de concepción de I respecto de sus necesidades de conocimiento de contenido a partir de su consideración de la enseñanza de la matemática desde la perspectiva de la resolución de problemas y del aprendizaje de los alumnos, refuerza la conveniencia de este punto de partida. Ese cambio hacia el conocimiento de contenido cobra sentido en el contexto que centra su interés: la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Nos preguntamos si sería más difícil que ese cambio se produjera a partir de la implicación del maestro en actividades matemáticas. En cierto modo, en

esta actividad el maestro debe hacer una abstracción desde su aprendizaje al de sus alumnos. En todo caso, debería partirse de su disposición a implicarse en dicha actividad, cuestión que en el caso estudiado no se ha dado. La propuesta de los *ámbitos de investigación profesional* (Azcárate, 1999b) va en la línea que señalamos.

- En la reflexión de I sobre su práctica, por otro lado, observábamos cómo centra su atención fundamentalmente en el aprendizaje de los alumnos y cómo profundiza en los contenidos y su enseñanza y aprendizaje cuando lo percibe necesario por la detección de dificultades de aprendizaje. Estos datos informan sobre los campos de interés de los maestros en la formación permanente. De nuevo se refleja la necesidad de tomar el aprendizaje de sus alumnos como puerta de entrada de su desarrollo.
- La constatación de dificultades de aprendizaje lleva en I a una complejización de los contenidos matemáticos (el ejemplo más claro lo observamos en el caso de los contenidos geométricos). Se muestran de este modo fuertemente ligados el conocimiento sobre el aprendizaje de los contenidos, la visión de los mismos y de la propia matemática; la complejización de los tres va pareja y, en el caso de los maestros, parece que puede venir sobre todo de la mano de lo primero. Más que una relación causal se observa la fusión entre conocimiento de contenido para la enseñanza, conocimiento didáctico del contenido y concepciones. En el caso de I y de los contenidos relativos a la unidad de *polígonos* especialmente, su comprensión de la noción de triángulo o de ángulo, por ejemplo, de lo que supone su aprendizaje, de las repercusiones sobre éste de determinadas aproximaciones a su enseñanza, su consideración de las finalidades del aprendizaje de dichos contenidos (dentro del marco más amplio de los contenidos geométricos y matemáticos) y de cómo se aprende, se desarrollan en conjunto, de manera que la profundización en uno de estos aspectos es difícil de desligar de los restantes. Parece reforzarse la idea de Sherin (1996), quien sugiere que a medida que un profesor desarrolla experiencia, elementos de su conocimiento de la materia y su conocimiento didáctico del contenido llegan a estar estrechamente conectados en estructuras de conocimiento que denomina *complejos de conocimiento de contenido* (citado en Sherin et al., 2000, p. 366).

### Sobre el desarrollo profesional y la práctica

La visión de I sobre su desarrollo y la relación entre ésta y su propio desarrollo subrayan la importancia de que se mantengan y potencien (por parte de todos los implicados en la formación de profesores: administraciones educativas, profesores, formadores) visiones internas del mismo.

- Hemos de considerar si la visión externa del desarrollo que pueden mantener muchos maestros es la que se potencia desde el abordaje de la formación permanente por parte de la administración y nosotros mismos (los formadores/investigadores). Esta investigación refrenda la importancia de las concepciones del profesor respecto de su propio desarrollo, de su motivación, de su deseo y de su convencimiento de la necesidad de cambios en su saber profesional y su práctica. Necesitamos pues, modelos de formación que tomen en consideración estas concepciones, faciliten su explicitación por parte de los maestros y potencien una visión interna del desarrollo. Los proyectos de investigación de corte colaborativo parecen ser una apuesta decidida en este sentido.
- Dada la concepción de I de la visión de su desarrollo en relación con su práctica, parece recomendable que, en formación permanente al menos, las vías de formación del maestro estén ligadas a su práctica. En este sentido, no parece justificado dejar a ellos la tarea de traspasar “a su práctica, a su aula, a su contexto” (en palabras de I) lo que se trabaje en un contexto externo. Además, a la luz de las diferencias entre la visión no externa inicial de I (donde el énfasis estaba puesto en el cambio, lo que denominábamos una visión del desarrollo *para y en* la práctica) y la que después desarrolla (*a través* de la práctica) nos planteamos la adecuación de modelos formativos que potencien esta última visión del desarrollo a través de la práctica. Esto es, que interese tanto el cambio como proceso como el cambio como resultado.

### **Limitaciones del estudio y preguntas abiertas**

Hay varios aspectos que no han sido abordados en esta investigación y que consideramos la hubieran mejorado. La ausencia de algunos de ellos se debe a la necesidad de limitar el estudio, mientras que en otros casos reconocemos que el transcurso de la misma no nos hizo ver su necesidad en el momento adecuado. El fin de señalar aquí estas cuestiones es, por un lado, de cara a futuras investigaciones y de otro, reconocer los límites de éste.

La principal ausencia en esta investigación reside en el seguimiento de lo relativo al proyecto de investigación colaborativa. Como explicábamos en la introducción del trabajo (capítulo I), la diferencia de focos de atención y la complejidad de seguir ambos nos desaconsejaron recoger los dos pilares en los que parece haberse fundamentado el proceso de desarrollo profesional de I: su proceso de puesta en práctica y reflexión sobre la perspectiva de resolución de problemas, y el proyecto de investigación colaborativa. Estudiar a fondo ambas ramas nos hubiera permitido profundizar más en el “cómo” de su desarrollo.

En una línea totalmente opuesta a la anterior, un posible defecto de este trabajo puede atribuírsele a no haber profundizado más en el conocimiento de contenido de I, o en su conocimiento didáctico del contenido, o en su actuación en el aula, o en cualquiera de los aspectos en que nos hemos fijado. En nuestro deseo de considerar el desarrollo de I respecto de su conocimiento, concepciones y prácticas, así como de mantener una actitud relativamente abierta a los aspectos que pudieran observarse en su desarrollo, a la vez que debido a la necesidad de aunar este deseo con la viabilidad temporal de este trabajo, somos conscientes de que podríamos haber profundizado en más en los aspectos en que se define el desarrollo de I. Consideramos que aportamos una descripción más amplia (siendo conscientes de que no hemos considerado cuestiones como la influencia del entorno social sobre su desarrollo, del proyecto de investigación colaborativa, de la escuela...) que profunda de dicho desarrollo. Este hecho es para nosotros una de las principales debilidades y a la vez bondades del trabajo (esto último en cuanto a la visión de conjunto que aporta) y ha sido reconsiderado constantemente en el curso de la investigación.

