

Universidad de Huelva

Departamento de Ingeniería Electrónica, Sistemas
Informáticos y Automática



Cooperación entre sistemas de inferencia, métodos de defuzzificación y aprendizaje de sistemas difusos lingüísticos

Memoria para optar al grado de doctor presentada por:

Francisco Alfredo Márquez Hernández

Fecha de lectura: 28 de noviembre de 2007

Bajo la dirección de los doctores:

Antonio Peregrín Rubio Francisco Herrera Triguero

Huelva, 2007

ISBN: 978-84-92679-73-7

D.L.: H 257-2009

UNIVERSIDAD DE HUELVA



Universidad
de Huelva

*Cooperación entre Sistemas de Inferencia,
Métodos de Defuzzificación y Aprendizaje de
Sistemas Difusos Lingüísticos*

Tesis Doctoral

Francisco Alfredo Márquez Hernández

Huelva, pendiente de lectura, Septiembre de 2007

Departamento de Ingeniería Electrónica, Sistemas
Informáticos y Automática

UNIVERSIDAD DE HUELVA



Universidad
de Huelva

**Cooperación entre Sistemas de Inferencia,
Métodos de Defuzzificación y Aprendizaje
de Sistemas Difusos Lingüísticos**

MEMORIA QUE PRESENTA

Francisco Alfredo Márquez Hernández

PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN INFORMÁTICA

Septiembre de 2007

DIRECTORES

Dr. Antonio Peregrín Rubio
Dr. Francisco Herrera Triguero

Departamento de Ingeniería Electrónica, Sistemas
Informáticos y Automática

La memoria titulada “*Cooperación entre Sistemas de Inferencia, Métodos de Defuzzificación y Aprendizaje de Sistemas Difusos Lingüísticos*”, que presenta D. Francisco Alfredo Márquez Hernández para optar al grado de doctor, ha sido realizada dentro del programa de doctorado “*Ingeniería Básica y Aplicada*” del Departamento de Ingeniería Electrónica, Sistemas Informáticos y Automática de la Universidad de Huelva bajo la dirección de los doctores D. Antonio Peregrín Rubio y D. Francisco Herrera Triguero (Universidad de Granada).

Huelva, Septiembre de 2007

El Doctorando

Fdo: Francisco Alfredo Márquez Hernández.

El Director

El Director

Fdo: Dr. Antonio Peregrín Rubio

Fdo: Dr. Francisco Herrera Triguero

Agradecimientos

“No sólo he inventando la lámpara incandescente, sino que he descubierto cientos de formas de cómo no hay que hacerla”

Thomas Alva Edison

Decir que la elaboración de una tesis doctoral es un proceso largo, intermitente en intensidad y difícil en muchos momentos no es más que constatar algo obvio para cualquiera que haya alcanzado el grado de Doctor. Decir que el esfuerzo que supone culminar esta tarea resulta esencial para madurar, tanto en el ámbito profesional como personal, es seguramente una reflexión que otros muchos habrán hecho en circunstancias similares. Pero el tópico que con seguridad es el más repetido, y sin lugar a dudas el más cierto cuando se refiere a trabajos que se extienden en el tiempo, es que uno jamás podría haber llegado al resultado final sin la complicidad, paciencia y la ayuda de un amplio grupo de personas. El apoyo de todos y cada uno, expresado en una multitud de formas diferentes, ha sido fundamental para llegar hasta aquí y es no sólo una obligación, sino un auténtico placer poder expresar mi más sincero agradecimiento.

En primer lugar, gracias a Antonio Peregrín, que cumpliendo fielmente su auto-adjudicado papel de “no jefe” me ha dejado tropezar (¡qué gran manera de aprender!) en las ocasiones necesarias, pero que ha guiado la nave con gran visión y previsión, cambiando el rumbo en los momentos oportunos. Bien está lo que bien acaba, y más cuando lo que hemos puesto es tan sólo un punto y seguido. La cita de Tomas Alva Edison con la que he comenzado estas páginas reflejan sin duda el espíritu de trabajo que vendrá.

Gracias también a Paco Herrera de la Universidad de Granada, que por su estilo, conocimiento profundo en esta materia y forma de trabajar han

influido decisivamente en el mio. Bajo su co-dirección y orientación hemos llevado un camino fácil de seguir con lo que hemos culminado la etapa de investigación más fructífera y brillante de mi corta carrera.

Quiero agradecer a la Universidad de Huelva su apoyo en medios materiales, sobre todo el acceso a la máquina científica sin la cual los experimentos de esta tesis serían eternos. Y dentro de ella tengo que destacar al Departamento de Ingeniería Electronica, Sistemas Informaticos y Automática (al que tengo el orgullo de pertenecer), no solo por los recursos facilitados y la confianza mostrada en todos estos años, sino sobre todo por los medios humanos con los que cuenta. Aunque reconozco que es algo injusto resaltar a unos por encima de otros, sí quiero agradecer a Jose Manuel Andujar su apoyo desde el primer día (el día en que firmé el contrato de Ayudante LRU y me dijo que aprovechara la oportunidad que se brindaba de tener la mitad de horas de docencia que un Asociado para dedicarla a la tesis); quiero rememorar los años de despacho con Jose Ramón Cano, con quien por haber sido paralelo nuestro “tiempo de tesis”, he podido compartir los momentos de crisis – y también los de euforia- que inevitablemente suceden. Y por supuesto a Estefanía y Manolo Villa que siempre me animaron desde el primer día, fueron un apoyo donde recurrir y una constante ayuda en los que desahogar mis problemas e inquietudes.

Mi hermano Antonio, supuso el obvio y agradable enlace entre mi trabajo anterior y la entrada en esta Universidad y supone el verdadero enlace entre ésta y mi mundo familiar. Gracias a toda mi familia por su constante preocupación, sobre todo a mis padres, siempre inquietos porque sus hijos vayan a mejor. Los mismos o parecidos esfuerzos los han hecho mis suegros con los que comparto todos mis almuerzos. En el fondo todos sabemos que todo esto será más un placer que un inconveniente.

Y termino con los que he dejado para el final pero que son también el comienzo, el punto medio y el todo. Mis verdaderas razones para empezar, mis verdaderas razones para seguir y mis verdaderas razones para por fin terminar, sois vosotros. Este trabajo ha coincidido con el principio de tu vida, Paquito, y en estos años he podido disfrutar contigo, aunque a veces haya tenido la sensación de no haberos dedicado, a tí y a tu madre, todo el tiempo que hubiera querido. Por suerte ese posible hueco lo has llenado tú, Mari, con tu infinito apoyo, tu comprensión, tu paciencia, tu amor en definitiva. Estoy convencido de que al final todos los sacrificios han merecido la pena: este trabajo está dedicado, nunca mejor dicho, a vosotros dos.

Índice

Introducción	1
A Planteamiento.....	1
B Objetivos	4
C Resumen	4
2. Modelado Difuso Lingüístico Extendido: Mejoras a la Precisión <i>versus</i>	
Interpretabilidad	7
1.1. Introducción a los Sistemas Basados en Reglas Difusas	8
1.1.1. Grafos Difusos para Modelado de Sistemas.....	8
1.1.2. Sistemas Basados en Reglas Difusas Lingüísticos.....	12
1.1.2.1. La Base de Conocimiento	14
1.1.2.2. La Interfaz de Fuzzificación	15
1.1.2.3. El Sistema de Inferencia (SI)	16
1.1.2.4. La Interfaz de Defuzzificación.....	18
1.1.3. Sistemas Basados en Reglas Difusas Aproximativos	19
1.1.4. Sistemas Basados en Reglas Difusas de Tipo Takagi-Sugeno-Kang....	21
1.2. Modelado de Sistemas Mediante Lógica Difusa: Modelado Difuso Lingüístico <i>versus</i> Modelado Difuso Preciso	23
1.2.1. Modelado de Sistemas Mediante Sistemas Basados en Reglas Difusas	23
1.2.2. Modelado Difuso Lingüístico y Modelado Difuso Preciso.....	25

1.3. Modelado Difuso Lingüístico Extendido: Mejoras a la Precisión	29
1.3.1. Mejoras en el Proceso de Derivación del Modelo Difuso Lingüístico	31
1.3.1.1. Métodos Basados en la Definición de la Base de Datos	31
1.3.1.1.1. Integración del Diseño de la Base de Datos en el Proceso de Derivación Global del Modelo Difuso Lingüístico.....	32
1.3.1.1.2. Aprendizaje / Ajuste de las Funciones de Pertenencia	33
1.3.1.1.3. ¿Cómo Mantener la Interpretabilidad del Modelo Difuso Lingüístico al Diseñar la Base de Datos?	37
1.3.1.2. Métodos de Generación de Reglas Orientadas a Mejorar la Cooperación	39
1.3.1.3. Diseño del Mecanismo de Inferencia.....	41
1.3.2. Extensiones en la Estructura del Modelo Difuso Lingüístico.....	43
1.3.2.1. Uso de Modificadores Lingüísticos	43
1.3.2.2. Uso de más de un Consecuente para cada Regla	44
1.3.2.3. Uso de Reglas Ponderadas.....	45
1.3.2.4. Uso de 2 y 3-Tuplas Lingüísticas	46
1.3.2.5. Parametrización en el Mecanismo de Inferencia.....	46
1.3.3. Interpretabilidad del Modelado Difuso Lingüístico Extendido	47
1.4. Interfaz de Defuzzificación Adaptativa Evolutiva: Estudio, Análisis y Ejemplos	52
1.4.1. Algoritmo Genético para el aprendizaje de la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa.....	55
1.4.2. Un Ejemplo Simple de Interfaz de Defuzzificación Adaptativa	57
1.5. Descripción de las Propuestas consideradas en los siguientes Capítulos ..	60

2. Parametrización del Mecanismo de Inferencia para Sistemas Basados en Reglas Difusas Lingüísticos	61
2.1. Un Nuevo Sistema de Inferencia Adaptativo	63
2.1.1. Componentes Adaptativos del Sistema de Inferencia	63
2.1.2. Efecto del Sistema de Inferencia Adaptativo	65
2.1.2.1. Operador de Implicación Adaptativo	66

2.1.2.2. Operador de Conjunción Adaptativo.....	68
2.2. Algoritmo para el Aprendizaje del Sistema de Inferencia Adaptativo Evolutivo (SIAE)	72
2.2.1. Obtención de los Parámetros en el SIAE mediante un Proceso de Aprendizaje Evolutivo.....	73
2.2.2. Algoritmo Evolutivo (Enfoque CHC)	74
2.2.3. Codificación de los Parámetros del SIAE	75
2.2.4. Evaluación de los Cromosomas.....	76
2.2.5. Población Inicial.....	77
2.2.6. Operador de Cruce.....	78
2.2.7. Mecanismo de Rearranque	78
2.3. Estudio Experimental para el SIAE	79
2.3.1. Metodología de Comparación.	80
2.3.2. Resultados y Análisis.	82
2.4. Cooperación en el Mecanismo de Inferencia: Propuesta basada en la Adaptación Evolutiva conjunta del Sistema de Inferencia y la Interfaz de Defuzzificación.....	84
2.4.1. Estudio del Modelo basado en el Sistema de Inferencia y la Interfaz de Defuzzificación Adaptativos	85
2.5. Algoritmo para el Aprendizaje del Sistema de Inferencia y la Interfaz de Defuzzificación Adaptativos Evolutivos (SIDAE).....	90
2.5.1. Obtención de los parámetros en el SIDAE mediante un Proceso de Aprendizaje Evolutivo.....	90
2.5.2. Integración del Método Propuesto en el Aprendizaje Evolutivo del MI.....	91
2.6. Estudio Experimental para el SIDAE.....	94
2.6.1. Metodología de Comparación.	95
2.6.2. Resultados y Análisis.	97
2.6.3. Estudio Estadístico.	98
2.7. Sumario.....	103

3. Modelo Basado en el Aprendizaje Evolutivo Cooperativo entre Mecanismo de Inferencia y Base de Reglas.....	105
3.1. Métodos para la Generación de Reglas Orientadas a Mejorar la Cooperación	106
3.1.1. Método WM	107
3.1.2. Método COR.....	108
3.2. Propuesta: Cooperación en el Aprendizaje del Mecanismo de Inferencia y la BR	111
3.2.1. Algoritmo Evolutivo para el Aprendizaje del Modelo Cooperativo Evolutivo.	111
3.2.2. Algoritmo Evolutivo (Enfoque CHC)	113
3.2.3. Esquema de Codificación y Población Inicial	113
3.2.4. Evaluación de los Cromosomas	116
3.2.5. Operador de Cruce	116
3.2.6. Mecanismo de Rearranque	118
3.3. Estudio Experimental.....	119
3.3.1. Metodología de Comparación.....	119
3.3.2. Resultados y Análisis.	122
3.3.3. Estudio Estadístico.	126
3.3.4. Un Ejemplo de Cromosoma Final.	131
3.4. Sumario	134
A. Comentarios Finales.....	137
A. Resumen y Conclusiones	137
B. Publicaciones Asociadas a la Tesis.....	139
C. Líneas de Investigación Futuras.....	140

Apéndices

A. Algoritmos Evolutivos	143
A.1. Introducción.....	143

A.2. Algoritmos Genéticos	144
A.2.1. Representación de las Soluciones	146
A.2.2. El Mecanismo de Selección	147
A.2.3. El Operador de Cruce	148
A.2.4. El Operador de Mutación	149
A.3. Estrategias de Evolución.....	151
B. Sistemas Basados en Reglas Difusas Evolutivos.....	153
C. Problemas de Modelado Considerados	159
C.1. Aspectos Generales de la Experimentación	159
C.2. Descripción de las Aplicaciones Consideradas	160
C.2.1. Estimación de la Longitud de las Líneas de Baja Tensión	161
C.2.2. Estimación del Costo de Mantenimiento de la Línea de Media Tensión.....	162
C.2.3. El Problema de Evaluación por Degustación del <i>Arroz</i>	163
D. Resultados del Estudio Estadístico	165
D.1. Descripción General de los Estudios Estadísticos realizados	165
D.2. Estudio Estadístico para el SIAE	167
D.3. Estudio Estadístico para el SIDAÉ.....	173
D.4. Estudio Estadístico para Modelo Cooperativo Evolutivo BR-MI.....	177
Bibliografía	221

Índice de figuras

Figura 1.1: Representación aproximada de relaciones: (a) considerando grafos difusos retringidos, (b) considerando grafos difusos sin restricciones	10
Figura 1.2: Paralelismo entre SBRDs lingüísticos (obtenidos a partir de un conjunto de reglas lingüísticas difusas) y SBRDs aproximativos (obtenidos a partir de un grafo difuso sin restricciones)	11
Figura 1.3: Estructura básica de un SBRD lingüístico	13
Figura 1.4: Comparación gráfica entre una BC lingüística y una BRD aproximativa	20
Figura 1.5: Estructura básica de un sistema basado en reglas difusas TSK	22
Figura 1.6: Modelado de Sistemas mediante SBRDs: interpretabilidad y flexibilidad dependiendo del tipo de SBRD considerado.....	27
Figura 1.7: Un compromiso entre flexibilidad del modelo y simplicidad del modelado puede proporcionar una mejor precisión. Esto se puede conseguir extendiendo el MDL o restringiendo el MDP	28
Figura 1.8: Definición de funciones de pertenencia alterando sus parámetros básicos	34
Figura 1.9: Definición de funciones de pertenencia mediante modificadores lingüísticos.....	35

Figura 1.10: Efectos provocados por un escalado no lineal sobre una partición difusa con funciones de pertenencia triangulares	36
Figura 1.11: Pérdida de interpretabilidad al diseñar la BD.....	38
Figura 1.12: Efectos de los modificadores lingüísticos ‘muy’ y ‘más-o-menos’	44
Figura 1.13: Pérdida de interpretabilidad dependiendo de la extensión realizada en el MDL –MDLeD indica MDL extendido en el proceso de derivación y MDLeE indica MDL extendido en la estructura del modelo.....	48
Figura 1.14: Pérdida de interpretabilidad al hacer una modificación brusca de las funciones de pertenencia.....	51
Figura 1.15: Representación Gráfica del efecto producido por el modificador lingüístico basado en la potencia en el proceso de defuzzificación.....	55
Figura 1.16: Esquema del CHC.....	57
Figura 2.1: Conjuntos difusos inferidos con la t-norma adaptativa de Dubois.....	67
Figura 2.2: Conjuntos difusos inferidos con la t-norma adaptativa de Dombi	67
Figura 2.3: Conjuntos difusos inferidos con la t-norma adaptativa de Frank	68
Figura 2.4: Representación gráfica de la modificación equivalente en los antecedentes lingüísticos producida por diferentes valores del parámetro en la t-norma de Dombi.....	71
Figura 2.5: Esquema de aprendizaje del SIAE	73
Figura 2.6: Esquema del algoritmo considerando el enfoque CHC.....	75
Figura 2.7: Esquema de la codificación de parámetros del SIAE	76
Figura 2.8: Esquema de Aprendizaje del SIDAE	91
Figura 2.9: Esquema de Codificación del SIDAE utilizando métodos de defuzzificación con funcional tipo producto.....	92
Figura 2.10: Esquema de Codificación del SIDAE con Defuzzificación SLIDE.....	93
Figura 3.1: Esquema de aprendizaje del Modelo Cooperativo	112
Figura 3.2: Esquema de Codificación propuesto con N reglas y método de defuzzificación basado en factores de ponderación.....	114

Figura 3.3: Esquema de Codificación propuesto con N reglas y método de defuzzificación SLIDE.....	115
Figura 3.4: Representación genética y esquema de cruce para un modelo tipo basado en defuzzificación con factores de ponderación.	117
Figura 3.5: Representación genética y esquema de cruce para un modelo tipo basado en defuzzificación SLIDE	117
Figura A.1: Estructura básica de un algoritmo genético	145
Figura A.2: Ejemplo de aplicación del mecanismo de selección.....	147
Figura A.3: Ejemplo de aplicación del operador de cruce simple en un punto.....	148
Figura A.4: Ejemplo de aplicación del operador de mutación.....	150
Figura B.1: Sistemas basados en reglas difusas evolutivas.....	154
Figura B.2: Ajuste de la BD	155
Figura B.3: Ajuste de la BR	156
Figura B.4: Aprendizaje de la BC en su totalidad.....	156
Figura B.5: Aprendizaje de la BC y el CPID.....	157

Índice de Tablas

Tabla 1.1: Resultados obtenidos en el problema de la estimación del costo de mantenimiento de la línea de media tensión (defuzzificación parametrizada).....	59
Tabla 2.1: T-normas adaptativas.....	66
Tabla 2.2: Relación entre las t-normas clásicas y adaptativas dependiendo del valor del parámetro α	67
Tabla 2.3: Resultado de la t-norma de Dombi usando diferentes valores de β , para una regla con dos antecedentes y valores para los cruces (x e y) de 0.7 y 0.8	70
Tabla 2.4: Resultado de la t-norma de Dombi usando diferentes valores de β para una regla con dos antecedentes y valores para los cruces (x e y) de 0.9 y 0.6	70
Tabla 2.5: Valores iniciales de las t-normas parametrizadas para el proceso evolutivo	77
Tabla 2.6: Modelos Difusos construidos para el estudio experimental.....	81
Tabla 2.7: Evaluaciones Realizadas por los Modelos Evolutivos CHC y EE(1+1)	82
Tabla 2.8: ECM en el Modelo Difuso obtenido para el problema E_1	82

Tabla 2.9: ECM obtenido para el problema E_2	83
Tabla 2.10: ECM obtenido para el problema arroz	83
Tabla 2.11: Ejemplo de los valores β_i obtenidos al final del proceso evolutivo para la t-norma de Dombi	84
Tabla 2.12: Significado de utilizar operadores Adaptativos	86
Tabla 2.13: Influencia en el SI e Interfaz de Defuzzificación con la utilización de operadores Adaptativos.....	88
Tabla 2.14: Modelos Difusos Construidos para el experimento	96
Tabla 2.15: Evaluaciones realizadas por el Modelo Evolutivo CHC	97
Tabla 2.16: ECM obtenido para el problema E_1	97
Tabla 2.17: ECM obtenido para el problema E_2	97
Tabla 2.18: ECM obtenido para el problema <i>arroz</i>	98
Tabla 2.19: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_1 para SIAE.....	99
Tabla 2.20: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_2 para SIAE.....	99
Tabla 2.21: Tabla Resumen de ANOVA para el problema <i>arroz</i> para SIAE	99
Tabla 2.22: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_1 para SIDAE	99
Tabla 2.23: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_2 para SIDAE	99
Tabla 2.24: Tabla Resumen de ANOVA para el problema <i>arroz</i> para SIDAE.	100
Tabla 2.25: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_1 para SIAE.....	100
Tabla 2.26: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_2 para el SIAE.....	101
Tabla 2.27: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema <i>arroz</i> para el SIAE	101
Tabla 2.28: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_1 para el SIDAE	102
Tabla 2.29: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_2 para el SIDAE	102
Tabla 2.30: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema <i>arroz</i> para el SIDAE.....	103

Tabla 3.1: Modelos Difusos Construidos para el experimento	121
Tabla 3.2: Evaluaciones realizadas por los Modelos Evolutivos	122
Tabla 3.3: ECM obtenido para el problema E_1	123
Tabla 3.4: ECM obtenido para el problema E_2	124
Tabla 3.5: ECM obtenido para el problema <i>arroz</i>	125
Tabla 3.6: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_1	127
Tabla 3.7: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_2	127
Tabla 3.8: Tabla Resumen de ANOVA para el problema del <i>arroz</i>	127
Tabla 3.9: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_1	128
Tabla 3.10: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_2	129
Tabla 3.11: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema <i>arroz</i> ..	130
Tabla 3.12: Cromosoma inicializado con la BR de WM, t-norma del mínimo y defuzzificación adaptativa CG ponderado con el grado emparejamiento ECMent = 202698.35, ECMpru = 210365.15, para el Problema E_1	131
Tabla 3.13: Cromosoma óptimo después del proceso de evolución ECMtra=138891.40, ECMpru=178889.92, para el Problema E_1 usando $C_{DUBOIS} - D_P - COR_{WM}$	132
Tabla 3.14: BR obtenida con la metodología COR. ECMtra=181910.54, ECMpru= 179266.96, para el Problema E_1	133
Tabla C.1: Principales características de los dos problemas de distribución de energía <i>eléctrica</i>	161
Tabla C.2. Notación y universos de discurso de las variables consideradas para el problema de la estimación de la longitud de las líneas de baja tensión.	162
Tabla C.3. Notación y universos de discurso de las variables consideradas para el problema de mantenimiento de las líneas de media tensión.	163
Tabla D.1: Descriptores estadísticos, para el problema E_1 para SIAE.	167
Tabla D.2: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_1 para SIAE.	167

Tabla D.3: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_1 para SIAE.	167
Tabla D.4: Descriptores estadísticos, para el problema E_2 para SIAE.	169
Tabla D.5: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_2 para SIAE.	169
Tabla D.6: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_2 para SIAE.	169
Tabla D.7: Descriptores estadísticos, para el problema <i>arroz</i> para SIAE.	171
Tabla D.8: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema <i>arroz</i> para SIAE.	171
Tabla D.9: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema <i>arroz</i> para SIAE.	171
Tabla D.10: Descriptores estadísticos, para el problema E_1 para SIDAE.	173
Tabla D.11: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_1 para SIDAE.	173
Tabla D.12: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_1 para SIDAE.	173
Tabla D.13: Descriptores estadísticos, para el problema E_2 para SIDAE.	174
Tabla D.14: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_2 para SIDAE.	174
Tabla D.15: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_2 para SIDAE.	175
Tabla D.16: Descriptores estadísticos, para el problema <i>arroz</i> para SIDAE.	175
Tabla D.17: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema <i>arroz</i> para SIDAE.	176
Tabla D.18: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema <i>arroz</i> para SIDAE.	176
Tabla D.19: Descriptores estadísticos, para el problema E_1 SIDAE-COR.	177
Tabla D.20: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_1 SIDAE-COR.	178

Tabla D.21: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_1 SIDAE-COR.....	178
Tabla D.22: Descriptores estadísticos, para el problema E_2 SIDAE-COR.	191
Tabla D.23: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_2 SIDAE-COR.....	192
Tabla D.24: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_2 SIDAE-COR.....	192
Tabla D.25: Descriptores estadísticos, para el problema <i>arroz</i> SIDAE-COR.	206
Tabla D.26: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema <i>arroz</i> SIDAE-COR.	207
Tabla D.27: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema <i>arroz</i> SIDAE-COR.....	207

Tabla de Acrónimos

AE	Algoritmo Evolutivo	3
AG	Algoritmo Genético	41
BC	Base de Conocimiento	3
BD	Base de Datos	3
BLX	Operador de cruce BLX	59
BR	Base de Reglas	3
BRD	Base de Reglas Difusas.....	1
COR	Metodología de Cooperación entre Reglas.....	6
CPID	Conjunto de Parámetros del Sistema de Inferencia e Interfaz de Defuzzificación	154
DNF	Forma Normal Disyuntiva.....	40
ECM	Error Cuadrático Medio	59
EE	Estrategia de Evolución	59
FATI	Primero Agregar, Después Inferir	18
FITA	Primero Inferir, Después Agregar	18
MDL	Modelado Difuso Lingüístico.....	3
MDLeD	Modelado Difuso Lingüístico extendido en el proceso de derivación.....	48
MDLeE	Modelado Difuso Lingüístico extendido en la estructura del modelo	48
MDLE	Modelado Difuso Lingüístico Extendido	3
MDP	Modelado Difuso Preciso.....	3
MDPR	Modelado Difuso Preciso Restringido	3

MI	Mecanismo de Inferencia	3
SBRD	Sistema Basado en Reglas Difusas	1
SBRDE	SBRD Evolutivo.....	1
SI	Sistema de Inferencia	3
SDEs	Sistemas Difusos Evolutivos.....	59
SIAE	Sistema de Inferencia Adaptativo Evolutivo.....	5
SIDAE	Sistema de Inferencia e Interfaz de Defuzzificación Adaptativo Evolutivo.....	6
WM	Método ad-hoc guiado por ejemplos de Wang y Mendel.....	57

Introducción

A Planteamiento

En la actualidad, una de las áreas de aplicación más importantes de la Teoría de Conjuntos Difusos y de la Lógica Difusa, enunciadas por Zadeh en 1965 [Zad65], la componen los Sistemas Basados en Reglas Difusas (SBRDs). Este tipo de sistemas constituyen una extensión en los Sistemas Basados en Reglas que hacen uso de la Lógica Clásica puesto que emplean reglas del tipo “Si-entonces” en las que los antecedentes y consecuentes están compuestos por proposiciones difusas en lugar de proposiciones clásicas.

En un sentido muy general, un SBRD es un Sistema Basado en Reglas en el que la Lógica Difusa puede ser empleada tanto como herramienta para representar distintas formas de conocimiento sobre el problema a resolver, como para modelar las interacciones y relaciones existentes entre las variables del mismo. Las principales aplicaciones de estos sistemas inteligentes están en *modelado difuso de sistemas* [BD95, Ped96, SY93], *control difuso* [DHR93, Hir93, Wan94], *clasificación* y problemas de *minería de datos* [INN04].

La esencia original de la Lógica Difusa queda recogida en los Sistemas Basados en Reglas Lingüísticas (también conocidos como de tipo Mamdani [Mam74, MA75]), que permiten identificar sistemas obteniendo modelos claramente interpretables por el ser humano. Constituyen un tipo de modelado denominado Modelado Difuso Lingüístico (MDL) que, sin embargo, puede presentar un problema: su falta de precisión al modelar algunos sistemas muy complejos. Este hecho se debe a la inflexibilidad del concepto de variable lingüística (el tipo de variable empleada [Zad75]), que impone fuertes restricciones a la estructura de regla difusa considerada [Bas94]. Por otro lado, en problemas multidimensionales complejos con relaciones de entrada-salida fuertemente no lineales, la Base de Reglas (BR) del modelo puede contener

reglas redundantes, inconsistentes y contradictorias, que provocan que tanto el rendimiento del modelo difuso lingüístico como su interpretabilidad disminuyan.

La alternativa al MDL la constituye el Modelado Difuso Preciso (MDP), que se implementa mediante los SBRDs aproximativos [ACCH01a, BD95, BH99, CFM96, CH95, CH97, Koc96] y los de tipo Takagi-Sugeno-Kang [SK88, TS85]. Debido a la estructura de regla difusa considerada por estos dos tipos de sistemas, es posible obtener modelos más precisos, aunque se pierde gran parte de la interpretabilidad asociada al modelo, lo que es recomendable en muchos casos.

De este modo, la investigación del área en los últimos años ha derivado hacia dos líneas de trabajo complementarias: i) dotar de mayor precisión al MDL, sin perder su interpretabilidad, en gran medida [CCHM03a], y ii) dotar de mayor interpretabilidad al MDP, sin disminuir mucho su grado de precisión [CCHM03c]. Esto ha dado lugar a la aparición de dos nuevas áreas en el Modelado Difuso, el *Modelado Difuso Lingüístico Extendido* (MDLE) y el *Modelado Difuso Preciso Restringido* (MDPR).

Centrándonos en la primera de ellas, que será el objeto de estudio de esta memoria de tesis, se han propuesto distintas posibilidades para mejorar el MDL en la literatura especializada [CCHM03b]. Todos estos enfoques comparten la idea de mejorar la forma en que el modelo difuso lingüístico realiza el razonamiento interpolativo induciendo una mejor cooperación entre las reglas de su base. Esta cooperación entre reglas puede ser promovida a dos niveles, actuando sobre dos componentes distintos del modelo difuso: la Base de Conocimiento (BC) y el Mecanismo de Inferencia (MI). En cuanto a la BC, dicha cooperación puede a su vez ser promovida a tres subniveles: la Base de Datos (BD), la BR y la BC al completo. Mientras que en el MI ésta puede ser promovida a dos subniveles: el Sistema de Inferencia (SI) y la Interfaz de Defuzzificación. En esta memoria nos centraremos en encontrar un alto nivel de sinergia positiva entre los enfoques que actúan sobre la BR y aquellos que actúan sobre el MI.

Hoy en día, en la búsqueda del deseado equilibrio entre la interpretabilidad y la precisión en el MDL, la configuración del MI a través del SI y la Interfaz de Defuzzificación parecen alcanzar mayor importancia. Es posible, por tanto, elegir los conectores apropiados, suministrando de esta forma una mayor cooperación con la BR para generar modelos más precisos manteniendo su interpretabilidad.

Se pueden usar operadores adaptativos en el diseño del SI y la Interfaz de Defuzzificación. La búsqueda de los valores apropiados en estos parámetros hacen que se obtengan modelos difusos más precisos. Existen diferentes estudios en la literatura considerando esta cuestión:

En [Fil91, FY93, YF93, Bas95, JL96, Kie97, KF98, ESH00] se hace uso de operadores adaptativos en la Interfaz de Defuzzificación. Esto implica la utilización de métodos de defuzzificación parametrizados. Existen también algunos estudios desarrollados sobre métodos de defuzzificación adaptativos cuyos parámetros son aprendidos con algoritmos evolutivos (AEs) [Hon95, SL96, JS99, Kim00, KCL02]. En [CHMP04] podemos encontrar un estudio comparativo entre distintos métodos de defuzzificación adaptativos con los que se obtienen modelos más precisos que los obtenidos mediante un proceso de aprendizaje simple. De esta forma se alcanzan dos objetivos principales:

- obtener modelos más precisos, y
- mantener un alto grado de interpretabilidad del sistema al conservar su BD y su BR originales.

En menor medida, también existen aportaciones en el campo de la parametrización del SI [Ber98, JS99, Wha03, BK99, BK03, HMP03]. Este enfoque utiliza la parametrización de los componentes que integran el SI (el operador de Conjunción y el de Implicación).

Tanto los modelos lingüísticos clásicos como los extendidos se obtienen generalmente mediante un proceso de aprendizaje automático a partir de un conjunto de pares de datos entrada-salida o simulaciones que reflejan el comportamiento del sistema real que se desea modelar. Existe una gran cantidad de métodos de este tipo que combinan distintos paradigmas de aprendizaje y ajuste [ACC+00, CCHM03b]. Entre todos ellos, los SBRDs Evolutivos (SBRDEs) destacan por su capacidad para trabajar con diferentes tipos de estructuras solución (modelos) e incluir conocimiento experto [CHHM01]. Además, son capaces de resolver problemas complejos y han presentado buenos resultados en una gran cantidad de problemas.

En esta memoria centramos nuestra atención en la parametrización del SI y sus relaciones con la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa para finalmente tratar de encontrar un alto nivel de sinergia positiva entre este enfoque y también aquellos que actúan sobre la BR, siempre en el marco de mejorar la precisión del MDL dentro del equilibrio entre interpretabilidad y precisión.

B Objetivos

El principal objetivo del trabajo desarrollado en esta memoria es mejorar la precisión del MDL preservando un alto nivel de interpretabilidad de los modelos obtenidos, recurriendo para ello al aprendizaje de los operadores que intervienen en el SI, su ampliación a los de la Interfaz de Defuzzificación y finalmente también el aprendizaje conjunto con la BR, con el fin de encontrar una sinergia positiva entre estos componentes. Para ello, nuestro objetivo se centra en el desarrollo de un método nuevo de ajuste evolutivo de modelos lingüísticos flexibles basándonos en el SI Adaptativo y sus relaciones con la Interfaz de Defuzzificación Adaptativo y la BR.

En concreto, el objetivo global se divide en los siguientes objetivos concretos:

- *Extender el MDL mediante un enfoque que permita aprender los parámetros implicados en el SI Adaptativo.* En esta línea, podríamos realizar la parametrización de los operadores que intervienen en el SI (el operador de conjunción y el de implicación).
- *Extensión al MI.* En esta memoria, nos plantearemos flexibilizar la estructura del modelo lingüístico extendiendo el modelo anterior para todo el MI. De este modo se busca una cooperación entre el SI Adaptativo y la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa.
- *Mejorar el equilibrio entre precisión e interpretabilidad mediante la cooperación entre el MI y la BR.* Se pretenden analizar las ventajas del modelo anteriormente obtenido con el aprendizaje de la BR. El concepto de “aprendizaje evolutivo cooperativo” se usa para representar esta idea, es decir, la cooperación de ambos componentes, la BR y el MI adaptativo, para alcanzar una sinergia positiva entre ambas partes del modelo.

C Resumen

Para desarrollar los objetivos propuestos, la memoria se ha organizado en tres capítulos, una Sección de comentarios finales y cuatro apéndices. La estructura de cada una de estas partes se introduce brevemente a continuación.

En el Capítulo 1 se realiza una introducción a los SBRDs y particularmente sobre el compromiso entre precisión e interpretabilidad entre los Sistemas Difusos Lingüísticos, donde se sitúa el trabajo desarrollado en esta memoria, las distintas formas de abordar su equilibrio y particularmente sobre la que emplea la parametrización de la Interfaz de Defuzzificación.

En el Capítulo 2, se propone el aprendizaje del SI mediante un aprendizaje evolutivo de los operadores que intervienen en dicho sistema. Para ello, el Capítulo se estructura en seis grandes secciones. En la primera Sección, se propone el nuevo SI Adaptativo Evolutivo (SIAE), cómo se va a parametrizar y su significado. En la segunda, se presenta el esquema de aprendizaje y el algoritmo de aprendizaje evolutivo para obtener el SIAE. En la tercera, se presenta un estudio experimental considerando tres problemas descritos en el Apéndice C. En la cuarta, se propone un nuevo modelo basado en la cooperación en el MI completo, complementando el SI Adaptativo con la Interfaz de Defuzzificación (SIDAE) además de analizar su alcance. En la quinta, se introduce el esquema de aprendizaje considerado y se propone el algoritmo de aprendizaje evolutivo. Finalmente, se presenta un estudio experimental considerando de nuevo los tres problemas del Apéndice C.

En el Capítulo 3, se proponen *Mejoras* en la precisión de los modelos manteniendo la interpretabilidad a través de la utilización del SIDAE en el aprendizaje de la BR, buscando así una cooperación entre dos partes del Sistema: la BR y el MI. Inicialmente se describe el método de aprendizaje de reglas que se va a utilizar basado en la metodología COR. Finalmente se realiza un estudio experimental considerando los problemas descritos en el Apéndice C.

A continuación se ha situado la Sección de “Comentarios Finales”, que resume los resultados obtenidos en esta memoria, así como las principales conclusiones sobre éstos. Finalmente, se comentan algunos aspectos sobre trabajos futuros.

Se incluyen cuatro apéndices, dedicados respectivamente a introducir los AEs, los SBRDEs, los problemas utilizados en los capítulos 1, 2, 3, y el estudio estadístico detallado de los experimentos realizados en los capítulos 2 y 3. La memoria termina con una recopilación bibliográfica que recoge las contribuciones más destacadas en la materia estudiada.

Capítulo 1

Modelado Difuso Lingüístico Extendido: Mejoras a la Precisión *versus* Interpretabilidad

Hoy en día, el Modelado de Sistemas es una de las aplicaciones más importantes en el campo de los SBRDs [Mam74, MA75, Ped96, Zad73]. El modelado Difuso puede considerarse como un enfoque utilizado para modelar un sistema haciendo uso de un lenguaje descriptivo basado en la Lógica Difusa [Zad65, Zad73] con predicados difusos [SY93]. En este tipo de modelado, la precisión y la interpretabilidad del modelo obtenido son propiedades contradictorias directamente dependientes del proceso de aprendizaje y/o estructura del modelo. Tradicionalmente, de acuerdo a la estructura de regla considerada, es posible distinguir entre dos enfoques de Modelado Difuso claramente contrapuestos: MDL y MDP, con la interpretabilidad y la precisión del modelo como principal requisito, respectivamente.

Con respecto al MDL, éste permite identificar sistemas obteniendo modelos claramente interpretables por el ser humano. Sin embargo, presenta un problema fundamental, que es su falta de precisión al modelar sistemas complejos. En cambio, el MDP posibilita la obtención de modelos más precisos, pero lo hace perdiendo gran parte de la interpretabilidad asociada a éstos. De este modo, se plantea un vacío significativo entre ambos tipos de Modelados

Difusos cuando se afronta la identificación de un sistema complejo para el que se desea obtener un modelo que sea a la vez preciso e interpretable.

En la resolución de dicho problema, la investigación en este área ha derivado en los últimos años hacia dos líneas de trabajo complementarias: i) dotar de mayor precisión al MDL, sin perder la interpretabilidad asociada al mismo en gran medida [CCHM03a], y ii) dotar de mayor interpretabilidad al MDP, sin dañar excesivamente su grado de precisión [CCHM03c]. Esto ha dado lugar a la aparición de dos nuevas áreas en el Modelado Difuso, el MDLE y el MDPR.

En cuanto a la primera de ellas, que será el objeto de estudio de esta memoria de tesis, en la literatura especializada se han propuesto distintas posibilidades [CCHM03b]. Todos estos enfoques comparten la idea de mejorar la forma en que el MDL realiza el razonamiento interpolativo induciendo una mejor cooperación entre las reglas de su base. Esta cooperación entre reglas puede ser promovida a dos niveles, actuando sobre dos componentes distintos del modelo difuso: la BC y el MI. En esta memoria nos centraremos en los enfoques que actúan sobre el MI.

En este Capítulo analizamos en primer lugar ambos tipos de mejoras al Modelado Difuso clásico, MDLE y MDPR, para a continuación centrarnos en aquellos enfoques de MDLE que constituyen la base del trabajo desarrollado en esta tesis: los que actúan sobre el MI fundamentalmente, y la BR.

1.1. Introducción a los Sistemas Basados en Reglas Difusas

Esta Sección se dedica a introducir los distintos tipos de SBRDs conocidos. En concreto, se describirán los SBRDs lingüísticos, empleados habitualmente en MDL, y los SBRDs aproximativos y TSK, considerados como MDP. Para ello, partiremos del concepto de grafo difuso propio de la Teoría de Conjuntos Difusos, que puede considerarse como el origen de dichos sistemas y se realizará un análisis detallado de los SBRDs lingüísticos.

1.1.1. Grafos Difusos para Modelado de Sistemas

Los grafos difusos fueron originalmente introducidos por Zadeh en [Zad71] y desarrollados por él mismo en [Zad74, Zad76] o, más recientemente en [Zad96], donde ilustra el concepto de grafos difusos de la siguiente manera: *“La función principal de un grafo difuso es servir como una representación de*

una dependencia definida de forma imprecisa". Así, este concepto resulta muy apropiado para el Modelado de Sistemas ya que definir un modelo no es más que establecer la relación existente entre las diferentes dependencias funcionales del sistema que se desea modelar.

Un grafo difuso se compone de un conjunto de puntos difusos del tipo

SI X_1 es A_1 y ... y X_n es A_n **ENTONCES** Y es B,

siendo $X = (X_1, \dots, X_n)$ las variables difusas de entrada, Y la variable difusa de salida, y siendo A_1, \dots, A_n y B las funciones de pertenencia asociadas a las variables de entrada y salida respectivamente.

Simplificando esta expresión con $\mathbf{A} = A_1 \times \dots \times A_n$ (donde el símbolo '×' denota el producto cartesiano) tenemos

SI X es **A** **ENTONCES** Y es B,

que se puede expresar como una restricción difusa de una variable combinada (X,Y), es decir,

(X,Y) es **A** x B,

La función de pertenencia de $\mathbf{A} \times B$ se define empleando un operador de conjunción '∧' (generalmente la t-norma del *mínimo*) como

$$\mu_{\mathbf{A} \times B}(\mathbf{x}, y) = \mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) \wedge \mu_B(y) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(x_n) \wedge \mu_B(y).$$

Por tanto, un grafo difuso se construye con una colección de r puntos difusos que representa una dependencia funcional f^* de Y sobre X y se puede definir como

$$f^* = \mathbf{A}_1 \times B_1 + \dots + \mathbf{A}_r \times B_r$$

o, de forma más compacta

$$f^* = \sum_{i=1}^r \mathbf{A}_i \times B_i$$

Tradicionalmente, en el campo del Modelado de Sistemas, a estos puntos difusos se les conoce como *reglas difusas*. En general, se suelen imponer ciertas restricciones para hacer a estas reglas más interpretables. La más

común consiste en emplear variables lingüísticas [Zad75] en lugar de difusas, es decir, forzar a que, para cada variable, las funciones de pertenencia consideradas en cada regla difusa pertenezcan a un conjunto común de funciones de pertenencia asociadas a la misma. En este caso, las relaciones funcionales se denominan *reglas lingüísticas difusas* o, simplemente, reglas lingüísticas. Esta restricción hace que dicha estructura sólo sea un subconjunto de la posible colección de dependencias funcionales cubiertas por los grafos difusos. La Figura 1.1(a) ilustra una representación aproximada de relaciones con un grafo difuso restringido de esta forma.

Por el contrario, si consideramos toda la potencialidad de los grafos difusos haciendo que cada punto difuso se describa independientemente a través de las funciones de pertenencia contenidas en él, la capacidad de aproximación será mayor pero las dependencias funcionales serán más difíciles de comprender. En la Figura 1.1(b) se muestra la representación gráfica de un grafo difuso sin este tipo de restricciones.

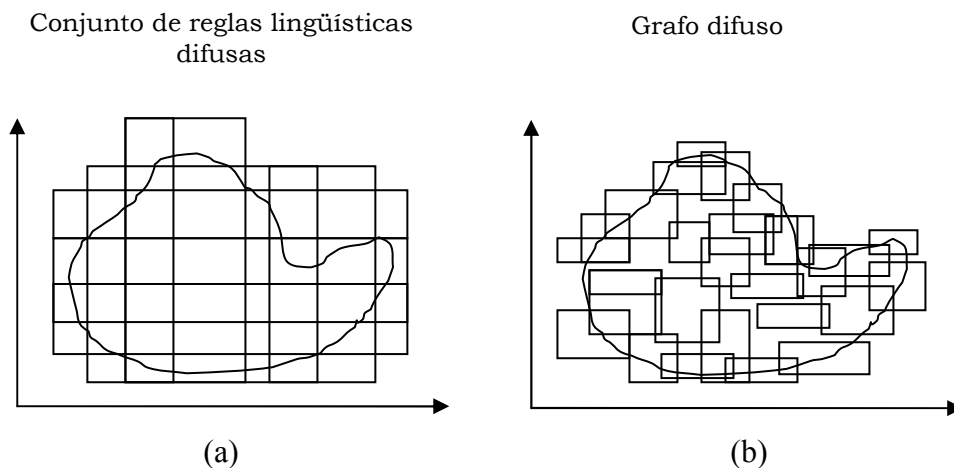


Figura 1.1: Representación aproximada de relaciones: (a) considerando grafos difusos restringidos, (b) considerando grafos difusos sin restricciones

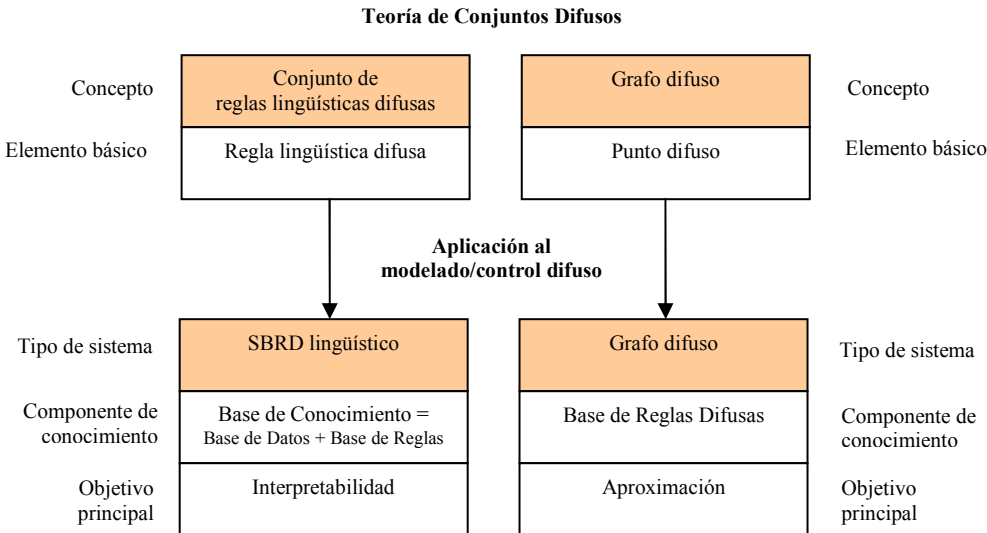


Figura 1.2: Paralelismo entre SBRDs lingüísticos (obtenidos a partir de un conjunto de reglas lingüísticas difusas) y SBRDs aproximativos (obtenidos a partir de un grafo difuso sin restricciones)

Los grafos difusos empleando variables lingüísticas son equivalentes a los SBRDs *lingüísticos*, mientras que los grafos difusos en general se denominan SBRDs *aproximativos*. Como hemos comentado, el objetivo principal de los primeros es obtener relaciones claramente interpretables, de forma que son ideales para MDL. Los segundos, por el contrario, consideran como principal requisito la aproximación al modelo, de forma que son más adecuados para MDP. En la Figura 1.2 podemos observar el paralelismo existente entre los SBRDs lingüísticos y aproximativos.

En la literatura especializada podemos encontrar otras designaciones equivalentes para distinguir entre estos dos tipos de sistemas. Entre otras, tenemos las siguientes:

- SBRDs con *conjuntos difusos globales o locales* [CFM96], porque en los SBRDs lingüísticos la semántica (es decir, las definiciones de las funciones de pertenencia) es común para el conjunto completo de reglas

difusas mientras que en los SBRDs aproximativos se considera una semántica particular para cada regla,

- SBRDs *basados en dominios o basados en reglas* [CV94], porque en los SBRDs lingüísticos se define un dominio y partición comunes para todas las reglas mientras que en los SBRDs aproximativos las funciones de pertenencia son particulares a cada regla, o
- SBRDs con *partición de rejilla o partición dispersa* [Fri97], ya que en los SBRDs lingüísticos se consideran subespacios de entrada difusos inscritos en la rejilla difusa formada por la intersección de las diferentes semánticas de las variables de entrada mientras que en los SBRDs aproximativos no se considera una partición homogénea.

En las secciones siguientes introduciremos más detenidamente estos dos tipos de SBRDs.

1.1.2. Sistemas Basados en Reglas Difusas Lingüísticos

Los SBRDs lingüísticos fueron inicialmente propuestos por Mandani y Assilian [Mam74, MA75], que plasmaron las ideas preliminares de Zadeh [Zad73] en el primer SBRD concreto en una aplicación de control. Este tipo de sistemas difusos es uno de los más usados desde entonces y se conoce también por el nombre de SBRD de tipo Mamdani o, sencillamente, *controlador difuso* (nombre que ya acuñaron Mamdani y Assilian en sus primeros trabajos [MA75]), ya que su aplicación principal ha sido históricamente el control de sistemas.

Los SBRDs lingüísticos son una translación directa de los SBRDs puros al campo de la ingeniería. De este modo, mantienen tanto el formato de regla difusa como la estructura básica de los sistemas puros, con lo que siguen empleando un SI que efectúa el razonamiento difuso, teniendo en cuenta la información contenida en una base de conocimiento. La única novedad que presentan es la adición de dos nuevos componentes que dotan al sistema con la capacidad de manejar entradas y salidas reales en lugar de difusas: las *interfaces de fuzzificación y defuzzificación*¹.

¹ Los términos ‘fuzzificación’ y ‘defuzzificación’ son un calco directo de los vocablos ingleses fuzzification y defuzzification. Aunque estos términos no existen en la lengua española, reflejan claramente la actuación de ambos interfaces (convertir un número real a difuso o un número difuso a real, respectivamente) y su uso en la comunidad científica está ampliamente extendido

El SBRD lingüístico presenta una serie de características muy interesantes. Por un lado, puede emplearse en aplicaciones reales de ingeniería, puesto que maneja entradas y salidas reales. Por otro, proporciona un marco natural para incluir conocimiento experto en forma de reglas lingüísticas y permite combinar este de un modo muy sencillo con reglas obtenidas a partir de conjuntos de datos que reflejen el comportamiento del sistema. Por último, presenta una mayor libertad a la hora de elegir los interfaces de fuzzificación y defuzzificación, así como el SI, de modo que permite diseñar el SBRD más adecuado para un problema concreto.

Con respecto al tipo de modelado que llevan a cabo, los SBRDs lingüísticos fueron inicialmente pensados para realizar un MDL. Las reglas difusas están formadas por variables lingüísticas de entrada y salida que toman valores dentro de un conjunto de términos con un significado en el mundo real. De este modo, cada regla es una descripción de una condición-acción que puede ser interpretada por un ser humano.

La Figura 1.3 muestra la estructura general de los SBRDs lingüísticos. Tal como se comentará en las siguientes subsecciones, en la que se estudiará detenidamente cada uno de los componentes de este tipo de sistemas, la interfaz de fuzzificación establece una aplicación entre valores precisos en el dominio U de las entradas del sistema y conjuntos difusos definidos sobre el mismo universo de discurso. La interfaz de defuzzificación, en cambio, realiza la operación inversa estableciendo una aplicación entre conjuntos difusos definidos en el dominio V de las salidas y valores precisos definidos en el mismo universo.

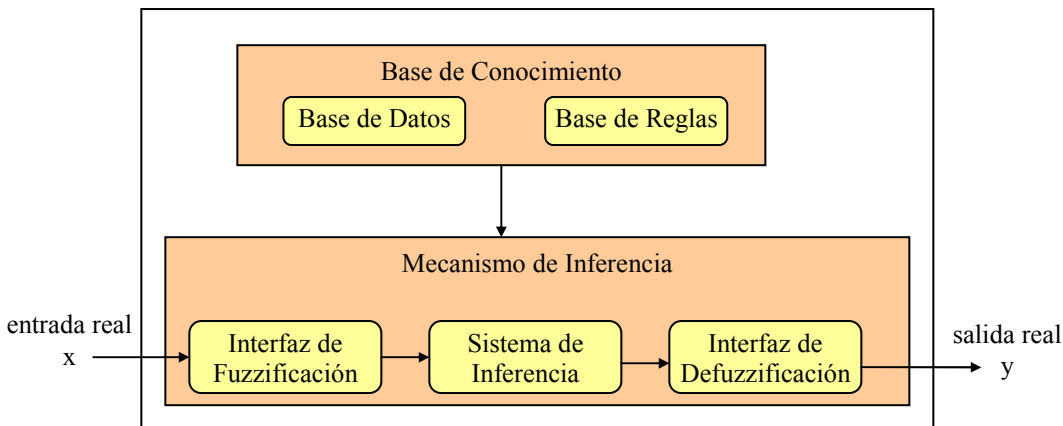


Figura 1.3: Estructura básica de un SBRD lingüístico

Como se puede apreciar en dicha Figura, un SBRD lingüístico está formado por los siguientes componentes:

- Una BC que contiene las reglas difusas que guían el comportamiento del mismo.
- Una interfaz de fuzzificación, que se encarga de transformar los datos de entrada precisos en valores utilizables en el proceso de razonamiento difuso, es decir, en algún tipo de conjunto difuso.
- Un SI, que emplea estos valores y la información contenida en la BC para llevar a cabo dicho proceso.
- Una interfaz de defuzzificación, que transforma la acción difusa resultante del proceso de inferencia en una acción precisa que constituye la salida global del SBRD.

A continuación se describen con mayor detalle cada uno de estos elementos.

1.1.2.1. La Base de Conocimiento

La BC es el elemento que contiene la información particular para cada problema en forma de reglas, la cual es interpretada por el MI. La componente que almacena estas reglas se denomina BR y la que almacena la estructura de los conjuntos difusos que describen a las variables lingüísticas contenidas en dichas reglas (particiones lingüísticas) se denomina BD.

- La BR está formada por un conjunto de reglas lingüísticas de tipo SI-ENTONCES que, en el caso de los SBRDs con múltiples entradas y una única salida, presentan la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
 R_1 &: \text{SI } X_1 \text{ es } A_{11} \text{ y } \dots \text{ y } X_n \text{ es } A_{1n} \text{ then } Y \text{ is } B_1 \\
 &\quad \text{ADEMÁS} \\
 R_2 &: \text{SI } X_1 \text{ es } A_{21} \text{ y } \dots \text{ y } X_n \text{ es } A_{2n} \text{ then } Y \text{ is } B_2 \\
 &\quad \text{ADEMÁS} \\
 &\quad \dots \\
 &\quad \text{ADEMÁS} \\
 R_m &: \text{SI } X_1 \text{ es } A_{m1} \text{ y } \dots \text{ y } X_n \text{ es } A_{mn} \text{ then } Y \text{ is } B_m
 \end{aligned}$$

donde X_i e Y son variables lingüísticas de entrada y salida respectivamente, y A_{ij} y B_i son etiquetas lingüísticas asociadas con conjuntos difusos que determinan su semántica en cada una de las reglas. La BR está compuesta por una serie de reglas de este tipo unidas por el operador *ADEMÁS*, lo que indica –tal como se verá más adelante– que todas las reglas pueden dispararse ante una entrada concreta.

- La BD contiene la definición de los conjuntos difusos asociados a los términos lingüísticos empleados en las reglas de la BR, así como los valores de los factores de escala que efectúan las transformaciones necesarias para trasladar los universos de discurso en los que están definidos dichos conjuntos a aquellos en que se definen las variables de entrada y salida del sistema.

1.1.2.2. La Interfaz de Fuzzificación

La *Interfaz de Fuzzificación* es una de las componentes que permite al SBRD lingüístico trabajar con entradas y salidas reales. Su tarea es la de establecer una correspondencia entre cada valor preciso del espacio de entrada y un conjunto difuso definido en el universo de discurso de dicha entrada. Así, la *interfaz de fuzzificación* trabaja del siguiente modo:

$$A' = F(x_0),$$

donde x_0 es un valor preciso de entrada al SBRD definido en el universo de discurso U , A' es un conjunto difuso definido sobre el mismo dominio y F es un operador de fuzzificación.

El conjunto difuso A' puede construirse al menos de dos maneras diferentes [DHR93]. En el primero de los casos, A' se construye como un conjunto difuso puntual con soporte en x_0 , es decir, con la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_{A'}(x) \begin{cases} 1, & \text{si } x = x_0 \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

La otra posibilidad comprende la fuzzificación no puntual o aproximada. En ella, $A'(x_0) = 1$ y el grado de pertenencia de los valores restantes de U va disminuyendo según se alejan de x_0 . Este tipo de operador de fuzzificación

permite el uso de distintos tipos de funciones de pertenencia, por ejemplo, en el caso de una función de pertenencia triangular:

$$\mu_{A'}(x) \begin{cases} 1 - \frac{x-x_0}{\varepsilon}, \text{ si } |x-x_0| \leq \varepsilon \\ 0, \text{ en otro caso,} \end{cases}$$

1.1.2.3. El Sistema de Inferencia (SI)

El SI es la componente esencial encargada de llevar a cabo el proceso de inferencia difuso. Para ello, se hace uso de los principios de la Lógica Difusa para establecer una relación entre los conjuntos difusos definidos en $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_m$ y los conjuntos difusos definidos en V , correspondientes a los dominios de las variables de entrada y salida, respectivamente.

El proceso de inferencia difusa está basado en la aplicación del *modus ponens generalizado*, extensión del modus ponens de la lógica clásica, propuesto por Zadeh según la siguiente expresión [Zad73]:

$$\begin{array}{l} \text{SI X es A ENTONCES Y es B} \\ \text{X es A'} \\ \hline \text{Y es B'} \end{array}$$

Para llevar a la práctica esta expresión, en primer lugar es necesario interpretar el tipo de regla que emplea el SBRD. Una regla con la forma: SI X es A ENTONCES Y es B, puede ser representada como una relación difusa entre A y B definida en $U \times V$. Dicha relación se expresa mediante el conjunto difuso R cuya función de pertenencia $\mu_R(x,y)$ presenta la siguiente forma:

$$\mu_R(x,y) = I(\mu_A(x), \mu_B(y)), \forall x \in U, y \in V,$$

donde $\mu_A(x)$ y $\mu_B(y)$ son funciones de pertenencia de los conjuntos difusos A y B, respectivamente, e I es un operador de implicación difuso que modela la relación difusa existente.

Dada una relación R, la función de pertenencia del conjunto difuso B', resultante de la aplicación del modus ponens generalizado, se obtiene a partir de la *regla composicional de inferencia* introducida por Zadeh en [Zad73] del siguiente modo: "Si R es una relación difusa definida de U a V y A' es un

conjunto difuso definido en U , entonces el conjunto difuso B' , inducido por A' , viene dado por la composición de R y A' , esto es:

$$B' = A' \circ R,$$

donde A' juega el papel de una relación unaria [DHR93].

De este modo, la aplicación de la regla composicional de inferencia sobre reglas que implícitamente denotan una relación difusa, toma la forma de la siguiente expresión:

$$\mu_{B'}(y) = \text{Sup}_{x \in U} \{T(\mu_{A'}(x), (I(\mu_A(x), \mu_B(y))))\},$$

donde T es un operador de conjunción de la familia de las t -normas asociado al operador de implicación I .

El diseño del MI requiere pues de la elección de los operadores que intervendrán en dicho proceso, esto es, definir:

- el *operador de conjunción T* , que permite realizar la intersección de conjuntos difusos propios de las premisas de las reglas difusas. Para ello se dispone de distintos operadores pertenecientes a la familia de las funciones denominadas *t-normas* [CQ91, TV85].
- la *implicación difusa I* , correspondiente al condicional de las reglas ENTONCES. En su inicio, Mamdani empleó la t -norma *mínimo* [Mam74], y en consecuencia varios operadores de esa familia han sido aplicados a posteriori [GQ91]. Por otro lado, la familia de funciones de implicación difusa ofrece una amplia variedad de operadores clasificados en distintos grupos, dependiendo del modo en que interpretan la implicación difusa [TV85]. Además de las mencionadas funciones, otros autores sugieren el uso de *t-conormas* y operadores externos a las anteriores definiciones [CK89, CHP97, KKS85].
- la *agregación ADEMÁS*, que se emplea para combinar las aportaciones individuales de la inferencia con cada regla junto con un método de defuzzificación. La composición de este operador depende del tipo de fuzzificación que el SBRD emplee. En la próxima subsección, se describirán con mayor detalle la forma de implementarlo así como los métodos de defuzzificación asociados.

1.1.2.4. La Interfaz de Defuzzificación

Como se ha descrito en la Sección anterior, el proceso de inferencia difusa llevada a cabo por el SI del SBRD lingüístico se aplica a nivel de reglas individuales. De este modo, una vez aplicada la inferencia sobre las m reglas que componen la BR, se obtienen m conjuntos difusos B'_i que representan las acciones difusas que ha inferido el SI.

Dado que el SBRD debe devolver una salida precisa, la Interfaz de Defuzzificación es quien asume la tarea de agregar la información aportada por cada uno de los conjuntos difusos individuales B'_i y transformarla en un único valor concreto. Para ello se dan dos modos distintos de llevarlo a cabo [BD95, CHP97, Wan94]:

1. *Modo A (FATI: First Agregate Then Infer):* Agregar primero, Defuzzificar después. En este primer caso, la Interfaz de Defuzzificación lleva a cabo las siguientes tareas:

- Agrega los conjuntos difusos individuales inferidos B'_i , para obtener un conjunto difuso final B' , empleando para ello un *operador de agregación difuso* G que, modelando el operador *ADEMÁS*, relaciona las reglas de la base:

$$\mu_{B'}(y) = G\{\mu_{B'_1}(y), \dots, \mu_{B'_m}(y)\}.$$

Para definir matemáticamente este operador, se emplean distintos operadores, principalmente t-normas y t-conormas, los cuales están descritos en [BD95], donde también se analizan sus propiedades en detalle.

- Mediante un *método de defuzzificación* D , transforma el conjunto difuso B' obtenido en un valor preciso y_0 , que será proporcionado como salida global del sistema:

$$y_0 = D(\mu_{B'}(y)).$$

Los métodos de defuzzificación más habituales son: *el centro de gravedad*, *el centro de sumas* (aproximación al centro de gravedad computacionalmente más rápida de obtener) y *la media de los máximos* [DHR93].

2. *Modo B: (FITA: First Infer Then Agregate):* Defuzzificar primero, Agregar después. En este caso se convierte individualmente la contribución de

cada conjunto difuso inferido a un valor concreto, y el valor preciso final se obtiene mediante una operación (una media, una suma ponderada o la selección de una de ellas, entre otras) sobre un valor preciso característico de cada uno de los conjuntos difusos individuales.

De este modo, se evita el cálculo del conjunto difuso final B' , hecho que ahorra una gran cantidad de tiempo computacional y su complejidad. Este modo de operación, en el que no se agregan conjuntos difusos propiamente, supone una aproximación distinta al concepto presentado por el operador *ADEMÁS*.

Los *operadores de agregación* más utilizados son la *media*, la *media ponderada* o la selección de algún *valor característico* de los conjuntos difusos en función del grado de importancia de la regla que los ha generado en el proceso de inferencia [CHP97]. Para extraer valores característicos se suelen emplear el *centro de gravedad* y el *punto de máximo criterio*; y como grados de importancia de la regla, el *área* y la *altura del conjunto difuso inferido* o el *grado de emparejamiento de los antecedentes* de la misma con la entrada al sistema. El método más empleado dentro de este grupo es la *media ponderada por el grado de emparejamiento*, que se suele combinar con el centro de gravedad como valor característico del conjunto difuso [CHP97, HT93, SY93].

Históricamente el *Modo A*, fue empleado por Mamdani en su primera aproximación al control difuso [Mam74]. Sin embargo, posteriormente y en el ámbito de la ingeniería, el *Modo B* ha sido muy empleado [CHP97, DHR93, SY93], sobre todo en sistemas en tiempo real, donde se requieren tiempos de respuesta rápidos, y sistemas menos complejos que se pueden integrar en hardware de propósito específico de bajo coste.

1.1.3. Sistemas Basados en Reglas Difusas Aproximativas

Los SBRDs lingüísticos presentan limitaciones en la precisión debido a la estructura de las reglas difusas que emplean. Concretamente la estructura de regla difusa de tipo SI-ENTONCES basada en el manejo de variables lingüísticas posee las siguientes carencias [Bas94, CFM96]: partición rígida de los espacios de entrada y salida, dificultad para obtener una partición difusa adecuada cuando las variables presentan una fuerte dependencia, falta de adaptación a espacios altamente dimensionales y necesidad del aumento de la granularidad para ganar precisión con el consecuente crecimiento del número de reglas.

Debido a esto, existe otra variante de los SBRDs lingüísticos, que antepone la exactitud del sistema obtenido a su interpretabilidad. Este tipo de sistemas se denominan habitualmente SBRDs aproximativos. Obviamente, la aplicación principal de los SBRDs aproximativos es el MDP de sistemas.

La estructura de un SBRD aproximativo es prácticamente la misma que la de un lingüístico. La única diferencia radica en el tipo de reglas que se emplean en la BC. En este caso, dichas reglas no manejan variables lingüísticas sino, directamente, variable difusas. Así, la estructura de las reglas difusas empleadas por los sistemas aproximativos es la siguiente:

$$\text{SI } X_1 \text{ es } \hat{A}_1 \text{ y } \dots \text{ y } X_n \text{ es } \hat{A}_n \text{ ENTONCES Y es } \hat{B},$$

donde \hat{A}_i y \hat{B} son conjuntos difusos sin una interpretación lingüística directa en lugar de etiquetas lingüísticas.

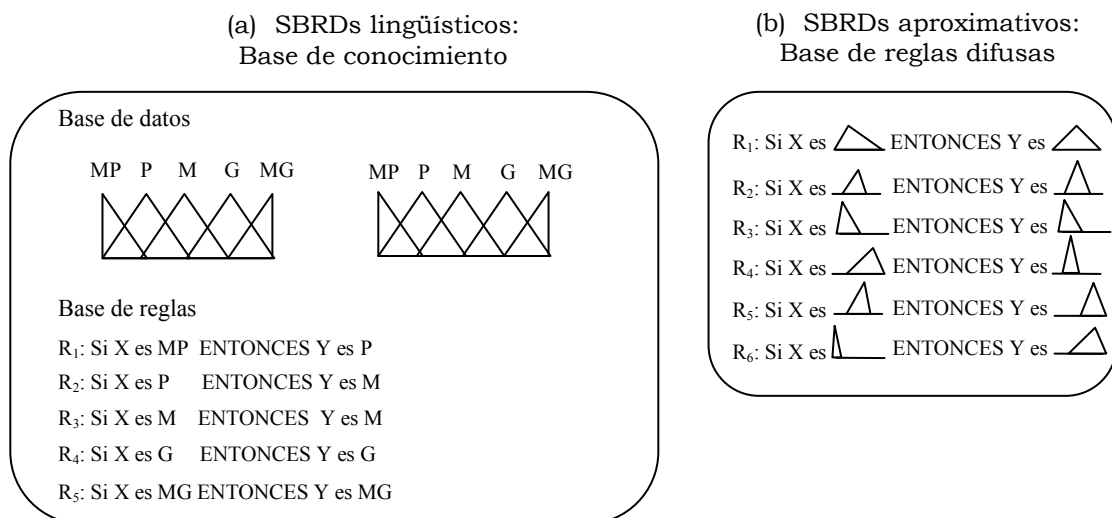


Figura 1.4: Comparación gráfica entre una BC lingüística y una BRD aproximativa

De este modo, este tipo de sistemas no necesita del empleo de una BD que almacene los términos lingüísticos existentes y los conjuntos difusos que determinan la semántica asociada a los mismos. En este caso, la BC empleada en los SBRDs lingüísticos, que estaba compuesta por la BD comentada y por una BR, queda reducida a una Base de Reglas Difusas (BRD) compuesta por

un conjunto de reglas que presentan la última estructura mostrada en la cual cada regla individual contiene la semántica que la describe. La Figura 1.4 muestra gráficamente la diferencia entre la BC de los SBRDs lingüísticos y la BRD de los SBRDs aproximativos.

1.1.4. Sistemas Basados en Reglas Difusas de Tipo Takagi-Sugeno-Kang

En lugar de trabajar con reglas difusas del tipo introducido en la Sección anterior, Takagi y Sugeno [SK88, TS85] propusieron un nuevo modelo de SBRD que empleaba reglas en las que el antecedente estaba constituido por variables lingüísticas o difusas y el consecuente representaba una función de las variables de entrada. La forma más general de este tipo de reglas es la que mostramos a continuación, en la que el consecuente constituye una combinación lineal de las variables contenidas en el antecedente:

$$\text{Si } X_1 \text{ es } A_1 \text{ y } \dots \text{ y } X_n \text{ es } A_n \text{ entonces } Y = p_1 \cdot X_1 + \dots + p_n \cdot X_n + p_0,$$

donde X_i son las variables de entrada del sistema, Y es la variable de salida y los p_i son parámetros reales. En lo que respecta a los A_i , pueden ser bien etiquetas lingüísticas asociadas con conjuntos difusos en el caso en que las X_i sean variables lingüísticas, o bien conjuntos difusos en el caso en que éstas sean directamente variables difusas. Este tipo de reglas suelen denominarse *reglas difusas de tipo TSK*, en alusión a sus creadores [TS85].

La salida de un SBRD TSK que emplee una Base de Conocimiento formada por m reglas de este tipo se obtiene como la media ponderada de las salidas individuales aportadas por cada regla, Y_i , $i = 1 \dots m$, del siguiente modo:

$$\frac{\sum_{i=1}^m h_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^m Y_i}$$

donde $h_i = T(A_1(x_1), \dots, A_n(x_n))$ es el grado de emparejamiento entre la parte antecedente de la regla i y las entradas actuales al sistema, $x = (x_1, \dots, x_n)$. T es un operador de conjunción que se modela mediante una t -norma.

De este modo, tal y como enuncian sus creadores en [TS85], este SBRD se basa en la división del espacio de entrada (uni o multidimensional) en varios subespacios difusos (uni o multidimensionales) y en definir una relación de entrada-salida lineal en cada uno de dichos subespacios. En el proceso de inferencia, se combinan estas relaciones parciales en el modo comentado para

así obtener la relación global de entrada-salida, teniendo en cuenta la dominancia de las relaciones parciales en sus respectivas áreas de aplicación y el conflicto que se presenta en las zonas en las que existe solapamiento.

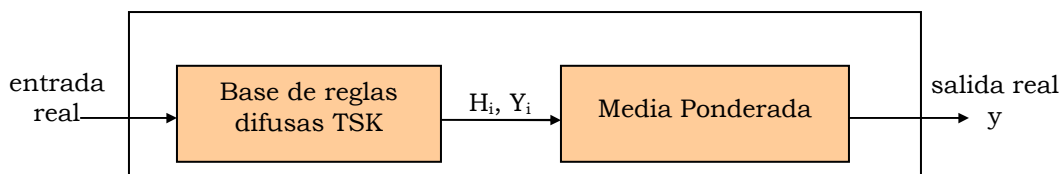


Figura 1.5: Estructura básica de un sistema basado en reglas difusas TSK

En la Figura 1.5. se muestra una representación gráfica de este segundo tipo de SBRDs. Los SBRDs TSK han sido aplicados con éxito a una gran cantidad de problemas prácticos. La ventaja principal de estos sistemas es el hecho de presentar una ecuación del sistema compacta que permite estimar los parámetros p_i empleando métodos clásicos, lo que facilita su diseño. Sin embargo, el mayor inconveniente que tienen asociado está también relacionado con la forma de los consecuentes de las reglas, que al no ser difusas, provocan que el sistema no constituya un marco de trabajo natural para representar el conocimiento experto. Es posible integrar conocimiento experto en estos SBRDs efectuando una pequeña modificación sobre el consecuente de la regla: cuando un experto aporta una regla lingüística con consecuente Y es B , se sustituye dicho consecuente por $Y = p_0$, donde p_0 toma como valor el punto modal del conjunto difuso asociado a la etiqueta B . Este tipo de reglas se suelen denominar *reglas TSK simplificadas o de orden cero*. Aun así, no se pueden emplear muchos de los principios de la Lógica Difusa en este tipo de sistemas (por ejemplo, emplear la potencialidad del Razonamiento Aproximado).

En lo que respecta al tipo de modelado que es posible llevar a cabo, los SBRDs TSK constituyen un punto intermedio entre el cualitativo y el difuso. En el caso en que los antecedentes de las reglas estén compuestos por variables lingüísticas, los SBRDs TSK combinan un grado de descripción aceptable (aunque no sea posible interpretar la acción que se lleva a cabo, es posible determinar lingüísticamente de un modo claro cuando dicha acción es aplicada) con un grado de precisión superior al que se puede obtener con un consecuente difuso. En cambio, en el caso en que las variables que conforman los antecedentes sean difusas y no lingüísticas, es claro que el SBRD se reduce a un modelo difuso que persigue la precisión como característica primordial.

1.2. Modelado de Sistemas Mediante Lógica Difusa: Modelado Difuso Lingüístico *versus* Modelado Difuso Preciso

Esta Sección está dedicada a un doble propósito. Por un lado, a introducir brevemente las características principales del Modelado de Sistemas mediante SBRDs. Por otro, a presentar los dos tipos principales de modelos incluidos en el área: modelo difuso lingüístico y modelo difuso preciso. Las dos subsecciones siguientes se dedican respectivamente a describir cada modelo.

1.2.1. Modelado de Sistemas Mediante Sistemas Basados en Reglas Difusas

Como se ha comentado, la construcción de modelos basados en la Lógica Difusa [Zad65, Zad73] ha adquirido un gran interés gracias a que proporciona más generalidad, poder expresivo y tolerancia frente a la imprecisión que aquellos basados en la Lógica Clásica.

Así, el modelado empleando conceptos propios de la Lógica Difusa es el típico ejemplo de una técnica que hace uso del conocimiento y de los procesos de deducción propios de los seres humanos. En consecuencia, mediante el uso de la Lógica Difusa es posible capturar la vaguedad del modelo y la incertidumbre del problema, de tal forma que el modelo obtenido se encuentre más ajustado a la realidad que otras formas que no puedan capturar estas cuestiones.

Se centrará nuestra atención en la relación entre variables por medio de reglas difusas del tipo SI-ENTONCES:

SI *la potencia es alta* **ENTONCES** *la temperatura subirá rápidamente*

Estas reglas permiten establecer una relación lógica entre las variables cualitativas de un sistema. Dichos valores cualitativos poseen una interpretación lingüística clara, que se denomina usualmente etiqueta o término lingüístico [Zad75]. El significado de los términos lingüísticos de las variables de entrada y salida está definido por conjuntos difusos, más precisamente por sus funciones de pertenencia. En este sentido, los conjuntos difusos o sus funciones de pertenencia proveen una interfaz entre las variables

numéricas de entrada/salida y las correspondientes variables difusas de las reglas. Este concepto de modelado y análisis de sistemas por medio de variables lingüísticas fue introducido por Zadeh [Zad73] y ha sido desarrollado considerablemente en estos últimos años.

La estructura lógica de las reglas difusas SI-ENTONCES facilita la comprensión y el análisis de los modelos en forma muy parecida a como razonan los seres humanos sobre el mundo real. En este sentido, el solapamiento de las funciones de pertenencia asegura la generalización de situaciones no capturadas completamente por las reglas, lo que da lugar a que la inferencia pueda considerarse como un proceso de interpolación entre los resultados de las reglas individuales.

Estos modelos tienen varias ventajas [Bab98] sobre otros enfoques inteligentes como las Redes Neuronales [MR90] o las Redes de Base Radial:

- El *Modelado Difuso* integra el procesamiento numérico y, el simbólico en un esquema común y, en consecuencia, no se restringe solamente a áreas que requieren especialización o conocimiento humano. En este sentido, los modelos con SBRDs pueden hacer un uso efectivo de algoritmos de aprendizaje basados en ejemplos (datos de entrada-salida) y ser combinados con técnicas convencionales de regresión [TS85, Wan94].
- La *estructura basada en reglas de los Sistemas Difusos* resulta de gran utilidad en el análisis de los modelos desarrollados a partir de datos numéricos, debido a que estas reglas representa una descripción adecuada del sistema que generan los datos. Este tipo de descripción puede ser confrontada y posiblemente combinada con conocimiento experto. Todo esto ayuda a la comprensión del sistema y a la validación del modelo al mismo tiempo.
- El uso de *términos lingüísticos* en las reglas pueden verse como una clase de cuantificación, esto es, resulta posible desarrollar modelos de diferentes niveles de abstracción y precisión para un sistema dado, dependiendo del número de valores cualitativos considerados (granularidad).

De este modo, el Modelado de Sistemas mediante SBRDs se puede considerar como una vía para modelar un sistema haciendo uso de un lenguaje de descripción basado en la Lógica Difusa con predicados difusos [SY93]. Tal como veremos en esta Sección, es posible llevar a cabo distintos tipos de modelado empleando distintos tipos de SBRDs, dependiendo del grado de descripción y precisión que deseemos que tenga el futuro modelo. Estos dos requisitos, el grado de interpretabilidad del modelo para el ser humano y el

grado en que ese modelo aproxima al sistema real, suelen estar enfrentados. La decisión de cuán interpretable y cuán preciso debe ser el modelo suele depender de las necesidades que surjan a partir de un problema concreto.

1.2.2. Modelado Difuso Lingüístico y Modelado Difuso Preciso

Como se puede prever, dependiendo del objetivo principal que se desee satisfacer en el proceso de identificación y del tipo de SBRD que se emplee, podemos distinguir entre dos clases de Modelado Difuso:

- MDL – Este tipo de modelado se realiza generalmente por medio de SBRD lingüísticos (también conocidos como de tipo Mamdani [Mam74, MA75], véase la Sección 1.1.2 de este Capítulo). En este caso, el principal requisito es la interpretabilidad, y el concepto de variable lingüística [Zad75] desempeña un papel fundamental. Además de su gran facilidad para interpretar el comportamiento del sistema, su estructura proporciona un marco natural para incluir conocimiento experto, por lo que son los más empleados en la actualidad.

Los SBRDs lingüísticos o Mamdani, están formados por reglas del tipo “SI-ENTONCES” y en el caso en que el SBRD tenga múltiples entradas y una única salida, presenta la siguiente estructura:

SI X_1 es A_1 y ... y X_n es A_n **ENTONCES** Y es B ,

donde X_i (Y) son las variables lingüísticas de entrada (salida), y A_i y B las etiquetas lingüísticas con los conjuntos difusos μ_{A_i} y μ_B asociados definiendo su significado. Estos términos lingüísticos se toman de una semántica global que define la gama posible de conjuntos difusos usados en cada variable.

Uno de los componentes principales de los SBRDs lingüísticos es el Mecanismo de Inferencia, que consta de un SI – que emplea los valores derivados del proceso de fuzzificación donde se recoge los conjuntos difusos provenientes de los valores reales de entrada y la información contenida en la base de conocimiento para llevar a cabo el proceso de inferencia- y una interfaz de defuzzificación, que transforma la acción difusa resultante del proceso de inferencia en una acción precisa que constituye la salida global del SBRD-. En la Sección 1.1, se pueden consultar una descripción más detallada de este tipo de sistemas.

- MDP – En esta clase de modelado se persigue principalmente la precisión de los modelos obtenidos, dejando a un lado su legibilidad.

Para ello, podemos emplear los SBRDs aproximativos, que se caracterizan por el uso directo de variables difusas (véase la Sección 1.1.3 del presente Capítulo). Así, cada regla difusa presenta su propia semántica, es decir, las variables toman diferentes conjuntos difusos como valores en lugar de términos lingüísticos. Dado que en los SBRDs aproximativos no se emplea una semántica global, los conjuntos difusos no pueden interpretarse con facilidad. Estos modelos pretenden ser más precisos que los anteriores, es decir, capturan la información del problema de un modo más exacto a costa de la consiguiente pérdida de interpretabilidad.

La estructura de regla considerada es la siguiente:

SI X_1 es \hat{A}_1 y ... y X_n es \hat{A}_n **ENTONCES** Y es \hat{B} ,

donde \hat{A}_i y \hat{B} son conjuntos difusos sin una interpretación lingüística directa.

Los SBRDs aproximativos sustituyen la BC por una Base de Reglas Difusas (BRD) con la estructura mencionada, donde cada regla individual contiene la semántica que la describe. En la Sección 1.1 se describen estos sistemas en profundidad.

Además, existen otros tipos de SBRDs que pueden emplearse también en el MDP de sistemas. Principalmente, podemos destacar los SBRDs de tipo Takagi-Sugeno-Kang [SK88 TS85] (véase la Sección 1.1.4 de este Capítulo). En este caso, la estructura de regla empleada está constituida por variables de entrada en el consecuente. Debido a este tipo de consecuente, se pierde interpretabilidad en el modelo, pero a cambio, se permite un mayor grado de aproximación. Por tanto, estos sistemas son adecuados para realizar el MDP.

Los distintos tipos de SBRDs descritos en el campo del Modelado de Sistemas se ilustran en la Figura 1.6. Como podemos observar, dichos SBRDs tienen diferentes grados de interpretabilidad y flexibilidad según la estructura de regla empleada. El hecho de exigir que el modelo obtenido por un SBRD lingüístico sea fácilmente interpretable implica establecer ciertas restricciones en la estructura de regla, perdiendo así flexibilidad [Bas94]. Por el contrario, relajar tales restricciones, como hacen los SBRDs aproximativos, permite obtener modelos más flexibles aunque provoca una gran pérdida de interpretabilidad.

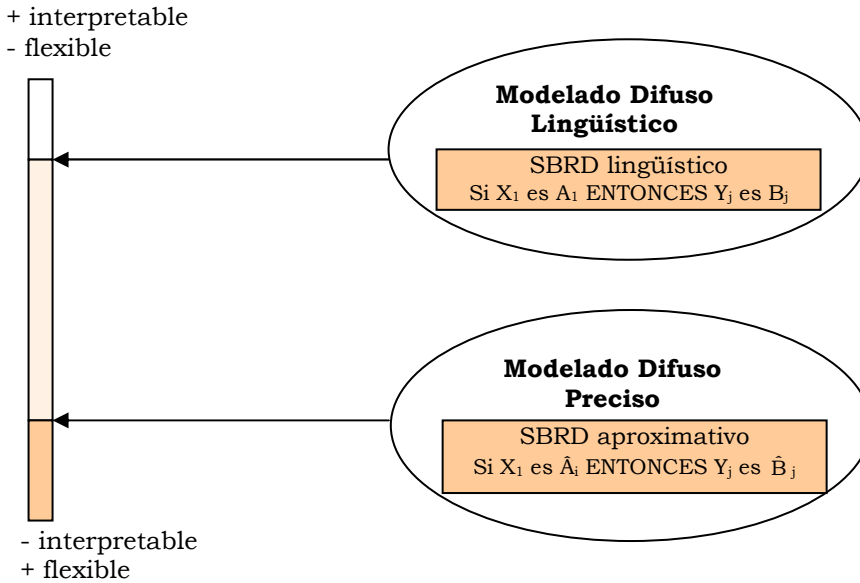


Figura 1.6: Modelado de Sistemas mediante SBRDs: interpretabilidad y flexibilidad dependiendo del tipo de SBRD considerado

La *flexibilidad* en el proceso de modelado indica la capacidad potencial de aproximarse al problema que se está resolviendo. Desde un punto de vista estadístico, disponer de mayor flexibilidad implica tener un mayor número de grados de libertad en el modelo. Sin embargo, esto no siempre supone obtener resultados precisos ya que esta libertad es un arma de doble filo. Una mayor flexibilidad proporciona capacidad de aproximación al modelo final pero da lugar a que crezcan tanto la complejidad para llevar a cabo el modelado como el riesgo de sobreajustar en la aproximación del sistema real (excesivo grado de aproximación con una mala capacidad de predicción).