En otro orden de cosas, podríamos haber realizado observaciones de la práctica de I antes del periodo estudiado, para ver las dimensiones reales de su desarrollo. Esto, desde nuestro punto de vista, pondría el énfasis en el cambio, en el antes y el después, si bien nosotros no buscábamos reflejar eso sino el proceso. No nos interesa describir si antes su práctica era más tradicional y ahora más investigativa, sino qué se va planteando sobre ella y qué va modificando.

Otra posible cuestión a considerar hubiera sido comparar su actuación respecto de los mismos contenidos y en los mismos cursos en distintos momentos de su desarrollo (para constatar la diferencia de tratamientos). Frente a esto, hemos seguido la práctica ordinaria de I especialmente durante un curso, contrastando su actuación y su reflexión sobre ella con distintos contenidos. En ese sentido nos interesaba la continuación y consolidación de su desarrollo en el mismo ambiente, el proceso en sí, pero no hemos entrado en cómo sería su actuación en otro contexto (con otros contenidos, en otro curso...).

Como reflejábamos en el capítulo III, que el proyecto de investigación colaborativa haya sido parte del contexto de recogida de información de la investigación ha tenido sus limitaciones y sus beneficios. No nos encontramos con una investigación planificada del mismo modo que otra donde, diseñada en gran parte de antemano, se busca y escoge a profesores como informantes. La posibilidad surge con el proyecto de investigación colaborativa y se aprovecha. Esto, como señalábamos en la *metodología*, la hace en cierto sentido más natural (así como sus resultados), pero hay cosas que no se han podido hacer, como por ejemplo lo que antes apuntábamos de estudiar su práctica antes de empezar la colaboración con ella.

Algunas de las cuestiones anteriores nos llevan a indicar líneas sobre las que sería interesante indagar más, muchas de las cuales se encontraban en nuestra agenda inicial de investigación, entre las que destacamos:

- Profundizar en el desarrollo del profesor respecto de la enseñanza de la matemática en una investigación colaborativa.
- Investigar sobre la puesta en práctica real de una investigación colaborativa que busque potenciar el desarrollo de profesores respecto de la enseñanza de la



matemática. Sus posibilidades, las tensiones que se producen y las relaciones que se establecen.

- Profundizar en la implicación del maestro de Primaria respecto de su conocimiento de contenido y respecto de “hacer matemáticas”. ¿Un convencimiento como el que muestra I sobre la necesidad de ampliar dicho conocimiento encuentra en otros casos la misma resistencia a su abordaje? Indagar más sobre dicha resistencia, sus causas y su evolución.
- Estudiar las concepciones de los maestros de Primaria sobre su desarrollo.
- Contrastar el desarrollo observado en I con el de otros maestros, con otras características y otros contextos. ¿La conceptualización de desarrollo profesional sería adecuada en otros casos?

A modo de síntesis final, si tuviéramos que resumir al máximo los aspectos sobre los que ha girado esta investigación, enfocados ya desde los resultados y conclusiones, diríamos que existen tres grandes ejes o núcleos. Éstos son la reflexión, la comprensión de la práctica y el aprendizaje de los alumnos.

En efecto, la reflexión se ha mostrado como medio y contenido constante del quehacer y el desarrollo de I. Hemos apreciado que es una constante que trasciende su labor profesional, y, ciñéndonos a ésta, tanto I como nosotros hemos *tocado* esa reflexión. Conviene traer aquí la discusión sobre la necesidad de concretar qué se entiende cuando usamos el término reflexión, suscitada en el grupo *Theory and practice of teaching from pre-service to in-service teacher education* del último CERME (CERME 2: Second Conference of the European Association of Research on Mathematics Education), celebrado en febrero de 2002. De la discusión entre investigadores como Krainer, Ponte, Oonk y Carrillo se extrajo la idoneidad de emplear la reflexión como parámetro del desarrollo profesional y la necesidad de especificar, en la medida de lo posible, su campo de significados. Creemos que esta investigación ha hecho más palpable la reflexión, además de poner de relieve su importancia y su papel. Insistimos en la

cuestión de haberla hecho más cercana y por eso hemos empleado el participio “tocado”.

Por otra parte, la maestra ha complejizado la práctica. Ahora la comprende mejor y es consciente de que la práctica es fuente de problemas y de su desarrollo. No la ha trivializado, pues no ha cometido el error del ignorante, que, sabiendo un poco de algo, cree que ya lo ha abarcado completamente; más bien al contrario, su comprensión de la práctica le ha abierto los ojos: comprende más aspectos, gestiona mejor la práctica, prevé la posible aparición de situaciones conflictivas y representa la práctica como dominio de relación con estos conflictos diversos.

Finalmente, el aprendizaje de los alumnos; en realidad es esto lo primero si miramos la motivación de la maestra. Lo que a ella le preocupaba al principio y le sigue preocupando es que sus alumnos aprendan (muchas cosas, como hemos comentado, no sólo matemáticas). En el trasiego entre esta motivación, el propio aprendizaje de los alumnos (con las dificultades correspondientes) y la permanente reflexión de I se produce su progresiva comprensión de la práctica y su desarrollo profesional.

Es por esa motivación por lo que se plantea desde el comienzo un cambio metodológico hacia una enseñanza desde la perspectiva de resolución de problemas. Aparte de los resultados presentados al respecto, una conclusión que extraemos es la conveniencia de abordar las situaciones de formación y de investigación colaborativa de manera flexible, sin imponer conceptos de la investigación que no siempre son aplicables fielmente a la práctica de un maestro concreto. La progresión de I en la aplicación de la resolución de problemas a su aula se ha caracterizado, como todo su aprendizaje, por la interiorización de unas ideas y por el convencimiento de su viabilidad. La resolución de problemas ha constituido un detonante importante del desarrollo de I y de esta investigación, pero su relevancia se ha diluido en la ingente riqueza aportada por otros aspectos de su conocimiento profesional y de su proceso de desarrollo.



# **REFERENCIAS**



## REFERENCIAS

- ABELSON, R. (1979). Differences between belief systems and knowledge systems *Cognitive Science*, 3, 355-366.
- ABRAIRA, C.; GÓMEZ, M.D.; BLANCO, L.J. y MARTÍN, M.C. (1997). Análisis de los Planes de Estudio del título de Maestro de la Especialidad de Educación Primaria. En Abraira, C. y De Francisco, A. (Coords.) *II Simposio. El currículo en la formación inicial de los profesores de Primaria y Secundaria en el área de Didáctica de las Matemáticas*. Facultad de Educación de la Universidad de León, 15-24.
- ARMENTO, B. (1991). Changing Conceptions of Research on the Teaching of Social Studies. En Shaver, J. (Ed) *Handbook of Research on Social Studies Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- ÁVILA, R. (1998). *Aportaciones al conocimiento profesional sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Historia del Arte*. Universidad de Sevilla. Tesis doctoral inédita.
- AZCÁRATE, P. (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Comares.
- AZCÁRATE, P. (1998). Sobre el conocimiento didáctico del contenido. Dilemas y alternativas. En Rico, L. y Sierra, M. (Eds.) *Primer Simposio de la SEIEM*, pp. 27-36.
- AZCÁRATE, P. (1999a). El conocimiento profesional: naturaleza, fuentes, organización y desarrollo *Quadrante*, 8, 111-138.
- AZCÁRATE, P. (1999b). Los ámbitos de investigación profesional (A.I.P.) como organizadores del currículum del profesor. *Actas del PROFMAT 99*, Conferencia 24, 121-134. Portimao: Portugal.
- AZCÁRATE, P. y CARDEÑOSO, J.M. (1994). La naturaleza de la matemática escolar: problema de la didáctica de la matemática *Investigación en la Escuela*, 24, 79-88.
- BALL, D.L. (1988). Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining What prospective teachers bring to teacher education (Doctoral dissertation, Michigan State University, 1988), *Dissertations Abstract International*, A50(02), 416.
- BALL, D.L. (1989a). Teaching mathematics for understanding. What do teachers need to know about the subject matter. Paper presented for the National Center for Research on Teacher Education Seminar on Teacher Knowledge. Washington, DC, February.
- BALL, D.L. (1989b). Research on Teaching Mathematics: Making Subject Matter Knowledge Part of the Equation. En Brophy, J. (Ed.) *Advances in Research on Teaching*, vol.2. Greenwich: JAI Press.
- BALL, D.L. (1990a). Breaking with experience in learning to teach mathematics: the role of a preservice methods course *For the learning of mathematics*, 10(2), 10-16.
- BALL, D.L. (1990b). The mathematical understandings that prospective teacher bring to teacher education *Elementary School Journal*, 90, 449-466.
- BALL, D.L. (2000). Bridging practices: Interwining content and pedagogy in teaching and learning to teach *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- BALL, D.L. y MCDIAMIRD, G. (1990). The subject matter preparation of teachers. En Houston, W.R. (Ed) *Handbook of Research on teacher education*. New York: Macmillan.

- BALL, D.L. y WILSON, S. (1990). *Knowing the subject and learning to teach it: Examining assumptions about becoming a mathematics teacher*. Research Report. N.C.R.T.E.
- BARDIN, L. (1986). *El análisis del contenido*. Madrid: Akal.
- BELENKY, M.F. ET AL. (1986). *Women's ways of knowing: The development of self, voice, and mind*. New York: Basic Books.
- BLANCO, L. (1991a). *Conocimiento y acción en la enseñanza de conceptos matemáticos y la resolución de problemas, de profesores de EGB, especialistas en matemáticas, con experiencia y estudiantes para profesores*. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla.
- BLANCO, L. (1991b). *Conocimiento y acción en la enseñanza de las Matemáticas de profesores de EGB y estudiantes para profesores*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura, Badajoz.
- BLANCO, L. (1991c). Interacción didáctica en la enseñanza de las matemáticas con estudiantes de Magisterio *Revista Interuniversitaria de Formación del profesorado*, 12, 57-68.
- BLANCO, L. (1991d). Conocimiento práctico sobre la enseñanza de las matemáticas de profesores de E.G.B. *Enseñanza*, 9, 187-199. Universidad de Salamanca.
- BLANCO, L. (2001). La Educación Matemática en los Planes de Estudio de la Formación de Profesores de Primaria *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 4(2), 411-414.
- BLANCO, L.; MELLADO, V. y RUIZ, C. (1995). Conocimiento Didáctico del Contenido de Ciencias y Matemáticas y Formación de Profesores *Revista de Educación*, 307, 427-446.
- BOBIS, J. y GOULD, P. (2000). Changing the professional knowledge of teachers. *MERGA23 Proceedings*, 47-54.
- BORKO, H. ET AL. (1992). Learning to teach hard mathematics: do novice teachers and their instructors give up too easily? *Journal for Research In Mathematics Education*, 23(3), 194-222.
- BROMME, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En Biehler, R. et al. (Eds) *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- BROWN, C.A. (1986). A study of the socialization to teaching of a beginning secondary mathematics teacher *Proceedings of the Tenth International Psychology of Mathematics Education Conference*, 336-341. London: Institute of Education.
- BROWN, C.A. y BORKO, H. (1992), Becoming a Mathematics Teacher. En Grouws, D.A. (Eds) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 209-239. New York: Macmillan.
- BROWN, S.I.; COONEY, T.J. y JONES, D. (1990). Mathematics teacher education. En Houston, W.R. (Ed.) *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: MacMillan.
- BROWN, T. ; MCNAMARA, O. ; HANLEY, U. y JONES, L. (1999). Student teachers' conceptions of mathematics *Mathematics Teaching*, 167, 28-32.
- BURTON, L. (1993). *The Constructivist Classroom*. Perth, WA: Mathematics, Science and Technology Centre, Edith Cowan University.
- CALDERHEAD, J. (1988). Conceptualización e investigación del conocimiento profesional de los profesores. En Villar, L.M. *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores*. Alcoy: Marfil.