Por tanto, en contra de la corriente tradicional dominante en la literatura especializada, el principal aspecto a considerar en el Modelado de Sistemas no debería ser la capacidad del modelo sino la capacidad para generar el modelo. Así, mayor flexibilidad no significa directamente mayor precisión. Un equilibrio entre la libertad de la estructura del modelo (flexibilidad del modelo) y un buen rendimiento del proceso de aprendizaje (simplicidad del modelado) podría proporcionar mejor comportamiento, esto es, una mayor precisión (véase Figura 1.7)

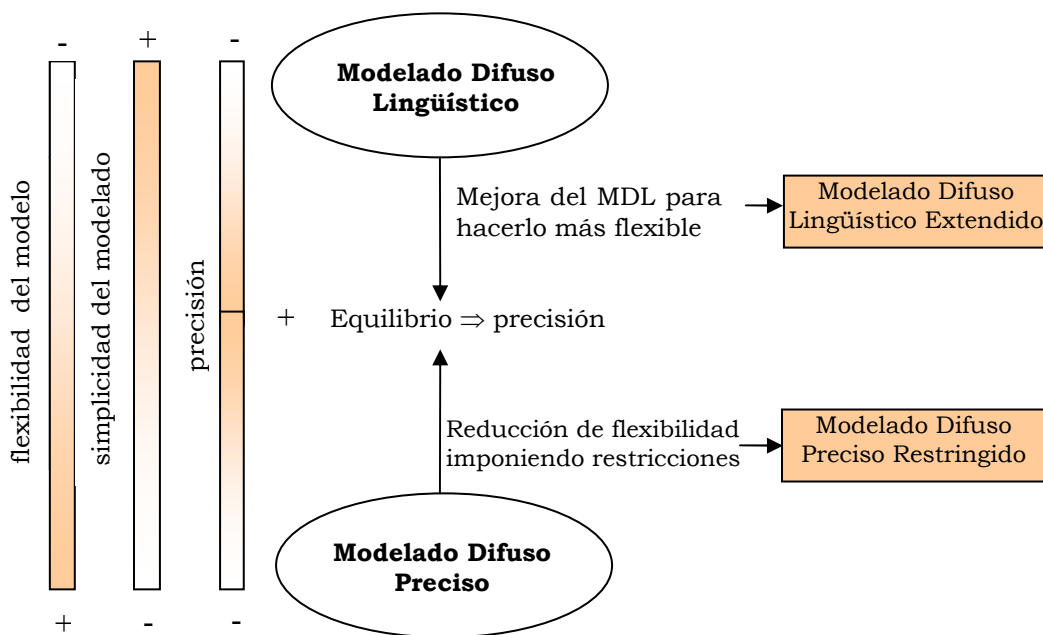


Figura 1.7: Un compromiso entre flexibilidad del modelo y simplicidad del modelado puede proporcionar una mejor precisión. Esto se puede conseguir extendiendo el MDL o restringiendo el MDP

Cuanto más sencillo sea el sistema a modelar, en menor medida será necesario flexibilizar la estructura del modelo para alcanzar un grado de precisión aceptable, de forma que este equilibrio se encontrará más próximo al MDL. Del mismo modo, cuanto más complejo sea el sistema, dicho equilibrio se encontrará más cercano al MDP ya que deberemos sacrificar en mayor medida la interpretabilidad del modelo para alcanzar la flexibilidad suficiente que proporcione un grado de precisión satisfactorio.

De este modo, la investigación del área ha derivado en los últimos años hacia dos líneas de trabajo complementarias para alcanzar este compromiso de flexibilidad y simplicidad:

- i) dotar de mayor precisión al MDL para hacer más flexible el aprendizaje y/o la estructura del modelo considerado, sin perder la interpretabilidad asociada al mismo en gran medida [CCHM03a], y

- ii) dotar de mayor interpretabilidad al MDP, imponiendo restricciones al aprendizaje y/o a la estructura del modelo difuso, sin dañar excesivamente su grado de precisión intrínseco [CCHM03c].

Esto ha dado lugar a la aparición de dos nuevas áreas en el Modelado Difuso, el MDLE y el MDPR. Es importante destacar que, si este equilibrio se alcanza partiendo del MDL, los modelos obtenidos serán más interpretables que partiendo del MDP. Por tanto, parece muy interesante afrontar el Modelado Difuso de Sistemas intentando mejorar, tanto como sea posible, la precisión del MDL sin perder su descripción en exceso. Este será el objetivo principal de la presente memoria.

1.3. Modelado Difuso Lingüístico Extendido: Mejoras a la Precisión

Como se ha comentado con anterioridad, el MDL desarrollado por los SBRDs lingüísticos presenta la ventaja principal de la interpretabilidad asociada al modelo obtenido, que emplea una estructura de regla fácilmente comprensible por el ser humano. Sin embargo, este tipo de modelado presenta un problema fundamental: su falta de precisión al modelar algunos sistemas complejos. Este hecho se debe a cierta inflexibilidad debida al uso de una semántica global que da significado a los conjuntos difusos empleados. En efecto, el uso de variables lingüísticas impone las siguientes restricciones [Bas94, CFM96]:

- Se da una falta de flexibilidad en el SBRD debido a la forma tan rígida en que se particionan los espacios de entrada y salida.
- Cuando las variables de entrada del sistema dependen unas de otras, es muy complicado obtener una partición difusa adecuada de los espacios de entrada.
- La división homogénea de los espacios de entrada y salida es ineficiente y no se adapta adecuadamente cuando se trabaja con espacios hiperdimensionales.
- El tamaño de la BC depende directamente del número de variables y términos lingüísticos que existan en el sistema. La obtención de un SBRD preciso necesita de un aumento significativo de la granularidad, es decir, de

la introducción de nuevos términos lingüísticos. Este aumento de la granularidad produce un crecimiento desmesurado del número de reglas, lo que puede provocar que el sistema pierda la capacidad de ser interpretable por el ser humano. Además, en la mayoría de los casos, sería posible obtener un Sistema Difuso equivalente con un número mucho menor de reglas si no se estuviese tan sujeto al particionamiento rígido efectuado sobre el espacio de entrada.

Sin embargo, se pueden realizar distintas mejoras para afrontar estas limitaciones en el marco del MDLE [CCHM03b]. Generalmente, todos estos enfoques comparten la idea de mejorar la forma en que el modelo difuso lingüístico realiza el razonamiento interpolativo induciendo una mejor cooperación entre las reglas del modelo aprendido. Esta es una de las características más interesantes de los SBRDs y desempeña un papel clave en su alto rendimiento, siendo una consecuencia de la acción cooperativa entre las distintas reglas lingüísticas que componen el sistema.

Básicamente, se pueden distinguir dos tipos de enfoques según se realicen en:

- El proceso de derivación del modelo, extendiendo su diseño bien a la BC diseñando otros componentes distintos de la BR como, por ejemplo, la BD [BKC96, CJH98, CH97, GP99, Kar91a, LM94, SKG93], o considerando mecanismos más sofisticados para la derivación de BRs con buena cooperación [GP98, CDM99, CCH02]; o bien diseñando el MI, es decir eligiendo adecuadamente los operadores que intervienen en el proceso de razonamiento difuso, es decir los que componen el SI y la Interfaz de Defuzzificación [CHP95, CHP97, CHP97a, CHP97b, ETG99, CHP99a, CHP99b, CHP99c, CHP00].
- La estructura del modelo, cambiándola ligeramente para hacerla más flexible y permitir así incrementar la precisión, bien en la BC [CH97, CH00, NIT97, PP99], o bien en el MI (Interfaz de Defuzzificación [Hon95, SL96, JS99, Kim00, KCL02], SI [Ber98, JS99, Wha03, BK99, BK03, HMP03]

Las dos subsecciones siguientes están dedicadas a describir brevemente las dos familias mencionadas, repasando algunos de los enfoques propuestos en el marco de cada una de ellas.

1.3.1. Mejoras en el Proceso de Derivación del Modelo Difuso Lingüístico

Tal y como hemos indicado, existen dos variantes incluidas en esta familia de métodos de MDLE. En primer lugar, encontramos aquellos enfoques que extienden el proceso de diseño del modelo difuso lingüístico para incorporar otros componentes como la BD. Por otro lado, existe la posibilidad de mejorar el proceso de derivación de las reglas lingüísticas para conseguir que mejore el nivel de cooperación existente entre las mismas y, consecuentemente, la precisión del modelo final generado. Además otra posibilidad, que contemplaremos fundamentalmente a lo largo de la presente memoria es la buena elección de los operadores que intervienen en el proceso de razonamiento difuso (MI). Las dos secciones siguientes describen ejemplos de cada una de las tres variantes.

1.3.1.1. Métodos Basados en la Definición de la Base de Datos

Los métodos básicos de MDL se centran exclusivamente en determinar el conjunto de reglas difusas que forman la BR del modelo [Thr91, WM92]. En estos casos, la BD se obtiene, por lo general, a partir de información de expertos (si está disponible) o mediante un proceso de normalización, y se mantiene fija durante el proceso de derivación de la BR.

Sin embargo, el diseño automático de la BD ha demostrado ser un mecanismo muy apropiado para incrementar la capacidad de aproximación de los modelos difusos lingüísticos. En algunos trabajos, como en [CHV00], se ha probado empíricamente que un buen diseño de la BD puede tener más influencia en el rendimiento del modelo que la derivación de las reglas. Generalmente, el procedimiento consiste en, o bien determinar la forma más adecuada para las funciones de pertenencia que dan significado a los conjuntos difusos asociados a los términos lingüísticos, o bien definir el número de términos lingüísticos empleados en la partición de cada variable, es decir, la granularidad.

A continuación, repasamos los distintos enfoques existentes para el diseño de la BD en función del modo en que se integren en el proceso de derivación y de los efectos que provoquen sobre las funciones de pertenencia. Después, se mencionan algunos aspectos referentes a la interpretabilidad de los modelos obtenidos a partir de los enfoques anteriores.

1.3.1.1.1. Integración del Diseño de la Base de Datos en el Proceso de Derivación Global del Modelo Difuso Lingüístico

El diseño de la BD puede integrarse en el proceso de derivación del SBRD Lingüístico de distintas formas:

- Diseño preliminar (aprendizaje de la BD) – Consiste en extraer la BD a priori (es decir, antes de derivar las reglas del modelo difuso lingüístico) por inducción a partir del conjunto de ejemplos disponible. Tradicionalmente, este proceso se ha realizado con técnicas de agrupamiento no supervisado [LMV99, Ped01].
- Diseño a priori (aprendizaje de la BC) – Recientemente, ha surgido un nuevo enfoque que realiza el proceso de derivación del modelo difuso lingüístico considerando un método básico de derivación de reglas incrustado [CHV00, CHV01a, CHMV01, Glo96, IM96, PRO+00, RPOP00]. Esta técnica consiste en disponer de un método de aprendizaje sencillo que diseña, a partir de una BD determinada, otros componentes distintos de ésta (p.ej., la BR). Mediante un proceso de meta-aprendizaje, el método genera distintas BDs y valida su eficacia ejecutando el método de aprendizaje de reglas básico.
- Diseño simultaneo (aprendizaje de la BD junto con otros componentes) – El proceso de diseño de la BD se realiza conjuntamente con otros componentes tales como la BR en un mecanismo simultaneo [GJ99, HM95, JvSS99, KS95, MMH97, WHT98, XL00].
- Diseño a posteriori (ajuste de la BD) – Este enfoque, conocido como ajuste, consiste en refinar la BD a partir de una definición previa una vez que el resto de componentes ha sido obtenido. Se trata de uno de los procedimientos más extendidos. Habitualmente, el ajuste consiste en variar la forma de las funciones de pertenencia [BKC96, CdJH98, CH97, GP99, HLV95, Kar91a, LCT01, LM94, NK99, SKG93] y persigue como principal requisito mejorar la precisión del modelo lingüístico. No obstante, en algunos casos se realiza otro tipo de refinamiento para mejorar la interpretabilidad como, por ejemplo, la fusión de funciones de pertenencia similares [EV00].

Naturalmente, varios de estos enfoques pueden ser considerados conjuntamente. Por ejemplo, en [LM94] se realiza un diseño de la BD en dos etapas, derivando en primer lugar la BD y la BR mediante un proceso conjunto, y aplicando después un ajuste. En [Jin00], se efectúa primero una generación inicial de la BR para, a continuación, realizar un diseño de la BD en tres etapas (selección de las variables de entrada, ajuste de la BD y reducción de la BR simultáneos, y ajuste fino de la BD).

Los enfoques de diseño preliminar, a priori y a posteriori suelen combinarse con otros métodos para realizar el proceso completo de derivación en varias etapas sucesivas. En cambio, el mecanismo simultáneo de diseño de la BD junto con otros componentes constituye un único proceso de derivación en sí mismo.

La derivación secuencial tiene la ventaja de reducir el espacio de búsqueda, puesto que se trabaja con espacios confinados en cada etapa. Por otro lado, en la derivación simultánea se considera de mejor forma la fuerte dependencia existente entre los distintos componentes. Sin embargo, el proceso se vuelve mucho más complejo en este último caso debido a que el espacio de búsqueda crece significativamente, haciendo fundamental la elección de una técnica de búsqueda apropiada.

Por último, comentaremos que el diseño de la BD dota al proceso de modelado de mayor flexibilidad pero introduce el riesgo de perder interpretabilidad y sobreajustar el problema, por lo que su aplicación ha de ser realizado con cuidado. Describiremos algunos mecanismos para preservar una buena interpretabilidad más adelante, en esta misma Sección.

1.3.1.1.2. Aprendizaje / Ajuste de las Funciones de Pertenencia

Podemos distinguir distintos enfoques según las operaciones efectuadas sobre las funciones de pertenencia en el proceso de definición de la BD:

- *Aprendizaje/ajuste de los parámetros de las funciones de pertenencia* – La forma más común de derivar las funciones de pertenencia es alterar los valores de los distintos parámetros que definen para realizar desplazamientos y / o ensanchamientos de los conjuntos difusos. Esto se puede conseguir ajustando directamente cada uno de los parámetros o usando diferentes factores de escala lineales [BKC96, CH97, GJ99, HLV95, HM95, Jin00, JVSS99, Kar91a, KS95, LM94, NK99, PS01, RPOP00, SKG93, WHT98]. Por ejemplo, si consideramos la siguiente función de pertenencia triangular:

$$\mu(x) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{x - a}{b - a}, \text{ si } a \leq x < b \\ \frac{c - x}{c - b}, \text{ si } b \leq x \leq c, \\ 0, \text{ en otro caso} \end{array} \right\}$$

alterar los parámetros a , b y c supone variar la forma del conjunto difuso asociado a la función de pertenencia (véase la Figura 1.8), afectando así al comportamiento del SBRD. Lo mismo ocurre en el caso de los demás tipos de funciones de pertenencia (trapezoidales, gaussianas, sigmoidales, etc.).

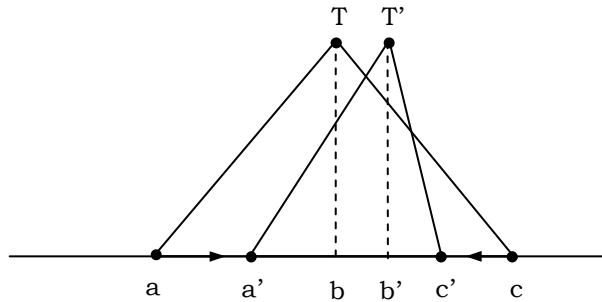


Figura 1.8: Definición de funciones de pertenencia alterando sus parámetros básicos

- *Uso de modificadores lingüísticos* – Otra filosofía de definición de las funciones de pertenencia consiste en el uso de expresiones más flexibles que permitan variar el grado de compatibilidad de los conjuntos difusos de forma no lineal. Para ello, se emplean habitualmente modificadores lingüísticos [CdJH98, GP99, LCT01] (analizaremos más detenidamente estos operadores en la Sección 1.3.2.1). Por ejemplo, se puede obtener una nueva función de pertenencia elevando el valor de pertenencia a la potencia de un parámetro real positivo α , es decir,

$$\mu'(x) = \mu(x)^\alpha, \quad 0 < \alpha.$$

En este caso, el proceso de ajuste consistiría en obtener el valor más adecuado del parámetro α para mejorar el rendimiento del SBRD. Cambiando el valor de α , es posible definir distintos tipos de funciones de pertenencia. En La Figura 1.9. se muestra gráficamente el efecto de este enfoque.

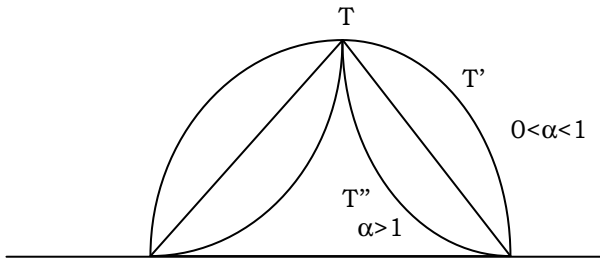


Figura 1.9: Definición de funciones de pertenencia mediante modificadores lingüísticos

- *Manejo de contexto* – Una tercera posibilidad para cambiar las funciones de pertenencia consiste en definir el contexto, es decir, su rango de operación. Se suele poner en práctica mediante *funciones de escala*, que establecen una aplicación entre las variables de entrada- salida y el universo de discurso sobre el que se definen los conjuntos difusos. Desde un punto de vista lingüístico, la función de escala puede ser interpretada como un tipo de información de contexto.

Es posible distinguir entre funciones de escala lineales y no lineales, las cuales son bien conocidas en la Teoría de Control clásica:

- *Contexto lineal* [GG94] – Una función de escala lineal presenta la forma:

$$f(x) = \alpha \cdot x + \beta.$$

El factor de escala α aumenta o reduce el rango de operación, lo que implica la reducción o ampliación de la sensibilidad del controlador/modelo con respecto a la variable de entrada en cuestión, o la correspondiente ganancia en el caso de las variables de salida. El parámetro β desplaza el rango de operación y representa el papel de un desplazamiento de la variable.

- *Contexto no lineal* [GGP98, Kla94, MMH97, PGG97] – la principal desventaja del escalado lineal es la invariabilidad de la distribución relativa de las funciones de pertenencia. El escalado no lineal soluciona el problema al modificar la distribución relativa y cambiar la forma de las funciones de pertenencia con transformaciones no lineales. Una función no lineal de escala habitual para una variable, con simetría con respecto al origen, presenta la siguiente forma:

$$f(x) = \text{signo}(x) \cdot |x|^\alpha .$$

El escalado no lineal aumenta ($\alpha > 1$) o disminuye ($\alpha < 1$) la sensibilidad relativa en la región que rodea al origen y consigue el efecto contrario en los extremos del rango de operación. La Figura 1.10 representa algunos de los efectos provocados por este tipo de escalado.

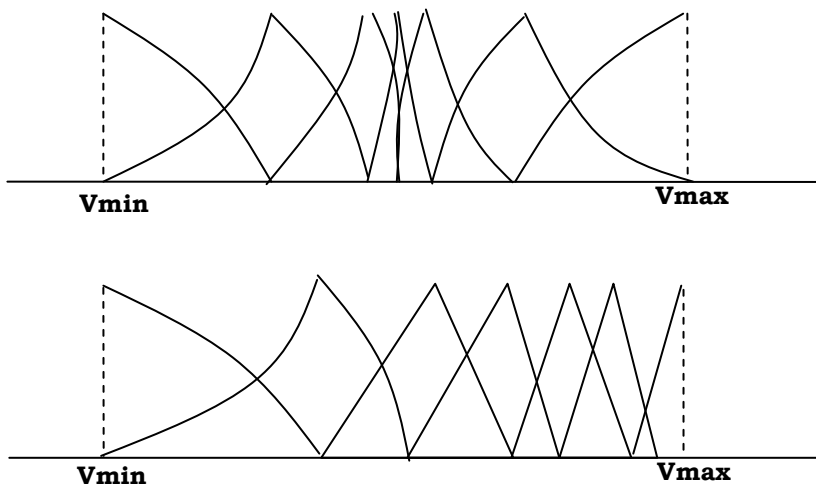


Figura 1.10: Efectos provocados por un escalado no lineal sobre una partición difusa con funciones de pertenencia triangulares

De este modo, se puede definir la BD aplicando factores de escala no lineales en toda la partición difusa [PGG97]. En algunas ocasiones, incluso se emplea un único factor de escala no lineal para toda la BD [NIT97].

Por otro lado, existen métodos de definición de la BD que combinan las dos filosofías de adaptación de contextos, escalado lineal y no lineal [CHMV01].

Finalmente, existen otras contribuciones que proponen métodos para definir no solo la forma de las funciones de pertenencia, sino también el tipo de éstas (triangular, trapezoidal, gaussiana o sigmoideal) [SEC99].

1.3.1.1.3. ¿Cómo Mantener la Interpretabilidad del Modelo Difuso Lingüístico al Diseñar la Base de Datos?

Ya hemos comentado el hecho de que el diseño de la BD permite mejorar en gran medida la precisión de los modelos difusos lingüísticos. Sin embargo, es importante señalar también que este proceso de diseño puede provocar que las particiones difusas en la BD tomen una forma compleja, lo que puede perjudicar la interpretación del sistema por parte de un experto. La Figura 1.11 recoge un ejemplo en el que se muestran varias funciones de pertenencia con formas complicadas que causan una pérdida de interpretabilidad en el modelo.

Decidir si una BD concreta es interpretable o no es una tarea difícil y subjetiva. Aún así, algunas investigaciones han estudiado este aspecto proponiendo varias propiedades para asegurar una buena interpretabilidad durante el proceso de optimización de las funciones de pertenencia [CCHM03c, Val99a, Val99b]. Es posible imponer una serie de restricciones de diseño con objeto de obtener una BD que mantenga la comprensibilidad del modelo en la mayor medida posible [BB03, CH97, CL00, EV00]. A continuación resumimos algunas de las propiedades más importantes que han de satisfacer las BDs optimizadas, junto con algunas soluciones posibles para el diseño de la BD:

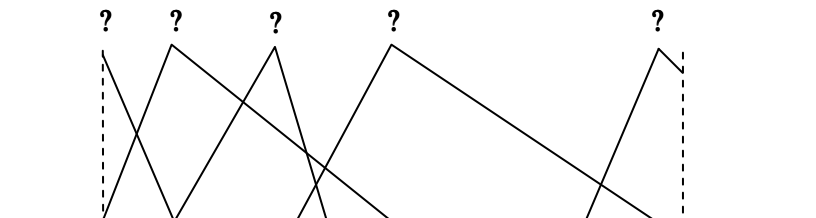


Figura 1.11: Pérdida de interpretabilidad al diseñar la BD

- *Propiedad de cobertura* – Cada valor del universo de discurso ha de pertenecer a, al menos, un conjunto difuso. Alternativamente, se puede considerar un criterio más estricto exigiendo un grado mínimo de cobertura para todos los elementos del dominio.

Soluciones posibles – Esta propiedad puede satisfacerse empleando intervalos de variación que aseguren la intersección (“overlapping”) entre dos conjuntos difusos consecutivos [CH97] o exigiendo que las particiones difusas sean “fuertes” tras el proceso de optimización [CL00] (es decir, que todo elemento del dominio esté cubierto siempre a grado 1).

- *Propiedad de normalidad* – Cada función de pertenencia debe tener un grado de pertenencia máximo con, al menos, un elemento del universo de discurso. Es decir, los conjuntos difusos deben ser normales.

Soluciones posibles – Puede conseguirse de un modo muy sencillo obligando a que los puntos modales de las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos de los extremos de la partición estén contenidos dentro del dominio de la variable.

- *Propiedad de distinguibilidad* – Cada término lingüístico debe tener un significado claro y su conjunto difuso asociado debe especificar claramente un intervalo del universo de discurso. En resumen, las funciones de pertenencia de la partición difusa deben ser lo suficientemente distintas entre sí.

Soluciones posibles – Pueden ponerse en práctica restringiendo la variación de los parámetros de las funciones de pertenencia similares [EV00] o estableciendo una semántica sobre los términos lingüísticos [Bod00, BB00].

Naturalmente, las restricciones necesarias para asegurar la integridad semántica de la BD hacen menos flexible el proceso de derivación pero, además de mantener la interpretabilidad del modelo, reducen el riesgo de sobreajustar el sistema real.

Cuando se consideran técnicas de optimización y búsqueda para el diseño de la BD, existe otra posibilidad para asegurar las propiedades de integridad consistente en incluir medidas de interpretabilidad en la función objetivo que guía la búsqueda hacia buenas soluciones. Habitualmente se consideran medidas de completitud y consistencia [CH97, GP97, JvSS99], compacidad o similitud [JGSRB01]. En [SKFT01], se propone un criterio más elaborado, denominado concisión, obtenido a partir de la combinación de una medida de entropía difusa, que distingue las formas de las funciones de pertenencia, y una medida de desviación, que evalúa la discrepancia de una función de pertenencia con respecto a su correspondiente simétrica.

En procesos de diseño a priori de la BD, otro enfoque interesante es considerar el efecto que se produce en el tamaño (la compacidad) de la BR al definir el número de términos lingüísticos y sus funciones de pertenencia asociadas. En [PRO+00, RPOP00], los autores proponen usar un Sistema Difuso simple para seleccionar la solución con el balance deseado entre interpretabilidad/compacidad (número de reglas) y precisión (error en la aproximación) entre las distintas BCs generadas.

1.3.1.2. Métodos de Generación de Reglas Orientadas a Mejorar la Cooperación

En esta categoría consideraremos aquellos métodos de derivación que, centrándose exclusivamente en el aprendizaje de reglas, consideran un proceso sofisticado con objeto de mejorar la cooperación de la BR generada y, consecuentemente, la precisión del modelo. En este caso, la BD y la estructura del modelo permanecen inalteradas, lo que resulta en la máxima interpretabilidad posible. A continuación describiremos brevemente algunos de los enfoques existentes.

En [GP98], se propone un método para refinar una BR previamente generada compuesta por reglas en forma normal disyuntiva (o reglas DNF – Disjunctive Normal Form –) (véase la Sección 1.1.2. de este Capítulo). El proceso heurístico está compuesto por tres pasos consecutivos. En primer lugar, se mejora la precisión del modelo eliminando algunos términos lingüísticos de los antecedentes de las reglas. Entonces, se mejora la capacidad de generalización añadiendo términos lingüísticos a los consecuentes. Por último, se considera la completitud de la BR añadiendo nuevas reglas.

Por otro lado, en [CCH02], se propone la metodología COR (cooperación entre reglas), basada en el hecho de que la derivación de la BR se efectúa haciendo uso de un criterio global de rendimiento que considera la acción de las distintas reglas de la base conjuntamente. Este mecanismo de derivación de reglas se aplica sobre un espacio de búsqueda reducido, en el que solamente se consideran un subconjunto concreto de las reglas posibles, seleccionadas mediante la información heurística disponible. Así las ventajas principales de la metodología COR son su capacidad para incluir información heurística, su flexibilidad para ser aplicada con distintas metaheurísticas y su facilidad de integración con distintos procesos básicos de derivación de reglas lingüísticas.

Finalmente, los procesos de simplificación de BRs son técnicas de diseño de modelos difusos lingüísticos que se basan en la alteración de una BR previamente generada haciendo uso de conocimiento experto o mediante un método de aprendizaje automático para reducir su tamaño.

En principio, la reducción de la complejidad del modelo es una forma de mejorar su interpretabilidad y no su precisión. Es claro el hecho de que un modelo con un número bajo de reglas en su base es más sencillo de interpretar. Sin embargo, y especialmente en problemas multidimensionales complejos con relaciones de entrada-salida fuertemente no lineales, la BR de los modelos difusos suele presentar un número excesivo de reglas e incluso reglas que presentan mala cooperación que, aparte de ocasionar una disminución de su comprensibilidad, provocan que el rendimiento del modelo difuso lingüístico empeore. En estos casos, la simplificación de reglas ayuda por tanto a mejorar la precisión del modelo.

Podemos dividir los métodos de simplificación de reglas en dos grupos distintos:

1. *Métodos de reducción de reglas*, basados en agregar varias reglas entre sí. En [KNN98], los autores proponen agregar aquellas reglas que sean vecinas, es decir, las reglas difusas donde las etiquetas de cada una de las variables de las reglas son adyacentes. En [HL99], se hace una consideración especial al orden en que se hace la unión. Por otro lado, en los SBRDs de tipo Takagi-Sugeno, también han sido propuestos métodos de simplificar modelos difusos mediante la reducción de reglas [RS01, SBKN98, SH00].
2. *Métodos de selección de reglas*, que se basan en seleccionar un subconjunto de reglas con el mejor nivel de cooperación posible tomando como punto de partida el conjunto completo de reglas. En la literatura podemos encontrar métodos con diferentes algoritmos de búsqueda para encontrar la combinación de reglas más satisfactoria [CH00, HLV98a, INYT95, IMT97, IY03, KKS00].

En [KT01], se propone un proceso heurístico interesante para la selección de reglas donde, por medio de medias estadísticas, se calcula un factor de relevancia para cada regla difusa que compone el SBRDs lingüísticas para después seleccionar las más relevantes. La filosofía de ordenar las reglas en función de un criterio de importancia y seleccionar un subconjunto de las mejores parece similar a los métodos de transformación ortogonal considerados por los SBRDs de tipo Takagi-Sugeno [YBY99, YW99].

Para ambos, se han empleado distintas técnicas tales como Redes Neuronales, algoritmos de Clustering, métodos de transformación ortogonal y algoritmos basados en medidas de similitud, entre otros. Por otro lado, los Algoritmos Genéticos (AGs) se han considerado en un gran número de contribuciones para poner en práctica esta tarea, especialmente en la vertiente de selección de reglas.

1.3.1.3. Diseño del Mecanismo de Inferencia

Cuando se trabaja con sistemas de tipo Mamdani (MDL) (véase Sección 1.1), la complejidad en el diseño del mecanismo de inferencia (MI) aumenta con respecto a otros enfoques como los TSK. En ese caso, es necesario definir la composición de tres de los elementos que componen dicho MI: el SI y los Interfaces de Fuzzificación y Defuzzificación. Para ello, se deben tomar las siguientes decisiones [KKS85]:

1. Definir el conectivo *y*, es decir, el operador de conjunción T a usar en el caso de que las reglas de la base presenten más de una variable de entrada. Para esta elección se dispone de distintos operadores de diversas familias. Entre los más utilizados están las T -normas.
2. Definir el operador de implicación en las reglas lingüísticas de tipo “SI-ENTONCES” contenidos en la BC, es decir, elegir el operador I que se empleará para modelar la implicación.

Existen distintas posibilidades para la elección de este operador. En el primer modelo de SBRD de este tipo, Mamdani empleó la t -norma del mínimo [Mam74], lo que ha provocado que varios operadores pertenecientes a esta familia hayan sido posteriormente empleados para dicha tarea [GQ91a]. Por otro lado, la familia de las funciones de implicación ofrece una amplia variedad de operadores de implicación clasificados en distintos grupos, dependiendo del modo en que interpretan la implicación difusa [TV85]. Algunos autores han sugerido también que no pertenecen a ninguna de las dos familias: extensiones de la conjunción booleana y extensiones de la implicación booleana [CK89, CPK92, KKS85].

3. Definir matemáticamente la composición de relaciones difusas a aplicar en la Regla Composicional de Inferencia. El operador de composición empleado es el Sup-T , donde T es una t -norma. Habitualmente, se emplean cuatro tipos de composición basados en otras tantas t -normas: el mínimo, el producto algebraico, el producto acotado y el producto drástico. Las más usadas son las dos primeras [Lee90].
4. Definir el operador de agregación *TAMBIÉN* o *ADEMÁS*, es decir, elegir el operador G según el modo de defuzzificación que emplee el SBRD (véase la Sección 1.1). En caso de trabajar en Modo A-FATI, la función del operador de agregación sería la de agregar todos los conjuntos difusos individuales resultantes de la inferencia en un único conjunto difuso global. Para esta tarea se emplean habitualmente las t -normas y las t -conormas, principalmente el mínimo y el máximo, respectivamente por su sencillez.

Por otro lado, en caso de trabajar en Modo B-FITA, los operadores habitualmente empleados son la media, la media ponderada o la selección de algún valor característico de los conjuntos difusos, en función de algún grado de importancia de la regla que los ha generado en el proceso de Inferencia. Como valores característicos se suelen

emplear el Centro de Gravedad y el Punto de Máximo Valor, y como grados de importancia de la regla, el área y la altura del conjunto difuso inferido, o el grado de emparejamiento de los antecedentes.

5. Definir el método de defuzzificación D a emplear para transformar los conjuntos difusos individuales o globales resultantes del proceso de inferencia en valores precisos de salida. Los más habituales son el Centro de Gravedad y la Media de los Máximos [DHR93], cuando se trabaja en Modo A-FATI, y el Centro de Gravedad y el Punto de Máximo Valor al hacerlo en Modo B-FITA.

Un estudio detallado de la influencia de los distintos operadores que pueden intervenir en el diseño del MI lo podemos encontrar en [CHP95, CHP97a, CHP97b, CHP99a, CHP99b, CHP99c, CHP00]. En ella los autores hacen un estudio de la influencia del operador de conjunción, el operador de implicación y de los métodos de defuzzificación, así como las interacciones entre la decisión sobre estos elementos y la precisión del sistema obtenido finalmente.

1.3.2. Extensiones en la Estructura del Modelo Difuso Lingüístico

Otra forma de mejorar el rendimiento del MDL es extender la estructura usualmente considerada para el modelo difuso lingüístico haciéndola más flexible. En las siguientes subsecciones se muestran algunos ejemplos de flexibilización en esta línea.

1.3.2.1. Uso de Modificadores Lingüísticos

Una posibilidad para relajar la estructura del modelo consiste en incluir ciertos operadores que alteren ligeramente el significado de las etiquetas lingüísticas implicadas en cada regla difusa del sistema. Como Zadeh sugiere en [Zad75], esto se puede realizar manteniendo un grado de descripción adecuado mediante el uso de *modificadores lingüísticos*.

Un modificador lingüístico [BD95, CYP96, MP96] es un operador que altera la función de pertenencia del conjunto difuso asociado a la etiqueta lingüística, obteniendo una definición alternativa con un grado de precisión superior o inferior a la original dependiendo del caso. Dos de los modificadores

lingüísticos más conocidos son el de concentración ‘muy’ y el de dilatación ‘más-o-menos’. Sus expresiones son las siguientes:

$$\mu_T^{\text{muy}}(\mathbf{x}) = (\mu_T(\mathbf{x}))^2, \quad \mu_T^{\text{más-o-menos}}(\mathbf{x}) = \sqrt{\mu_T(\mathbf{x})}$$

y sus efectos al aplicarlos sobre una función de pertenencia triangular se muestran en la Figura 1.12.

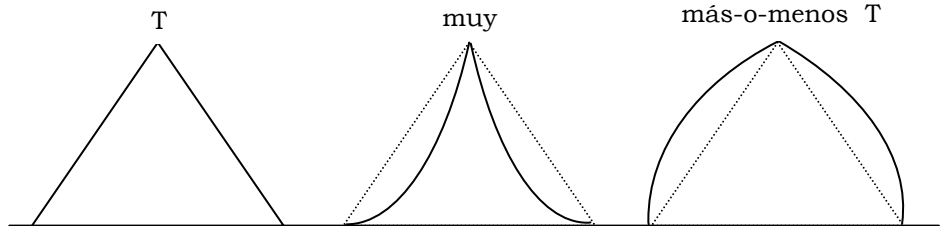


Figura 1.12: Efectos de los modificadores lingüísticos ‘muy’ y ‘más-o-menos’

Así, tendríamos una nueva estructura de regla lingüística que podríamos definir de la siguiente forma:

SI X_1 es $ml_{X_1} A_1$ y ... y X_n es $ml_{X_n} A_n$ **ENTONCES** Y es $ml_Y B$,

donde ml_{X_i} (ml_Y) indica el modificador lingüístico a emplear (incluido el operador identidad) en la correspondiente variable de forma que el grado de pertenencia al término lingüístico viene dado por

$$\mu_{A_i}^{ml_{X_i}} \quad (\mu_B^{ml_Y})$$

Un posible ejemplo de regla que sigue esta estructura es la siguiente:

SI X_1 es *muy* alto y X_2 es bajo **ENTONCES** Y es *más-o-menos* grande.

1.3.2.2. Uso de más de un Consecuente para cada Regla

Este enfoque consiste en permitir que la BR contenga reglas en las que cada combinación de antecedentes tenga varios consecuentes asociados si con

ello se mejora la precisión del modelo [CH97, CH00, NIT97]. La estructura de regla sería la siguiente:

SI X_1 es A_1 y ... y X_n es A_n **ENTONCES** Y es $\{B_1, \dots, B_c\}$

donde c es el número de consecuentes distintos considerados en la regla. Un caso particular de este enfoque son las reglas de doble consecuente (es decir, $c = 2$), propuestas en [CH00, NIT97].

El uso de varios consecuentes no influye en el proceso de inferencia del modelo difuso lingüístico. La única restricción que debemos imponer es que el método de defuzzificación considere el grado de emparejamiento de las reglas disparadas. Por ejemplo, se puede usar la estrategia de defuzzificación del *centro de gravedad ponderado por el grado de emparejamiento* [CHP97] (véase Sección 1.1).

1.3.2.3. Uso de Reglas Ponderadas

El uso de reglas ponderadas consiste en emplear uno o varios parámetros adicionales en cada regla con objeto de dotar al sistema de más grados de libertad para mejorar el razonamiento interpolativo que desarrolla y, por lo tanto, el rendimiento del modelo.

Existen distintas posibilidades dependiendo de que se asocie un factor de ponderación a cada variable de entrada, con objeto de definir la importancia relativa de cada una de ellas, o un único factor de ponderación para toda la regla, resultando en una regla difusa con la siguiente estructura:

SI X_1 es A_1 y ... y X_n es A_n **ENTONCES** Y es B con $[W]$

El operador *con*, que liga el factor de ponderación a una regla, se puede definir de diferentes formas en función de que el factor de ponderación se aplique a nivel de antecedente (lo más habitual es multiplicar el grado de emparejamiento del antecedente por el correspondiente factor de ponderación antes de aplicar el operador de implicación), a nivel de consecuente (cambiando la conclusión derivada por el operador de implicación atendiendo al correspondiente factor de ponderación; por ejemplo, alterando el soporte del conjunto difuso obtenido), o a nivel de regla completa (modalidad en la que el factor de ponderación indica el grado de importancia de la regla en cuestión en

el proceso de inferencia, en lugar de considerar todas las reglas con la misma importancia como en el caso usual).

1.3.2.4. Uso de 2 y 3-Tuplas Lingüísticas

Recientemente se presentó en [AH04] un nuevo modelo de representación de reglas difusas basado en la representación de 2-tuplas lingüísticas, que permite la traslación simbólica [HM00] o desplazamiento lateral de las etiquetas.

La traslación simbólica de un término lingüístico es un número (α) dentro del intervalo $[-0.5, 0.5)$, determinando este intervalo el dominio de la etiqueta cuando esta es movida entre sus dos etiquetas laterales adyacentes.

Existen dos posibilidades dependiendo de que el desplazamiento de las etiquetas se asocie a nivel de las particiones lingüísticas, con el objetivo de que el desplazamiento de una etiqueta sea el mismo en todas las reglas en las que se encuentre, o a nivel de regla, donde el desplazamiento de una etiqueta es diferente para cada regla en la que aparezca. La estructura de regla sería la siguiente:

SI X_1 es (A_1, α_1) y ... y X_n es (A_n, α_n) **ENTONCES** Y es (B, α_Y)

donde α_i (α_Y) indica el desplazamiento lateral asociado a cada etiqueta.

Durante todo este proceso, la amplitud del soporte de las funciones de pertenencia permanece fija. Por ello en [AAGH07] los autores presentan una nueva representación simbólica con 3 valores (s, α, β) que representan respectivamente una etiqueta, el desplazamiento lateral y la variación en amplitud del soporte de esta etiqueta. A esta representación la llaman 3-tuplas lingüísticas.

1.3.2.5. Parametrización en el Mecanismo de Inferencia

En la actualidad, con objeto de mejorar la precisión de los MDL manteniendo su interpretabilidad, se recurre al diseño de varias partes del Sistema, entre ellos cómo se ha mencionado está la parametrización de algunos de los operadores que realiza el proceso de razonamiento difuso del MDL, el MI (véanse Secciones 1.1.2 y 1.1.5) .

En éste, dos componentes han de ser considerados: el SI y la Interfaz de Defuzzificación. Diferentes estudios han sido desarrollados para analizar su influencia en MDL [CHP97,00]. En particular, la parametrización de estos componentes puede ser considerada para obtener más precisión en el MDL manteniendo su interpretabilidad.

La Interfaz de Defuzzificación es el componente que históricamente se suele parametrizar [Bas95, ESH00, Fil91, FY93, JL96, KF98, Kie97, YF93]. Existen también algunos estudios desarrollados sobre métodos de defuzzificación adaptativos cuyos parámetros son aprendidos con AEs [Hon95, JS99, Kim00, KCL02, SL96].

Por otro lado, actualmente el centro de interés es la parametrización del SI, sobre el que pueden encontrarse algunos trabajos [Ber98, BK99, BK03, HMP03, JS99, Wha03]. En estas contribuciones se destaca la importancia de dicha parametrización, que conlleva ciertas implicaciones en la mejora de la precisión de los sistemas.

1.3.3. Interpretabilidad del Modelado Difuso Lingüístico Extendido

En esta Sección vamos a estudiar los efectos que las extensiones analizadas en las secciones anteriores producen en el grado de interpretabilidad de los modelos difusos lingüísticos obtenidos. La Figura 1.13 muestra la pérdida de interpretabilidad derivada de cada extensión considerada. Debemos comentar que el orden mostrado ha de considerarse en términos generales, ya que una acción ligera teóricamente menos interpretable podría ser mejor que otra acción más brusca pero teóricamente más interpretable. Naturalmente, este orden es ambiguo y el único propósito de la Figura 1.13 es formar al lector una idea de la consecuencia en la pérdida de interpretabilidad sufrida al aplicar las diferentes extensiones al MDL.