- CARDEÑOSO, J.M. (1998). *Las creencias y el conocimiento de los profesores de Primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y la probabilidad*. Tesis doctoral. Universidad de Cádiz.
- CARR, W. (1990). Cambio educativo y desarrollo profesional *Investigación en la escuela*, 11, 3-11.
- CARRILLO, J. (1995). La resolución de problemas matemáticos: cómo abordar su evaluación *Investigación en la escuela*, nº 25, 79-86.
- CARRILLO, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la Matemática y su enseñanza de profesores de Matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla.
- CARRILLO, J. (1998a). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- CARRILLO, J. (1999a). Conceptions and Problem Solving: A Starting Point and a Tool for Professional Development. En Ellerton, N. (Ed.) *Mathematics Teacher*
- CARRILLO, J. (1999b). *Comentarios e ideas sobre la naturaleza del conocimiento profesional*. Documento de trabajo del grupo DESYM. (Sin publicar).
- CARRILLO, J. (2000). Comentário a la contribución del Prof. Joao F.L. Matos. En Ponte, J.P. y Serrazina, L. (Organizadores) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verao-1999*. Secção de Educação e Matemática- Sociedade portuguesa de Ciências da Educação.
- CARRILLO, J. (En prensa). Formación de profesores de matemáticas. En Rico, L. (Ed.) *Currículo de Matemáticas para la Enseñanza Obligatoria. Innovaciones en la década de los 90*. Madrid: Síntesis.
- CARRILLO, J. y CLIMENT, N. (1999). *Modelos de formación de maestros en Matemáticas*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- CARRILLO, J. y CONTRERAS, L.C. (1994). The relationship between the conceptions of mathematics and of mathematics teaching. A model using categories and descriptors for their analysis. *18<sup>th</sup> PME Conference*, Vol. II, 152-159.
- CARRILLO, J. y CONTRERAS, L.C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la Matemática y su Enseñanza *Educación Matemática*, 7(3), 79-92.
- CARRILLO, J.; CLIMENT, N. y CONTRERAS, L.C. (1998). Teachers' beliefs: starting point for professional development. Actas del *CIEAEM50 (Comission International pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseignement des mathematiques)*, Neuchatel (Suiza).
- CARRILLO, J. ; CORIAT, M. y OLIVEIRA, H. (1999) Teacher Education and Investigations into Teacher's Knowledge. En Krainer, K. y Goffree, F. (Eds) *On Research in Teacher Education. From a Study in Teaching Practices to Issues in Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik. Osnabrück, Alemania.
- CARRILLO, J. Y GUEVARA, F. (1998). Curricular change starting with problem solving. A research model. En Jaquet, F. (Ed.) *La liens entre la pratique de la classe et la recherche en didactique des mathématiques*. Actas de *CIEAM50*. Neuchatel (Suiza).





- CASTLE, K. y AICHELE, D.B. (1994). Professional Development and Teacher Autonomy. En Aichele, D.B. (Ed.) *Professional Development for Teachers of Mathematics*. Reston (Virginia): NCTM, INC.
- CIVIL, M. (1996). Pensando sobre las Matemáticas y su enseñanza: Una experiencia con estudiantes para profesor de primaria. En Giménez, J; Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, 173-197. Granada: Comares.
- CLANDININ, D.J. (1986). *Classroom practice: teachers images in action*. London: The Falmer Press.
- CLANDININ, D.J. y CONNELLY, F.M. (1988). Conocimiento práctico personal de los profesores: imagen y unidad narrativa. En Villar, L.M. (Ed.) *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores*. Alcoy: Marfil.
- CLARK, M.C. Y PETERSON, P.L. (1990). Procesos de pensamiento de los docentes. En Wittrock, M.C. (Ed.) *La investigación de la enseñanza, III. Profesores y alumnos*. Barcelona: Paidós Educador- M.E.C.
- CLIMENT, N. y CARRILLO, J. (2002). Developing and Researching professional Knowledge with Primary Teachers. En Novotná, J. (Ed.) *European Research in Mathematics Education II*, vol.1, 269-280.
- CLIMENT, N. y CARRILLO, J. (En prensa). Una propuesta para la formación inicial de maestros. Ejemplificación: Los triángulos, una situación de Primaria *Revista EMA* (aceptada para publicar en vol.7, nº2).
- COHEN, L. Y MANION, L. (1994) *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- COLÁS, M.P. Y BUENDÍA, L. (1998). *Investigación educativa*. Sevilla: Alfar.
- CONROY, J. y PERRY, B. (1997). Australian and Indonesian student teacher beliefs about mathematics and performance on a classic ratio task. En Pehkonen, E. (Ed.) *Proceedings of the XXI PME Conference*, vol.2, 177-184. Lahti (Finlandia): Univ. of Helsinki.
- CONTRERAS, L.C. (1998). *Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Tesis Doctoral, Universidad de Huelva.
- CONTRERAS, L.C. (1999a). *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- CONTRERAS, L.C. (1999b). El método de casos en la formación de maestros. Una aproximación desde la Educación Matemática. En Carrillo, J. y Climent, N. (Eds) *Modelos de formación de maestros en matemáticas*, 149-162. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- CONTRERAS, L.C.; CARRILLO, J y CLIMENT, N (2000). The role of professional knowledge in the gap between wishes and practice. *Actas del CIEAEM 51 (Comission International pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseignement des mathematiques)*. Chichester, United Kingdom.
- CONTRERAS, L.C.; CLIMENT, N. y CARRILLO, J. (1999) Teachers' beliefs on problem solving and mathematics education. En Krainer, K. y Goffree, F. (Eds.) *European Research in mathematics education. I.III. On Research in Mathemtics Teacher Education*. Osnabrück, Alemania: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

- COONEY, T. (1983). Espoused beliefs and beliefs in practice: The cases of Fred and Janice. En Bergeron, J.C. y Herscovics, N. (Eds) *Proceedings of the fifth annual meeting of the North American Chapter of the PME*. Montreal: Universidad de Montreal.
- COONEY, T.J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 324-336.
- COONEY, T.J. (1994). Research and teacher education: in search of common ground. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 608-636.
- COONEY, T. (1998). Conceptualizing the professional development of teachers. *Selección de Conferencias del ICME 8*, 101-117. Sevilla: España.
- COONEY, T.J. y BROWN, S.I. (1986). Stalking the dualism between theory and practice. Paper presented at the conference *Systematic Cooperation Between Theory and Practice in Mathematics Education*. Lochem (The Netherlands), 3-7 November.
- COONEY, T. y KRAINER, K. (1996). Inservice mathematics teacher education: The importance of listening. En Bishop, A. et al. (Eds) *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- COONEY, T.J. y SHEALY, B.E. (1997). On understanding the Structure of Teachers' Beliefs and Their Relationship to Change. En Fennema, E. y Nelson, B.S. (Eds.) *Mathematics Teachers in Transition*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- COONEY, T.J.; SHEALY, B. y ARVOLD, B. (1998). Conceptualizing Belief Structures of Preservice Secondary Mathematics Teachers *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3), 306-333.
- COPEL, L. (1979). The Perry development scheme and the teaching of mathematics. Paper presented at the *annual meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Warwick, England.
- DE LA TORRE, E. (2001). El maestro no es un experto en Matemática ni en Didáctica de la Matemática. En Perales, F.J. et al. (Eds.) *Congreso Nacional de Didácticas Específicas. Las Didácticas de las Áreas Curriculares en el siglo XXI*. Granada: Grupo Editorial Universitario. Pp. 1333-1338.
- DEWEY, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. Boston: D.C. Heath.
- DIENES, Z. P. (1970). *La construcción de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Vicens-Vives.
- ELBAZ, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge* London: Croom-Helm
- ELSTGEEST, J. GOFFREE, F. y HARLEN, W. (1993). Education for Teaching Science and Mathematics in the Primary School. En Harlen, W. (Ed) *Science and Technology Education*. Document Series, 46. Paris: UNESCO.
- ENSOR, P. (1998). Teachers' beliefs and the "problem" of the social. En Olivier, A. y Newstead, K. (Eds.) *Proceedings of the 22th PME Conference*, vol. 2, 280- 287. Stellenbosch (Sudáfrica): Univ. of Stellenbosch.
- ERAUT, M. (1995). Schön shock: A case for reframing reflection-in-action? *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 1(1), 9-22.

- ERICKSON, F. (1989). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. En Wittrock, M.C. (Ed.) *La investigación de la enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación*. Barcelona: Paidós Educador- M.E.C.
- ERNEST, P. (1989a) The knowledge, belief and attitudes of the mathematics teacher. A model *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13-33.
- ERNEST, P. (1989b). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. En Keitel, C. et al. (Eds.) *Mathematics, Education and Society*. Science and Technology Education. Document Series 35. Paris: UNESCO, 99-101.
- ERNEST, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: The Falmer Press.
- ERNEST, P. (2000). Los valores y la imagen de las matemáticas: una perspectiva filosófica *UNO*, 23, 9-27.
- FEATHERSTONE, H.; PFEIFFER, L. y SMITH, S.P. (1993). *Learning in good company: Report on a pilot study* (Research report 93-2). East Lansing: NCRTE, Michigan State University.
- FEATHERSTONE, H. ET AL., (Sin fecha). "Could you say more about that?" *A conversation about the development of a group's investigation of mathematics teaching* East Lansing: NCRTE, Michigan State University.
- FEATHERSTONE, H. ET AL. (1995). *Expanding the equation: Learning mathematics through teaching in new ways* (Research report 95-1). East Lansing: NCRTE, Michigan State University.
- FENNEMA, E. y FRANKE, M.L. (1992). Teachers' knowledge and Its Impact. En Grouws, D.A. (Eds) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 147-164. Reston, Virginia: NCTM.
- FLORES, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Granada: Comares.
- FOSS, D.H. y KLEINSASSER, R. (1996). Preservice elementary teachers' views of pedagogical and mathematical content knowledge *Teaching and Teacher Education*, 12, 429-442.
- FRANKE, M.L. ET AL. (1998). Understanding teachers' self-sustaining, generative change in the context of professional development *Teaching and Teacher Education*, 14(1), 67-80.
- FULLER, F. y BOWN, O. (1975). On becoming a teacher. En Ryan, K. (Ed.) *Teacher Education* (The 74<sup>th</sup> yearbook of the National Society for the Study of education). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- GARCÍA, M. (1997). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla: GIEM-US.
- GARCÍA, S. (1999). El desarrollo profesional: análisis de un concepto complejo. *Revista de Educación*, 318, 175-187.
- GATTUSO, L. y MAILLOUX, N. (1994). Conceptions about mathematics teaching of preservice elementary and high-school teachers. En Ponte, J.P. y Matos, J.F. (Eds.) *Proceedings of the XVIII PME Conference*, vol. 2, 392-399. Lisboa (Portugal): Univ. de Lisboa.
- GELLERT, U. (2000). Mathematics instruction in safe space: Prospective elementary teachers' views of mathematics education *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(3), 251-270.

- GIL, D. (1991) ¿Qué hemos de saber y saber hacer los profesores de ciencias? (Intento de síntesis de las aportaciones de la investigación didáctica) *Enseñanza de las Ciencias*, 9(1), 69-77.
- GIL, D. (1993) Aportaciones de la investigación en didáctica de las ciencias a la formación y actividad del profesorado *Curriculum*, 6-7, 45-66.
- GIMENO, J. y PÉREZ, A.I. (1993). *Comprender y transformar la enseñanza*. Barcelona: Morata.
- GOETZ, J.P. Y LECOMPTE, M.D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- GRANT, T.J. ; HIEBERT, J. y WEARNE, D. (1998). Observing and teaching reform-minded lessons: What do teachers see? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 217-236.
- GREEN, T. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw Hill.
- GREENO, J.G. (1997). On Claims That Answer the Wrong Questions *Educational Researcher*, 26(1), 5-17.
- GROSSMAN, P.L.(1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- GRUPO INVESTIGACIÓN EN LA ESCUELA (1991). *Proyecto curricular Investigación y Renovación en la Escuela (IRES)*. Sevilla: Diada.
- HASHEW, M. (1985). An exploratory study of teacher knowledge and teaching. Occasional Paper #61. Michigan State University: Institute for Research on Teaching.
- HILL, L. (2000). What does it take to change minds? Intellectual development of preservice teachers. *Journal of Teacher Education*, 51(1), 50-62.
- JAWORSKI, B. (1994). *Investigating Mathematics Teaching. A constructivist Enquiry*. London: The Falmer Press.
- JAWORSKI, B. (1996). A study of teachers inquiry into the processes of mathematics teaching. *Proceedings of the XX PME*, vol. 3, 129-136. Valencia: España.
- JAWORSKI, B. (1998). Mathematics teacher research: Process, practice and the development of teaching *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(1), 3-31.
- JONES, D.; HENDERSON, E. y COONEY, T. (1986). Mathematics teacher beliefs about mathematics and about teaching mathematics. En Lappan, G. y Even, R. (Eds). *Proceedings of the 8ght annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. East Lansing, MI: Michigan State University.
- KEINY, S. (1994). Teachers' Professional Development as a Process of Conceptual Change. En Carlgren, I; Handal, G. y Vaage, S. (Eds.) *Research on teachers' thinking and practice*. London: The Falmer Press.
- KILPATRIC, J. (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem-solving. En Silver, E.A. (Ed.) *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates
- KLEIN, R. y TIROSH, D. (2000). Does research based teacher development program affect teachers' lesson plans? *Proceedings of the XXIV PME*, vol.3, 151-158.