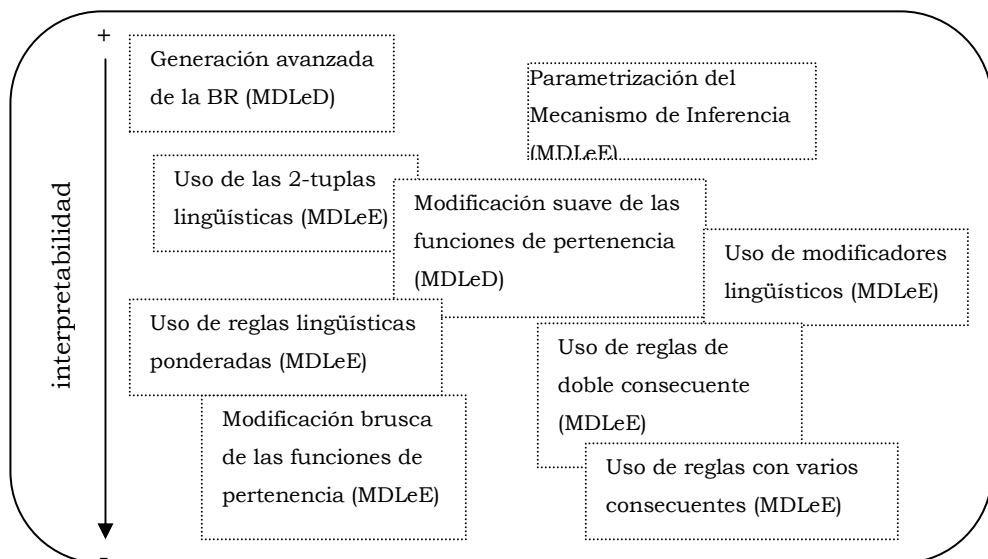


Figura 1.13: Pérdida de interpretabilidad dependiendo de la extensión realizada en el MDL –MDLeD indica MDL extendido en el proceso de derivación y MDLeE indica MDL extendido en la estructura del modelo

- *Generación avanzada de la BR* – Obviamente, este tipo de extensiones no suponen ninguna pérdida de interpretabilidad sobre el MDL clásico (a menos que se obtenga un número de reglas muy elevado), ya que se centran bien en una derivación más sofisticada de las reglas difusas lingüísticas, bien en aplicar una simplificación de la BR, lo que en general no altera ni la BD ni la estructura del modelo.

La única alteración en la interpretabilidad puede producirse en aquellos métodos de reducción de reglas basados en transformar reglas clásicas de tipo Mamdani en reglas DNF (véase la Sección 1.1.2), como el propuesto en [CA98], puesto que en ese caso sí que se produce un cambio en la estructura del modelo. Sin embargo, el nuevo tipo de regla considerado no dificulta su legibilidad, ya que esta estructura de regla es fácilmente comprensible por el ser humano.

En el Capítulo 3 se mostrará en detalle la selección de reglas, que permite la obtención de modelos más simples y por lo tanto mejora la interpretabilidad.

- *Parametrización del Mecanismo de Inferencia* – El uso de operadores parametrizados en el MI mantiene inalterable la BC del MDL. Todo esto hace que en principio se mantenga la interpretabilidad global del modelo en un alto grado, aunque como se verá en la presente memoria en algunos casos su comportamiento será equivalente a otras extensiones referidas en esta Sección (modificadores lingüísticos, reglas ponderadas, etc.)
- *Uso de las 2-tuplas lingüísticas* – El uso de las 2-tuplas lingüísticas nos permite mantener la forma original de las funciones de pertenencia (simétricas), modificando lateralmente la localización del soporte. Además, los desplazamientos laterales de las etiquetas involucradas está restringidos a un pequeño intervalo, asegurando el solapamiento entre dos etiquetas adyacentes y previniendo el cruce entre sus puntos vértices. Todo esto hace que se mantenga la interpretabilidad global del modelo en un alto grado, aunque la pérdida de la interpretabilidad será mayor cuanto más grandes sean los desplazamientos de las etiquetas.
- *Modificación suave de las funciones de pertenencia* – Si se realiza una modificación suave de las funciones de pertenencia (considerando como referencia la partición difusa inicial o una uniforme, si no disponemos de ella), se puede conseguir mejorar el rendimiento del modelo manteniendo un grado de interpretabilidad similar al original.

Precisar cuán suave es la modificación de las funciones de pertenencia es difícil conseguir. Para ello, podemos atender a diferentes propiedades que garantizan la interpretabilidad de las particiones difusas. Por ejemplo, tendríamos la completitud (para asegurar que ningún punto del dominio queda fuera de la partición difusa), la ordenación semántica (para mantener el orden de los términos lingüísticos de la partición) y la dominancia (para impedir que los puntos del dominio tengan un alto grado de pertenencia a más de dos términos lingüísticos).

Para conseguir que el efecto de la definición de la BD mantenga un alto grado de interpretabilidad se pueden imponer ciertas restricciones [Val99a] tales como usar particiones difusas fuertes (es decir, aquellas en las que la suma de los grados de pertenencia de cualquier valor del dominio a todas las etiquetas es 1) [BKC96], considerar intervalos de variación para cada

conjunto difuso [CH97], forzar a mantener un orden establecido entre los vértices [CH97, LM94] o usar funciones de pertenencia simétricas [Kar91a, LM94]. Estas restricciones hacen menos flexible el proceso de derivación pero, además de facilitar la legibilidad, reducen el riesgo de sobreajustar el problema (véase la Sección 1.3.1.1.3).

- *Uso de modificadores lingüísticos* – El empleo de modificadores lingüísticos mantiene un alto grado de legibilidad ya que el efecto de su uso tiene un significado lingüístico directo. La pérdida de interpretabilidad será tanto mayor cuanto mayor sea la gama de modificadores considerados y mayor sea la frecuencia de su uso en las diferentes reglas lingüísticas.
- *Uso de reglas lingüísticas ponderadas* – La pérdida de interpretabilidad al usar reglas ponderadas reside principalmente en la dificultad de interpretar la acción real realizada por cada regla en el proceso de razonamiento interpolativo. Además, aplicar un factor de ponderación a una regla implica, en definitiva, cambiar las funciones de pertenencia contenidas en la misma regla, lo que supone considerar términos lingüísticos con un significado diferente para cada regla [NK98, Nau00].
- *Uso de reglas con doble consecuente* – Al usar reglas con dos consecuentes, la interpretación de la acción realizada por cada regla puede confundirse en cierto grado. Sin embargo, debemos comentar que este hecho no constituye una inconsistencia desde el punto de vista del MDL sino simplemente un desplazamiento de las etiquetas implicadas haciendo que la salida final de la regla caiga en una zona intermedia entre ambos consecuentes.

En efecto, supongamos que una combinación específica de antecedentes, “ X_1 es A_1 y ... y X_n es A_n ”, tiene dos consecuentes diferentes asociados, B_1 y B_2 . La regla de doble consecuente resultante podría interpretarse de la siguiente forma [CH00]:

SI X_1 es A_1 y ... y X_n es A_n **ENTONCES** Y está entre B_1 y B_2

- *Modificación brusca de las funciones de pertenencia* – Si no se consideran los criterios mencionados con anterioridad, esta tarea puede generar una BD intrincada que podría afectar significativamente a la interpretación del modelo, perdiendo así su legibilidad. La Figura 1.14 muestra un ejemplo

donde una alteración excesiva de los parámetros de las funciones de pertenencia puede implicar una pérdida de interpretabilidad.

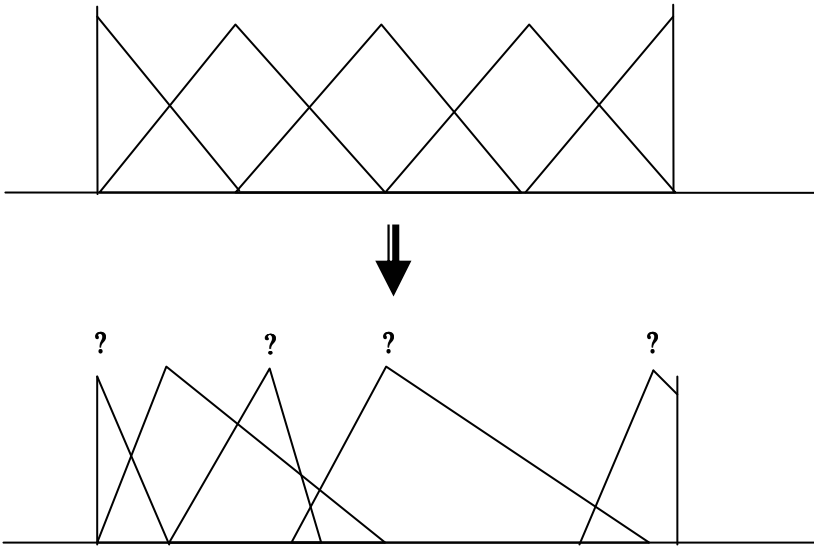


Figura 1.14: Pérdida de interpretabilidad al hacer una modificación brusca de las funciones de pertenencia

- *Uso de reglas con varios consecuentes* – Por último, las consideraciones de interpretabilidad en este caso son similares a las mencionadas en las reglas con doble consecuente. Sin embargo, usar varios consecuentes (más de dos por regla) hace aún más difícil interpretar el comportamiento del sistema, sobre todo cuando se llega a una situación donde se consideran muchos consecuentes en cada regla o incluso se repiten algunos de ellos. El uso de un número indiscriminado de reglas sin considerar criterios de consistencia solo puede justificarse desde el punto de vista de la precisión del modelo obtenido.

Una vez descritos en las secciones anteriores los efectos que las extensiones analizadas producen en el grado de interpretabilidad de los modelos difusos lingüísticos, nos centraremos en la siguiente Sección en analizar el uso de la

Interfaz de Defuzzificación Adaptativa, iniciando así los estudios más detallados sobre la parametrización de los componentes del MI que son el objeto central de este trabajo.

1.4. Interfaz de Defuzzificación Adaptativa Evolutiva: Estudio, Análisis y Ejemplos

Esta Sección se dedica al estudio de la Interfaz de Defuzzificación como elemento del MI más habitualmente parametrizado en la literatura, describiéndose y estudiándose los distintos modelos. La Interfaz de Defuzzificación Adaptativa se utiliza posteriormente también en esta memoria, combinada con la parametrización propuesta del SI en el siguiente Capítulo.

Como se ha indicado, uno de los procedimientos más extendidos para mejorar la precisión de los SBRDs es la parametrización de la Interfaz de Defuzzificación. Históricamente, es el primer componente del cual aparecen trabajos que tratan de su adaptación [Fil91, FY93, YF93, Bas95, JL96, Kie97, KF98, ESH00]. En estos trabajos, la filosofía de introducir la capacidad de adaptación en la defuzzificación se sustentaba en la idea de que defuzzificar correctamente era incluso un arte.

Existen asimismo, posteriormente, algunos estudios desarrollados sobre métodos de defuzzificación adaptativos cuyos parámetros son aprendidos con AEs [Hon95, SL96, JS99, Kim00, KCL02], conocida la buena capacidad de estas metaheurísticas para realizar ajustes parametrizados. Estos métodos se consideran pues *adaptativos evolutivos*. Podemos decir pues que son aquellos métodos cuya expresión incorpora uno o más parámetros que son aprendidos mediante el empleo de AEs.

En [CHMP04], los autores realizaron un estudio de los distintos métodos de defuzzificación adaptativos existentes. En este trabajo se describe que es posible expresar de forma generalizada gran parte de las propuestas de parametrización de la Interfaz de Defuzzificación, más eficientes y que mejores resultados prácticos muestran, mediante una expresión que incluye un término funcional que puede adoptar distintas formas. Esta expresión es la siguiente:

$$y_0 = \frac{\sum_i^N f(h_i) \cdot V_i}{\sum_i^N f(h_i)},$$

donde $f(h_i)$ es una función sobre el grado de emparejamiento [AHMP06] entre las variables de entrada y los antecedentes del conjunto de reglas, y V_i representa un valor característico del conjunto difuso inferido desde la regla R_i , tales como el Máximo Valor(MV) o el Centro de Gravedad (GC).

Como puede apreciarse, se trata de un método de defuzzificación que opera en el Modo B – FITA, consistente en una suma ponderada por el grado de emparejamiento.

El término funcional puede ser definido con un solo parámetro, α , o con un conjunto de parámetros α_i , correspondientes a un parámetro para cada regla R_i , $i=1$ a N , de la BR. Más aún, el término funcional podría ser definido como un producto o una potencia como posibles funciones. Combinando ambos operadores funcionales y la utilización de uno o varios parámetros, el término funcional puede tomar una de las siguientes cuatro formas:

$$\begin{aligned} f(h_i) &= h_i \cdot \alpha, & f(h_i) &= h_i^\alpha, \\ f(h_i) &= h_i \cdot \alpha_i, & f(h_i) &= h_i^{\alpha_i}. \end{aligned}$$

Sin embargo, cabe constatar que no tiene sentido considerar la forma $f(h_i) = h_i \cdot \alpha$ debido a que el efecto de α se cancela en la expresión final. Así, combinando las tres expresiones posibles con los dos valores característicos, MV o GC, se pueden obtener seis métodos de defuzzificación adaptativos (las expresiones se pueden consultar en [CHMP04]). Algunas de ellas han sido empleadas por ciertos autores, tales como el término funcional $f(h_i) = h_i \cdot \alpha_i$ en [PP99], o Accurate CG con $f(h_i) = h_i^{\alpha_i}$ y GC [KCL02].

El papel del parámetro individual α se interpreta como una modulación de la influencia del grado de emparejamiento, potenciándolo o penalizándolo. Cabe destacar que esta modulación es lineal solo para el caso del producto.

La interpretación es sensiblemente diferente cuando se usa un solo parámetro para cada regla. En lugar de una modulación global de la influencia del grado de emparejamiento, se tiene una acción local para cada regla defuzzificada con un funcional producto o potencia. La diferencia entre el significado de cada uno de estos términos funcionales se discute a continuación.

El término funcional producto con un parámetro diferente para cada regla tiene un efecto similar o equivalente a utilizar reglas ponderadas [CP00, PP99]. El empleo de factores de ponderación que acompaña a cada regla de la BC consiste pues en realidad, en añadir un valor adicional a esta BC. La interpretación de este valor w_i asociado con la regla R_i tiene el significado de indicar qué grado de importancia debe tener esa regla en el proceso de inferencia. El siguiente es un ejemplo de un conjunto de reglas ponderadas:

$$\begin{aligned} & \text{Si } X_{11} \text{ es } A_{11} \text{ y } \dots \text{ y } X_{1m} \text{ es } A_{1m} \text{ entonces } Y \text{ es } B_1 \text{ con } w_1 \\ & \text{Si } X_{21} \text{ es } A_{21} \text{ y } \dots \text{ y } X_{2m} \text{ es } A_{2m} \text{ entonces } Y \text{ es } B_2 \text{ con } w_2 \\ & \dots \\ & \text{Si } X_{n1} \text{ es } A_{n1} \text{ y } \dots \text{ y } X_{nm} \text{ es } A_{nm} \text{ entonces } Y \text{ es } B_n \text{ con } w_n \end{aligned}$$

El proceso de adaptación de los factores de ponderación en las reglas de una BC conduce a obtener un nuevo conjunto de reglas con mayor cooperación entre ellas, es decir, hacen que el sistema utilice con mayor relevancia aquellas reglas del conjunto inicial que trabajando conjuntamente obtienen mejores resultados [CHMP04]. Este hecho se muestra como de especial interés cuando el conjunto de reglas han sido generadas empleando un método de generación de reglas con envoltura de ejemplos, ya que estos métodos generalmente buscan la mejor ejecución individual de las reglas, y generan una BR con un bajo grado de cooperación. Empleando el término funcional producto y un proceso de aprendizaje de los parámetros será pues equivalente a buscar un subconjunto de reglas con mejor cooperación global, siendo por tanto un método de tipo selección como el citado en la Sección 1.3.1.2.

Para el caso del término funcional potencia, el efecto es equivalente a una de las técnicas empleadas para realizar la modificación del significado lingüístico de la estructura de las reglas: el uso de modificadores lingüísticos [LCT01](véase Sección 1.3.2.1). El parámetro en la defuzzificación juega por tanto el papel de modificar lingüísticamente la forma de las funciones de pertenencia asociadas con las etiquetas lingüísticas de los antecedentes de las reglas, tal como se muestra en la Figura 1.15, donde h es el grado de emparejamiento para un conjunto difuso trapezoidal cuando el valor de entrada es e . Se destaca que este efecto no modifica la forma del conjunto inferido debido a que el grado de emparejamiento es sólo modificado por efectos de la defuzzificación de la siguiente forma:

- Cuando el conjunto difuso es modificado por valores de potencia mayores que uno, la función de pertenencia es concentrada. El grado de

emparejamiento modificado será h' en la Figura 1.15. Ejemplos de estas clases de modificadores lingüísticos son *absolutely*, *very*, *much more*, *more* y *plus* [HCL99].

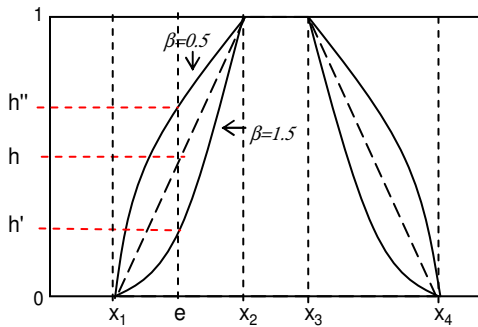


Figura 1.15: Representación Gráfica del efecto producido por el modificador lingüístico basado en la potencia en el proceso de defuzzificación

- Por el contrario, cuando el conjunto difuso es modificado con valores por debajo de uno, la función de pertenencia se expande o dilata. Observando la Figura 1.15, la modificación del grado de emparejamiento será ahora h'' . Algunas veces, estos modificadores lingüísticos se conocen con el nombre de *minus*, *more or less* y *slightly* [HCL99].

1.4.1. Algoritmo Genético para el aprendizaje de la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa

La definición automática de un sistema difuso puede ser considerada como un proceso de búsqueda o de optimización. Hoy en día, los AEs, particularmente los AGs [Gol89, Hol75], son considerados tanto desde un punto de vista teórico como práctico, una herramienta de gran calidad para proporcionar búsquedas robustas en espacios complejos, ofreciendo un enfoque válido para solucionar problemas que requieran una búsqueda eficiente y eficaz. Además, la codificación genética que utilizan permiten incluir conocimiento experto y utilizarlo para dirigir la búsqueda. Por esta razón, los AEs han sido utilizados satisfactoriamente durante los últimos años, conduciendo a la aparición de toda una disciplina denominada Sistemas Difusos Evolutivos (SDEs) [CHHM01, CGH+04].

Los AEs en general, y en particular los AGs, han sido ampliamente utilizados en el ajuste de los SBRDs, dando lugar a los denominados SBRDEs (ver el Apéndice A). En [CHMP04] se consideró el uso de los AGs para el aprendizaje de la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa, concretamente se utilizó el modelo genético de CHC [Esh91]. CHC es un AG que presenta un buen equilibrio entre exploración y explotación, siendo una buena elección en problemas con espacios de búsqueda complejos.

Este modelo hace uso de un proceso de Selección basado en Población para realizar una búsqueda global adecuada, el cual para formar la siguiente población selecciona los M mejores individuos de entre los M padres y sus correspondientes hijos. Para introducir diversidad en la búsqueda, en lugar del bien conocido operador de mutación, CHC hace uso de dos mecanismos: un mecanismo de prevención de incesto y un proceso de rearranque.

El mecanismo de prevención de incesto es considerado para determinar cuando se aplica el operador de cruce, es decir, dos padres son cruzados si su distancia de *hamming* dividida entre 2 es superior a un valor umbral establecido por el experto, L . Al considerar un esquema de codificación real, necesitamos transformar cada gen mediante un código *gray* para poder calcular la distancia de hamming. Así, el valor umbral es asignado inicialmente a la mayor distancia posible entre dos padres dividida por cuatro, y es decrementado en uno cada vez que no se incluye un nuevo individuo en la población en una generación. El algoritmo aplica el mecanismo de rearranque cuando L llega a un valor menor que 0. El algoritmo considerado por dicha técnica se muestra a continuación:

1. Se genera la población inicial con M cromosomas e inicializamos el número de evaluaciones máximo y el valor umbral L .
2. Se aplica el operador de cruce para generar los descendientes, teniendo en cuenta el mecanismo de prevención de incesto.
3. Se ejecuta el proceso de selección basado en población para generar la nueva población.
4. Se actualiza el valor umbral si no hay nuevos individuos en la población.
5. Si L es menor que 0 aplicamos el proceso de rearranque.
6. Si no se ha alcanzado el número máximo de evaluaciones se vuelve al paso 2, en otro caso se acaba.

En la Figura 1.16 podemos ver el esquema de este algoritmo.

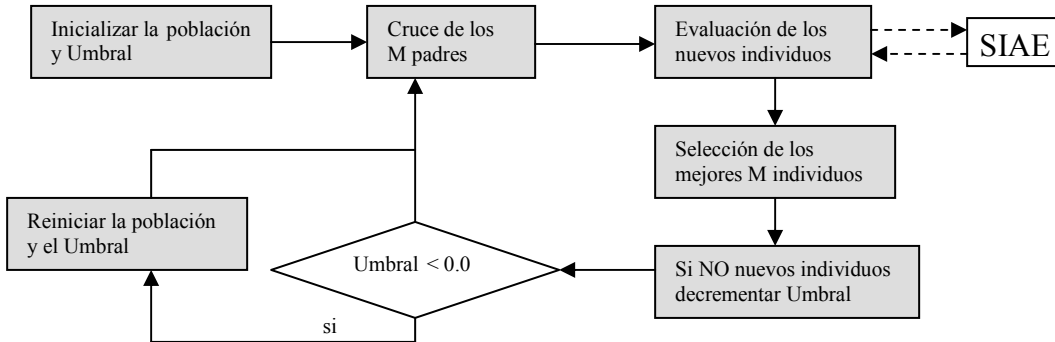


Figura 1.16: Esquema del CHC

1.4.2. Un Ejemplo Simple de Interfaz de Defuzzificación Adaptativa

Una aproximación sencilla para la elección de una Interfaz de Defuzzificación Adaptativa es la propuesta en [CHMP04] –proceso que será empleado en la experimentación de esta memoria. Por supuesto, la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa se aplica sobre un conjunto de reglas previamente aprendido. Para ello, se utiliza el proceso de generación de reglas de Wang y Mendel (WM) [WM92], con objeto de derivar una BR lingüística preliminar con la estructura clásica. Se comparará frente al modelo básico no parametrizado basado en el algoritmo de Wang y Mendel.

Para realizar una breve experimentación preliminar que muestre la aplicabilidad del modelo se han seleccionado los siguientes dos métodos de defuzzificación parametrizados:

- Uno obtenido con el término funcional producto y con un parámetro para cada regla (equivalente a factores de ponderación en las reglas) y CG, que utiliza un operador de agregación como media ponderada (debido a su buenos resultados mostrados en [CHMP04])

$$D_{\text{Pro}} = \frac{\sum_i^N h_i \cdot \alpha_i \cdot CG_i}{\sum_i^N h_i \cdot \alpha_i},$$

donde CG es computada con $\frac{\int_Y y \cdot \mu_B'(y) dy}{\int_Y \mu_B'(y) dy}$, (llamado comúnmente WECOA estándar, para $\alpha_i = 1, i = 1, \dots, N$).

- Un segundo método con el término funcional potencia y con un parámetro para cada regla (equivalente a una modificación lingüística en las reglas) y CG, que usa un operador de agregación como media ponderada

$$D_{\text{Pot}} = \frac{\sum_i^N (h_i)^{\alpha_i} \cdot CG_i}{\sum_i^N (h_i)^{\alpha_i}},$$

donde CG es computada con $\frac{\int_Y y \cdot \mu_B'(y) dy}{\int_Y \mu_B'(y) dy}$, (llamado comúnmente WECOA estándar, para $\alpha_i = 1, i = 1, \dots, N$).

En esta experimentación se muestra un modelo inicial no parametrizado basado en el método de WM y utilizando la t-norma clásica del mínimo como operador de conjunción e implicación y el WECOA como método de defuzzificación, al que denotaremos por D_{WECOA} . Después se muestran los modelos evolutivos adaptativos con los métodos de defuzzificación citados anteriormente, en primer lugar aquellos con ajuste global (un solo parámetro para todas las reglas) y después aquellos con ajuste local (tantos parámetros como reglas)

Los distintos modelos evolutivos han sido ejecutados con 50 individuos, durante 40.000 evaluaciones y se utilizan 30 bits por gen para la codificación *gray* del mecanismo de prevención de incesto. El operador de cruce utilizado fue el BLX- α con $\alpha=0.5$. El umbral inicial fue fijado a $L/4$, siendo L la longitud del cromosoma ($L=65$). Las particiones difusas consideradas están formadas por cinco términos lingüísticos con funciones de pertenencia triangulares (véase la Figura C.1 del Apéndice C para el caso en que se consideran cinco etiquetas).

En cuanto a los modelos con ajuste global, se ha utilizado una Estrategia de Evolución 1+1 (EE(1+1)) terminando la búsqueda cuando se producen 200 iteraciones sin éxito (véase el Apéndice A).

El método ha sido ejecutado para resolver el problema real de la *estimación del costo de mantenimiento de la línea de media tensión* descrito en el Apéndice C. Se ha considerado además, un modelo de validación cruzada de 5 particiones, y para cada una se ha ejecutado 6 veces (con distintas semillas en el generador de números aleatorios), lo que supone 30 ejecuciones para cada método en total.

La Tabla 1.1 muestra los resultados obtenidos por el método de envoltura de WM básico, denotado por D_{WECO} , y los métodos parametrizados de defuzzificación propuestos (D_{POT} y D_{PRO} con enfoque local, y $D_{POT\ GLOBAL}$ con enfoque global), donde #R indica el número de reglas y ECM_{ent} y ECM_{pru} indican la media del error cuadrático medio cometido sobre los conjuntos de datos de entrenamiento y prueba respectivamente.

Tabla 1.1: Resultados obtenidos en el problema de la estimación del costo de mantenimiento de la línea de media tensión (defuzzificación parametrizada)

Modelo	ECM_{ent}	ECM_{pru}	# R
D_{WECO}	56135.74	56359.42	65
$D_{POT\ GLOBAL}$	55045.48	55567.79	65
D_{POT}	29940.13	33377.58	65
D_{PRO}	32779.94	35341.32	65

Como puede observarse, los métodos de defuzzificación adaptativos evolutivos mejoran a los que no lo son. Además, se aprecia la bondad de los AEs empleados así como la de las expresiones funcionales que generan los métodos de defuzzificación adaptativos resultantes. Claramente el empleo de un parámetro para cada regla de la BC ofrece mejores resultados que un solo parámetro global. La introducción de tantos parámetros como reglas no sólo supone disponer de más grados de libertad sino que, como se indicó, su empleo tiene connotaciones de cambio en la estructura de la regla de la BC.

1.5. Descripción de las Propuestas consideradas en los siguientes Capítulos

Después de haber analizado el uso de la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa, vamos a finalizar este Capítulo proponiendo varias líneas de trabajo que serán desarrolladas detalladamente en el resto de capítulos que componen la presente memoria:

- Proponemos un método para obtener Sistemas de Inferencias Adaptativos por medio de un aprendizaje de los parámetros derivados de la utilización de operadores adaptativos en el SI [Miz89, HMP03]. El proceso de aprendizaje está basado en un proceso evolutivo que aprende los valores óptimos que modelan dicho SI. Para ello se considera un método de generación de reglas inicial como es el método de WM.

Adicionalmente, se presenta un nuevo SI que complementa su importancia con la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa, de esta forma se mejora la precisión manteniendo la interpretabilidad tanto como es posible respecto al SI Adaptativo anterior.

- Por otro lado, extendemos el último modelo presentado para conseguir una sinergia positiva con métodos de selección y reducción de reglas. Por ello, se presenta un nuevo AE que nos permite combinar un método de selección/reducción de reglas como es el COR[CCH02] con el Mecanismo de Inferencia Adaptativo, de esta forma se intenta mejorar la precisión manteniendo e incluso mejorando su interpretabilidad.

Capítulo 2

Parametrización del Mecanismo de Inferencia para Sistemas Basados en Reglas Difusas Lingüísticos

Como se ha indicado en el Capítulo anterior, si bien la principal ventaja asociada al modelado lingüístico es su mayor interpretabilidad, uno de los inconvenientes es su inferior precisión respecto de otros al modelar ciertos sistemas con alta complejidad. Esto, como se ha explicado, es debido a la escasa flexibilidad del concepto de variable lingüística, que impone restricciones sobre la estructura de las reglas lingüísticas [Bas94]. Esta desventaja alberga los estudios sobre los métodos que permiten al MDL mejorar su precisión manteniendo un equilibrio razonable con su principal virtud que es la interpretabilidad (véase Sección 1.2 del Capítulo 1).

Estos métodos para mejorar la precisión del MDL al mismo tiempo que se preserva su interpretabilidad intrínseca son de distinto tipo (Sección 1.3 del Capítulo 1): modificación o aprendizaje de la forma de las funciones de pertenencia de la BD, aprendizaje y/o reducción de la BR, extensiones en la Estructura del MDL (uso de modificadores lingüísticos, más de un consecuente para cada regla, uso de reglas ponderadas, uso de 2-Tuplas lingüísticas) o parametrización de alguno de los operadores que realizan el proceso de razonamiento difuso a través del MI.

Centrándonos en la parametrización de los operadores del MI, dos componentes han de ser considerados: el SI y la Interfaz de Defuzzificación. Diferentes estudios han sido desarrollados para analizar su influencia en general en MDL [CHP97, 00].

Tal como se indicó en la Sección 1.3.2.5 del Capítulo 1, existen varios estudios sobre la parametrización de la Interfaz de Defuzzificación. Algunos de ellos utilizan AEs para aprender dichos parámetros. En la Sección 1.4 del Capítulo 1 se presentó un estudio sobre las diferentes Interfaces de Defuzzificación Adaptativas Evolutivas en el que se concluyó su validez como elemento de diseño para mejorar de forma sustancial la precisión del MDL ya que permite obtener una mejor cooperación entre las reglas de la BC.

Este Capítulo se centra en el estudio de la parametrización del otro componente del MI, es decir, en la del SI. En la literatura especializada se encuentran algunos trabajos en los que se utilizan parámetros en éste elemento. En este Capítulo pues, se estudian las vías para introducir parámetros en él y se analizan sus efectos.

Más aún, se considera también la relación o efecto combinado del uso de parámetros en ambos elementos del MI (inferencia y defuzzificación), de forma simultánea en lo que constituye una nueva propuesta de MDL en el que el MI es completamente adaptable, y en el que se mejora la precisión desde la cooperación entre la actuación de los distintos operadores del mismo.

Estas propuestas y análisis se acompañan además de un estudio experimental, en el que se utilizan diversas aplicaciones, para observar empíricamente los resultados de los modelos adaptativos referidos, y por tanto sus posibilidades de uso de cara al diseño de modelos para resolver problemas prácticos reales.

Este Capítulo se organiza como sigue: en la siguiente Sección se propondrá el nuevo SI Adaptativo Evolutivo, para ello se describirá la forma en que se realiza esta parametrización y su efecto. En la Sección 2.2, se introduce el esquema de aprendizaje considerado y se presenta el nuevo algoritmo de aprendizaje evolutivo para obtener el SI Adaptativo Evolutivo. En la Sección 2.3, presentamos un estudio experimental considerando los dos *problemas de distribución eléctrica* y el problema de degustación del *arroz* descritos en el Apéndice C. En la Sección 2.4, se propone el anteriormente comentado nuevo modelo basado en la cooperación de todos los elementos del MI. En la Sección 2.5 se detalla el esquema de aprendizaje considerado y se describe el algoritmo de aprendizaje evolutivo. En la Sección 2.6, se lleva a cabo de nuevo un estudio experimental con el modelo introducido en la Sección 2.4 en el que se emplean los mismos tres problemas descritos en el Apéndice C, y finalmente, se incluye un breve resumen del Capítulo en la Sección 2.7.

2.1. Un Nuevo Sistema de Inferencia Adaptativo

Como se ha indicado, en la actualidad, con objeto de mejorar la precisión en el MDL manteniendo su interpretabilidad, se recurre al diseño de varias partes del Sistema, entre ellos, como se ha mencionado, está la parametrización de algunos de los operadores que realizan el proceso de razonamiento difuso del mismo. En esta Sección se analizará el SI Adaptativo, es decir, se presentarán los operadores que intervienen en esta parte del modelo (véase Sección 1.1.2.3 del Capítulo 1) para, una vez analizados dichos operadores, introducir uno o varios parámetros en ellos. Para el aprendizaje de los citados parámetros se recurrirá a los conocidos AEs, que tal como se ha comentado con anterioridad, obtienen buenos resultados en espacios de búsquedas complejos. Finalmente, se estudiará la influencia y alcance de introducir dichos parámetros en el SI y cómo afectan a otras partes del modelo, por lo que se acreditará la importancia de la parametrización de éste en el MDL.

2.1.1. Componentes Adaptativos del Sistema de Inferencia

Como se ha comentado, el SI es el componente encargado de llevar a cabo el proceso de inferencia difuso. Para ello, se hace uso de los principios de la Lógica Difusa para establecer una relación entre los conjuntos difusos definidos en la entrada y los conjuntos difusos definidos en la salida del modelo. Antes de analizar el SI Adaptativo se introducirán los componentes que forman parte de dicho SI para así poder mostrar la forma en que se podrá adaptar tal elemento básico en el MI. En este sentido, las reglas lingüísticas que estamos considerando son de la siguiente forma:

$$R_i : \text{Si } X_{i1} \text{ es } A_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } X_{in} \text{ es } A_{in} \text{ ENTONCES } Y \text{ es } B_i$$

donde $i = 1$ a M , y siendo X_{i1} a X_{in} e Y las variables de entrada y salida respectivamente, y siendo A_{i1} a A_{in} y B las etiquetas de los antecedentes y consecuentes involucradas respectivamente, de las reglas.

La siguiente expresión es el resultado de la aplicación de la Regla Composicional de Inferencia para el caso más habitualmente empleado en el que la fuzzificación es puntual (cada entrada se transforma en un conjunto

difuso que toma valor sólo en un valor discreto) y la variable de salida es única.

$$\mu_{B'}(y) = I(C(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n)), \mu_B(y)),$$

donde $\mu_{B'}(\cdot)$ es la función de pertenencia del consecuente inferido, $I(\cdot)$ es el operador de implicación, $C(\cdot)$ el operador de conjunción, $\mu_{A_i}(x_i)$ al tratarse de fuzzificación puntual son los puntos de corte de las entradas discretas (x_1, \dots, x_n) del sistema con las funciones de pertenencia de los antecedentes de las reglas, y $\mu_B(\cdot)$ es el consecuente de la regla.

El SI realiza por tanto las siguientes operaciones:

1. Primero calcula $C(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n))$, comúnmente llamado *grado de emparejamiento* de cada regla (h_i). Para realizar este cálculo se emplea el aludido operador de conjunción, el cual se modela generalmente con una t-norma.
2. Segundo, infiere aplicando el operador de implicación, $I(\cdot)$, utilizando el grado de emparejamiento calculado para cada regla y la parte consecuente de dicha regla.

Los operadores de implicación se pueden clasificar en diferentes familias, siendo los más conocidos aquellos que extienden las propiedades de la implicación booleana (clásicamente representados por las funciones de implicación [TV85]) y los que extienden a la conjunción booleana (cuya familia más representativa son las t-normas [GQ91]).

Las t-normas como operadores de implicación son operadores muy utilizados en la práctica dada su sencillez y eficacia computacional, y su buen comportamiento [CHP00] con gran independencia del método de defuzzificación con el que se combinen y la aplicación de modelado que se pretenda resolver.

El SI pues, emplea dos operadores: el de conjunción, $C(\cdot)$, y el de implicación, $I(\cdot)$. Estos operadores se pueden convertir en adaptables de la siguiente forma:

- a) Introduciendo un parámetro para la conjunción adaptativa, β , siendo el componente adaptativo $C(\beta, \cdot)$ computado con $h_i(\beta)$.

b) Introduciendo un parámetro para la implicación adaptativa, α , siendo el componente adaptativo $I(\alpha, \cdot)$.

Con el fin de aumentar el número de grados de libertad se pueden considerar a su vez dos modelos:

- Un modelo con un solo parámetro, α o β , para adaptar globalmente el comportamiento del SI Adaptativo en su conjunto, o
- Un modelo con un parámetro individual para cada regla de la BR, α_i o β_i , teniendo en este caso un comportamiento de adaptación local para cada regla del SI.

Aunque se podrían considerar distintas técnicas de optimización para el aprendizaje de los parámetros que modelarán el SI, en esta propuesta consideraremos un AE para realizar el aprendizaje. Cabe destacar por último, que este método de adaptación del sistema se presenta a priori como una alternativa o complemento a otros métodos [CHHM01] que suministran precisión.

2.1.2. Efecto del Sistema de Inferencia Adaptativo

Los elementos del SI Adaptativo pueden ser parametrizados tal como se ha visto en la Sección 2.1.1, pero los efectos de tal parametrización es conveniente estudiarlos tanto en sí mismos como en relación con el resto del sistema.

En esta memoria, para estudiar el SI adaptativo se ha seleccionado combinarlo con el método de defuzzificación WECO (véase Sección 1.4 del Capítulo 1) debido a que es conocido su buen comportamiento y relevancia en la literatura. Dada su definición, cabe destacar que con este método de defuzzificación, aquellos conjuntos difusos inferidos en los que el grado de emparejamiento h_i posea un valor relativamente alto, tendrán más influencia que aquellos otros en los que el grado de emparejamiento sea relativamente bajo.

Con el fin de estudiar la interacción de la parametrización del SI con el método de defuzzificación WECO, se estudiarán los efectos de cada uno de los componentes parametrizados, el operador de conjunción y el operador de implicación. En este sentido, y para mostrar la influencia sobre el conjunto final inferido comenzaremos describiendo la parametrización del operador de implicación.

2.1.2.1. Operador de Implicación Adaptativo

El operador de implicación es uno de los dos operadores que intervienen en el SI. En las primeras aproximaciones, Mamdani empleó la t-norma del mínimo [Mam74], y en consecuencia, varios operadores de esta familia han sido aplicados a posteriori [GQ91] (Sección 1.1.2.3 Capítulo 1). Como se ha indicado anteriormente, la obtención de un operador adaptativo consiste en introducir parámetros en su expresión. Si se emplea $I(\alpha, \cdot)$, es decir, un solo parámetro α , éste permite una adaptación global para todo el conjunto de reglas. Sin embargo, la utilización de la expresión $I((\alpha_i, i=1\dots M), \cdot)$ para el operador de implicación, conlleva una adaptación individual para cada regla, lo que supone que cada regla de la BR utilizará un operador de implicación específico o local.

Con el fin de estudiar el alcance del SI Adaptativo se utilizarán las T-normas adaptativas descritas en [Miz89], las cuales se muestran en la Tabla 2.1

Tabla 2.1: T-normas adaptativas

T-norma	
Dubois	$T_{\text{Dubois}}(x, y, \alpha) = \frac{x \cdot y}{\text{Max}(x, y, \alpha)} \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$
Dombi	$T_{\text{Dombi}}(x, y, \alpha) = \frac{1}{1 + \alpha \sqrt{\left(\frac{1-x}{x}\right)^\alpha + \left(\frac{1-y}{y}\right)^\alpha}} \quad (\alpha > 0)$
Frank	$T_{\text{Frank}}(x, y, \alpha) = \log_\alpha \left[1 + \frac{(\alpha^x - 1)(\alpha^y - 1)}{\alpha - 1} \right] \quad (\alpha > 0), (\alpha \neq 1)$

Para ello, y para facilitar la comprensión de su funcionamiento y la posterior comparación con las t-normas clásicas no adaptativas, la Tabla 2.2 muestra la relación entre las cinco t-normas clásicas y los valores de los parámetros de las t-normas adaptativas, es decir, en qué casos son equivalentes a ellas y dónde se encuentran sus valores.

Tabla 2.2: Relación entre las t-normas clásicas y adaptativas dependiendo del valor del parámetro α

	$T_{\text{Mínimo}}$	T_{Hamacher}	$T_{\text{P. Algebraico}}$	T_{Einstein}	$T_{\text{P. Acotado}}$	$T_{\text{P. Drástico}}$
T_{Dubois}	0		1			
T_{Dombi}	∞	1				$\rightarrow 0$
T_{Frank}	$\rightarrow 0$		$\rightarrow 1$		∞	

Con la intención de ilustrar la influencia del parámetro en dichos operadores de implicación adaptativos, las Figuras 2.1, 2.2 y 2.3, muestran respectivamente para cada una de ellas, algunos ejemplos de la forma que adoptan los conjuntos difusos inferidos partiendo de conjuntos difusos trapezoidales en los consecuentes.