- KRAINER, K. (1994). PLF-MATHEMATICS: A teacher in-service education course as a contribution to the improvement of professional practice in mathematics instruction. *Proceedings of the XVIII PME*, vol. 3, 104-111. Lisboa: Portugal.
- KRAINER, K. (1998). Some considerations on problems and perspectives of inservice mathematics teacher education. *Selección de Conferencias del ICME 8*, 303-321. Sevilla: España.
- KRAINER, K. (1999a). Promoting reflection and networking as an intervention strategy in professional development programs for mathematics teachers and mathematics teacher educators. En Zaslavsky, O. (Ed.) *Proceedings of the 23<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol.1, 159-168.
- KRAINER, K. (1999b). Teacher education and investigations into teacher education: A conference as a learning environment. En Krainer, K.; Goffree, F. y Berger, P. (Eds.) *European Research in Mathematics Education I.III. On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik. Osnabrück, Alemania. Cap.1, pp. 13-39.
- KRAINER, K. (2001). Investigations into practice as a powerful means of promoting (student) teachers' professional growth. En Novotná, J. (Ed.) *European Research in Mathematics Education II*, vol.1, 269-280.
- KUHS, T. y BALL, D.L. (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills and disposition* (Research Memo). Lansing, MI: Michingan State University, Centre of Teacher Education.
- LAMPERT, M. (1988). *The Teachers' Role in Reinventing the Meaning of Mathematical Knowing in the Classroom*. Plenary paper at the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. DeKalb, Illinois, November.
- LATORRE, A.; DEL RINCÓN, D. Y ARNAL, J. (1997). *Bases metodológicas de la Investigación Educativa*. Barcelona: Hurtado Ediciones.
- LAVE, J. y WENGER, E. (1991). *Situated Learning-Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LECOMPTE, M.D. Y PREISSELE, J. (1993). *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research*. London: Academic Press, INC. 2ª Edición.
- LEINHARDT, G. y GREENO, J.C. (1986). The cognitive skill of teaching *Journal of Educational Psychology*, 2, 75-95.
- LEINHARDT, G.; PUTNAM, R.T.; STEIN, M.K. y BAXTER, J. (1991). Where subject knowledge matters. En Brophy, J. (Ed.) *Advances in Research on Teaching*, vol.2. Greenwich: Jai Press Inc.
- LEINHARDT, G. y SMITH, D.A. (1985) Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge *Journal of Educational Psychology*, 3, 247-271.
- LERMAN, S. (1983). Problem solving or knowledge centered: The influence of philosophy on mathematics teaching *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(1), 59-66.
- LLINARES, S. (1989). *Las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de Primaria: Dos estudios de casos*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.

- LLINARES, S. (1990). El conocimiento y las creencias de los profesores de matemáticas y la innovación educativa *Investigación en la escuela*, 11, 61-69.
- LLINARES, S. (1991). *La Formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID.
- LLINARES, S. (1994). El profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En Santaló, L. et al. *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. Madrid: Rialp.
- LLINARES, S. (1998). La investigación "sobre" el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional *AULA. Revista de Enseñanza e Investigación Educativa*, vol 10, 153-179.
- LLINARES, S. y SÁNCHEZ, V. (1990). Las creencias epistemológicas sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza y el proceso de llegar a ser un profesor *Enseñanza*, 8, 165-180. Universidad de Salamanca.
- LLINARES, S. y SÁNCHEZ, V. (1996). Comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación. El caso de los números racionales en estudiantes para profesores de Primaria. En Giménez, J; Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*, 199-221. Granada: Comares.
- LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V.; GARCÍA, M. y ESCUDERO, I. (1995). Creencias y aprender a enseñar matemáticas. Una relación entre la reforma y la cultura matemática escolar. En Villar, L y Cabero, J. (Coord). *Aspectos críticos de una reforma educativa*. Sevilla: Servicio de publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- MANOUCHERI, A. (1996). *Discourse in mathematics classroom*. Documento no publicado de la Universidad de St. Luis.
- MANOUCHERI, A. (1997). School Mathematics Reform: Implications for Mathematics Teacher Preparation *Journal of Teacher Education*, 48(3), 197-209.
- MANSFIELD, H; SCOTT, J. y BURGESS, Y. (1994). Teacher Education students helping primary pupils re-construct mathematics. En Ponte, J.P. y Matos, J.F. (Eds.) *Proceedings of the XVIII PME Conference*, vol. 3, 224-231. Lisboa (Portugal): Univ. de Lisboa.
- MARCELO, C. (1993). Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido. En Montero, L. y Vez, J.M. (Eds.) *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago: Tórculo, 151-186.
- MARKOVITS, Z. y EVEN, R. (1994). Teaching situations: elementary teachers' pedagogical content knowledge. En Ponte, J.P. y Matos, J.F. (Eds.) *Proceedings of the XVIII PME Conference*, vol. 3, 239-246. Lisboa (Portugal): Univ. de Lisboa.
- MARKS, R. (1989). *What exactly is pedagogical knowledge? Examples from Mathematics*. Paper presented at the AERA annual conference. San Francisco.
- MARKS, R. (1991). *When Should Teachers Learn Pedagogical Content Knowledge?* Paper presented at the AERA annual conference.
- MARRERO, J. (1992) Las teorías implícitas del profesorado: un puente entre la cultura y la práctica de enseñanza. En Estebaranz, A. y Sánchez, V. (Eds.) *Pensamiento de profesores y desarrollo profesional I*. Madrid: Visor.

- MARTÍN, R y PORLÁN, R. (1999). Tendencias en la formación del profesorado sobre los contenidos escolares *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 35, 115-128.
- MATOS, J.F. (2000). *Aprendizagem e prática social: contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem matemática escolar*. En Ponte, J.P. y Serrazina, L. (Organizadores) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999*. Secção de Educação e Matemática- Sociedade portuguesa de Ciências da Educação.
- MATOS, J.F. y CARREIRA, S.P. (1994). Estudos de caso em Educação Matemática. Problemas actuais *Quadrante*, 3(1), 19-53.
- MCDEVITT, T.M. ET AL. (1993). Evaluation of the preparation of teachers in science and mathematics: Assessment of preservice teachers' attitudes and beliefs *Science Education*, 77(6), 593-610.
- MCMILLAN, J.H. Y SCHUMACHER, S. (2001). *Research in Education. A conceptual introduction*. New York: Addison Wesley Longman, Inc.
- MEREDITH, A. (1995). Terry's Learning some limitations of Shulman's pedagogical content knowledge *Cambridge Journal of Education*, 25(2), 175- 187.
- MIDDLETON, J. y ROMBERG, T. (1993). *Teachers' conceptions of mathematics and mathematics Education: Effects of Collaboration on Teacher Beliefs*. Paper presented at AERA, Atlanta.
- MILLER, L.D. y HUNT, N.P. (1994). Professional Development through Action Research. En Aichele, D.B. (Ed.) *Professional Development for Teachers of Mathematics. 1994 Yearbook*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, INC.
- MOREIRA, C. (1992). *Primary teachers' attitudes towards mathematics and mathematics teaching with special reference to a Logo-based-in-service course*. Unpublished Ph. D. thesis. Institute of education. University of London.
- MOREIRA, C. (1994). Reflecting on prospective mathematics teachers' experiences in reflecting about the nature of mathematics. En Ponte, J.P. y Matos, J.F. (Eds.) *Proceedings of the XVIII PME Conference*, vol. 3, 287-294. Lisboa (Portugal): Univ. de Lisboa.
- NATIONAL RESEARCH COUNCIL (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, DC: National Academy Press.
- PAJARES, M.F. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning up a messy construct *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- PATTON, M. (1984). *Qualitative Evaluation Methods*. Beverley Hills (California): Sage.
- PEHKONEN, E. (1994). On Teachers' Beliefs and Changing Mathematics Teaching *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3/4), 177-209.
- PELTIER, M.L. (1999). Representaciones de los profesores de la escuela primaria sobre las matemáticas y su enseñanza *Educación Matemática*, 11(3), 5-24.
- PERRY, W.G. (1970). *Forms of intellectual and ethical development in the college years*. New York: Holt, Rinehart y Winston.
- PERRY, B.; HOWARD, P. y TRACEY, D. (1999). Head Mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of mathematics *Mathematics Education Research Journal*, 11(1), 39-53.



- PETERSON, P. (1988) Teachers' and students' cognitional knowledge for classroom teaching and learning *Educational Researcher*, 17(5), 5-14.
- PFEIFFER, L.C. y FEATHERSTONE, H. (Sin fecha). "*Toto, I don't think we're in Kansas anymore*": *Entering the land of public disagreement in learning to teach*. East Lansing: NCRTE, Michigan State University.
- PHILIPOU, G.N. y CHRISTOU, C. (1997). A study of teachers' conceptions about mathematics. En Pehkonen, E. (Ed.) *Proceedings of the XXI PME Conference*, vol.4, 9-16. Lahti (Finlandia): Univ. of Helsinki.
- POMEROY, D. (1993). Implications of Teachers' beliefs about the nature of Science: Comparison of the Beliefs of Scientists, Secondary Science Teachers, and Elementary Teachers *Science Education*, 77(3), 261-278.
- PONTE, J.P. (1988). Matemática, Insucesso e Mudança: Problema Possível, Impossível ou Indeterminado? *Aprender*, nº6, 10-19.
- PONTE, J.P. (1994a). Mathematics teachers' professional knowledge. En Ponte, J.P. y Matos, F. (Eds) *Proceedings of the XVIII PME*. Lisboa: Portugal.
- PONTE, J.P. (1994b). O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática. *Educação e Matemática*, 31, 9-12.
- PONTE, J.P. (1994c). O estudio de caso na investigação matematica *Quadrante*, 3(1), 3-17.
- PONTE, J.P. (2002). *Perspectivas teóricas sobre o desenvolvimento profissional*. Documento interno. Seminario "Investigar con Profesores: Desarrollo e Identidad Profesional". Febrero 2002. Huelva.
- PORLÁN, R. (1989). *Teoría del Conocimiento, Teoría de la Enseñanza y Desarrollo Profesional*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Sevilla.
- PORLÁN, R. (1995). Las creencias pedagógicas y científicas de los profesores *Enseñanza de las Ciencias de la Tierra*, 22, 7-13.
- PORLÁN, R., AZCÁRATE, P., MARTÍN, R.; MARTÍN, J. y RIVERO, A. (1996). Conocimiento profesional deseable y profesores innovadores: fundamentos y principios formativos *Investigación en la escuela*, 29, 23-38.
- PORLÁN, R. y RIVERO, A. (1998). *El conocimiento de los profesores*. Sevilla: Díada.
- POZO, J.I. (1992). El aprendizaje y la enseñanza de hechos y conceptos. En Coll, C.; Pozo, J.I.; Sarabia, B. y Valls, E. *Los contenidos en la Reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes*. Madrid: Santillana.
- PUTNAM, R.T. y BORKO, H. (2000). El aprendizaje del profesor: Implicaciones de las nuevas perspectivas de la cognición. En Biddle, B.J.; Good, T. y Goodson, I.F. (Comps.) *La enseñanza y los profesores, I. La profesión de enseñar*. Barcelona: Paidós. (Traducción al castellano del *International Handbook of Teachers and Teaching*. Biddle, Good y Goodson (comps.), 1997. Dordrecht (Holanda): Kluwer Academic Publishers).
- PUTNAM, R.T.; HEATON, R.M.; PRAWAT, R.S. y REMILLARD, J. (1992). Teaching mathematics for understanding: Discussing case studies of four fifth-grade teachers *The Elementary School Journal*, 93(2), 213-228.

- PUTNAM, R.T. y LEINHARDT, G. (1986). *Curriculum scripts and the adjustment of content in mathematics lessons*. Paper presented at the annual meeting of the Educational Research Association, San Francisco.
- RAYMOND, A.M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-576.
- REICHARDT, C.S. Y COOK, T.D. (1986). Hacia una superación del enfrentamiento entre los métodos cualitativos y los cuantitativos. En Cook, T.D. y Reichardt, C.S. (Eds.) *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid: Morata, 25-58.
- RHINE, S. (1998). The role of research and teachers' knowledge base in professional development *Educational Researcher*, 27(5), 27-31.
- RICO, L. y CARRILLO, J. (1999). The training and performance of primary teachers in mathematics education. The case of Spain. Ponencia invitada en el Congreso Internacional *The training and performance of primary teachers in mathematics education*, organizado por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, Octubre de 1999.
- RINGSTAFF, C. (1987). Teachers Misassignment: The Influence of Subject Matter Knowledge on Teacher Planning and Instruction. Paper presented at the AERA. Washington, DC.
- RIVERO GARCÍA, A. (1996). *La formación permanente del profesorado de ciencias de la Educación Secundaria Obligatoria: un estudio de casos*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Sevilla.
- ROMBERG, T. (1992). Perspectives on scholarship and research methods. En Grouws, D. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan.
- ROSEBERY, A.S. y OGONOWSKY, M.S. (1996). *Valerie: Exploring the relationship between doing science and teaching science*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- ROSEBERY, A.S y PUTTICK, G.M. (En prensa). Teacher professional development as situated sense-making: A case in science education. *Science Education*.
- ROSEBERY, A.S y WARREN, B.(1998a). *Boats, balloons, and classroom video: Science teaching as inquiry*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- ROSEBERY, A.S y WARREN, B. (1998b). *Interanimation among discourses: One approach to studying learning in teacher research communities*. Comunicación presentada al encuentro anual de la AERA, San Diego, CA.
- ROWAN, B.; CHIANG, F. y MILLER, R. (1997). Using research on employees' performance to study the effects of teachers on students' achievements *Sociology of Education*, 70(4), 256-284.
- ROZADA, J.M. (1996). Los tres pilares de la formación: estudiar, reflexionar y actuar. Notas sobre la situación en España *Investigación en la escuela*, 29, 7-22.
- RUSELL, T. (1994). Teachers' Professional Knowledge and the Future of Teacher Education *International Analysis of Teacher Education*, 19(4 y 5).
- SAARI, H. (1983). *Koulusaavutusten affektiiviset oheissaavutukset* (Affective Consequences of School Achievements): Institute for Educational Research. Publications 348. University of Jyväskylä.