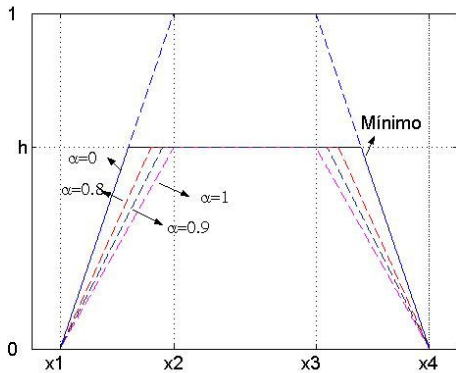


Figura 2.1: Conjuntos difusos inferidos con la t-norma adaptativa de Dubois

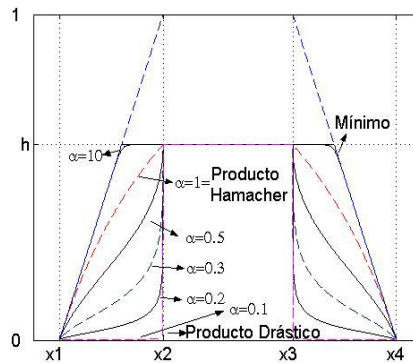


Figura 2.2: Conjuntos difusos inferidos con la t-norma adaptativa de Dombi

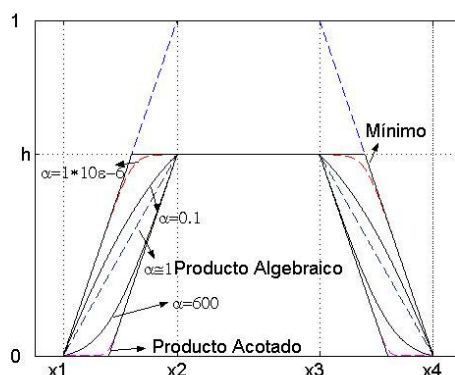


Figura 2.3: Conjuntos difusos inferidos con la t-norma adaptativa de Frank

Observando dichas Figuras, se puede deducir que la influencia que tendrá el parámetro (bien sea global, α , o individual, α_i) será baja, debido a que el consecuente y por tanto el conjunto difuso inferido es simétrico, por lo que el Centro de Gravedad o el Máximo Valor (valores característicos de un conjunto difuso más habitualmente empleados en la defuzzificación) permanecen invariables independientemente del valor de éste. Aun cuando el consecuente no mantuviera la simetría, el valor final obtenido haría que al defuzzificar, el valor obtenido estuviera sólo ligeramente desplazado en comparación con el resultado obtenido con el consecuente simétrico, por lo que la influencia de dicho operador de implicación seguiría siendo baja.

Podemos concluir que, dada la utilización de etiquetas simétricas en la definición de las variables lingüísticas de las BD de los problemas considerados en esta memoria, la parametrización del operador de implicación no influirá en los resultados, por lo que no se considerará el empleo de la parametrización de este operador en esta tesis.

2.1.2.2. Operador de Conjunción Adaptativo

El operador de conjunción es el elemento que permite realizar la intersección entre todos los conjuntos difusos provenientes de los cortes entre los valores de entrada con las etiquetas difusas consideradas en las premisas de las reglas (véase Sección 1.1.2.3 del Capítulo 1), y como se verá, es de gran importancia.

Como se ha indicado anteriormente, la parametrización de dicho operador puede realizarse utilizando un solo parámetro $C(\beta, \cdot)$ (adaptación global) o empleando m parámetros $C((\beta_i, i=1\dots M), \cdot)$ (adaptación local). Dado que generalmente se utilizan t-normas como operadores de conjunción, se ha optado también por utilizar las t-normas adaptativas mostradas en la Tabla 2.1, para obtener los operadores de conjunción adaptativos. En este caso, en las expresiones mostradas en dicha Tabla, se debe sustituir el parámetro α por β .

Observando la Tabla 2.2 mostrada anteriormente, donde se puede observar la relación entre las cinco t-normas clásicas no adaptativas y los valores de los parámetros de las t-normas adaptativas, la introducción de un sólo parámetro β permite que el operador de conjunción se ajuste de forma global, es decir, el valor que toma dicho parámetro hará que el modelo adopte una t-norma como operador de conjunción, para todo el sistema, equivalente a una de las t-normas clásicas o algún valor intermedio entre ellas. Es posible prever que la utilización de este modelo global no repercutirá en grandes mejoras en la precisión. La razón es la baja importancia de la elección del operador de conjunción en el diseño de sistemas difusos lingüísticos [CHP97]. El comportamiento es similar con el uso de diferentes t-normas.

Sin embargo, la utilización de un parámetro para cada regla repercutirá en la mejora de la precisión del modelo debido a que el operador de conjunción se adaptará individualmente a cada regla, lo cual equivale a la utilización de una t-norma más apropiada (de entre las t-normas clásicas o t-normas de comportamiento intermedio entre ellas) para cada regla.

A modo de ejemplo y con el fin de apreciar los efectos del operador de conjunción con diferentes valores de los parámetros en las t-normas adaptativas, las Tablas 2.3 y 2.4 muestran dichos efectos con diferentes valores en la T-norma de Dombi. Concretamente, la Tabla 2.3 muestra los resultados sobre dos antecedentes con valores para los cruces 0.7 y 0.8, y la Tabla 2.4 muestra los resultados sobre valores para los cruces de 0.9 y 0.6. La elección de estos valores de h_i no se ha hecho al azar, sino que se ha intentado comparar pequeños y grandes valores de β sobre grados de emparejamientos altos para mostrar cómo influyen sobre el grado de emparejamiento final. Se debe observar que los valores de β para ambas reglas modifican el grado de emparejamiento proporcionalmente. Efectos muy similares se pueden apreciar utilizando las t-normas adaptativas de Dubois y Frank.

Tabla 2.3: Resultado de la t-norma de Dombi usando diferentes valores de β , para una regla con dos antecedentes y valores para los cruces (x e y) de 0.7 y 0.8

β	$h_1(\beta)$
0.1	0.00296
0.3	0.02307
1	0.59575
10	0.69990

Tabla 2.4: Resultado de la t-norma de Dombi usando diferentes valores de β para una regla con dos antecedentes y valores para los cruces (x e y) de 0.9 y 0.6

β	$h_1(\beta)$
0.1	0.00344
0.3	0.24451
1	0.56250
10	0.59999

Si observamos las modificaciones sufridas por los grados de emparejamiento a través de las t-normas adaptativas se puede afirmar que el efecto de la parametrización de la conjunción en el cálculo del grado de emparejamiento es equivalente a otro mecanismo bien conocido para modificar el significado lingüístico de la estructura de las reglas como es el uso de modificadores lingüísticos [CJH98, LCT01] (Sección 1.3.2.1 del Capítulo 1). El objetivo de los modificadores lingüísticos en las reglas es mejorar la precisión del modelo relajando ligeramente la rigidez de la estructura de las reglas a través de la modificación del significado de las etiquetas involucradas. El parámetro en la conjunción juega un papel similar, cambiando la forma de la función de pertenencia asociada con las etiquetas lingüísticas de los antecedentes de la regla, tal como se muestra en la Figura 2.4, donde h es el grado de emparejamiento para un conjunto difuso trapezoidal cuando el valor de entrada es e , y h' y h'' son los valores computados para $\beta=0.2$ y $\beta=0.1$ respectivamente.

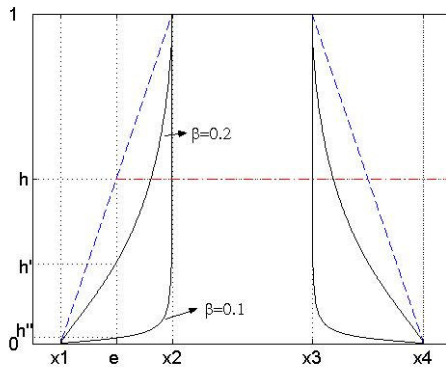


Figura 2.4: Representación gráfica de la modificación equivalente en los antecedentes lingüísticos producida por diferentes valores del parámetro en la t-norma de Dombi

En esta misma Figura, también se puede observar que la utilización de t-normas sólo produce efectos de concentración. Ejemplos de estas clases de modificadores lingüísticos que sólo producen concentración son *absolutely*, *very*, *much more*, *more* y *plus*. (Sección 1.3.2.1 del Capítulo 1). Por último, cabe reseñar que el efecto de la t-norma adaptativa jugando el papel de operador de conjunción no modifica la forma del conjunto inferido.

Por otro lado, un efecto paralelo a la modificación lingüística de las etiquetas de los antecedentes de las reglas, se producen cuando se utilizan métodos de defuzzificación en los que el grado de emparejamiento forma parte de su expresión (como el WECO). Concretamente, tal y como se ha comentado anteriormente, cuando se utilice adaptación local, el parámetro en la conjunción influye sobre los grados de emparejamiento de las reglas. Por este motivo, estos métodos de defuzzificación permitirán que las reglas que posean mayor grado de emparejamiento influyan más y atenuará la influencia de aquellas otras con grado de emparejamiento menor. En consecuencia, todo esto actuará como un mecanismo de selección del subconjunto de reglas con mayor nivel de *cooperación* de las que se encuentran en la BR.

Todas estas características mencionadas anteriormente, permiten catalogar al operador de conjunción adaptativo con parámetros individuales para cada regla como el caso de estudio más interesante, es decir, como un elemento de diseño de gran importancia en el MDL cuando se trata de alcanzar mayor precisión sacrificando poco la interpretabilidad.

2.2. Algoritmo para el Aprendizaje del Sistema de Inferencia Adaptativo Evolutivo (SIAE)

Tal como se ha expuesto al inicio de este Capítulo, el modelo propuesto en primer lugar persigue la mejora en la precisión del MDL manteniendo un nivel alto de interpretabilidad, mediante un proceso de optimización de los parámetros. Dicha mejora está basada en la adaptación de los operadores que intervienen en el SI, pudiéndose así modular dichos parámetros para modificar los efectos de dichos operadores. En este sentido, esta Sección presenta un SI Adaptativo y Evolutivo (SIAE) que será descrito a continuación.

El problema de optimización en un SI Adaptativo, se lleva a cabo con la búsqueda de los valores adecuados de los parámetros con el fin de obtener unos operadores de conjunción adecuados. Con objeto de llevar a cabo esta búsqueda se podía plantear en principio bien una búsqueda exhaustiva o bien una técnica de búsqueda heurística.

1. La búsqueda exhaustiva se basa en una búsqueda total en todo el conjunto de combinaciones posibles. Aunque esta técnica asegure que se encuentre la solución óptima, esta puede ser costosa en tiempo, o simplemente irrealizable. Por este motivo, esta técnica sólo se emplea en espacios de búsqueda reducidos. En nuestro caso, el espacio de búsqueda es extenso (tal y como se detallará más adelante), por lo que esta técnica de búsqueda no es factible.
2. Por otro lado, cuando la utilización de una búsqueda exhaustiva no sea posible, es necesaria una técnica de búsqueda heurística. Los AEs son una técnica de búsqueda heurística que han demostrado ser efectiva y razonablemente rápida en problemas de alta complejidad. Por este motivo se utilizan con frecuencia en el aprendizaje de Sistemas Difusos Adaptativos [CHHM01]. En esta tesis han sido la técnica de búsqueda elegida para el aprendizaje de los parámetros de los operadores del SI.

En esta Sección presentamos el esquema de aprendizaje y el AE específico basado en la representación de los parámetros del SI propuesto para obtener un SI Adaptativo.

2.2.1. Obtención de los Parámetros en el SIAE mediante un Proceso de Aprendizaje Evolutivo

En la Figura 2.5 se muestra la forma de realizar el aprendizaje automático del SIAE. Una manera eficiente de generar los parámetros del SIAE de un SBRD consiste en obtener los parámetros mediante una búsqueda heurística y evaluarlos en el SBRD para observar su comportamiento. Esta forma de trabajar nos permite aprender el contexto más adecuado para los distintos valores de los parámetros, lo cual es necesario en diferentes situaciones contextuales (diversas aplicaciones) y para modelos de extracción de parámetros diferentes.

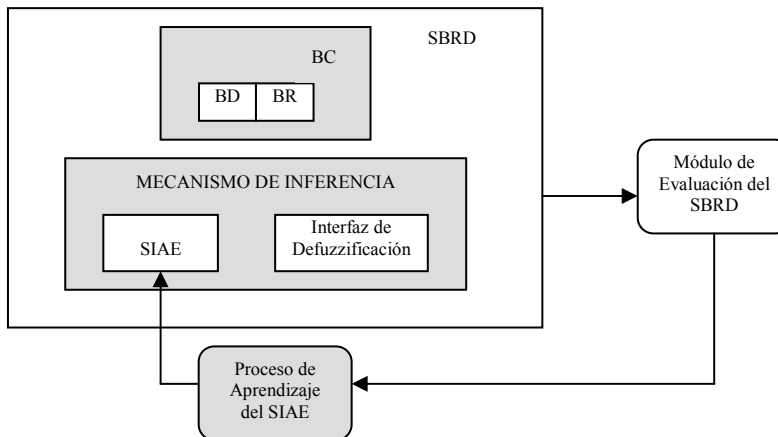


Figura 2.5: Esquema de aprendizaje del SIAE

Aunque se podrían considerar distintas técnicas de optimización para el aprendizaje de los parámetros del SI, para esta propuesta consideramos, tal como hemos expuesto anteriormente, un AE. Dicha elección es debida a que en nuestro caso, la búsqueda de parámetros se realiza en un universo de discurso cuyos elementos son números reales, por lo que el espacio de búsqueda es extraordinariamente amplio lo cual descarta utilizar una técnica de búsqueda exhaustiva.

Así, el esquema de aprendizaje considerado para el SI Adaptativo está compuesto por un proceso evolutivo para aprender los parámetros del SI Adaptativo. Tal como se indicó en la Sección 2.1.1 y 2.1.2, la elección de un modelo con un solo parámetro permitirá definir una t-norma que actúa como operador de conjunción para todo el SI (adaptación global), mientras que la elección de un parámetro para cada regla permitirá definir que t-norma actúa como operador de conjunción al inferir cada regla en el SI (adaptación local). Concretamente, en los modelos con adaptación global se utilizarán Estrategias de Evolución (EE), mientras que en los modelos con adaptación local se utilizarán AGs.

2.2.2. Algoritmo Evolutivo (Enfoque CHC)

Como se ha comentado, el aprendizaje automático de los operadores de un sistema difuso puede ser considerado como un proceso de búsqueda o de optimización. Hoy en día, los AEs, particularmente los AGs [Gol89, Hol75], son considerados técnicas de búsqueda metaheurísticas muy adecuadas para problemas en los que el espacio de búsqueda es amplio y complejo. Además, la codificación genética que utilizan permiten incluir conocimiento experto previamente y utilizarlo para dirigir la búsqueda. Por esta razón, los AEs han sido utilizados satisfactoriamente durante los últimos años, conduciendo a la aparición de los llamados Sistemas Difusos Evolutivos (SDEs) [CHHM01, CGH+04].

Los AEs en general y, en particular los AGs, han sido ampliamente utilizados en el ajuste de los SBRDs, dando lugar a los denominados SBRDEs (véase Apéndice A). Es una buena elección para el aprendizaje de modelos en los que se deben aprender varios parámetros. CHC es un AG que presenta un buen equilibrio entre exploración y explotación, siendo una buena elección en problemas con espacios de búsqueda complejos.

Este modelo evolutivo hace uso de un mecanismo de selección basado en población, donde para formar la siguiente población se seleccionan los M mejores individuos de entre los M padres y sus correspondientes hijos (donde M es el tamaño de la población). Para provocar la diversidad en la población, el enfoque CHC hace uso de un mecanismo de prevención de incesto y un mecanismo de rearranque en lugar del bien conocido operador de mutación. Las bases del enfoque CHC han sido explicadas en la Sección 1.4.1 del Capítulo 1. Un estudio más detallado sobre los AGs en general se puede encontrar en el Apéndice A.

En cuanto al aprendizaje en modelos donde sólo hay que adaptar un parámetro, las Estrategias de Evolución son técnicas evolutivas más apropiadas. En el Apéndice A se puede encontrar un estudio más detallado sobre las Estrategias de Evolución, concretamente sobre la Estrategia de Evolución 1+1 que será utilizada en la presente memoria.

Considerando el esquema de aprendizaje propuesto en la subsección anterior, el algoritmo CHC tiene que definir los parámetros que modelan el SI Adaptativo (uno para cada regla). La Figura 2.6 muestra un esquema del algoritmo propuesto considerando el enfoque CHC.

En las siguientes subsecciones veremos en detalle cada uno de los elementos necesarios para diseñar este proceso. Estos componentes son:

- Codificación de los parámetros del SIAE,
- Evaluación de los cromosomas,
- Generación de la población inicial,
- Operadores de cruce (junto con la prevención de incesto considerada) y
- Mecanismo de rearranque.

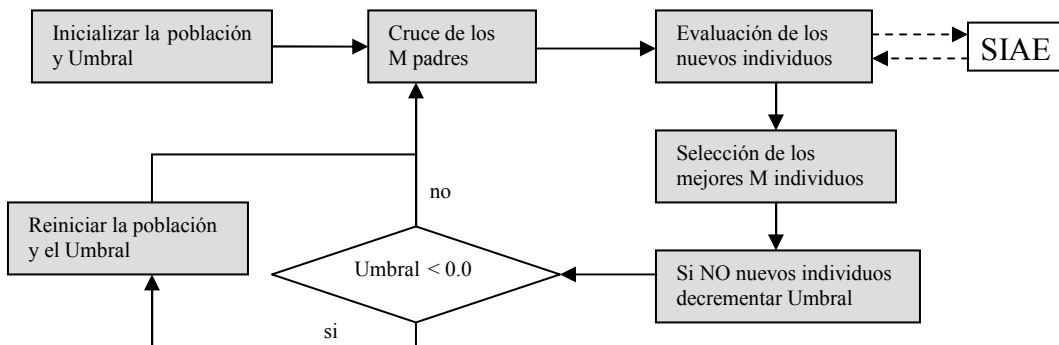


Figura 2.6: Esquema del algoritmo considerando el enfoque CHC

2.2.3. Codificación de los Parámetros del SIAE

Para representar los parámetros del SIAE se ha considerado un esquema de codificación en el que el cromosoma, C , consiste en un vector de genes que contienen los parámetros de la conjunción adaptativa C_c .

Se trata por tanto de un vector de números reales de tamaño igual al n° de reglas que componen la BR. Recordemos que ésta ha sido obtenida con el

método de WM [WM92]. El universo de discurso de estos parámetros, dependen del operador de conjunción adaptativo que estemos evaluando, las t-normas de Dubois, Dombi o Frank.

En la Figura 2.7 se puede apreciar este esquema de codificación, donde R_i representa cada una de las reglas que intervienen en la BR y los valores β_i representan los valores de cada uno de los valores de los parámetros que intervienen en el operador de conjunción adaptativo que estemos utilizando (t-norma de Dubois, Dombi o Frank) para cada regla.

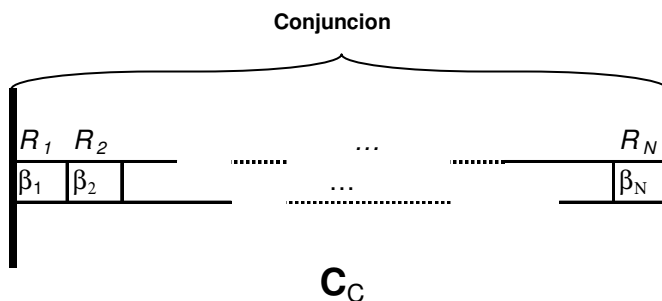


Figura 2.7: Esquema del codificación de parámetros del SIAE

2.2.4. Evaluación de los Cromosomas

Como se ha comentado anteriormente, para evaluar un cromosoma concreto se determina el operador de conjunción adaptativo con los parámetros obtenidos para cada regla. Así se obtiene cada uno de los operadores de conjunción que junto con el operador de implicación (en nuestro caso la t-norma del mínimo) compondrán el SI necesario para llevar a cabo el proceso de inferencia para cada regla en el sistema.

De esta forma, para cada valor del conjunto de ejemplos de entrada, se disparan cada una de las reglas de la BR, se realiza el proceso de inferencia por parte de dicho SI, se obtienen los grados de emparejamiento y los conjuntos difusos inferidos para cada regla. Éstos serán utilizados por parte de la Interfaz de Defuzzificación (en nuestro caso, implementada con el método de defuzzificación WECOIA estandar) para hallar la salida del SBRD para cada ejemplo.

Una vez halladas dichas salidas, se calcula el Error Cuadrático Medio (ECM) que se define de la siguiente forma:

$$ECM (i) = \frac{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (y_k - S [i] (x_k))^2}{N}$$

donde S[i] denota el modelo difuso cuyo SI usa el operador de conjunción C_i (i=1 para Dubois, i=2 para Dombi e i=3 para la t-norma de Frank), la t-norma del mínimo como operador de implicación, y WECOA estandar como método de defuzzificación.

Para calcular dicho ECM se utiliza un conjunto de evaluaciones sobre los datos formados por N pares de datos numéricos Z_k=(x_k, y_k), k=1,...,N, siendo x_k los valores de las variables de entrada, y siendo y_k los valores correspondientes a las variables de salida asociadas. Este ECM se utilizará por parte del AE para evaluar cada uno de los cromosomas que tenga la población, siendo el objetivo del algoritmo minimizar dicho error.

2.2.5. Población Inicial

La población de cromosomas en el AG estará compuesta por individuos con un número de genes igual al número de reglas para cada problema. Dichas reglas son obtenidas, como se ha indicado, por el método de WM.

Esta población será asignada inicialmente de forma aleatoria, excepto un cromosoma. Dicho individuo se asigna inicialmente a un determinado valor que se elegirá para que la t-norma adaptativa aplicada corresponda a una t-norma clásica según la Tabla 2.2 del presente Capítulo. La elección en este sentido, se ha hecho, tal y como se ha comentado, para facilitar la comparación.

En la Tabla 2.5 se exponen los valores que se han elegido junto con sus equivalencias: los parámetros de la t-norma de Dubois se asignan inicialmente a 0 (equivalente a la t-norma del mínimo), Dombi a 1 (equivalente al producto de hamacher) y Frank a 0.5 (similar al producto de hamacher).

Tabla 2.5: Valores iniciales de las t-normas parametrizadas para el proceso evolutivo

T-normas parametrizadas	Valores iniciales	T-norma clásica equivalente
Dubois	0	Mínimo
Dombi	1	Producto de Hamacher
Frank	0.5	≈ Producto de Hamacher

2.2.6. Operador de Cruce

Para obtener dos descendientes a partir de los dos padres se ha utilizado un operador de cruce basado en el concepto de entornos (los descendientes son generados alrededor de los padres) sobre el cromosoma C_C . Este tipo de operadores presentan una buena cooperación cuando son introducidos en modelos evolutivos en los que se fuerza la convergencia presionando sobre los descendientes (como es el caso de CHC)(Véase Apéndice A). Particularmente, en esta memoria se utiliza el operador BLX- α [ES93], que describimos a continuación:

Supongamos que $X = (x_1 \dots x_n)$ y $Y = (y_1 \dots y_n)$, $(x_i, y_i \in [a_i, b_i] \subset \mathfrak{R}, i = 1 \dots n)$, son dos cromosomas con codificación real que se desean cruzar. El operador BLX- α genera los dos siguientes descendientes:

- $O_1 = (o_{11} \dots o_{1n})$, donde o_{1i} es un valor elegido aleatoriamente dentro del intervalo $[p_x, p_y]$, con $p_x = \max(a_i, x_i - I_i \cdot \alpha)$, y $p_y = \min(y_i + I_i \cdot \alpha)$, siendo $I_i = |x_i - y_i|$
- $O_2 = (o_{21} \dots o_{2n})$, donde o_{2i} es un valor elegido aleatoriamente también dentro del intervalo anterior.

Por otro lado, el mecanismo de prevención de incesto sólo se considera para determinar si se aplica o no el operador BLX- α y consiste en que dos padres serán cruzados si su distancia de *hamming* dividida por 2 es mayor que un umbral determinado, L . Al considerar un esquema de codificación real necesitamos transformar cada gen considerando un código *gray* (código binario) con un número fijo de bits por gen (BITSGENE), que es determinado por el experto del sistema. Así, el valor umbral es asignado inicialmente como:

$$L = (\#Genes C_C \cdot BITSGENE)/4,0.$$

donde $\#Genes C_C$ es el número de genes de C_C . Siguiendo el esquema original de CHC, L es decrementado en uno cada vez que no se introduce un nuevo individuo en la población en una generación.

2.2.7. Mecanismo de Rearranque

El AE CHC, al no utilizar un operador de mutación, considera un mecanismo de rearranque para evitar los óptimos locales [Esh91], el cual será aplicado cuando el valor umbral L sea menor que cero. En este caso, se copia

la mejor solución hasta ese momento y se asigna inicialmente el resto de los cromosomas aleatoriamente dentro del universo de discurso del operador adaptativo empleado. Este modo de operar fue inicialmente propuesto por los autores de CHC como una posible mejora del algoritmo cuando este es aplicado en algunos tipos de problemas [Esh91].

2.3. Estudio Experimental para el SIAE

Para evaluar el buen comportamiento de los algoritmos propuestos (aprendizaje de los parámetros para el SIAE con ajuste global y local) se han considerado dos problemas de distribución *eléctrica* [CHS99] y el problema de degustación del *arroz* [INT+94], descritos en detalle en el Apéndice C, y que a continuación se resumen:

- *Estimación de la longitud de las líneas de baja tensión (E_1).*- Este problema tiene dos variables de entrada, y por el método de WM se generan alrededor de 22 reglas, por lo que supone un espacio de búsqueda pequeño (baja complejidad). Sin embargo, este problema es muy interesante ya que el sistema es fuertemente no lineal y los datos disponibles se limitan a un reducido número de ejemplos que además contienen dos puntos con ruido. Todas estas desventajas hacen que modelar esta superficie sea realmente complicado, lo que provoca un fuerte sobreaprendizaje en los modelos obtenidos.
- *Estimación del costo de mantenimiento de la línea de media tensión (E_2).*- Este problema tiene cuatro variables de entrada y por el método de WM se generan alrededor de 65 reglas. Además, el conjunto de datos disponible está compuesto por un número representativo de ejemplos bien distribuidos; por tanto, este problema tiene un espacio de búsqueda grande (complejidad media/alta).
- *El problema de degustación del arroz (arroz).*- Este problema tiene cinco variables de entrada y por el método de WM se generan alrededor de 15 reglas. Además, el conjunto de datos disponibles está bien distribuido. Su complejidad es media.

Resolver estos tres problemas correctamente no es tarea fácil, en general, los métodos que presentan una buena capacidad de aproximación no generalizan muy bien en problemas del mundo real con pocos datos, mal distribuidos e incluso con ruido, por lo que es fácil sobreajustar los modelos obtenidos. En las siguientes secciones realizaremos un análisis de los métodos propuestos.

2.3.1. Metodología de Comparación.

En los siguientes párrafos se presenta una breve descripción de los distintos métodos estudiados en el análisis experimental sobre las tres aplicaciones citadas anteriormente. En dicho análisis se han realizado dos estudios diferentes para cada problema:

1. Un estudio sobre el SIAE basado en ajuste global.
2. Un estudio sobre el SIAE basado en ajuste local.

En los dos casos, se realiza una comparativa de los resultados obtenidos por los métodos propuestos con un modelo inicial sin ajuste.

Para realizar dichos estudios se ha combinado el clásico método de WM [WM92] para generar la BR con los distintos operadores de conjunción adaptativos para el SIAE junto con el método de defuzzificación WECO. La granularidad de las etiquetas ha sido elegida respondiendo a la más comúnmente empleada en dichas aplicaciones, ya que suponen un razonable equilibrio entre el número de variables y la cantidad de ejemplos de datos numéricos dentro del conjunto de datos de las aplicaciones. Concretamente se seleccionan 7 etiquetas para la aplicación E_1 , 5 etiquetas para E_2 y 2 etiquetas para el *arroz*.

Todos los modelos difusos construidos y probados son ilustrados en la Tabla 2.6. En ella primero se muestra un modelo inicial no adaptativo basado en el método de WM y utilizando la t-norma clásica del mínimo como operador de conjunción e implicación y el WECO estándar como método de defuzzificación, el cual denotaremos por C_{MIN} . Después se muestran los modelos evolutivos adaptativos, en primer lugar aquellos con ajuste global (un solo parámetro para todas las reglas), denotados por el subíndice GLOBAL más el nombre de la t-norma, y después aquellos con ajuste local (tantos parámetros como reglas) sólo con el subíndice del nombre de la t-norma que utilizan como operador de conjunción.

Con objeto de llevar a cabo el estudio experimental hemos considerado un *modelo de validación cruzada de orden 5*. Concretamente en los problemas de distribución eléctrica E_1 y E_2 un *modelo de validación cruzada con 5 particiones*, es decir se generan 5 grupos de datos con el 20% y se combinan cuatro de ellas (80%) para formar el conjunto de entrenamiento y la restante se utiliza para prueba, obteniéndose 5 particiones distintas. Para cada una de las 5 particiones cada método se ha ejecutado 6 veces (con 6 semillas distintas en el generador de números aleatorios), lo que supone 30 ejecuciones para cada método.

Tabla 2.6: Modelos Difusos construidos para el estudio experimental

Abreviatura	Conjunción Adaptativa De Dubois	Conjunción Adaptativa De Dombi	Conjunción Adaptativa de Frank
Modelo de Referencia			
C_{MIN}			
Modelos Evolutivos			
$C_{DUBOIS\ GLOBAL}$	•		
$C_{DOMBI\ GLOBAL}$		•	
$C_{FRANK\ GLOBAL}$			•
C_{DUBOIS}	•		
C_{DOMBI}		•	
C_{FRANK}			•

Por último, en el caso del problema *arroz* se han utilizado 10 particiones. Cada una de ellas se ha ejecutado con 3 semillas diferentes lo que supone también un total de 30 ejecuciones.

Con objeto de poder comparar los diferentes modelos difusos obtenidos, se ha considerado, la medida del ECM definida en la Sección 2.2.4

Los distintos modelos evolutivos han sido ejecutados con una población de 50 individuos. El operador de cruce utilizado fue el BLX- α con $\alpha= 0.5$. El umbral inicial se fijó en $L/4$, siendo L la longitud del cromosoma ($L=$ entre 20 y 24 para E_1 , $L=65$ para E_2 y $L=15$ para el problema *arroz*). Además, para permitir que los algoritmos estudiados presenten una buena convergencia, se han considerado un número suficientemente alto de evaluaciones (no se han observado cambios significativos incrementando dicho número de evaluaciones) según el modelo y problema a tratar. En la Tabla 2.7 se muestran específicamente las evaluaciones realizadas en cada modelo.

El intervalo de búsqueda para β fue fijado a $[0,1]$ para la t-norma de Dubois, tal y como se indica en la definición de su expresión. Sin embargo, para la t-norma de Dombi y de Frank, donde sus universos de discurso pueden tomar valores entre 0 e ∞ , se ha considerado, tras varias pruebas el intervalo $(0,10]$ para la de Dombi y $(0,100]$ para la de Frank.

Tabla 2.7: Evaluaciones Realizadas por los Modelos Evolutivos CHC y EE(1+1)

Modelo Difuso	Problemas		
	E_1	E_2	arroz
$C_{DUBOIS\ GLOBAL}$	200	200	200
$C_{DOMBI\ GLOBAL}$	200	200	200
$C_{FRANK\ GLOBAL}$	200	200	200
C_{DUBOIS}	40.000	40.000	10.000
C_{DOMBI}	40.000	40.000	10.000
C_{FRANK}	40.000	40.000	10.000

2.3.2. Resultados y Análisis.

En esta subsección presentamos un estudio comparativo de los métodos propuestos para el estudio experimental, anteriormente descritos. Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 2.8, 2.9 y 2.10 para las aplicaciones E_1 , E_2 y *arroz* respectivamente. Las Tablas muestran en dos columnas ECM_{ent} y ECM_{pru} los errores medios obtenidos sobre los conjuntos de entrenamiento y prueba respectivamente, mientras que la tercera columna #R indica el número medio de reglas obtenidas por el algoritmo de WM. En dichas Tablas se destacan aquellos valores que mejor comportamiento muestran.

Tabla 2.8: ECM en el Modelo Difuso obtenido para el problema E_1

Modelo	Problema E_1		
	ECM_{ent}	ECM_{pru}	# R
C_{MIN}	211776.66	227444.93	22
$C_{DUBOIS\ GLOBAL}$	209224.94	222238.68	22
$C_{DOMBI\ GLOBAL}$	209394.34	221903.93	22
$C_{FRANK\ GLOBAL}$	209495.73	221991.60	22
C_{DUBOIS}	190686.04	205591.58	22
C_{DOMBI}	165533.55	201068.41	22
C_{FRANK}	185193.27	199644.29	22

Tabla 2.9: ECM obtenido para el problema E_2

Modelo	Problema E_2		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
C_{MIN}	56135.74	56359.42	65
$C_{DUBOIS GLOBAL}$	55470.95	55851.62	65
$C_{DOMBI GLOBAL}$	54895.93	56106.16	65
$C_{FRANK GLOBAL}$	58654.92	58789.05	65
C_{DUBOIS}	34362.35	37077.84	65
C_{DOMBI}	32158.07	35154.09	65
C_{FRANK}	38979.71	41090.43	65

Tabla 2.10: ECM obtenido para el problema arroz

Modelo	Problema arroz		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
C_{MIN}	0.013284	0.013119	15
$C_{DUBOIS GLOBAL}$	0.004677	0.004385	15
$C_{DOMBI GLOBAL}$	0.005329	0.005324	15
$C_{FRANK GLOBAL}$	0.004662	0.004444	15
C_{DUBOIS}	0.002320	0.001989	15
C_{DOMBI}	0.002756	0.002907	15
C_{FRANK}	0.002458	0.002388	15

Analizando los resultados presentados en dichas Tablas se puede resaltar que:

- Es claramente destacable que el uso del SIAE mejora a los SIs clásicos basados en las t-normas no adaptativas que tomamos como referencia.
- Como podemos apreciar, el uso de modelos multiparámtricos (modelos de ajuste local) ofrece notablemente mejores resultados que aquellos otros modelos que utilizan un solo parámetro (modelos de ajuste global).
- El SIAE, muestra una importante mejora en la precisión en las aplicaciones E_2 y *arroz*, y presenta un comportamiento más irregular en la aplicación E_1 , aunque el equilibrio entre aproximación y generalización es bastante bueno en este problema con ruido y pocos datos de ejemplo.

- Los SIAE son una buena opción de diseño para mejorar la precisión en MDL mientras se conserva un nivel alto de interpretabilidad.

En la Tabla 2.11 se presenta un ejemplo de los valores obtenidos para los parámetros β_i al final del proceso de adaptación para la t-norma de Dombi en la aplicación E_i . Se puede observar que las reglas 1, 5, 8, 18 y 21 tienen un valor alto de β ; esto significa, tal y como se comentó en la Sección 2.1.2.2, que debido a que se utiliza un método de defuzzificación en el que se emplea el grado de emparejamiento (WECOA concretamente), este conjunto de reglas poseen una cooperación alta. Por otro lado, las reglas 10, 16 y 22 son especialmente penalizadas como consecuencia de valores muy bajos de β , mitigando su influencia.

Tabla 2.11: Ejemplo de los valores β_i obtenidos al final del proceso evolutivo para la t-norma de Dombi

$\beta_1 \dots \beta_6$	10.00000	0.125972	1.543214	0.253670	10.00000	0.550866
$\beta_7 \dots \beta_{12}$	0.270757	10.00000	0.790804	0.018632	0.223670	0.197948
$\beta_{13} \dots \beta_{18}$	8.307211	0.241470	4.839832	0.012803	3.790283	10.00000
$\beta_{19} \dots \beta_{24}$	0.252203	7.462416	9.999999	0.012594	0.371065	1.039599

2.4. Cooperación en el Mecanismo de Inferencia: Propuesta basada en la Adaptación Evolutiva conjunta del Sistema de Inferencia y la Interfaz de Defuzzificación

En las secciones 2.1 a 2.3 de este Capítulo se han expuesto los principios y mecanismos de un SI Adaptativo para mejorar la precisión de los SBRDs que permite realizar un ajuste de cómo infiere el sistema, bien globalmente, o bien de forma particularizada para cada regla de la BC.

En esta Sección se presenta un nuevo modelo de SBRDs cuyo MI es completamente ajustable, es decir, combina un SI adaptativo con una Interfaz de Defuzzificación adaptativa.

Para ello, en las siguientes subsecciones se introducirá, teniendo en cuenta la Sección 1.4 del Capítulo anterior en la que se describía la Interfaz de Defuzzificación adaptativa, y la Sección 2.1 del presente Capítulo, este nuevo modelo.

En primer lugar se va a estudiar el alcance de un modelo en el que los elementos del MI son adaptativos. A continuación, se describirán los algoritmos para la adaptación de dicho modelo, para finalmente, realizar un estudio experimental en el que se puedan observar y analizar sus bondades.

2.4.1. Estudio del Modelo basado en el Sistema de Inferencia y la Interfaz de Defuzzificación Adaptativos

En esta Sección se va a estudiar el alcance de utilizar en un mismo modelo, un SI Adaptativo junto con una Interfaz de Defuzzificación Adaptativa. Para ello partiremos de los estudios realizados en las secciones 2.1 del presente Capítulo sobre el SI Adaptativo, y 1.4 del Capítulo 1 sobre la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa.

Por un lado, el modelo de Interfaz de Defuzzificación Adaptativa que mejores resultados en cuanto a precisión aporta es aquel que utiliza adaptación local con un parámetro para cada regla, ya que dependiendo del caso, podrá tener bien efectos de modificación lingüística de los antecedentes de las reglas (funcionales potencia) [CJH98, LCT01], o bien efectos de ponderación de reglas (funcional producto) [CP00, PP99], esto es, selección de las reglas de la BC que mejor cooperan.

Por otro, el SI Adaptativo preferido será, en base a lo estudiado en la Sección anterior, aquel que utiliza operadores de conjunción adaptativos dado que los operadores de implicación adaptativos tienen un alcance menor y dependen de la simetría de los consecuentes así como del método de defuzzificación elegido [CJH98, LCT01]. Además, el modelo que mejores resultados ofrece es el que realiza la adaptación de forma local, es decir, el que permite adaptar el conectivo que se empleará para cada una de las reglas, el cual como se ha estudiado, puede tener dos posibles efectos: uno similar a la modificación lingüística de los antecedentes de las reglas de la BC [CJH98, LCT01], y otro con trascendencia a nivel de defuzzificación pues como es bien sabido, los métodos más empleados en el ámbito de la ingeniería consisten en una expresión que calcula una suma ponderada por el grado de emparejamiento de las aportaciones discretas de la inferencia llevada a cabo con cada regla. Esto conlleva a que la modulación del efecto del grado de emparejamiento producido por la conjunción adaptativa puede actuar también

como una forma de selección de reglas, o lo que es lo mismo, en un mecanismo de obtención del subconjunto de reglas que mejor cooperan entre sí (véase Sección 2.1.2.2)

Tabla 2.12: Significado de utilizar operadores Adaptativos

	Inferencia Adaptativa		Defuzzificación Adaptativa	
	Conjunción	Implicación	Potencia	Producto
Añade Factores de Ponderación o Niveles de Confianza				X
Modificación Lingüística Concentra Antecedentes	X		X	
Modificación Lingüística Dilata Antecedentes			X	
Modifica Consecuentes Inferidos		X		

La Tabla 2.12 ofrece un resumen de los efectos anteriormente citados tanto para el SI, como para la Interfaz de Defuzzificación. A continuación se va a discutir pues el efecto conjunto y combinado de ambos elementos del MI, considerando las posibilidades que podrán darse.

Sistema de Inferencia Adaptativo basado en Operador de Conjunción Adaptativo junto a Interfaz de Defuzzificación Adaptativa con funcional de tipo potencia.-

- Debido al operador de conjunción adaptativo, su efecto es equivalente a influir el resultado del cálculo del grado de emparejamiento h que es equivalente a influir sobre el significado lingüístico de la función de pertenencia sobre las etiquetas de los antecedentes. Al cambiar el grado de emparejamiento afectará a todos los métodos de defuzzificación que utilicen éste en su expresión.

- La introducción de parámetros en los métodos de defuzzificación en el Modo B-FITA también hace que se influya sobre el grado de emparejamiento, concretamente al ser de tipo funcional potencia equivale a cambiar el significado lingüístico de los antecedentes de la regla.

Sistema de Inferencia Adaptativo basado en Operador de Conjunción Adaptativo junto a Interfaz de Defuzzificación Adaptativa con funcional de tipo producto.-

- Modifica el significado de la función de pertenencia de los antecedentes de las reglas de la BC (debido a la conjunción).
- Introduce ponderación o pesos en las reglas (debido al funcional tipo producto).

Sistema de Inferencia Adaptativo basado en Operador de Implicación Adaptativo junto a Interfaz de Defuzzificación Adaptativa con funcional de tipo potencia.-

- Modifica la estructura de los antecedentes (función de pertenencia de los antecedentes de la regla)(debido al funcional tipo potencia).
- Actúa sobre la función de pertenencia del consecuente inferido (debido al operador de implicación)

Sistema de Inferencia Adaptativo basado en Operador de Implicación Adaptativo junto a Interfaz de Defuzzificación Adaptativa con funcional de tipo producto.-

- Permite la ponderación de las reglas de la BC (debido al funcional tipo producto).
- Actúa sobre la adaptación del consecuente inferido (debido al operador de implicación).

Sistema de Inferencia Adaptativo basado en Operador de Conjunción e Implicación Adaptativo junto a Interfaz de Defuzzificación Adaptativa con funcional de tipo potencia.-

- Actúa sobre la estructura lingüística de la regla, concretamente en la función de pertenencia de los antecedentes de la regla con dos grados de libertad:

- Debido al operador de conjunción del SI.
- Debido al término funcional potencia de la Interfaz de Defuzzificación.
- Permite adaptar el consecuente inferido (debido al operador de Implicación).

Sistema de Inferencia Adaptativo basado en Operador de Conjunción e Implicación Adaptativo junto a Interfaz de Defuzzificación Adaptativa con funcional de tipo producto.-

- Actúa sobre la ponderación de la regla (debido al funcional tipo producto).
- Modifica la función de pertenencia de los antecedentes de la regla con un grado de libertad (debido al operador de conjunción).
- Permite modificar la función de pertenencia del consecuente inferido (debido al operador de implicación).

En la siguiente Tabla se muestra un resumen de la influencia, a través de todas las combinaciones de los operadores adaptativos, tanto en el SI como en la Interfaz de Defuzzificación.