- SÁNCHEZ, V. (1989). *Los constructos de dos estudiantes para profesores de Primaria acerca de las matemáticas y su enseñanza. Influencias de las prácticas*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- SÁNCHEZ, V. (1991). Un estudio de caso mediante la teoría de los constructos personales. En Marcelo, C. et al. (Eds.) *El estudio de caso en la formación del profesorado y la investigación didáctica*. Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- SÁNCHEZ, V. (1996). Del pensamiento del profesor al conocimiento profesional. Un itinerario de investigación en educación matemática. En Ruiz, M.L. (Ed.) *El saber en el espacio didáctico*. Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- SÁNCHEZ, V. y LLINARES, S. (1990). El conocimiento acerca de las matemáticas y las prácticas de enseñanza *Enseñanza de las Ciencias*, 8(2), 97-104.
- SÁNCHEZ, V. y LLINARES, S. (1996). Prácticas escolares habituales y situaciones de resolución de problemas. El caso de Carlota. En Giménez, J.; Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.) *El proceso de llegar a ser profesor de Primaria. Cuestiones desde la Educación Matemática*. Granada: Comares.
- SANTOS, V.M. (1994). An analysis of teacher candidates' reflections about their understanding of rational numbers. En Ponte, J.P. y Matos, J.F. (Eds.) *Proceedings of the XVIII PME Conference*, vol. 4, 201-208. Lisboa (Portugal): Univ. de Lisboa.
- SANTOS, L. (2001). A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com tres professoras do ensino secundário. *Actas XII Seminario de Investigação em Educação Matemática*. Vila Real, 25-26 octubre. Associação de Professores de Matemática. Pp. 57-77.
- SCHIFTER, D. y SIMON, M. (1992). Assessing teachers' development of a constructivist view of mathematics learning. *Teaching and Teacher education*, 8(2), 187-197.
- SCHOENFELD, A. (1989). Exploration of students' mathematical beliefs and behaviour *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 338-355.
- SCHOENFELD, A. (2000). Models of the teaching process *Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 243-261.
- SCHOENFELD, A. ET AL. (2000). The detailed analysis of an established teacher's non traditional lesson *Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 281-325.
- SCHÖN, D.A. (1983). *The reflective practitioner. How professionals think in action*. Basic Books Inc. [Versión en castellano: Schön, D.A. (1998). *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Barcelona: Paidós].
- SCHÖN, D.A. (1987). *Educating the reflective practitioner*. S. Francisco: Jossey-Bass Publishers. [Versión en castellano: Schön, D.A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje de las profesiones*. Barcelona: M.E.C.-Paidós].
- SCHUCK, S. (1999). Teaching mathematics: A brightly wrapped but empty gift box *Mathematics Education Research Journal*, 11(2), 109-123.
- SERRAZINA, L. (1998). *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- SHERIN, M.G. (1996). *The nature and dynamics of teacher's content knowledge*. Berkeley, CA: University of California. (Tesis doctoral inédita).

- SHERIN, M.G.; SHERIN, B.L. y MADANES, R. (2000). Exploring Diverse Accounts of Teacher Knowledge *Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 357-375.
- SHULMAN, L.S. (1986) Those who understand: knowledge growth in teaching *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- SHULMAN, L.S. (1987) Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- SHULMAN, L.S. (1992). Toward a pedagogy of cases. En Shulman, J. (Ed.) *Case Methods en Teacher Education*, 1-30. New York: Teachers College Press.
- SHULMAN, L.S. y GROSSMAN, P.L. (1988). *Knowledge growth in teaching: A final report to the Spencer Foundation*. Stanford, CA: Stanford University.
- SIMON, M.A. (1994). Learning mathematics an learning to teach: Learning cycles in mathematics teacher education *Educational Studies in Mathematics*, 26, 71-94.
- SKEMP, R.R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- SMITH, S.P. y FEATHERSTONE, H. (Sin fecha). "He knows there's six 100s in 26?" *An investigation into what it means to "do mathematics" in a teacher group*. Manuscrito inédito. Michigan State University.
- STIPEK, D.J. ; GIVVIN, K.B. ; SALMON, J.M. y MACGYVERS, V.L. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction *Teaching and Teacher Education*, 17, 213-226.
- STODOLSKY, S.(1988). *The subject matters: Classroom activity in math and social studies*. Chicago: University of Chicago Press.
- TALL, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: functions, limits, infinity, and proof. En Grouws, D.A. (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan y NCTM.
- TALL, D. y VINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- TAMIR, P. (1991). Professional and personal knowledge of teachers and teacher educators *Teaching and Teacher Education*, 7(3), 263-268.
- THOMPSON, A. (1984). The relationship of teacher's conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.
- THOMPSON, A. (1991). The development of teachers' conceptions of mathematics teaching. *PME-NA Proceedings*.
- THOMPSON, A. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of Research. En Grouws, D.A. (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan & NCTM.
- UNDERHILL, R.G. (1988). Mathematics teachers' beliefs: Review and reflections *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 43-58.
- WAMBA, A. (2001). *Modelos didácticos personales y obstáculos para el desarrollo profesional: estudios de caso con profesores de Ciencias Experimentales en Educación Secundaria*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Huelva.

- WARREN, E. y NISBET, S. (2000). Factors in primary school teachers' beliefs about mathematics and teaching and learning mathematics. *MERGA23 Proceedings*, 632-639.
- WILSON, M. y GOLDENBERG, M.P. (1998). Some Conceptions are Difficult to Change: One Middle School Mathematics Teacher's Struggle *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(3), 269-293.
- YIN, R. (1984). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park, California: Sage.
- YIN, R. (1993). *Applications of case study research*. Newbury Park, California: Sage.





Universidad  
de Huelva

Reunido el Tribunal integrado por los abajo firmantes  
en el día de la fecha, para Juzgar la Tesis Doctoral de  
D./D<sup>a</sup>. Nuria Climent Rodríguez

Titulada El desarrollo profesional de mujeres de Breve  
respeto de la evolución de la motivación. Un estudio de caso  
acordó otorgarle la calificación de \_\_\_\_\_

Loablemte. Cum Laude

Huelva, 23 de ABRIL de 2002

El Vocal

El Presidente

El Vocal

El Secretario

El Vocal

El Doctorando