Tabla 2.13: Influencia en el SI e Interfaz de Defuzzificación con la utilización de operadores Adaptativos

	Conj	Conj	Imp	Imp	Conj	Conj
	Pot	Prod	Pot	Prod	Imp	Imp
	Pot	Prod	Pot	Prod	Pot	Prod
Añade Factores de Ponderación		X		X		X
Concentra Antecedentes	XX	X	X		XX	X
Dilata Antecedentes	X		X		X	
Modifica Consecuentes Inferidos			X	X	X	X

Tal como se expuso en la Sección 2.2 no llevaremos a efectos prácticos el uso de operadores de implicación adaptativos debido a la baja influencia que tienen debido a la simetría de los consecuentes. Tampoco se utilizarán los métodos de defuzzificación adaptativos que utilicen un funcional tipo potencia por varias razones: en primer lugar, y tal como se puede apreciar en la Tabla precedente, la influencia es similar al operador de conjunción adaptativo en el caso de concentración de los antecedentes; en segundo lugar, a que sus

resultados son similares a la utilización de funcionales tipo producto (véase Sección 1.4 del Capítulo 1); y por último a que la utilización de éste supone a un incremento de costo computacional con respecto al funcional producto.

En esta memoria, en el caso del SIDAE, se han seleccionado los siguientes dos métodos de defuzzificación adaptativos:

- El primero, ya se utilizó en la Sección 1.4 del Capítulo 1, el cual se obtiene con el término funcional producto con un parámetro para cada regla (equivalente a factores de ponderación en las reglas) y Centro de Gravedad (CG), que usa un operador de agregación como media ponderada. A continuación se muestra su expresión:

$$D_{\text{Pro}} = \frac{\sum_i^N h_i \cdot \alpha_i \cdot \text{CG}_i}{\sum_i^N h_i \cdot \alpha_i},$$

donde CG es computado con $\frac{\int_Y y \cdot \mu_{B'}(y) dy}{\int_Y \mu_{B'}(y) dy}$, (llamado comúnmente WECOA estándar, para $\alpha_i = 1, i = 1, \dots, N$).

- Un segundo método de defuzzificación adaptativo bien conocido, como es SLIDE [YF93], el cual tiene la siguiente expresión:

$$D_{\text{SLIDE}} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{B'}(y_i) \cdot J_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n \mu_{B'}(y_i) \cdot J_i},$$

donde $J_i = \begin{cases} 1 - \delta, & \mu_{B'}(y_i) < \sigma \\ 1, & \mu_{B'}(y_i) \geq \sigma \end{cases}$.

Los parámetros para estos métodos de defuzzificación, σ y δ , son definidos en los siguientes intervalos: $\sigma \in [0, 1]$ y $\delta \in [0, 1]$. Este método de defuzzificación se utilizará adaptado al Modo B – FITA.

2.5. Algoritmo para el Aprendizaje del Sistema de Inferencia y la Interfaz de Defuzzificación Adaptativos Evolutivos (SIDAE)

El aprendizaje de los parámetros del SI junto con los de la Interfaz de Defuzzificación utilizando un AE da lugar al SI y Defuzzificación Adaptativos Evolutivos (SIDAE). Este proceso simultáneo de aprendizaje de ambos operadores va a permitir no sólo las combinaciones de efectos estudiados en la Sección anterior dependiendo de los operadores adaptativos empleados, sino también que exista cooperación de los dos componentes, inferencia y defuzzificación, lo cual contribuirá asimismo a la mejora de la precisión.

En esta Sección se detallan los distintos aspectos relacionados con la utilización de AEs para este cometido: esquema de aprendizaje, codificación, parámetros de arranque del algoritmo y operadores del mismo, para en la siguiente Sección realizar el estudio experimental del modelo propuesto.

2.5.1. Obtención de los parámetros en el SIDAE mediante un Proceso de Aprendizaje Evolutivo

El problema de optimización de los parámetros consiste en la búsqueda de los valores en un vector para obtener un conjunto de operadores de conjunción y métodos de defuzzificación que cooperen. Los argumentos esgrimidos para emplear AEs en la Sección 2.2 son igualmente válidos ahora para el caso del SIDAE, ya que como en aquella ocasión, los espacios de búsqueda en el espacio de los números reales lo hacen apropiado.

En la Figura 2.8 podemos ver la forma de realizar el aprendizaje automático de todo el proceso del SIDAE.

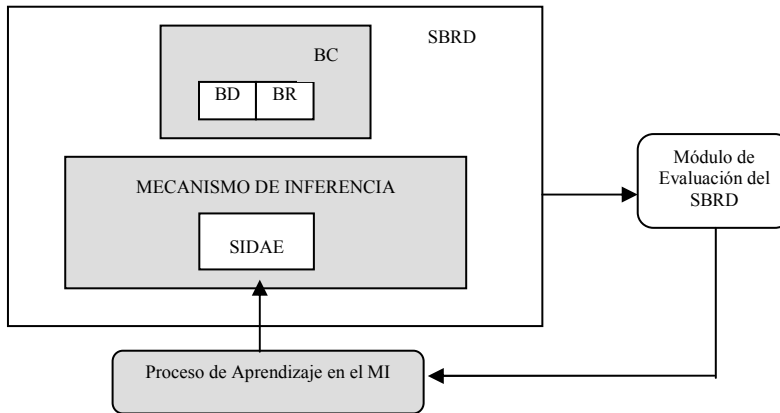


Figura 2.8: Esquema de Aprendizaje del SIDAE

Así, el esquema de aprendizaje considerado para el aprendizaje del MI está compuesto por un único componente. Un proceso evolutivo para aprender los parámetros del SI y la Interfaz de Defuzzificación, que nos permite definir:

- Qué t-norma actúa como operador de conjunción en el SI para cada regla.
- Qué parámetros actúan en la Interfaz de Defuzzificación para cada regla en el caso del término funcional producto o los dos parámetros para el método SLIDE.

2.5.2. Integración del Método Propuesto en el Aprendizaje Evolutivo del MI

El método propuesto persigue, como hemos comentado, la cooperación en el MI, es decir, debemos considerar el aprendizaje de los parámetros tanto del SI como de la Interfaz de Defuzzificación. Por tanto al enfoque propuesto en la Sección 2.2 referentes al SIAE, se debe incluir ahora los parámetros de la Interfaz de Defuzzificación. En este sentido, a continuación se exponen sólo los cambios necesarios respecto al algoritmo utilizado para el SIAE:

Esquema de Codificación.- El modelo evolutivo se basa en el Algoritmo Genético CHC [Esh91]. El esquema de codificación es modificado para añadir una segunda parte al cromosoma y así obtener un cromosoma con dos partes:

- Parte C_C , referente a la conjunción, con N parámetros β (genes), uno por cada regla R , de la BR.
- Parte C_D , referente a la defuzzificación, con dos posibilidades:
 - C_{D_P} : cuando usamos métodos de defuzzificación basados en el término funcional producto, es decir, similar a ponderar las reglas, con N parámetros α , uno por cada regla R de la BR.
 - $C_{D_{SLIDE}}$: cuando usamos el método de defuzzificación SLIDE, con dos parámetros σ y δ para toda la BR.

Por consiguiente se tienen dos esquemas:

$C = C_C + C_{D_P}$, ilustrado en la Figura 2.9

$C = C_C + C_{D_{SLIDE}}$, ilustrado en la Figura 2.10

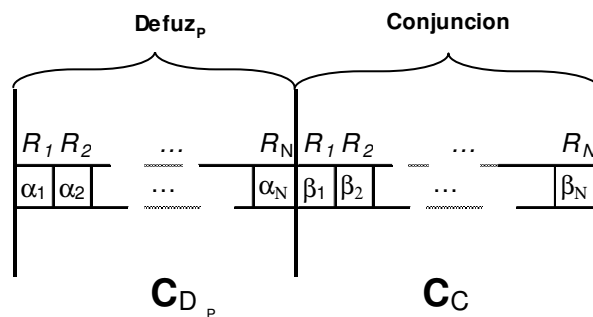


Figura 2.9: Esquema de Codificación del SIDAE utilizando métodos de defuzzificación con funcional tipo producto

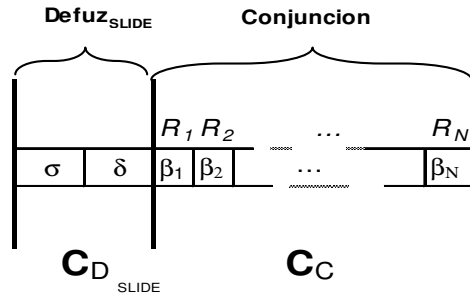


Figura 2.10: Esquema de Codificación del SIDAE con Defuzzificación SLIDE

Población Inicial.- De la misma forma que se expuso en la Sección 2.2 del presente Capítulo para el caso del SIAE, la población inicial para el SIDAE también se genera aleatoriamente, excepto un individuo.

En este caso y basándose en el análisis de los resultados obtenidos en la Sección 2.3, sólo se utilizará la t-norma adaptativa de Dubois (debido a sus buenos resultados y a ser computacionalmente más eficiente) en la parte C_C del cromosoma. Por este motivo, de la misma forma que se consideró con el SIAE, sus valores serán asignados inicialmente de forma aleatoria en el intervalo $[0,1]$ excepto un cromosoma, el cual será asignado inicialmente a 0, equivalente a utilizar la t-norma del mínimo como operador de conjunción (véase Tabla 2.5). Por otro lado, a la parte del cromosoma referente a la defuzzificación se le asignarán los siguientes valores:

- Para $C_{D\ P}$ los valores serán asignados inicialmente de forma aleatoria entre $[0,10]$ menos un cromosoma que será asignado inicialmente a 1, con el fin de que el modelo actúe como un modelo sin factores de ponderación, equivalente al conocido método de defuzzificación WECOA estándar (véase expresión de WECOA en Sección 2.4.1).
- Para $C_{D\ SLIDE}$, los 2 genes serán asignados inicialmente de forma aleatoria en el intervalo $[0,1]$ excepto un cromosoma asignado inicialmente a 0, lo que también equivale a utilizar WECOA (véase expresión SLIDE en Sección 2.4.1).

Operador de Cruce.- Se considera un solo umbral para todo el cromosoma, por lo que se utilizará el mismo operador de cruce presentado en la Sección 2.2.6 BLX- α con $\alpha=0.5$, teniendo en cuenta que cada gen puede variar sólo en su intervalo. Por otro lado la longitud del cromosoma L utilizado en el CHC será la suma de las dos partes depende del método de defuzzificación de entre los dos que vamos a aplicar.

Así, para el caso de aplicar el método de defuzzificación adaptativo basado en el funcional de tipo producto, la longitud del cromosoma será el doble de la del SIAE, es decir, tantos parámetros como reglas para la parte adaptativa del operador de conjunción y los mismos para la parte de la defuzzificación adaptativa.

Para el caso de aplicar el método de defuzzificación adaptativo SLIDE la longitud del cromosoma será tantos parámetros como reglas para la parte adaptativa del operador de conjunción mas dos parámetros para la parte de la defuzzificación adaptativa SLIDE.

Mecanismo de Rearranque.- Finalmente, para no caer en óptimos locales, el algoritmo utiliza un mecanismo de rearranque [Esh91] en el mismo sentido que en la propuesta realizada para el SIAE (véase Sección 2.2.7 del presente Capítulo).

2.6. Estudio Experimental para el SIDAE

Para evaluar el buen comportamiento de los algoritmos propuestos (aprendizaje de los parámetros para el SIDAE) y de la misma forma que se expuso en la Sección 2.3, se han considerado los dos problemas de distribución *eléctrica* [CHS99] y el problema de degustación del *arroz* [INT+94], descritos en detalle en el Apéndice C.

Para ello, el conjunto de reglas difusas se obtendrá a partir de métodos de aprendizaje automático. En los tres problemas, el conjunto de reglas se obtuvo con el algoritmo de WM [WM92]. Una vez que la BR ha sido generada se aplicarán los distintos algoritmos propuestos. A continuación se describe cómo se ha llevado a cabo la experimentación y los resultados obtenidos.

2.6.1. Metodología de Comparación.

Como en el caso del SIAE, para evaluar la bondad de la técnica propuesta, se construyen varios modelos difusos sobre los tres problemas citados anteriormente. Se han realizado los siguientes estudios diferentes para cada problema:

1. Un estudio sobre el SIDAE basado en un modelo con ajuste local en el que el método de defuzzificación adaptativo se construye con un término funcional producto equivalente, tal como se indicó en la Sección 1.4 del Capítulo 1, a introducir factores de ponderación en las reglas.
2. Un estudio sobre el SIDAE basado en un modelo con ajuste local en el que el método de defuzzificación adaptativo se construye con SLIDE con sólo dos parámetros para todas las reglas.
3. Con objeto de comparar los resultados obtenidos con SIDAE respecto de SIAE se ha añadido al estudio un modelo SIAE que utiliza la t-norma de Dubois como operador de conjunción adaptativo.
4. Igualmente, para efectos de estudio comparativo, se ha añadido un modelo en el que se utiliza sólo Interfaz de Defuzzificación adaptativa con un término funcional de tipo producto equivalente a introducir factores de ponderación en las reglas.

Todos los modelos difusos del estudio experimental son ilustrados en la Tabla 2.14. En ella en primer lugar se muestra un modelo inicial no adaptativo basado en el método de WM y utilizando la t-norma clásica del mínimo como operador de conjunción e implicación y el WECOA estandar como método de defuzzificación, el cual denotaremos por $C_{MIN}+D_{WECO}$. Después se ha presentado, tal y como se ha indicado anteriormente, con el fin de comparar su precisión, dos modelos adaptativos en una parte del proceso de inferencia (un SIAE, basado en la t-norma paramétrica de Dubois, C_{DUBOIS} , y una Interfaz de Defuzzificación Adaptativa, basada en el funcional tipo producto, D_P). Por último se muestran los modelos evolutivos adaptativos cooperativos, para los cuales se utilizan tantos parámetros como reglas salvo para el caso de SLIDE ($C_{DUBOIS} - D_P$ y $C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$). Para llevar a cabo los experimentos hemos considerado un modelo de validación cruzada con 30 ejecuciones para cada método, ejecutándose tal como se indicó en la Sección 2.3 para los distintos problemas.

Para poder comparar los diferentes modelos difusos obtenidos, se consideró los ECMs que fueron hallados como la media aritmética de los 30 resultados. La expresión del ECM se puede consultar en la Sección 2.2.4 y en este caso, $S[i]$ denota el modelo difuso cuyo SI usa como operador de conjunción C la t-norma de Dubois, la t-norma del mínimo como operador de implicación y el método de Defuzzificación adaptativo D_i ($i=1$ para D_P e, $i=2$ para D_{SLIDE}).

Al igual que para la experimentación del SIAE, para hallar dicho ECM se usan un conjunto de evaluaciones sobre los datos formados por N pares de datos numéricos $Z_k=(x_k, y_k)$, $k=1, \dots, N$, siendo x_k los valores de las variables de entrada, y siendo y_k los valores correspondientes a las variables de salida asociadas. Este ECM se utilizará por parte del AE para evaluar cada uno de los cromosomas que tenga la población, siendo el objetivo del algoritmo minimizar dicho error.

Los distintos modelos evolutivos han sido ejecutados con una población de 50 individuos. El operador de cruce utilizado fue el $BLX-\alpha$ con $\alpha=0.5$. El umbral inicial fue puesto a $L/4$, siendo L la longitud del cromosoma (en este caso la longitud del cromosoma para los algoritmos cooperativos dependen del método de defuzzificación adaptativa a aplicar tal como se ha expresado anteriormente) y con una cantidad diferente de ejecuciones según el modelo y el problema a tratar. En la Tabla 2.15 se muestran específicamente las evaluaciones realizadas en cada modelo.

Tabla 2.14: Modelos Difusos Construidos para el experimento

Abreviatura	Conjunción Adaptativa de Dubois	Defuzzificación Adaptativa Pesos	Conjunción Adaptativa SLIDE
Modelo de Referencia			
$C_{MIN} + D_{WECOA}$			
Modelos Evolutivos			
C_{DUBOIS}	•		
D_P		•	
Modelos Evolutivos Cooperativos			
$C_{DUBOIS} - D_P$	•	•	
$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	•		•

Tabla 2.15: Evaluaciones realizadas por el Modelo Evolutivo CHC

Modelo Difuso	Problemas		
	E_1	E_2	arroz
C _{DUBOIS}	40.000	40.000	10.000
D _P	40.000	40.000	10.000
C _{DUBOIS} - D _P	60.000	60.000	15.000
C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	40.000	40.000	10.000

2.6.2. Resultados y Análisis.

En esta subsección presentamos un estudio comparativo de los métodos propuestos para el estudio experimental, anteriormente descrito. Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 2.16, 2.17 y 2.18 para las aplicaciones E_1 , E_2 y *arroz* respectivamente. Las Tablas muestran en dos columnas ECM_{ent} y ECM_{pru} el error cuadrático medio obtenido sobre los conjuntos de entrenamiento y prueba respectivamente, mientras que en la tercera columna, #R indica el número medio de reglas obtenidas por el algoritmo de WM. En estas Tablas se destacan aquellos valores que mejor comportamiento muestran.

Tabla 2.16: ECM obtenido para el problema E_1

Modelo	Problema E_1		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
C_{MIN} + D_{WECO}A	211776.66	227444.93	22
C _{DUBOIS}	190686.04	205591.58	22
D _P	166576.46	200958.43	22
C _{DUBOIS} - D _P	159333.63	197741.42	22
C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	189744.76	204542.41	22

Tabla 2.17: ECM obtenido para el problema E_2

Modelo	Problema E_2		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
C_{MIN} + D_{WECO}A	56135.74	56359.42	65
C _{DUBOIS}	34362.35	37077.84	65
D _P	32779.94	35341.32	65
C _{DUBOIS} - D _P	22561.77	25492.77	65
C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	34220.50	36896.38	65

Tabla 2.18: ECM obtenido para el problema *arroz*

Modelo	Problema <i>arroz</i>		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
C_{MIN} + D_{WEBCO}A	0.013284	0.013119	15
C _{DUBOIS}	0.002320	0.001989	15
D _P	0.003180	0.003161	15
C _{DUBOIS} - D _P	0.001902	0.001882	15
C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.002301	0.002157	15

Observando los resultados obtenidos, mostrados en las tablas, los valores correspondientes a los sistemas cooperativos para todas las aplicaciones, E_1 , E_2 y *arroz*, mejoran tanto a los SIAE como a los de la defuzzificación. Por tanto, los modelos adaptativos cooperativos (SIDAEs) mejoran claramente la precisión de los sistemas no adaptativos, y también a los adaptativos de un solo componente adaptable.

Cabe observar también que en las aplicaciones E_1 , E_2 y *arroz* es destacable que la utilización de funcionales tipo producto mejora en precisión a la utilización de SLIDE como método de defuzzificación. La razón es que el primero posee más grados de libertad.

2.6.3. Estudio Estadístico.

Para comparar los resultados obtenidos por los diferentes modelos, se ha desarrollado un análisis estadístico. En primer lugar, se computan algunas Tablas con diversos descriptores estadísticos (véanse las Tablas D.1, D.4, D.7, D.10, D.13 y D.16 del Apéndice D), donde se muestran los valores medios, la desviación estándar, y algunos otros descriptores. Posteriormente se realiza el análisis ANOVA de un factor [And84] para cada modelo que se utilizó en la experimentación.

El test ANOVA (ANalysis Of Variante-Análisis de la Varianza) se ejecuta para determinar si hay diferencias en las medias entre grupos. Este se suele usar para determinar si las medias son suficientemente dispares para ser consideradas significativamente diferentes. Véanse las Tablas 2.19, 2.20 y 2.21 para E_1 , E_2 y *arroz* respectivamente para el SIAE y las Tablas 2.22, 2.23 y 2.24 respectivamente para el SIDAE.

Dadas las diferencias significativas encontradas para todos los modelos con respecto a los valores medios asociados con los diferentes modelos analizados, se ejecutó un análisis *post-hoc* mediante el test de Tamhane [And84] (véanse las Tablas D.3, D.6, D.9, D.12, D.15 y D.18 en el Apéndice D), con una coeficiente de confianza del 95% debido a que la hipótesis de igualdad de las varianzas fue rechazado en todos los análisis ejecutados para cada método (test de Levene, véanse las Tablas, D.2, D.5, D.8, D.11, D.14 y D.17 en el Apéndice D).

Un estudio más detallado sobre el test ANOVA y sus test *post-hoc* se pueden encontrar también en el Apéndice D.

Tabla 2.19: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_1 para SIAE

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	19628025560,751	6	3271337593,459	8,064	0,000
Intra-Grupos	72211138038,521	178	405680550,778		
Total	91839163599,271	184			

Tabla 2.20: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_2 para SIAE

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	17592512721,081	6	2932085453,514	185,192	0,000
Intra-Grupos	2818212231,105	178	15832652,984		
Total	20410724952,186	184			

Tabla 2.21: Tabla Resumen de ANOVA para el problema *arroz* para SIAE

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	0,001	6	0,000	33,603	0,000
Intra-Grupos	0,001	183	0,000		
Total	0,002	189			

Tabla 2.22: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_1 para SIDAE

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	4209315341,801	4	1052328835,450	2,895	0,025
Intra-Grupos	43624792112,275	120	363539934,269		
Total	47834107454,075	124			

Tabla 2.23: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_2 para SIDAE

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	5214635122,045	4	1303658780,511	138,632	0,000
Intra-Grupos	1128445506,322	120	9403712,553		
Total	6343080628,367	124			

Tabla 2.24: Tabla Resumen de ANOVA para el problema *arroz* para SIDAE

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	0,001	4	0,000	162,066	0,000
Intra-Grupos	0,000	125	0,000		
Total	0,001	129			

Resumiendo los resultados dados en las Tablas D.3, D.6, D.9, D.12, D.15 y D.18 que se encuentran en el Apéndice D, se construyen las Tablas 2.25, 2.26, 2.27, 2.28, 2.29 y 2.30 donde se muestra un resumen del test de Tamhane para todos los problemas, tanto para el SIAE como para el SIDAE. El Signo (+) significa que la fila seleccionada (modelo difuso a comparar) mejora la columna (modelo difuso comparado), mientras que el signo (-) significa lo contrario. El signo (\approx) significa que son similares. Las Tablas deben ser leídas comenzando con la lectura de una fila y después de una columna. Por ejemplo, el modelo C_{DUBOIS} (fila 5) mejora al modelo $C_{DUBOIS GLOBAL}$ (columna 2) en la Tabla 2.25.

Tabla 2.25: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_1 para SIAE

	C_{MIN}	$C_{DUBOIS GLOBAL}$	$C_{DOMBI GLOBAL}$	$C_{FRANK GLOBAL}$	C_{DUBOIS}	C_{DOMBI}	C_{FRANK}
C_{MIN}	\approx	\approx	\approx	\approx	\approx	\approx	\approx
$C_{DUBOIS GLOBAL}$	\approx		\approx	\approx	-	-	-
$C_{DOMBI GLOBAL}$	\approx	\approx		\approx	-	-	-
$C_{FRANK GLOBAL}$	\approx	\approx	\approx		-	-	-
C_{DUBOIS}	\approx	+	+	+		\approx	\approx
C_{DOMBI}	\approx	+	+	+	\approx		\approx
C_{FRANK}	\approx	+	+	+	\approx	\approx	

Tabla 2.26: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_2 para el SIAE

	C_{MIN}	$C_{DUBOIS\ GLOBAL}$	$C_{DOMBI\ GLOBAL}$	$C_{FRANK\ GLOBAL}$	C_{DUBOIS}	C_{DOMBI}	C_{FRANK}
C_{MIN}		≈	≈	≈	-	-	-
$C_{DUBOIS\ GLOBAL}$	≈		≈	≈	-	-	-
$C_{DOMBI\ GLOBAL}$	≈	≈		≈	-	-	-
$C_{FRANK\ GLOBAL}$	≈	≈	≈		-	-	-
C_{DUBOIS}	+	+	+	+		≈	+
C_{DOMBI}	+	+	+	+	≈		+
C_{FRANK}	+	+	+	+	-	-	

Tabla 2.27: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema *arroz* para el SIAE

	C_{MIN}	$C_{DUBOIS\ GLOBAL}$	$C_{DOMBI\ GLOBAL}$	$C_{FRANK\ GLOBAL}$	C_{DUBOIS}	C_{DOMBI}	C_{FRANK}
C_{MIN}		-	-	-	-	-	-
$C_{DUBOIS\ GLOBAL}$	+		≈	≈	-	≈	-
$C_{DOMBI\ GLOBAL}$	+	≈		≈	-	-	-
$C_{FRANK\ GLOBAL}$	+	≈	≈		-	≈	-
C_{DUBOIS}	+	+	+	+		+	≈
C_{DOMBI}	+	≈	+	≈	-		≈
C_{FRANK}	+	+	+	+	≈	≈	

Tabla 2.28: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_1 para el SIDA E

	$C_{MIN} + D_{WECO A}$	C_{DUBOIS} D_P		$C_{DUBOIS} - D_P$ $C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$
$C_{MIN} + D_{WECO A}$	⊗	⊗	⊗	⊗
C_{DUBOIS} D_P	⊗	⊗	⊗	⊗
$C_{DUBOIS} - D_P$ $C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	⊗	⊗	⊗	⊗

Tabla 2.29: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_2 para el SIDA E

	$C_{MIN} + D_{WECO A}$	C_{DUBOIS} D_P		$C_{DUBOIS} - D_P$ $C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$
$C_{MIN} + D_{WECO A}$	+	-	-	-
C_{DUBOIS} D_P	+	+	+	+
$C_{DUBOIS} - D_P$ $C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	+	+	+	+

Tabla 2.30: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema *arroz* para el SIDAE

	$C_{MIN} + D_{WECO}$	C_{DUBOIS}	D_P	$C_{DUBOIS} - D_P$	$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$
$C_{MIN} + D_{WECO}$		-	-	-	-
C_{DUBOIS}	+		+	≈	≈
D_P	+	-		-	-
$C_{DUBOIS} - D_P$	+	≈	+		≈
$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	+	≈	+	≈	

Observando dichas tablas, se puede destacar que:

- En cuanto al SIAE, los modelos con adaptación local poseen mayor precisión que aquellos con ajuste global.
- En cuanto al SIDAE, en general poseen mayor precisión que los demás (SIAEs y Defuzzificación Adaptativa).
- Las mejoras en los ECM pueden depender de la aplicación, ya que la aplicación E_2 y *arroz* dan mejores resultados que la aplicación E_1 .

2.7. Sumario

En este Capítulo hemos propuesto dos nuevos métodos de aprendizaje de parámetros en el proceso de inferencia de los SBRDs, concretamente en el MI del MDL: La adaptación evolutiva del SI (SIAE) y la adaptación evolutiva del MI completo (SIDAE) de Sistemas Basados en Reglas Difusas Lingüísticas.

Concretamente, se ha estudiado el empleo simultáneo de componentes adaptativos en los Sistemas Difusos de Tipo Mamdani Descriptivos (MDL), es decir, tanto en el SI como en la Interfaz de Defuzzificación, las diferentes

posibilidades, sus efectos sobre la estructura de la regla y comportamiento de los operadores, y finalmente su resultado práctico en tres aplicaciones diferentes de modelado. Se ha reducido el estudio al caso de los modelos de ajuste local para la propuesta del MI, ya que previamente se observó claramente la mejor bondad de estos frente a los globales. Como método de aprendizaje se han empleado AEs, los cuales ofrecen buenos resultados en la adaptación de los parámetros de las expresiones en tiempos de ejecución razonables.

Los resultados más destacables son los siguientes:

- La utilización del esquema de aprendizaje para el SIAE permite realizar una importante mejora en la precisión de los modelos obtenidos, manteniendo un buen nivel de interpretabilidad.
- El modelo SIDAE propuesto en el que todo el MI es adaptativo, mejora claramente la precisión de los sistemas no adaptativos, así como también de forma significativa a los adaptativos de un solo componente adaptable, defuzzificación con factores de ponderación o SIAE.

Por tanto, el empleo simultáneo de las dos componentes principales del Sistema Difuso o MI, el SI y la Interfaz de Defuzzificación, de modo adaptativo es una alternativa útil para el diseño en el momento de elegir un compromiso entre precisión e interpretabilidad.

Capítulo 3

Modelo Basado en el Aprendizaje Evolutivo Cooperativo entre Mecanismo de Inferencia y Base de Reglas

En el Capítulo 2 se utiliza el SI como elemento de gran importancia para generar sistemas difusos adaptativos, proponiéndose en primer lugar el modelo SIAE y posteriormente, el modelo SIDAE.

En el estudio del SIAE se concluyó que los mejores beneficios se obtenían utilizando la conjunción como operador adaptativo frente a la implicación, y particularmente en los modelos de ajuste local, es decir, aquellos que aprenden en definitiva un conectivo específico para cada regla.

En el estudio del SIDAE se aprecia con claridad que la parametrización del SI es compatible y obtiene beneficios de su combinación con la parametrización de la Interfaz de Defuzzificación, obteniéndose así un MI completamente adaptativo.

En este último modelo propuesto, los beneficios obtenidos no sólo proceden de las bondades que puedan presentarse de forma acumulada como resultado de adaptar cada componente sino que llevarlo a cabo de forma conjunta permite que tanto inferencia como defuzzificación garanticen una forma de trabajar cooperativa.

En este Capítulo se propone un nuevo modelo que trasciende el aprendizaje del MI: Se combina el diseño de la BC con el del MI, y el aprendizaje se lleva a cabo de forma conjunta para que se produzca la cooperación entre reglas y operadores, lo cual permitirá obtener mejor precisión sin comprometer en este caso la interpretabilidad respecto del modelo SIDAÉ.

En cuanto al diseño de la BC se utilizará COR [CCH02]. Este es un método de obtención de BRs basado en la cooperación de las reglas en sí misma. Dicha metodología está basada en la búsqueda de reglas a través de metaheurística evolutiva.

Con objeto de materializar esta propuesta y mostrar su valor, en este Capítulo en primer lugar se va a describir el método COR anteriormente mencionado. En la segunda Sección se propondrá el nuevo modelo describiendo en profundidad el esquema de aprendizaje evolutivo y todos sus elementos. A continuación, en la Sección 3.3, se plantea el estudio experimental, con los problemas anteriormente utilizados en los Capítulos previos, que permite comprobar y analizar las mejoras en cuanto a precisión de la propuesta, para terminar con una Sección de resumen y conclusiones.

3.1. Métodos para la Generación de Reglas Orientadas a Mejorar la Cooperación

Antes de exponer el nuevo modelo propuesto y las experimentaciones llevadas a cabo, introduciremos una parte esencial del mismo en el diseño de MDL como es la BR. Para este propósito, se explicará en qué consiste la metodología COR como método que permite la generación de reglas con mejor cooperación (véase Sección 1.3.1.2 del Capítulo 1).

COR, reglas cooperativas [CCH02], es una metodología con envoltura de ejemplos donde el conjunto de reglas son obtenidas de una manera particular, debido a que no se selecciona las reglas buscando la mejor ejecución individual como hace la mayoría de las técnicas de generación de BR mediante técnicas con envoltura de ejemplos. La metodología COR encuentra un conjunto de reglas cooperativas buscando entre los consecuentes con mejor ejecución global. Es decir, en esta metodología se trabaja con un conjunto de etiquetas consecuentes (un conjunto por regla), diseñando la BR de forma que se busca una combinación de consecuentes que optimice el problema.

Para describir mejor dicha metodología, en la siguiente subsección se repasará un método bien conocido basado en ejemplos que fue propuesto por WM en [WM92] como método de aprendizaje de BR. Este método fue utilizado

en las experimentaciones del Capítulo 1 y 2, y nos servirá también para compararlo con la metodología COR.

3.1.1. Método WM

El algoritmo WM es una técnica de aprendizaje de reglas lingüísticas con envoltura de ejemplos. En este algoritmo previamente se considera la definición del conjunto de términos lingüísticos que componen la entrada y la salida primaria de las particiones difusas, BD. Esta información se puede obtener bien de un experto (si fuera posible) o bien mediante un proceso de normalización.

Las reglas lingüísticas se generan mediante la comprobación de algún criterio de cubrimiento sobre los datos que tengamos como ejemplos (de ahí el nombre de “con envoltura de ejemplos”). El mecanismo de aprendizaje consiste en dar un grado de importancia a cada regla de la BR sobre su cubrimiento y al final seleccionar la regla con más alto grado de importancia para cada grupo, es decir, para cada combinación de antecedentes.

La generación de la BR se efectúa mediante los cuatro pasos siguientes:

1. Considerar una partición difusa del espacio de variables del sistema.
2. Generar un conjunto preliminar de reglas lingüísticas – Este conjunto estará formado por la regla que mejor cubra a cada ejemplo contenidos en el conjunto de datos de entrada-salida. La estructura de cada regla, CR^l , se obtiene tomando un ejemplo concreto, e_i , y asignando a cada variable lingüística la etiqueta existente del conjunto de términos de la misma que tenga asociado el conjunto difuso con el componente del vector que tenga un mayor grado de pertenencia., (A^1, \dots, A^n, B^l) , con $A_i \in A_i$ y $B^l \in B$.
3. Asignar un grado de importancia a cada regla: Sea la regla $CR^l = SI X_l \text{ es } A_l \text{ y } \dots \text{ y } X_n \text{ es } A_n \text{ ENTONCES } Y \text{ es } B^l$, la regla lingüística generada por el ejemplo e_i , el grado de importancia asociada a la misma se obtendrá computando el valor de cubrimiento de la regla sobre el ejemplo correspondiente de la siguiente forma:

$$CV_{\Pi}(CR^l, e_i) = \mu_{A^1}(x^1_1) \cdot \dots \cdot \mu_{A^n}(x^1_n) \cdot \mu_{B^l}(y^1).$$

4. Construir una base de reglas final a partir de las reglas candidatas: Para construir dicha base de reglas finales se procede de la siguiente forma de acuerdo a sus antecedentes: En primer lugar, todas las reglas

existentes en el conjunto preliminar que presenten la misma combinación de antecedentes y tengan asociado el mismo consecuente, serán automáticamente insertadas (una sola vez) en la BR final. En cambio, en el caso en que existan reglas conflictivas, es decir, reglas con el mismo antecedente y distintos valores en el consecuente, la regla insertada será aquella que presente mayor grado de importancia.

3.1.2. Método COR

Un método guiado mediante ejemplos para la generación de reglas lingüísticas difusas, generalmente busca las reglas lingüísticas con mejor ejecución individual (ejemplo, el mencionado método WM [WM92]) y la interacción global entre las reglas de la BR no es considerada, obteniéndose así BC las cuales pueden ser mejoradas.

Partiendo de esta premisa y guardando las ventajas de los métodos de generación de BR con envoltura de ejemplos, la metodología COR fue propuesta en [CCH02]. Esta metodología está basada en una búsqueda combinatoria de reglas cooperativas sobre un conjunto de reglas candidatas para encontrar el mejor conjunto de reglas que cooperen. Concretamente, a diferencia del método WM, en vez de seleccionar el consecuente con mayor importancia en cada subespacio como es habitual, la metodología COR considera la posibilidad de usar otros consecuentes, diferentes del mejor, permitiendo obtener SBRD con más precisión gracias a tomar la BR con mejor cooperación. Para este propósito, COR hace una búsqueda combinatorial entre las reglas candidatas buscando el conjunto de consecuentes, los cuales globalmente permiten mayor precisión.

La metodología COR se consigue en dos fases:

- a) Búsqueda del espacio de construcción – Esta obtiene un conjunto de consecuentes candidatos para cada regla. Obtener los antecedentes R_{ant}^i de las reglas y un conjunto de consecuentes candidatos CR_{ant}^i para cada antecedente.

Para la obtención de antecedentes y consecuentes candidatos, la metodología se basa en el uso de mecanismos de envoltura de ejemplos. Por ejemplo, de la combinación de esta metodología con el método de WM y el método de Cordón y Herrera [CH00], surgen cuatro alternativas:

- el enfoque WM basado en ejemplos, donde los antecedentes y consecuentes se generan de la misma forma que en el método WM (COR_{WM})

- el enfoque explorativo (CH) basado en el estudio en grid de todos los posibles antecedentes y consecuentes. (COR_{CH})
- y otras dos alternativas dentro de COR, donde los antecedentes y consecuentes pueden ser obtenidos por alguno de los métodos (WM o CH). De esta forma un método WM(antecedentes)-CH(consecuentes) (COR_{WM-CH}) o un método CH(antecedentes)-WM(consecuentes) (COR_{CH-WM}).

b) Selección del conjunto de reglas que mejor cooperen.- En esta fase se hace una búsqueda combinatorial entre estos conjuntos CR_{ant}ⁱ, buscando la combinación de consecuentes con mejor precisión global.

Con el fin de ejecutar esta búsqueda combinatorial se pueden considerar una búsqueda exhaustiva o una técnica de búsqueda heurística.

Como se ha comentado en los Capítulos precedentes, la búsqueda exhaustiva asegura que se encuentre la solución óptima, pero esta puede ser costosa o irrealizable en tiempo de ejecución cuando haya un gran número de combinaciones. Por este motivo, se utilizará una técnica de búsqueda heurística, como es el caso de los AEs.

Una descripción del proceso de generación de reglas basado en COR lo podemos ver en los siguientes pasos:

Entradas:

- *Un conjunto de datos de entrada-salida* -- $E = \{ e_1, \dots, e_l, \dots, e_N \}$, con $e_l = (x^l_1, \dots, x^l_n, y^l_1, \dots, y^l_m)$, $l \in \{1, \dots, N\}$, siendo N el tamaño del conjunto de datos, y n (m) el número de variables de entrada (salida) – representando el comportamiento del problema a solucionar.
- *Una partición difusa del espacio de variables.* En nuestro caso, tenemos conjuntos difusos uniformemente distribuidos. Sea A_i el conjunto de términos lingüísticos de la variable de entrada i -ésima, con $i \in \{1, \dots, n\}$, y B_j el conjunto de términos lingüísticos de la variable de salida j -th, con $j \in \{1, \dots, m\}$, con $|A_i|$ ($|B_j|$) siendo el número de etiquetas de la variable de entrada (salida) i -th (j -th).

Algoritmo:

1. *Búsqueda del espacio de construcción:*

1.1. *Definir el subespacio de entrada difuso que contiene los ejemplos positivos:* Para hacer esto, deberíamos definir el conjunto de ejemplos

positivos ($E^+(S_s)$) para cada subespacio de entrada $S_s = (A^{s_1}, \dots, A^{s_i}, \dots, A^{s_n})$, con $A^{s_i} \in A_i$ siendo $s \in \{1, \dots, N_s\}$ una etiqueta, y $N_s = \prod_{i=1}^n |A_i|$ el número de subespacios difusos de entrada. En este estudio, se usa el siguiente:

$$E^+(S_s) = \{ e_i \in E \mid \forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall A_i \in A_i, \mu_{A_i}(x_i) \geq \mu_{A_i}(x_i) \}$$

siendo $\mu_{A_i}(\cdot)$ la función de pertenencia asociada con la etiqueta A_i .

Para todo N_s el conjunto de posibles subespacios difusos, considerando solo aquellos que contengan al menos un ejemplo positivo. Para ello, el conjunto de subespacios con ejemplos positivos se define como $S^+ = \{S_h \mid E^+(S_h) \neq \emptyset\}$.

- 1.2. *Generar el conjunto de reglas candidatas en cada subespacio con ejemplos positivos:* En primer lugar, el conjunto de consecuentes candidatos con cada subespacio conteniendo al menos un ejemplo, $S_h \in S^+$, es definido. En este estudio, usamos el siguiente:

$$C(S_h) = \{ (B_1^k h, \dots, B_m^k h) \in B_1 \times \dots \times B_m \mid \exists e_i \in E^+(S_h) \text{ donde } \forall j \in \{1, \dots, m\}, \forall B_j \in B_j, \mu_{B_j^k h}(y_j) \geq \mu_{B_j}(y_j) \}$$

Entonces, el conjunto de reglas candidatas para cada subespacio es definida como $CR(S_h) = \{R_k h = [\text{SI } X_1 \text{ es } A^{h_1} \text{ y } \dots \text{ y } X_n \text{ es } A^{h_n} \text{ ENTONCES } Y_1 \text{ es } B_1^k h \text{ y } \dots \text{ y } Y_m \text{ es } B_m^k h] \text{ tal que } B^k h = (B_1^k h, \dots, B_m^k h) \in C(S_h)\}$.

Para permitir que COR reduzca el número inicial de reglas difusas, el elemento especial R_\emptyset (el cual significa “ningún consecuente”) se añade a cada regla candidata, ejemplo., $CR(S_h) = CR(S_h) \cup R_\emptyset$. Si esta es seleccionada, no se selecciona ninguna regla en el correspondiente subespacio de entrada.

2. *Selección del conjunto de reglas difusas que mejor cooperación obtengan.*— Esta fase es ejecutada por un algoritmo de búsqueda combinatorial para buscar la combinación $BR = \{R_1 \in CR(S_1), \dots, R_h \in CR(S_h), \dots, R_{|S+1|} \in CR(S_{|S+1|})\}$ con la mejor precisión. Debido a que dicho espacio de búsqueda es generalmente extenso, las técnicas de búsqueda heurísticas serían las más adecuadas.

Para evaluar la calidad global del conjunto de reglas codificadas se considera un índice de medida $f(BR)$ que mide la calidad de cada solución. Para obtener soluciones con una mayor interpretabilidad, esta función original se modifica para penalizar el excesivo número de reglas:

$$f'(BR) = f(BR) + \gamma \cdot f(BR_0) - \#BR / |S^+|$$

siendo $\gamma \in [0, 1]$ un parámetro definido por el diseñador para regular la importancia del número de reglas, $\#BR$ el número de reglas usadas en la solución evaluada (i.e., $|S^+| - |\{R_h \in BR \text{ tal que } R_h = R_0\}|$), y siendo BR_0 la BR inicial considerada por el algoritmo de búsqueda.

3.2. Propuesta: Cooperación en el Aprendizaje del Mecanismo de Inferencia y la BR

Con el objetivo principal de mejorar la precisión y mantener la interpretabilidad de los modelos difusos, proponemos un modelo difuso que presente cooperación entre el MI y la BR.

Este modelo se construirá en base a dos pilares: el SIDAE presentado en el Capítulo 2, y la metodología COR para el aprendizaje de reglas con un alto nivel de cooperación descrito en la Sección anterior.

La metodología COR puede utilizarse tanto con los antecedentes de las reglas generados por la metodología WM [WM92] o con la metodología CH [CH00], si bien cabe destacar que la primera genera menos reglas que la segunda, y por tanto tendrá en general menor precisión pero mayor interpretabilidad, constituyendo ambas en cualquier caso, dos opciones de diseño diferentes.

El aprendizaje conjunto del MI y la BR se llevará a cabo mediante un AE, concretamente mediante un AG que se presenta en la siguiente subsección, y que integra a la vez tanto los parámetros de los operadores como los consecuentes de las reglas, consiguiéndose así la cooperación entre ambos elementos que han sido obtenidos en el mismo proceso.

3.2.1. Algoritmo Evolutivo para el Aprendizaje del Modelo Cooperativo Evolutivo.

Teniendo en cuenta las características interesantes de los AGs, en esta Sección proponemos un nuevo SBRDE para realizar el aprendizaje del modelo cooperativo. En la Figura 3.1 se puede observar la forma de realizar el aprendizaje automático del modelo:

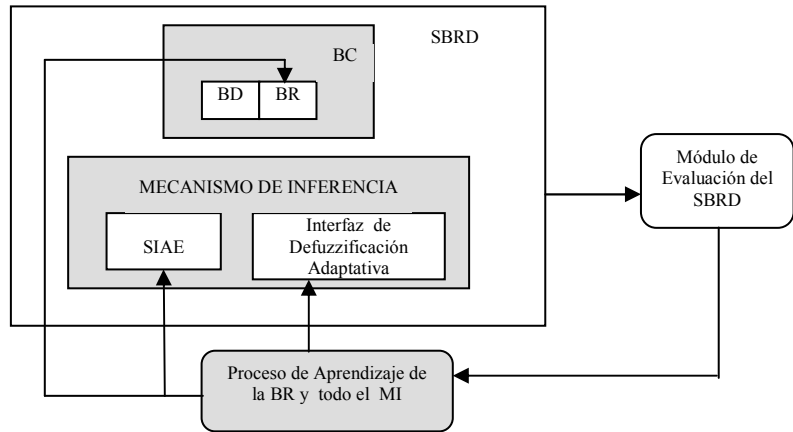


Figura 3.1: Esquema de aprendizaje del Modelo Cooperativo

Así, el esquema de aprendizaje considerado para el aprendizaje del MDL está compuesto por dos componentes:

- Un proceso evolutivo para aprender la BR, que nos permite definir:
 - El consecuente para cada regla que mejor precisión global obtenga con el resto de reglas.
- Un proceso evolutivo para aprender los parámetros del MI, que nos permite definir:
 - Qué t-norma actúa como operador de conjunción en el SI.
 - Qué parámetros actúan en la Interfaz de Defuzzificación para cada regla en el caso del término funcional producto o los dos parámetros para el método SLIDE.

Tal como se especificó en la Sección 2.2.2 del Capítulo 2, CHC es un AG que presenta un buen equilibrio entre exploración y explotación, y es una buena elección en problemas con espacios de búsqueda complejos. Por tanto hemos considerado el modelo evolutivo CHC [Esh91]. A continuación

explicaremos los componentes necesarios para el diseño del proceso de ajuste evolutivo. Estos son:

- Modelo evolutivo CHC.
- Esquema de codificación y población inicial.
- Evaluación de los cromosomas.
- Operador de cruce.
- Mecanismo de rearranque.

3.2.2. Algoritmo Evolutivo (Enfoque CHC)

Las bases del enfoque CHC han sido explicadas anteriormente en la Sección 1.4.1 del Capítulo 1 y en la Sección 2.2.2 del Capítulo 2. Para este modelo, tal y como se explicará en detalle en las secciones siguientes, son necesarios más tipos de parámetros (reales y enteros), por lo que se han utilizado distintos operadores de cruce y umbrales diferentes que también serán especificados más adelante.

3.2.3. Esquema de Codificación y Población Inicial

Teniendo en cuenta los resultados mostrados en el Capítulo 2, con dos tipos diferentes de ajustes (global o local), en los que se obtuvieron mejores resultados para el ajuste local, se ha elegido éste para el aprendizaje de los parámetros en el MI.

En este sentido, se considera un esquema de codificación de la siguiente forma: $C_{COR} + C_C + C_D$, tal y como se muestra en la Figura 3.2, donde C_{COR} codifica los consecuentes de la metodología COR, C_C son los β_i parámetros de los operadores de conjunción y C_D son los α_i parámetros de la defuzzificación.

En dicha figura se puede apreciar el esquema de la parte del cromosoma C_{COR} perteneciente a la metodología COR. Esta tiene N genes, cada uno representando una etiqueta candidata al consecuente de las N reglas. En este caso, se ha utilizado como ejemplo, variables con 7 etiquetas difusas, como las presentadas para el problema E_1 (véase Apéndice C), siendo las posibilidades

entre EP_3 y EG_3 incluyendo \emptyset para ninguna regla. En la implementación se representan estas etiquetas con valores enteros.

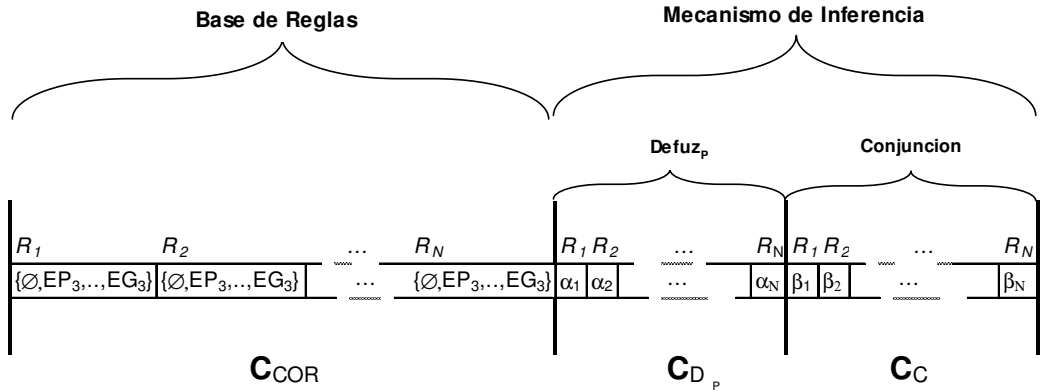


Figura 3.2: Esquema de Codificación propuesto con N reglas y método de defuzzificación basado en factores de ponderación

El algoritmo propuesto realiza una búsqueda heurística entre las reglas candidatas con el objetivo principal de seleccionar el conjunto de consecuentes con mejor cooperación y simultáneamente aprende el resto del cromosoma.

Los parámetros de los conectivos que ajustan el MI son codificados en el lado derecho de la Figura 3.2. Están compuestos de dos partes:

- Zona de la Conjunción, C_C , con N parámetros β_i (genes) por cada regla R_i de la BR. Al igual que para el SIDA E, se opta por la t-norma adaptativa de Dubois como operador de conjunción, por lo que cada gen puede tomar valores en el intervalo $[0,1]$, esto es, equivalente a una t-norma entre el mínimo y el producto algebraico (véase Tabla 2.2 del Capítulo 2).
- Zona de la Defuzzificación, con dos posibilidades:
 - C_{DP} : cuando usamos métodos de defuzzificación basados en reglas ponderadas, con N parámetros α_i por cada regla R_i de la BR. Cada gen puede tomar valores en el intervalo $[0,10]$ (véase experimentación para el SIDA E del Capítulo 2).
 - $C_{D SLIDE}$: cuando usamos el método de defuzzificación SLIDE (véase Figura 3.3), con dos parámetros σ y δ para toda la expresión. Los genes que representan σ y δ pueden tomar

valores en el intervalo $[0,1]$, (véase expresión del método SLIDE en la Sección 2.4.1 del Capítulo 2).

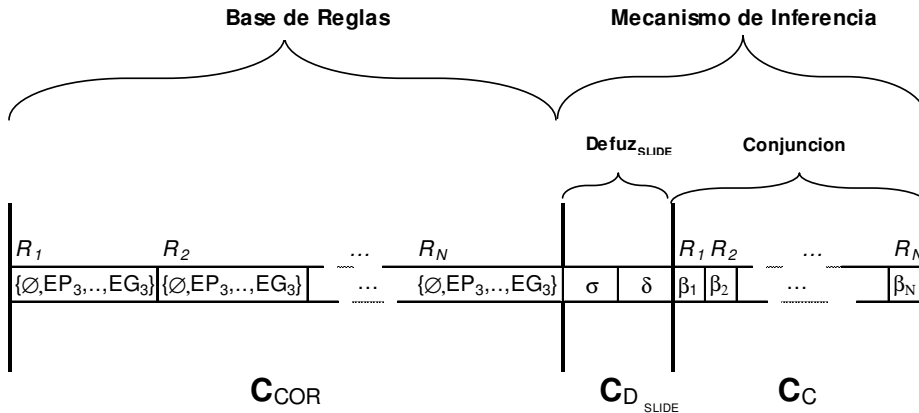


Figura 3.3: Esquema de Codificación propuesto con N reglas y método de defuzzificación SLIDE

La población se genera aleatoriamente excepto un cromosoma. Las consideraciones son las siguientes:

- La parte del cromosoma correspondiente a la BR, C_{COR} , se asigna inicialmente con las reglas obtenidas por el método de WM, (o por el método CH), obteniéndose los valores para cada gen de forma aleatoria de entre los posibles consecuentes obtenidos para cada regla por dichos métodos.
- La parte correspondiente al MI:
 - Sólo se utilizará la t-norma adaptativa de Dubois en la parte C_c por lo que sus valores serán asignados inicialmente de forma aleatoria en el intervalo $[0,1]$ excepto un cromosoma que será asignado inicialmente a 0 equivalente a utilizar la t-norma del mínimo como operador de conjunción (véase Tabla 2.2 Capítulo 2).
 - Por otro lado, a la parte del cromosoma referente a la defuzzificación se le asignarán los siguientes valores:

- Para C_{D_P} los valores serán asignados inicialmente de forma aleatoria entre $[0,10]$ menos un cromosoma que será asignado inicialmente a 1, con el fin de que el modelo actúe de forma similar a un modelo sin factores de ponderación, equivalente al conocido método de defuzzificación WECOA estándar (véase Sección 1.4 del Capítulo 1).
- Para $C_{D_{SLIDE}}$, los 2 genes serán asignados inicialmente de forma aleatoria en el intervalo $[0,1]$ excepto un cromosoma asignado inicialmente a 0, que también será equivalente a usar WECOA (véase expresión SLIDE en Sección 2.4.1 del Capítulo 2).

3.2.4. Evaluación de los Cromosomas

Para evaluar un cromosoma se utiliza el bien conocido ECM:

$$ECM(i) = \frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1}^N (y_k - S[i](x_k))^2}{N}$$

donde $S[i]$ denota el modelo difuso cuyo SI usa como operador de conjunción C a la t -norma de Dubois, la t -norma del mínimo como operador de implicación y el método de defuzzificación parametrizado D_i ($i=1$ para D_P y $i=2$ para D_{SLIDE}). Para calcular dicho ECM se usan un conjunto de evaluaciones sobre los datos formados por N pares de datos numéricos $Z_k=(x_k, y_k)$, $k=1, \dots, N$, siendo x_k los valores de las variables de entrada, y siendo y_k los valores correspondientes a las variables de salida asociadas. Este ECM se utilizará por parte del AE para evaluar cada uno de los cromosomas que tenga la población, siendo el objetivo del algoritmo minimizar dicho error.

3.2.5. Operador de Cruce

El operador de cruce en el modelo propuesto es una parte fundamental a la hora de obtener buenos resultados. Para obtener dos hijos a partir de los dos padres se ha utilizado un operador de cruce diferente dependiendo de la parte del cromosoma que se vaya a cruzar:

- Zona C_{COR} : formada por un vector de valores enteros. En este caso se generan aleatoriamente dos puntos de cruce en dicha parte y aplicamos el operador clásico de cruce en dos puntos (véase Apéndice A).
- Zona MI (C_C y C_{DP} o $C_{D SLIDE}$): formado por un vector de valores reales. Se ha utilizado de nuevo un cruce basado en el concepto de entornos (los descendientes son generados alrededor de los padres) sobre dicha parte del cromosoma. Particularmente, se ha utilizado el operador $BLX-\alpha$ [ES93], con $\alpha=0.5$, ya que este tipo de operadores presentan una buena cooperación cuando son introducidos en modelos evolutivos en los que se fuerza la convergencia presionando sobre los descendientes (como es el caso de CHC). Una descripción más detallada de dicho operador de cruce se encuentra en la Sección 2.2.6 del Capítulo 2.

Un esquema de los operadores de cruce que se aplican a cada parte del cromosoma se pueden ver gráficamente ilustrados en las Figuras 3.4 y 3.5.

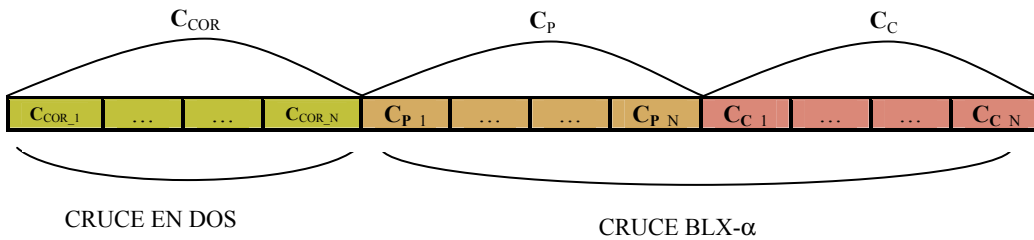


Figura 3.4: Representación genética y esquema de cruce para un modelo tipo basado en defuzzificación con factores de ponderación.

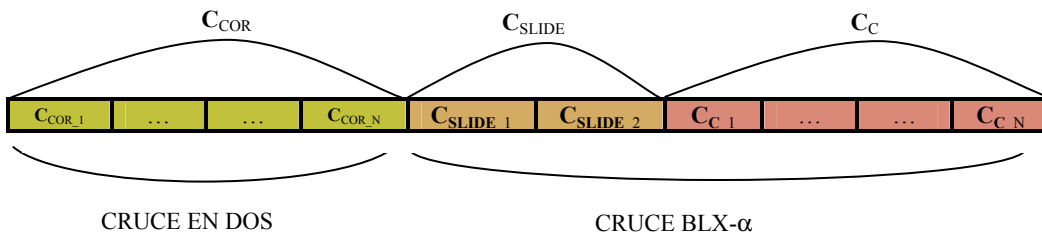


Figura 3.5: Representación genética y esquema de cruce para un modelo tipo basado en defuzzificación SLIDE

En este caso, debido a que existen dos partes diferentes en los cromosomas en cuanto al tipo de datos que contienen, la prevención de incesto se aplica considerando un valor umbral distinto para cada parte: uno para el vector de valores enteros, L_{COR} , y otro para el vector de valores reales, L_{DC} (Véase Sección 2.2.6). L_{COR} y L_{DC} se asignan inicialmente como:

$$L_{COR} = (\#Genes_{C_{COR}} \cdot BITSGENE_e) / 4,0.$$

$$L_{DC} = (\#Genes_{C_P C_C} \cdot BITSGENE) / 4,0.$$

donde $\#Genes_{C_{COR}}$ es el número de Genes de la parte de COR, mientras $\#Genes_{C_P C_C}$ es el número de Genes de la parte real. Al considerar un esquema de codificación entero y real necesitamos transformar cada gen considerando un código *gray* (código binario) con un número fijo de bits por gen ($BITSGENE_e$ para el caso de los enteros y $BITSGENE$ para el caso de los reales), que es determinado por el experto del sistema.

Finalmente, los descendientes son generados de la siguiente forma:

- Si no se aplica ninguno de los operadores de cruce, ningún descendiente es generado.
- Si solo se aplica el operador de cruce $BLX-\alpha$ se generan dos descendientes, copiando la parte C_{COR} de sus padres respectivamente.
- Si solo se aplica el operador de cruce estándar en dos puntos se generan dos descendientes, copiando la parte $C_P C_C$ de sus padres respectivamente.
- Si se aplican dos operadores de cruce ($BLX-\alpha$ y cruce estándar en dos puntos) se generan dos descendientes combinando los dos obtenidos de la parte C_{CORs} y la parte $C_P C_C$

Cuando ningún nuevo individuo se introduce en la población en una generación se decrementa en uno dicha longitud L_{COR} y L_{DC} , de forma independiente.

3.2.6. Mecanismo de Rearranque

Al no utilizarse un operador de mutación se considera un mecanismo de rearranque para evitar los óptimos locales [Esh91]. El operador de rearranque es aplicado cuando alguno de los valores umbral L_{COR} y L_{DC} son menores que 0. En este caso, se mantiene el mejor cromosoma y se copia en todos los demás cromosomas la parte C_{COR} de este mejor cromosoma y los parámetros

de la parte C_P C_C son generados aleatoriamente. Una vez fijada la parte C_{COR} (en el primer rearranque), no tiene sentido seguir usando el umbral L_{COR} .

3.3. Estudio Experimental

Para evaluar el comportamiento del modelo propuesto, se han considerado de nuevo los problemas de distribución *eléctrica* [CHS99] y el problema de degustación del *arroz* [INT+94], descritos en detalle en el Apéndice C.

Como comentamos al principio del presente Capítulo, el conjunto de reglas difusas inicial se obtendrá a partir de métodos de aprendizaje automático como COR [CCH02]. Con el fin de poder comparar con otros métodos de generación de reglas, se mostraran también los resultados para el método de WM [WM92]. Para ello, consideraremos particiones difusas triangulares simétricas.

3.3.1. Metodología de Comparación.

Para evaluar la bondad de la técnica propuesta, se construyen varios modelos difusos sobre los tres problemas citados anteriormente. En esta Sección, se describen los experimentos sobre el controlador difuso inicial aplicando los algoritmos propuestos. Para ello se han realizado varios estudios diferentes para cada problema:

1. Un estudio de los modelos iniciales en el que se parte de aprendizaje de la BR con los métodos de WM y COR. Este último se ha combinado con el uso de reducción o simplificación de reglas, denotados por el subíndice R(reducción), además de haberse utilizado bien el método de WM[WM92] (con dicho subíndice) o el método CH[CH00] (también denotado por este subíndice) para obtener la combinación de antecedentes y consecuentes en dicho método. Por tanto, para el aprendizaje con COR tendremos la siguiente combinación de métodos: COR_{WM} , $COR_{WM,R}$, COR_{CH} , $COR_{CH,R}$.
2. Un estudio sobre el SIDAE basado en un modelo con ajuste local partiendo de BR obtenidas con WM y las distintas combinaciones de COR citadas anteriormente.
3. Un estudio sobre el modelo cooperativo propuesto, combinando el método de WM y COR con sus distintas combinaciones con el fin de

mejorar la precisión de los tres problemas manteniendo su interpretabilidad.

Todo el conjunto de modelos difusos son ilustrados en la Tabla 3.1. En primer lugar, se muestran dos modelos no adaptativos iniciales basados en el Método WM y en el COR en los que se utiliza la t-norma del mínimo como operador de conjunción e implicación y el método WECOA para la defuzzificación. Además para el COR se muestran los errores para reducción de reglas y utilización de los dos métodos para obtener las BRs (WM y CH).

Después se muestran modelos con SIDAEs basados en: realizar el aprendizaje de la BR con WM o con COR y posteriormente aplicarles el SIDAe utilizando distintas combinaciones. Por último, se muestran los modelos cooperativos propuestos, los cuales aprenden la BR y los parámetros del SIDAe al mismo tiempo, también utilizando distintas combinaciones. Notar que en dicha Tabla los modelos cooperativos no están marcados en su columna con la siglas COR debido a que no usan un COR previamente aprendido sino que están dentro de todo el proceso de aprendizaje.

Cabe recordar, que en todos los modelos parametrizados, observando los resultados previos del Capítulo 2 y en [CHMP04] [AHMP06], se ha optado por utilizar un modelo con ajuste local, además de la utilización de la t-norma de Dubois como operador de conjunción y los métodos de defuzzificación paramétricos basados en un funcional tipo producto y SLIDE.

Para llevar a cabo el estudio experimental hemos considerado un modelo de validación cruzada con 30 ejecuciones para cada método, ejecutándose tal como se indicó en la Sección 2.3 del Capítulo 2 para los distintos problemas. Para poder comparar los diferentes modelos difusos obtenidos, se utilizan los ECMs.

Los distintos modelos evolutivos han sido ejecutados con 50 individuos. El operador de cruce utilizado fueron el BLX- α con $\alpha = 0.5$ para la parte real y un cruce clásico en dos puntos tal como se indicó en la Sección 3.2.5 para la parte entera. Los umbrales iniciales fueron puestos a $L/4$, siendo L la longitud de cada parte del cromosoma y con una cantidad diferente de ejecuciones según el modelo y el problema a tratar. En la Tabla 3.2 se muestran específicamente las evaluaciones realizadas en cada modelo.

Tabla 3.1: Modelos Difusos Construidos para el experimento

Abreviatura	WM	COR		Conj Adapt	Defuz Aptat Pesos	Defuz Adapt SLIDE
	BR	Red	WM			
Modelo de Referencia						
WM	•					
COR _{WM}			•			
COR _{CH}				•		
COR _{WM_R}		•	•			
COR _{CH_R}			•	•		
Modelos SIDAEs						
WM + C _{DUBOIS} - D _P	•			•	•	
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	•			•		•
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P			•	•	•	
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}			•	•		•
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P				•	•	
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}				•		•
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _P		•	•	•	•	
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}		•	•	•		•
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _P		•		•	•	
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}		•		•		•
Modelos Evolutivos Cooperativos: BR Evolutivas y SIDAEs						
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P				•	•	
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}				•		•
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P				•	•	
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}				•		•
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _P				•	•	
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}				•		•
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _P				•	•	
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}				•		•

Tabla 3.2: Evaluaciones realizadas por los Modelos Evolutivos

Modelo Difuso	Problemas		
	E_1	E_2	arroz
Modelos SIDAEs			
WM + C _{DUBOIS} - D _P	60.000	60.000	15.000
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	40.000	40.000	10.000
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	60.000	60.000	15.000
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	40.000	40.000	10.000
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	60.000	60.000	15.000
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	40.000	40.000	10.000
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	60.000	60.000	15.000
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	40.000	40.000	10.000
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	60.000	60.000	15.000
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	40.000	40.000	10.000
Modelos Evolutivos Cooperativos: BR Evolutivas y SIDAEs			
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	300.000	300.000	60.000
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	210.000	210.000	45.000
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	300.000	300.000	60.000
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	210.000	210.000	45.000
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	300.000	300.000	60.000
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	210.000	210.000	45.000
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	300.000	300.000	60.000
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	210.000	210.000	45.000

3.3.2. Resultados y Análisis.

En esta subsección se presenta un estudio comparativo de los métodos propuestos para el estudio experimental anteriormente descritos. Los resultados obtenidos por los métodos analizados se muestran en las Tablas 3.3, 3.4 y 3.5 para las aplicaciones E_1 , E_2 y *arroz* respectivamente. Las Tablas muestran en dos columnas ECM_{ent} y ECM_{pru} los errores cuadráticos medios obtenidos sobre los conjuntos de entrenamiento y prueba respectivamente, mientras que la tercera columna #R indica el número medio de reglas. En estas Tablas se destacan aquellos valores que mejor comportamiento muestran.

Tabla 3.3: ECM obtenido para el problema E_1

Modelo	Problema E_1		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
Modelos de Referencia			
WM	211776.66	227444.93	22
COR _{WM}	177152.21	208572.22	22
COR _{CH}	169319.31	201676.34	30
COR _{WM_R}	166337.04	191269.37	15
COR _{CH_R}	164839.04	207922.83	24
Modelos SIDAES			
WM + C _{DUBOIS} - D _P	159333.63	197741.42	22
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	189744.76	204542.41	22
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	145977.28	188229.45	22
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	163604.91	205701.30	22
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	142493.55	205784.21	30
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	156841.78	206658.26	30
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _P	148583,19	183109,48	15
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	157805,62	190087,61	15
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _P	142518.63	201829.57	24
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	155317.02	207855.49	24
Modelos Evolutivos Cooperativos: BR Evolutivas y SIDAES			
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	139743.30	183620.55	22
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	166105.12	204617.02	22
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	141454.78	200499.45	30
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	165079.93	198563.09	30
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _P	141576.41	179463.45	16
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	162945.22	183325.48	16
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _P	140653.66	200967.65	25
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	164352.84	199222.17	25

Tabla 3.4: ECM obtenido para el problema E_2

Modelo	Problema E_2		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
Modelos de Referencia			
WM	56135.74	56359.42	65
COR _{WM}	50710.80	54584.76	65
COR _{CH}	29650.58	36165.93	266
COR _{WM_R}	39530.19	41060.99	43
COR _{CH_R}	26408.54	30224.75	198
Modelos SIDAEs			
WM + C _{DUBOIS} - D _P	22561.77	25492.77	65
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	34220.50	36896.38	65
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	19263.59	21505.39	65
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	31266.89	35147.07	65
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	7897.05	11816.80	266
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14816.85	20945.27	266
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _P	24691.24	27256.20	43
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30015.70	31770.22	43
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _P	11125.89	15598.48	198
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	17325.33	21424.99	198
Modelos Evolutivos Cooperativos: BR Evolutivas y SIDAEs			
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	17902.90	19976.26	65
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	27277.79	29894.86	65
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	4980.20	7793.68	266
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14672.03	20438.21	266
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _P	20123.39	23323.72	50
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	27326.69	30712.29	48
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _P	6079.03	9781.87	201
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	15532.09	21992.52	197

Tabla 3.5: ECM obtenido para el problema *arroz*

Modelo	Problema <i>arroz</i>		
	ECM _{ent}	ECM _{pru}	# R
Modelos de Referencia			
WM	0.013284	0.013119	15
COR _{WM}	0.007979	0.008244	15
COR _{CH}	0.006845	0.007830	32
COR _{WM,R}	0.003367	0.004237	5
COR _{CH,R}	0.003651	0.004920	9
Modelos SIDAEs			
WM + C _{DUBOIS} - D _P	0.001902	0.001882	15
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.002301	0.002157	15
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0.001174	0.001810	15
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001589	0.002058	15
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0.000882	0.001884	32
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001173	0.002376	32
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0.001838	0.002949	5
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001962	0.002921	5
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0.001364	0.003078	9
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001678	0.003212	9
Modelos Evolutivos Cooperativos: BR Evolutivas y SIDAEs			
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0.001151	0.001774	15
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001419	0.001825	15
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0.000825	0.001764	32
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001174	0.002009	32
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0.001171	0.002447	11
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001438	0.002174	11
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0.000866	0.001907	21
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0.001187	0.001993	23

Como podemos apreciar en los resultados de las Tablas precedentes se pueden extraer algunas conclusiones:

a) SIDAE (cooperación entre el SI Adaptativo con la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa):

- La cooperación aportada en el SIDAE son una buena herramienta para mejorar la precisión de los Sistemas Difusos, tal como se indicó en el Capítulo 2, pero además no dependen de la BR de partida. Es decir, se producen claras mejoras independientemente de partir de las BRs aprendidas con WM como con COR con o sin reducción de reglas.
- El aprendizaje evolutivo en el SIDAE con WM mejoran a utilizar sólo COR en los problemas, por tanto, el aprendizaje evolutivo de los parámetros en el MI son una buena herramienta en el diseño de SBRDs tal como se vio en el Capítulo 2.

b) Aprendizaje en modelos evolutivos cooperativos:

- Notablemente, los modelos cooperativos muestran los mejores resultados en el estudio práctico.
- La cooperación entre reglas difusas y SIDAEs es claramente visible cuando comparamos los ECM obtenidos con COR con los presentados con los modelos cooperativos completos.

c) Globalmente:

- Los mejores resultados se muestran donde hay mas grados de libertad: los modelos cooperativos con la t-norma parametrizada y con el método de defuzzificación con factores de ponderación.

3.3.3. Estudio Estadístico.

Para comparar los resultados obtenidos por los diferentes modelos, se ha desarrollado un análisis estadístico. En primer lugar, se computan algunas Tablas con algunos descriptores estadísticos (véanse las Tablas D.19, D.22 y D.25 del Apéndice D), donde se muestran los valores medios, la desviación

estándar, y algunos otros descriptores. Posteriormente se realiza el análisis ANOVA de un factor [And84] para cada modelo que se utilizó en la experimentación. Véanse las Tablas 3.6, 3.7 y 3.8 para E_1 , E_2 y arroz respectivamente.

Dadas las diferencias significativas encontradas para todos los modelos con respecto a los valores medios asociados con los diferentes modelos analizados, se ejecutó un análisis *post-hoc* mediante el test de Tamhane [And84] (véanse las Tablas D.21, D.24 y D.27 en el Apéndice D), con una coeficiente de confianza del 95% debido a que la hipótesis de igualdad de las varianzas fue rechazado en todos los análisis ejecutados para cada método (test de Levene, véanse las Tablas, D.20, D.23 y D.26 en el Apéndice D).

Tabla 3.6: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_1

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	59077417313,671	22	2685337150,622	7,268	0,000
Intra-Grupos	237218428511,704	642	369499109,831		
Total	296295845825,374	664			

Tabla 3.7: Tabla Resumen de ANOVA para el problema E_2 .

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	79575435757,195	22	3617065261,691	179,233	0,000
Intra-Grupos	12956105274,077	642	20180849,337		
Total	92531541031,272	664			

Tabla 3.8: Tabla Resumen de ANOVA para el problema del arroz

	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-Grupos	0,003	22	0,000	119,658	0,000
Intra-Grupos	0,001	647	0,000		
Total	0,004	669			

Resumiendo los resultados dados en las Tablas D.21, D.24 y D.27 que se encuentran en el Apéndice D, se construyen las Tablas 3.9, 3.10, y 3.11 donde se muestran un resumen del test de Tamhane para todos los problemas. El Signo (+) significa que la fila seleccionada (modelo difuso a comparar) mejora la columna (modelo difuso comparado), mientras que el signo (-) significa lo contrario. El signo (\approx) significa que son similares. Las Tablas deben ser leídas comenzando con la lectura de una fila y después de una columna. Por ejemplo

Tabla 3.10: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema E_2

	WM COR _{WM} COR _{CH} COR _{WM_R} COR _{CH_R}	WM + C _{DUBOIS} - D _P WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE} COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE} COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE} COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _P COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE} COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _P COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE} COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE} COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _P COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE} COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _P COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}
WM			
COR _{WM}	r		
COR _{CH}	r	r	
COR _{WM_R}	r	r	r
COR _{CH_R}	r	r	r
WM + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	r	+	+
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	r	+	+
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	r	+	+
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+

Tabla 3.11: Tabla Resumen del test de TAMHANE para el problema *arroz*

	WM	COR _{WM}	COR _{CH}	COR _{WM_R}	COR _{CH_R}	WM+ C _{DUBOIS} - D _P	WM+ C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _P	COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _P	COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _P	COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _P	COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}
WM	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM}	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH}	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM_R}	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH_R}	z	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
WM + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH_R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	z	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	■	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	+	+	+	+	+	+	+	+
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	+	+	+	+	+	+	+	+
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	+	+	+	+	+	+	+	+
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	+	+	+	+	+	+	+	+
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{WM_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _P	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z
COR _{CH_R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	+	+	+	+	+	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z	z

Considerando estas tablas, se puede destacar que:

- Todos los modelos cooperativos propuestos presentan los mejores resultados, en particular, cuando la defuzzificación adaptativa está basada en funcionales de tipo producto (D_P).
- Las mejoras de los ECMs pueden depender de la aplicación concreta, pues en *E₂* y *arroz* aparecen mejores resultados que en *E₁*

3.3.4. Un Ejemplo de Cromosoma Final.

Un ejemplo de la evolución de un cromosoma completo para el problema E_1 se puede apreciar en las Tablas 3.12, 3.13 y 3.14. En la Tabla 3.12 se ha representado el cromosoma partiendo de una BR obtenida por el método de WM (parte superior de la celda), la t-norma adaptativa de Dubois actuando como la t-norma clásica del mínimo ($\alpha=0$) como operador de conjunción (parte central) y el CG ponderado por el grado de emparejamiento con factores de ponderación ($\beta= 1$) como método de defuzzificación (parte inferior) equivalente a utilizar un WECOA estandar.

Tabla 3.12: Cromosoma inicializado con la BR de WM, t-norma del mínimo y defuzzificación adaptativa CG ponderado con el grado emparejamiento ECMent = 202698.35, ECMpru = 210365.15, para el Problema E_1

# R	24	X_2	EP_2	MP_2	P_2	M_2	G_2	MG_2	EG_2							
	X_1															
EP_1	EP_3									MP_3	MP_3	P_3			MP_3	M_3
	0,00									0,00	0,00	0,00			0,00	0,00
	1,00									1,00	1,00	1,00			1,00	1,00
MP_1	EP_3									MP_3	MP_3	G_3	P_3	G_3		
	0,00									0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
	1,00									1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
P_1										MP_3	M_3	P_3	P_3	G_3		
										0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
										1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
M_1		MP_3	P_3	MG_3	EG_3	M_3										
		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00										
		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00										
G_1			M_3													
			0,00													
			1,00													
MG_1																
EG_1				P_3												
				0,00												
				1,00												

Tabla 3.13: Cromosoma óptimo después del proceso de evolución
 ECMtra=138891.40, ECMpru=178889.92, para el Problema E_1 usando C_{DUBOIS}
 - D_P - COR_{WM}

# R	24	X_2	EP_2	MP_2	P_2	M_2	G_2	MG_2	EG_2							
		X_1														
	EP_1									EP_3	EP_3	MP_3	MP_3		MP_3	M_3
										0,05	0,79	0,23	0,04		1,00	0,65
										0,35	2,29	3,89	2,19		3,03	6,18
	MP_1									EP_3	MP_3	P_3	M_3	P_3	G_3	
										0,93	1,00	0,70	0,91	1,00	0,55	
										7,37	9,99	6,34	5,36	0,52	2,28	
	P_1										MP_3	M_3	MP_3	P_3	G_3	
											1,00	0,06	1,00	0,47	0,68	
											0,03	0,01	0,13	0,01	0,01	
	M_1										MP_3	P_3	MG_3	EG_3	M_3	
											0,75	0,58	0,57	1,00	0,16	
											0,00	0,01	0,27	0,49	9,99	
	G_1											M_3				
												0,35				
					0,01											
	MG_1															
	EG_1					P_3										
						0,50										
						9,59										

Por otro lado, en la Tabla 3.13 se muestran los resultados después de haberse producido el proceso evolutivo, es decir, se muestra el mejor cromosoma para una BR COR sin reducción de reglas partiendo de antecedentes y consecuentes obtenidos por WM, junto con los operadores de conjunción y factores de ponderación obtenidos. Finalmente, y con el fin de poder comparar los consecuentes para la BR obtenida, en la Tabla 3.14 se muestran los consecuentes obtenidos si sólo se hubiese utilizado COR sin reducción de reglas para antecedentes y consecuentes obtenidos también con

WM. De esta forma se pueden comparar dichos consecuentes con los de la Tabla 3.13. Las tres Tablas han sido obtenidas utilizando el mismo conjunto de datos.

Tabla 3.14: BR obtenida con la metodología COR. ECMtra=181910.54, ECMpru= 179266.96, para el Problema E_1

# R	24	X_2	EP_2	MP_2	P_2	M_2	G_2	MG_2	EG_2
X_1									
EP_1			EP_3	EP_3	MP_3	MP_3		MP_3	M_3
MP_1			MP_3	MP_3	P_3	M_3	M_3	G_3	
P_1				MP_3	M_3	P_3	P_3	G_3	
M_1				MP_3	P_3	MG_3	EG_3	M_3	
G_1					M_3				
MG_1									
EG_1									P_3

Analizando estas Tablas podemos destacar:

- Comparando las Tablas 3.12 y 3.13, la BR inicial, construida con el método de WM, ha dado lugar a una adaptación que permite una mejora en la precisión muy considerable. Concretamente la BR adaptada, construida con $C_{DUBOIS} - D_P - COR_{WM}$ tiene cinco consecuentes diferentes, es decir, el uso de consecuentes diferentes junto con los parámetros, permiten mayor precisión al modelo difuso lingüístico. Si comparamos la BR obtenida con el método de COR de la Tabla 3.14, con la BR obtenida con $C_{DUBOIS} - D_P - COR_{WM}$ de la Tabla 3.16 se obtienen tres diferencias en cuanto a los consecuentes, lo que corrobora la cooperación entre los

operadores difusos y la BR. Es decir, los consecuentes han sido seleccionados entre aquellos que obtienen la mejor precisión junto a sus operadores adaptativos.

- Estudiando los parámetros de las t-normas (los valores de arriba en las cuadrículas internas en la Tabla 3.13), los valores de α significan que estas reglas están conectadas con el producto algebraico principalmente: hay 6 reglas con $\alpha=1$, y dos más con valores cercanos a 1. En sentido contrario, los valores bajos significan que se está utilizando un operador de conjunción cercano a la t-norma del mínimo: hay cuatro reglas conectadas con el mínimo. Los valores intermedios de α (doce valores) significan que la t-norma adaptativa de Dubois se comporte como una t-norma entre el mínimo y el producto algebraico. De esta forma, cada regla utiliza una t-norma particular adaptada.
- Por otro lado, en cuanto a los factores de ponderación debidos a la Interfaz de Defuzzificación Adaptativa, algunas reglas parecen tener una alta penalización con valores muy bajos de factores de ponderación ($\beta=0$). Por otra parte, sus consecuentes no han sido cambiados por el mecanismo cooperativo evolutivo, por lo que, podríamos pensar que estas reglas no serían necesarias.

3.4. Sumario

En este Capítulo se ha realizado una extensión a los modelos propuestos en el Capítulo 2 basados en el aprendizaje del SI. Esta vez además de añadir parámetros a la Interfaz de Defuzzificación se ha propuesto un modelo en el que se aprende la BR asociada al SBRDs junto a los parámetros del MI. Este modelo propuesto permite cooperar el aprendizaje de la BR y los conectores, de tal forma que aunque localmente cada uno no sea la mejor opción, juntos permiten una gran cooperación. Esta metodología mejora la precisión en comparación con el solo aprendizaje de la BR, sólo el SIAE o el SIDAE.

En la búsqueda de encontrar un balance entre la precisión y la interpretabilidad del MDL, la cooperación entre diferentes elementos es una gran herramienta de ayuda. En este sentido, partiendo de la parametrización

del SI, se ha añadido dos escalones: la parametrización del MI y el aprendizaje de la BR, que juntos trabajando cooperativamente han dado lugar a una mejora importante en la precisión.

Comentarios Finales

Dedicaremos esta sección a la presentación de un resumen de los resultados obtenidos y conclusiones que esta memoria puede aportar. Presentaremos las publicaciones asociadas a esta tesis y comentaremos algunos aspectos sobre trabajos futuros que siguen la línea aquí expuesta y sobre otras líneas de investigación que se pueden derivar.

A. Resumen y Conclusiones

Los SBRDs Lingüísticos tienen su principal virtud en la interpretabilidad, y su principal inconveniente en la menor precisión comparativamente hablando con otros SBRDs. Para resolver muchos problemas además de ser deseable la característica de la interpretabilidad lo es también la una mayor precisión, y por este motivo, existe un campo de estudio y diversos métodos orientados a obtener una mayor precisión de estos sistemas sacrificando sólo en alguna medida su interpretabilidad. En este marco del equilibrio entre precisión e interpretabilidad, concretamente en tratar de conseguirlo utilizando operadores adaptativos en el SI, se sitúa esta tesis. Los siguientes apartados resumen brevemente los resultados obtenidos y presentan algunas conclusiones sobre los mismos.

A.1. Modelos de Ajuste de los Parámetros en la Inferencia y en la Defuzzificación

Partiendo del estudio sobre la parametrización más frecuentemente empleada que es la de la Interfaz de Defuzzificación, se ha introducido el estudio de la parametrización del SI, considerando sus diferentes

posibilidades, los efectos que conlleva su uso, y su eficacia en aplicaciones reales. El ajuste paramétrico se ha llevado a cabo utilizando AEs, estableciéndose así los *Sistemas de Inferencia Adaptativos Evolutivos (SIAE)*.

Posteriormente, partiendo de los resultados citados anteriormente, se ha propuesto un modelo adaptativo que comprende el MI completo, es decir, un paso más en el equilibrio entre precisión e interpretabilidad en el que se mejora la precisión utilizando tanto el SI como la Interfaz de Defuzzificación adaptativos y ajustándolos de forma simultánea mediante AEs, obteniéndose un buen nivel de cooperación entre ambos elementos. Estos sistemas se han denominado *Sistemas de Inferencia y Defuzzificación Adaptativos Evolutivos (SIDAE)*.

A.2. Modelo basado en la Cooperación del Mecanismo de Inferencia y la Base de Reglas

Se propone un modelo que aprende de forma simultánea a partir de un conjunto de ejemplos tanto la BR como el MI, de modo que explota la cooperación entre las reglas y los operadores del sistema, así como entre las reglas entre sí y los dos elementos del MI también entre ellos. De esta forma se consigue no sólo un buen MI para una BR dada (como en el SIDAE), sino una sinergia positiva entre BR y MI, la cual arroja los mejores niveles de precisión del estudio realizado en esta tesis, en este caso sin sacrificio de la interpretabilidad con respecto al modelo precedente en el que sólo el MI es aprendido.

Estos estudios han sido analizados tanto desde un punto de vista teórico como práctico, con tres problemas reales y acompañados de estudios estadísticos que confirman que los nuevos modelos mejoran a los anteriores, siendo pues una alternativa de diseño a considerar.

Finalmente, queremos destacar que, después de realizar diferentes estudios sobre el aprendizaje de los parámetros del MI con la selección de reglas, existe un conjunto de óptimos locales con una alta precisión y que presentan un número diferente de reglas. Esto sugiere que el problema de ajuste-selección es fuertemente multi-modal, y es de especial interés porque dentro de este conjunto de óptimos podríamos buscar las soluciones con menor número de reglas, obteniendo modelos más simples con la misma o similar precisión.

B. Publicaciones Asociadas a la Tesis

Revistas internacionales indexadas en el *Journal Citation Report*:

Alcalá J., Herrera F., Márquez F. y Peregrín A. (2007) Increasing Fuzzy Rules Cooperation Based on Evolutionary Adaptive Inference Systems. *International Journal of Intelligent Systems* 22 (9): páginas 1035-1064.

Márquez F.A., Peregrín A., y Herrera F. (2007) Cooperative Evolutionary Learning of Fuzzy Rules and Parametric Aggregation Connectors for Mamdani Linguistic Fuzzy Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, en imprenta (2007).

Otras revistas internacionales:

Cordón O., Herrera F., Márquez F.A. y Peregrín A. (2004) A Study on the Evolutionary Adaptive Defuzzification Methods in Fuzzy Modelling. *International Journal of Hybrid Intelligent Systems* 1(1): páginas 36-48.

Congresos:

Herrera F., Márquez F.A. y A. Peregrín (*ESTYLF 2006*). Aprendizaje Evolutivo Cooperativo de Reglas y Operadores para Sistemas Difusos Lingüísticos. *Proceedings of the XIII Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy*, Ciudad Real (Spain), páginas 123-128.

Herrera F., Márquez F.A. y A. Peregrín (*ESTYLF 2004*) Cooperación De Reglas Difusas Basada En La Adaptación Evolutiva De Los Operadores De Conjunción y Los Defuzzificadores. *Proceedings of the XII Congreso Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy*, Jaén (Spain), páginas 231-236.

Herrera F., Márquez F.A. y Peregrín A. (September 2003) Genetic Adaptation of Rule Connectives and Conjunction Operators in Fuzzy Rule Based Systems: An Experimental Comparative Study. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology*, Zittau, páginas 100-104,.

Cordón O., Herrera F., Márquez F.A. y Peregrín A. (Septiembre 2002) Estudio de los Métodos de Defuzzificación Adaptativos Evolutivos en Sistemas Basados en Reglas Difusas. *Actas XI Congreso Español Sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy*, León (Spain), páginas 429-435.

C. Líneas de Investigación Futuras

A continuación se señalan algunas líneas de trabajo futuras a partir de los resultados y conclusiones obtenidas en esta memoria.

C.1 Analizar Sinergia entre Modelos MI Adaptativos con otros Modelos de Aprendizaje de la BC.

En la literatura especializada existen gran variedad de propuestas de diferentes modelos de aprendizaje de la BC según distintos criterios. Bajo el epígrafe de esta línea de trabajo futura se propone estudiar la posibilidad de combinar estos modelos de aprendizaje con los instrumentos desarrollados en esta tesis en el ámbito del MI adaptativo evolutivo. Se trata pues de analizar qué tipo de modelos o qué propuestas particulares de aprendizaje de la BC combinadas con el MI adaptativo evolutivo podrían ser válidos para obtener nuevos modelos de aprendizaje que generen sistemas difusos en los que tanto la BC como el MI colaboren para conseguir mejores niveles de precisión e interpretabilidad.

C.2 Analizar la Influencia de los MI Adaptativos en el Aprendizaje de la BC.

La BC de un sistema difuso se puede obtener separando en dos procesos de aprendizaje diferentes el correspondiente a cada uno de sus elementos: la BD y la BR. Aprender la BD consiste en encontrar la forma de las funciones de pertenencia y otros componentes tales como los factores de escala, la granularidad de las particiones difusas de las variables, etc. Este proceso se puede llevar a cabo de dos formas: una consistiría en aprender la mejor BD a priori mediante un proceso evolutivo, y posteriormente encontrar la BR mediante otro proceso de aprendizaje. La otra posibilidad es aprender la BD mediante un proceso evolutivo que aprenda también la BR correspondiente, y evalúe en dicho proceso a ambas simultáneamente [CHV01a].

Una línea prometedora relacionada con lo expuesto consiste en estudiar la integración del MI adaptativo en los procesos evolutivos de aprendizaje de la BD anteriormente descritos. En esta tesis doctoral, el modelo cooperativo aprende los operadores del MI al tiempo que la BR, por lo que esta línea de trabajo futuro que se propone supone explorar la otra vía lógica de combinar la

adaptación del MI con cada uno de los componentes de la BC, siempre orientado a conseguir mejoras en la precisión. Además, y basándonos en propuestas como la de Hoffmaifar y McCormick [HM95], se estudiará también la integración del MI adaptativo con mecanismos para la obtención la propia BC completa, siendo este un camino particularmente interesante por lo prometedor de los resultados que podría proporcionar y lo completo de un modelo de estas características.

C.3 Utilización de AGs Multiobjetivo para la búsqueda del equilibrio entre Precisión e Interpretabilidad.

Los AGs multiobjetivo son actualmente una técnica muy empleada para resolver problemas de optimización en los que más de un objetivo debe satisfacerse al mismo tiempo, proporcionando, en lugar de una solución única, un conjunto de ellas que son óptimas entre los objetivos que se desean alcanzar. Este principio es especialmente interesante en el marco del equilibrio entre precisión e interpretabilidad de los sistemas difusos. En esta línea futura, se propone utilizar AGs multiobjetivo que utilicen objetivos relacionados tanto con la precisión como con la interpretabilidad y la complejidad para obtener un modelo de aprendizaje evolutivo multiobjetivo basado en el MI estudiado en esta tesis doctoral, que pueda generar un conjunto de modelos difusos con un balance apropiado entre precisión e interpretabilidad.

Apéndice A

Algoritmos Evolutivos

Este apéndice se dedica a describir las líneas generales en las que se basa la Computación Evolutiva [Bäc96] puesto que todos los métodos de MDLE propuestos en esta memoria están basados en el uso de Estrategias de Evolución y Algoritmos Genéticos.

A.1. Introducción

La Computación Evolutiva trata de la simulación de algunos aspectos de la evolución de la naturaleza para resolver problemas mediante el ordenador. Los AEs son los modelos computacionales de la Computación Evolutiva. Los cuatro tipos de AEs son:

- Los Algoritmos Genéticos (AGs)
- Las Estrategias de Evolución (EEs)
- La Programación Evolutiva, y
- La Programación Genética.

Estos cuatro tipos de algoritmos tienen en común el hecho de modelar dentro de una población los procesos de reproducción, variación aleatoria, competición y selección de individuos rivales, de modo que la evolución ocurre al darse estos hechos como en la naturaleza.

Para el aprendizaje de los parámetros de las propuestas realizadas en el Capítulo 2 y 3, emplearemos Estrategias de Evolución y Algoritmos Genéticos (las primeras para aquellas propuestas que utilicen un solo parámetro y los segundos para los que utilicen varios parámetros) cuyo funcionamiento va a ser descrito en las siguientes subsecciones.

A.2. Algoritmos Genéticos

Los Algoritmos Genéticos son algoritmos de búsqueda de propósito general que se basan en principios inspirados en la genética de las poblaciones naturales para llevar a cabo un proceso evolutivo sobre soluciones de problemas. Fueron inicialmente propuestos por Holland [Hol75] y han sido posteriormente estudiados en profundidad por otros autores [Gol89, Mic96]. Los Algoritmos Genéticos han demostrado ser, tanto desde un punto de vista teórico como práctico, una herramienta óptima para proporcionar búsqueda robusta en espacios complejos, ofreciendo un enfoque válido para solucionar problemas que requieran una búsqueda eficiente y eficaz.

Los Algoritmos Genéticos se han aplicado con mucho éxito en problemas de búsqueda y optimización. La razón de gran parte de este éxito se debe a su habilidad para explotar la información que van acumulando sobre el espacio de búsqueda que manejan, desconocido inicialmente, lo que les permite redirigir posteriormente la búsqueda hacia subespacios útiles. La *capacidad de adaptación* que presentan es su característica principal, especialmente en espacios de búsqueda grandes, complejos y con poca información disponible, en los que las técnicas clásicas de búsqueda (enumerativas, heurísticas, ...) no presentan buenos resultados.

La idea básica de estos algoritmos consiste en mantener una población de individuos que codifican soluciones del problema. Dichos individuos emplean una representación genética para codificar los valores de las características parciales que definen las distintas soluciones. Debido a ello, cada individuo recibe el nombre de *cromosoma* y cada una de sus componentes el de *gen*.

Los cromosomas se generan inicialmente a partir de la información disponible sobre el problema, o bien de un modo aleatorio cuando no se dispone de esta información, y la población se hace evolucionar a lo largo del tiempo mediante un proceso de competición y alteración controlada que emula los procesos genéticos que tienen lugar en la naturaleza. A lo largo de sucesivas iteraciones, denominadas *generaciones*, los cromosomas se ordenan con respecto a su grado de adaptación al problema, es decir, con respecto a lo

bien que resuelven dicho problema y, tomando como base estas evaluaciones, se construye una nueva población mediante un proceso de *selección* y una serie de operadores genéticos tales como el *cruce* y la *mutación*. Como en todos los AEs, es necesario diseñar una *función de adaptación* para cada problema que se desee resolver. Dado un cromosoma de la población, esta función devuelve un único valor numérico que se supone proporcional al grado de bondad de la solución que dicho cromosoma codifica. Esta función es la encargada de guiar al Algoritmo Genético por el espacio de búsqueda. Por esta razón, debe estar bien diseñada para que sea capaz, no sólo de distinguir de un modo claro los individuos bien adaptados de los que no lo están, sino también de ordenar éstos en función de su capacidad para resolver el problema.

La Figura A.1, en la que $P(t)$ denota la población en la generación t , muestra la estructura general de un Algoritmo Genético básico.

A continuación, comentaremos brevemente los aspectos básicos relacionados con los Algoritmos Genéticos, la representación de las soluciones, el mecanismo de selección y los operadores de cruce y mutación.

Procedimiento Algoritmo Genético

EMPEZAR

$t = 0$;

inicializar $P(t)$;

evaluar $P(t)$;

MIENTRAS NO (condicion de parada) HACER

EMPEZAR

$t = t + 1$;

seleccionar $P'(t)$ a partir de $P(t - 1)$;

cruzar y mutar $P'(t)$;

evaluar $P(t)$;

FIN

FIN

Figura A.1: Estructura básica de un algoritmo genético

A.2.1. Representación de las Soluciones

El esquema de representación o codificación es un factor clave en la aplicación de los Algoritmos Genéticos, ya que éstos manipulan directamente una representación codificada del problema y, en consecuencia, el esquema escogido puede limitar de una forma muy severa la ventana desde la cual el Algoritmo Genético afronta el problema. Existen distintos esquemas generales de codificación entre los que destacan los siguientes:

1. La *codificación binaria*: Es la más antigua de todas las existentes [Hol75, Gol89]. Se basa en la representación de los cromosomas como cadenas de bits de modo que, dependiendo del problema, cada gen del cromosoma puede estar formado por una subcadena de varios bits.
2. La *codificación real*: La codificación binaria presenta una serie de inconvenientes importantes cuando se trabaja con problemas que incluyen variables definidas sobre dominios continuos: excesiva longitud de los cromosomas, falta de precisión, etc. En los últimos años, se ha estudiado ampliamente la codificación real [HLV98b], más adecuada para este tipo de problemas. En este esquema de representación, cada variable del problema se asocia a un único gen que toma un valor real dentro del intervalo especificado, por lo que no existen diferencias entre el genotipo (la codificación empleada) y el fenotipo (la propia solución codificada). Gracias a esta propiedad se solucionan los problemas comentados.
3. La *codificación basada en orden*: Este esquema está diseñado específicamente para problemas de optimización combinatoria en los que las soluciones son permutaciones de un conjunto de elementos determinado [Gol89, Mic96]. Como ejemplos de este tipo de problemas podemos citar los conocidos problemas del viajante de comercio y del coloreado de grafos.

Además de estos esquemas generales de representación, se pueden emplear muchos otros particulares al tipo de problema que se esté resolviendo, siempre que sea necesario.

Por otro lado, la función de evaluación desempeña, al igual que el esquema de codificación, un papel determinante en el AG al guiar el proceso evolutivo dentro del espacio de búsqueda. Esta función debe estar bien diseñada para ser capaz no sólo de distinguir individuos bien adaptados, sino también de ordenarlos en función de su capacidad para resolver el problema.

A.2.2. El Mecanismo de Selección

El mecanismo de selección es el encargado de seleccionar la población intermedia de individuos la cual, una vez aplicados los operadores de cruce y mutación, formará la nueva población del AG en la siguiente generación. De este modo, si notamos por P la población actual formada por n cromosomas, C_1, \dots, C_n , el mecanismo de selección se encarga de obtener una población intermedia P', formada por copias de los cromosomas de P (véase la Figura A.2). El número de veces que se copia cada cromosoma depende de su adecuación, por lo que generalmente aquellos que presentan un valor mayor en la función de adaptación suelen tener más oportunidades para contribuir con copias a la formación de P'.

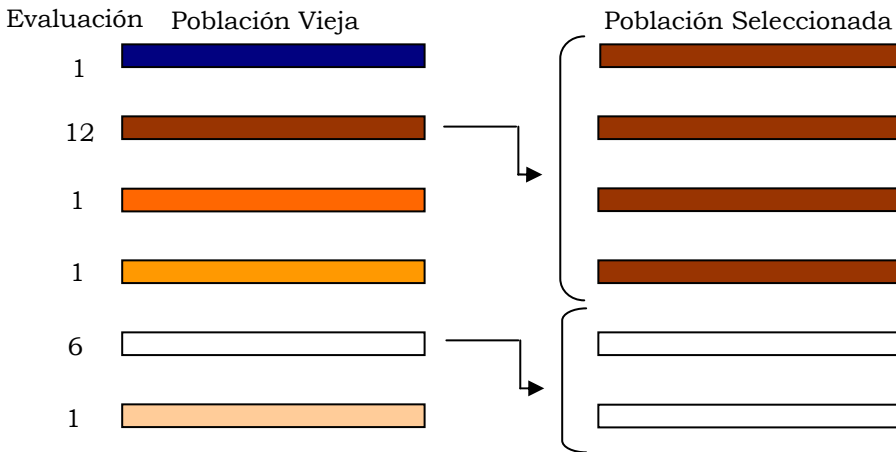


Figura A.2: Ejemplo de aplicación del mecanismo de selección

Existen diferentes formas de poner en práctica la selección [BS91]. Por ejemplo, puede establecerse un paralelismo entre la población y una ruleta, en la que cada cromosoma está representado por un sector de la misma cuyo tamaño es proporcional a la adaptación de dicho cromosoma. Los cromosomas se seleccionan girando la ruleta tantas veces como individuos tengamos que seleccionar para formar la población intermedia. Este mecanismo de selección es uno de los más conocidos y se denomina *muestreo estocástico con reemplazamiento*. Uno de los más eficientes es el *muestreo universal estocástico*, propuesto por Baker en [Bak87], en el cual el número de copias de

cada individuo en la población intermedia está acotado inferior y superiormente por un número de copias esperado calculado en función de su adaptación.

El mecanismo de selección puede ser complementado por el *modelo de selección elitista*, basado en mantener un número determinado de los individuos mejor adaptados de la población anterior en la nueva población (la obtenida después de llevar a cabo el proceso de selección y de aplicar los operadores de cruce y mutación) [Gol89, Mic96].

A.2.3. El Operador de Cruce

Este operador constituye un mecanismo para compartir información entre cromosomas. Combina las características de dos cromosomas padre para obtener dos descendientes, con la posibilidad de que los cromosomas hijo, obtenidos mediante la recombinación de sus padres, estén mejor adaptados que éstos. No suele ser aplicado a todas las parejas de cromosomas de la población intermedia sino que se lleva a cabo una selección aleatoria en función de una determinada probabilidad de aplicación, la *probabilidad de cruce*, P_c .

El operador de cruce juega un papel fundamental en el AG. Su tarea es la de *explotar el espacio de búsqueda* refinando las soluciones obtenidas hasta el momento mediante la combinación de las buenas características que presenten. Como ya hemos comentado, tanto la definición del operador de cruce como la del operador de mutación dependen directamente del tipo de representación empleada. Por ejemplo, trabajando con el esquema de codificación binario, se suele emplear el clásico *cruce simple* en un punto, basado en seleccionar aleatoriamente un punto de cruce e intercambiar el código genético de los dos cromosomas padre a partir de dicho punto para formar los dos hijos (véase Figura A.3), o el *cruce mutipunto*, que procede como el anterior pero trabajando sobre dos o más puntos de cruce.

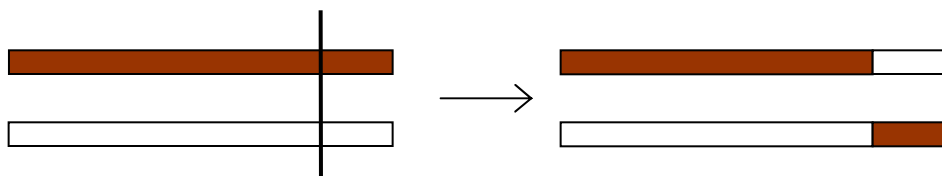


Figura A.3: Ejemplo de aplicación del operador de cruce simple en un punto

También se pueden emplear ambos operadores cuando se trabaja con el esquema de codificación real, aunque existe una serie de operadores diseñados para su uso específico con esta representación [HLV98b]. Entre éstos, destacaremos una familia de operadores que manejan técnicas basadas en Lógica Difusa para mejorar el comportamiento del operador de cruce [HLV97]. Como ejemplo de estos operadores, introduciremos el operador de cruce max-min-aritmético. Dados dos cromosomas de la población $P(t)$, $C_v^t = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_H)$, y $C_w^t = (c'_1, \dots, c'_k, \dots, c'_H)$, que van a ser cruzados, este operador genera los cuatro descendientes siguientes:

$$C_1^{t+1} = a C_w^t + (1-a) C_v^t$$

$$C_2^{t+1} = a C_w^t + (1-a) C_w^t$$

$$C_3^{t+1} \text{ con } C_{3k}^{t+1} = \min \{c_k, c'_k\}$$

$$C_4^{t+1} \text{ con } C_{4k}^{t+1} = \max \{c_k, c'_k\}$$

y escoge los dos mejor adaptados para formar parte de la nueva población. El parámetro a empleado en los dos primeros puede definirse como constante a lo largo de toda la ejecución del AG o variable dependiendo de la edad de la población.

A.2.4. El Operador de Mutación

Este segundo operador altera arbitrariamente uno o más genes del cromosoma seleccionado con el propósito de aumentar la diversidad de la población. Todos los genes de los cromosomas existentes están sujetos a la posibilidad de mutar de acuerdo a una probabilidad de mutación P_m .

En este caso, la propiedad de búsqueda asociada al operador de mutación es la *exploración*, ya que la alteración aleatoria de una de las componentes del código genético de un individuo suele conllevar el salto a otra zona del espacio de búsqueda que puede resultar más prometedora.

El operador de mutación clásicamente empleado en los AGs con codificación binaria se basa en cambiar el valor del bit seleccionado para mutar por su complementario en el alfabeto binario, tal y como recoge la Figura A.4.

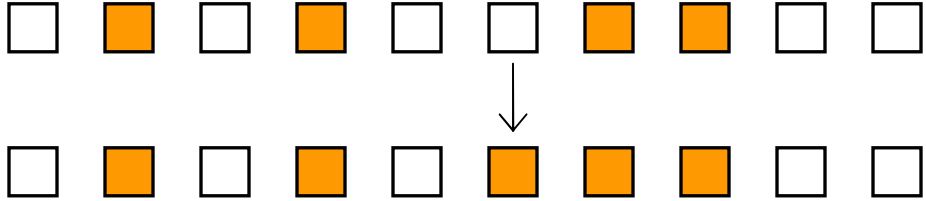


Figura A.4: Ejemplo de aplicación del operador de mutación.

Este operador puede trasladarse al campo de los AGs con codificación real, de forma que el nuevo valor del gen mutado se escoja aleatoriamente dentro del intervalo de definición asociado. Al igual que en el caso del operador de cruce, existen distintos operadores de mutación específicos para trabajar con esta codificación [HLV98b, Mic96]. De entre ellos destacaremos el operador de mutación *no uniforme* propuesto por Michalewicz en esta última referencia, el cual ha demostrado buen comportamiento en numerosas aplicaciones basadas en la codificación real. A continuación, describimos su modo de trabajo.

Dado un cromosoma de la población $P(t)$, $C_v^t = (c_1, \dots, c_k, \dots, c_H)$, y uno de sus genes, c_k , $k \in 1, \dots, H$, definido en $[c_{ki}, c_{kd}]$, seleccionado para ser mutado, el cromosoma obtenido tras la mutación presenta la forma $C_v^{t+1} = (c_1, \dots, c'_k, \dots, c_H)$ con

$$c'_k = \begin{cases} c_k - \Delta(t, c_k - c_{ki}), & \text{si } p = 0 \\ c_k + \Delta(t, c_k - c_{kd}), & \text{si } p = 1 \end{cases}$$

donde p es un número aleatorio generado en $\{0, 1\}$ y la función $\Delta(t, y)$ devuelve un valor en el intervalo $[0, y]$, de modo que la probabilidad de que $\Delta(t, y)$ sea cercana a 0 aumenta cuando lo hace el contador de generaciones t :

$$\Delta(t, y) = y \left(1 - r \left(1 - \frac{t}{T} \right)^b \right)$$

donde, a su vez, r es un número aleatorio generado en $[0,1]$, T es el número de generaciones durante las que se ejecutará el AG y b es un parámetro escogido por el usuario que determina el grado de dependencia existente con respecto al número de generaciones. Esta propiedad da lugar a que el operador lleve a cabo una búsqueda uniforme en el espacio cuanto t es pequeña, es decir, en las primeras iteraciones, y una mucho más localizada en generaciones posteriores.

A.3. Estrategias de Evolución

Fueron propuestas por Rechenberg y Schwefel [BS95, Sch95] con el objetivo de obtener sistemas que fueran capaces de resolver problemas complejos de optimización con parámetros reales. Normalmente, las mutaciones se producen sumando a cada componente a mutar un valor generado según una distribución normal. La selección suele ser determinista, de forma que un individuo mutado pasará a la siguiente generación sólo en el caso de que su valor de adaptación sea superior al del individuo original. Las EEs incluyen un mecanismo de autoadaptación de los parámetros de la estrategia de búsqueda en el proceso evolutivo, es decir, buscan en el espacio de soluciones y en el de parámetros de la estrategia simultáneamente.

Las EEs que emplearemos para aprender los parámetros de las propuestas en las que se busca la solución a un solo parámetro (adaptación local) son las llamadas EE-(1+1). Se basan en el manejo de sólo dos individuos por generación, un padre y un descendiente. El algoritmo hace evolucionar al padre aplicando un determinado operador de mutación a cada uno de sus componentes. Si la adaptación realizada ha tenido éxito, es decir, el hijo está mejor adaptado que el padre según el valor de ambos en la función de adaptación, entonces el hijo sustituye al padre en la siguiente generación. El proceso se repite hasta que se verifica una determinada condición de parada que habitualmente consiste en que el proceso se establezca durante un número de generaciones determinado.

El operador de mutación *mut* está formado por dos componentes. El primero de ellos, μ_{σ} , es el encargado de adaptar el valor de la desviación típica σ , mediante la denominada *regla de éxito 1/5 de Rechenberg*:

$$\sigma' = \mu_{\sigma} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sqrt[3]{c}}, & \text{si } p > 1/5 \\ \sigma \cdot \sqrt[3]{c}, & \text{si } p < 1/5 \\ \sigma, & \text{si } p = 1/5 \end{cases}$$

donde n es la dimensión del vector solución, p es la frecuencia relativa de mutaciones efectuadas con éxito y c es una constante que determina la cantidad en la que se actualiza σ .

El segundo, μ_x , es el que lleva a cabo la mutación de los componentes del vector de números reales sumando a cada uno de ellos un valor aleatorio z_i distribuido según una normal de media 0 y desviación típica σ' :

$$x' = \mu_x(x) = (x_1 + z_1, \dots, x_n + z_n),$$

donde $z_i \sim N(0, \sigma')$.

Apéndice B

Sistemas Basados en Reglas Difusas Evolutivos

En los últimos años, la investigación en el campo de los Sistemas ha evolucionado hasta dar lugar a un marco de trabajo más general que contempla la integración de la Lógica Difusa con otras técnicas tales como los AEs [Bác96], las Redes Neuronales y el Razonamiento Probabilístico. Esta nueva área recibe el nombre de Computación Flexible² [Bon97].

En concreto, la combinación de la Lógica Difusa y los AEs ha obtenido unos resultados muy prometedores en los últimos años [CHL96, CLH97a, CLH97b, CHHM01, HV96, Ped97, SSZ97, Tet95]. La definición automática de un Sistema Difuso se puede afrontar como un proceso de optimización o búsqueda, y los AEs, en particular los AGs, están considerados en la actualidad como la técnica de búsqueda global más conocida y empleada. Además, la codificación genética que emplean les permite incorporar conocimiento a priori de una forma muy sencilla y aprovecharlo para guiar la búsqueda. Todas estas razones han incrementado el empleo de los AEs para el diseño de Sistemas Difusos a lo largo de los últimos años, lo que ha dado lugar a la creación de los Sistemas Difusos Evolutivos [CH95, CHHM01, HM97].

² El término castellano Computación Flexible es una traducción del término inglés Soft Computing

Un Sistema Difuso Evolutivo es un método de diseño automático de Sistemas Difusos basado en AEs. Dentro de este gran grupo, los más conocidos y estudiados son los denominados SBRDEs [CH95, CHHM01, GH97, HM97], en los que se hace uso de los AEs para obtener de un modo automático la totalidad o una parte de la BC o los operadores que intervienen en el proceso de Inferencia del SBRD (la Figura B.1 ilustra esta idea). Existen distintos tipos según que la tarea de diseño que lleven a cabo sea la definición de las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos de las reglas (la BD, en el caso de los SBRDs lingüísticos), la obtención de las propias reglas (la BR lingüística, en el caso de los SBRDs lingüísticos), ambas a la vez (la BC completa en el caso de los SBRDs lingüísticos o la BRD en el caso de los SBRDs aproximativos), o la elección de los operadores de conjunción e implicación en el SI y métodos de defuzzificación que se emplean en los SBRDs lingüísticos.

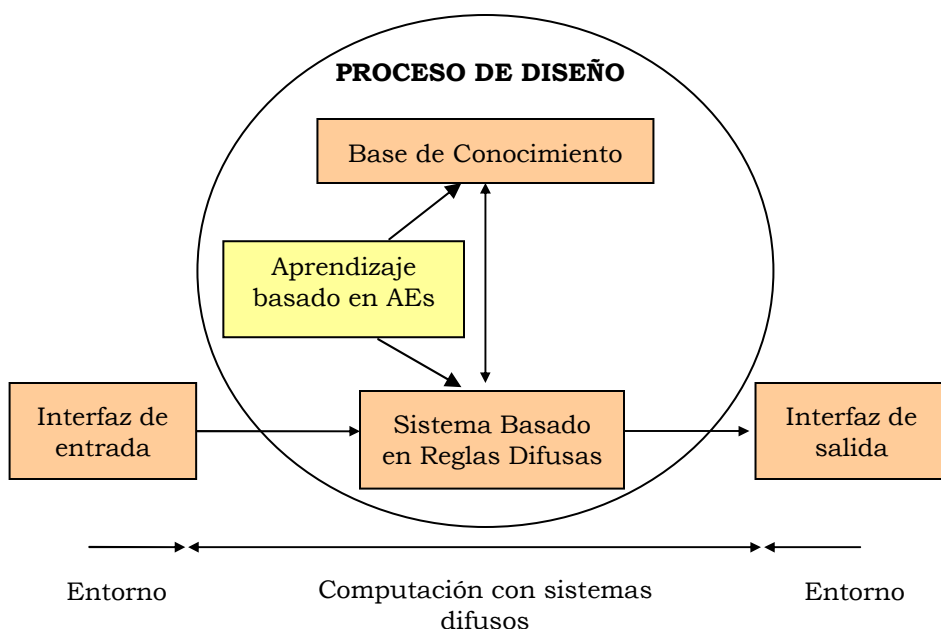


Figura B.1: Sistemas basados en reglas difusas evolutivas

Aunque los AEs no son algoritmos de aprendizaje, ofrecen una metodología de búsqueda potente e independiente del dominio que puede ser aplicada a gran cantidad de tareas de aprendizaje. De hecho, los AEs han sido muy utilizados en problemas de aprendizaje automático de reglas de producción a partir de conjuntos de ejemplos [Gre94]. Esto se debe a que los individuos, cuando representan conocimiento, se pueden tratar al mismo tiempo como

datos que son manipulados por el AE y como código ejecutable que lleva a cabo cierta tarea [Mic96].

Los AEs se han utilizado fundamentalmente para el aprendizaje de reglas, existiendo tres enfoques de aplicación. De ellos, dos son clásicos y han sido muy usados a lo largo de los últimos años, mientras que el tercero ha aparecido recientemente tratando de combinar las mejores características y de resolver los distintos problemas de los dos anteriores. Los dos primeros enfoques, Michigan y Pittsburgh, propuestos respectivamente en [Boo82, HR78] y [Smi80], se diferencian principalmente en el esquema de representación. Mientras que en el enfoque Michigan cada cromosoma codifica una única regla y la solución final al problema está formada por la última población obtenida por el AE al completo, en el enfoque Pittsburgh, los cromosomas corresponden a bases de reglas completas, por lo que la solución al problema de aprendizaje está compuesta finalmente por el mejor cromosoma de la última población. En cambio, en el tercero de los enfoques, el de Aprendizaje Iterativo de Reglas [CH97, GH97, Ven92], cambia un poco la filosofía de trabajo. Al igual que en el enfoque Michigan, cada cromosoma codifica una regla individual, con lo que el proceso evolutivo se hace a nivel de regla y no de base de reglas, pero el único individuo considerado para formar parte de la solución final es el mejor adaptado de la última población.

Para el caso de la BD de un SBRDE, los AEs se han utilizado fundamentalmente para adaptar las definiciones de los factores de escala y de las funciones de pertenencia, considerando definiciones parametrizadas de los mismos, además de para adaptar los contextos. Estos métodos parten de una BR lingüística ya derivada que no van a modificar (véase la Figura B.2). En este caso, no tiene sentido hablar de los enfoques anteriores ya que lo que se codifica en cada individuo del AE es la definición completa de la BD. Ejemplos de SBRDEs que ajustan la BD son [BKC96, GGP98, Gür99, HLV95, HS96, Kar91a, Kar91b, KG93, KKK94, LM94, Mag97, NL94].

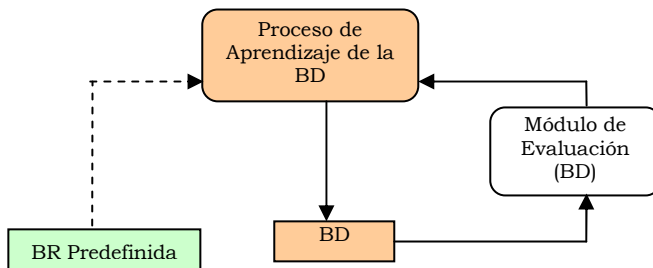


Figura B.2: Ajuste de la BD

El aprendizaje de la BR mediante SBRDEs asume la existencia de un conjunto de funciones de pertenencia en la BD al que las reglas se refieren mediante etiquetas lingüísticas (véase la Figura B.3). Algunos ejemplos de SBRDEs que aprenden la BR son [Bon96, CdJHL99, GIP99, HP97, INM99, PK91, Thr91, VR91].

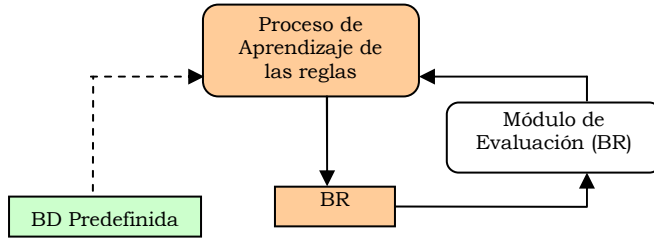


Figura B.3: Ajuste de la BR

Existen también otras propuestas de SBRDEs que aprenden la BC en su totalidad [BAB01, CFM96, CH97, CH01, MMH97, MV97, PB93, PKL94, Vel98] (ver la Figura B.4).

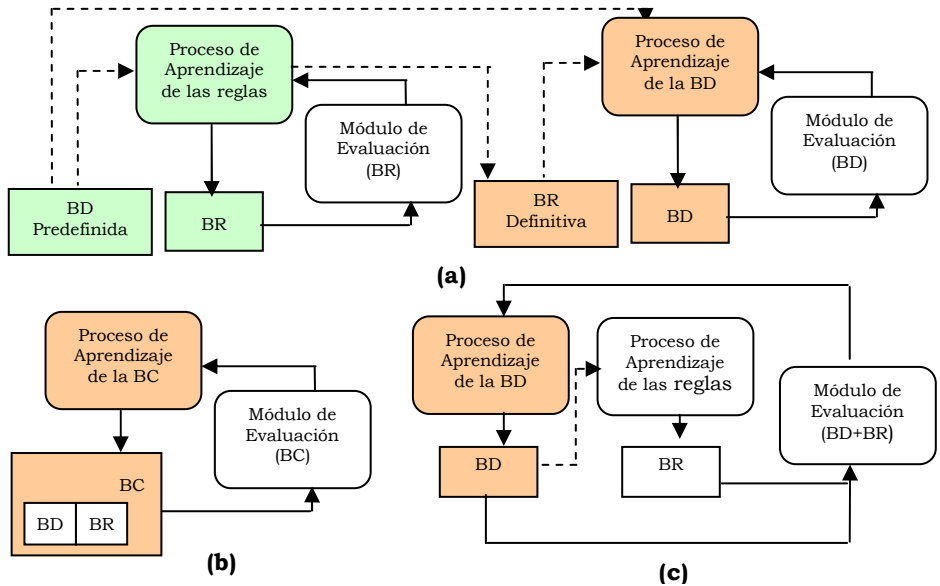


Figura B.4: Aprendizaje de la BC en su totalidad

Por otro lado, los AEs han sido utilizados en problemas de aprendizaje en la elección de los distintos operadores que intervienen en el proceso de inferencia distintos a la obtención de la BC. En este caso, dos partes en los SBRDs deben ser considerados, el SI y la Interfaz de Defuzzificación. Diferentes estudios han estudiado su influencia en los SBRDs (véase [CHP97a,CHP00] entre otros). En particular la elección de estos componentes debe ser considerada para obtener modelos difusos más precisos manteniendo su interpretabilidad.

Los AEs se han utilizado fundamentalmente para la elección de los métodos de defuzzificación adaptativos en el aprendizaje de los parámetros que lo modelan [Hon95, SL96, JS99, KCL02]. En [CHMP04] se puede encontrar un estudio de las diferentes aproximaciones de métodos de defuzzificación adaptativos evolutivos en el modelado difuso.

En el mismo sentido, la parametrización del SI también ha producido bastante interés, y algunas contribuciones pueden encontrarse en [Ber98, JS99, BK99, BK03, HMP03, Wha03]. Estas contribuciones hacen un estudio en el uso de expresiones parametrizadas en el SI, también llamadas Sistemas de Inferencia Adaptativas.

Para estas propuestas de SBRDEs que aprenden el conjunto de parámetros del SI y la Interfaz de Defuzzificación (CPID) se pueden completar con el aprendizaje de la BC, para ello basta con incorporar a cualquiera de los modelos vistas de las Figuras B.2, B.3 y B.4 el aprendizaje del MI. Un modelo general se puede apreciar en la Figura B.5, donde al aprendizaje de la BC se le ha incorporado el aprendizaje de los parámetros del MI (CPID).

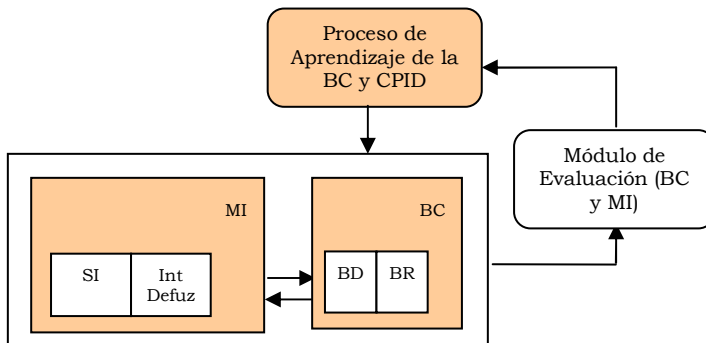


Figura B.5: Aprendizaje de la BC y el CPID

Apéndice C

Problemas de Modelado Considerados

Este último Apéndice contiene una descripción de los aspectos de experimentación considerados y de las aplicaciones de modelado empleadas en los diferentes estudios experimentales desarrollados a lo largo de esta memoria.

C.1. Aspectos Generales de la Experimentación

Con la intención de realizar un análisis comparativo objetivo hemos considerado un marco común en toda la experimentación realizada, definido por los siguientes aspectos:

- Función objetivo – En todos los métodos de búsqueda analizados hemos empleado el mismo criterio para valorar la calidad de las soluciones generadas. El criterio seguido es minimizar el error cuadrático medio sobre el conjunto de entrenamiento:

$$\frac{1}{N} \sum_{\lambda=1}^N (F(\mathbf{x}_1^{\lambda}, \Lambda, \mathbf{x}_n^{\lambda}) - y^{\lambda})^2,$$

donde $F(x_1^\lambda, \Lambda, x_n^\lambda)$ es la salida obtenida a partir del SBRD cuando se considera x^λ como entrada y y^λ es la salida deseada conocida.

- BD inicial – En todos los métodos de aprendizaje que precisen la definición de una BD inicial (por ejemplo, porque deriven la BR) se empleará la misma BD. Estará constituida por particiones difusas uniformemente distribuidas en cada variable. Dichas particiones se caracterizan por emplear funciones de pertenencia triangulares, tener la misma distancia entre los vértices de dos funciones de pertenencia consecutivas y ser la suma de los grados de pertenencia a cada conjunto difuso igual a uno para cualquier valor del universo de discurso. El número de términos lingüísticos (etiquetas lingüísticas) y el universo de discurso de cada variable dependerá del problema y la técnica de aprendizaje empleados.
- Modelo de experimentación – Los experimentos se han realizado considerando un modelo de validación cruzada de 5 particiones, es decir, se han generado 5 particiones aleatorias a partir del conjunto de datos al 20% y se combinan cuatro de ellas (80%) para formar el conjunto de entrenamiento y la restante se utiliza para prueba, obteniéndose 5 particiones distintas. Para cada una de las 5 particiones cada método se ha ejecutado 6 veces, lo que supone 30 ejecuciones de cada método en total.

C.2. Descripción de las Aplicaciones Consideradas

En esta memoria abordaremos dos problemas de distribución de energía eléctrica: la relación de algunas características de ciertos pueblos con la extensión actual de la línea de baja tensión contenidas en ellos y la relación del costo de mantenimiento de la red de media tensión instalada en ciertas ciudades con sus características. En ambos casos, es necesario que, además de que los modelos sean numéricamente precisos en el problema a resolver, sean capaces de explicar también cómo se calcula un valor específico para cierto pueblo o ciudad. Esto es, resulta interesante que estas soluciones sean interpretables por seres humanos en cierto grado. La Tabla C.1 recoge un resumen de las principales características de los dos problemas de distribución de energía *eléctrica*.

Tabla C.1: Principales características de los dos problemas de distribución de energía eléctrica.

Aplicación	Complejidad	#V	#Entr	#Prue	#P
Longitud de líneas de baja tension	Alta	2	396	99	5
Costo de líneas de media tension	Media-alta	4	847	212	5

#V= número de variables de entrada, #Entr= tamaño del conjunto de entrenamiento, #Prue= tamaño del conjunto de prueba, #P = número de particiones de ejemplos considerados.

Además, trataremos un problema característico, el problema de degustación del arroz (*arroz*). Se trata de dar un valor a determinados platos de *arroz* según sus características (sabrosidad, apariencia, sabor, viscosidad y dureza)

A continuación describiremos estos tres problemas.

C.2.1. Estimación de la Longitud de las Líneas de Baja Tensión

Algunas veces existe la necesidad de medir la longitud de las líneas de electricidad que tiene una compañía eléctrica. Esta medida puede ser muy útil para varios aspectos tales como la estimación del costo de mantenimiento de la red, el cual constituyó el principal objetivo del problema presentado en España [CHS99, SSZ97]. Las líneas de alta y media tensión pueden ser fácilmente medidas, pero las de baja tensión – contenidas en ciudades o pueblos – resultan ser muy costosas de medir. Esta clase de línea es muy intrincada y en algunos casos una compañía puede servir más de 10.000 pequeños núcleos. En consecuencia, es necesario determinar un método indirecto para calcular la longitud de dichas líneas.

Por esta razón, se tuvo que encontrar una relación entre algunas características de la población y la longitud de la línea instalada en ella, haciendo uso de algunos datos existentes, que pudiera ser utilizada para predecir la longitud real de la línea en cualquier otro pueblo. En esta memoria trataremos de solucionar este problema generando diferentes clases de modelos lingüísticos y difusos para determinar la relación desconocida. Para ello, se cuenta con la longitud de la línea medida, el número de habitantes y la distancia media desde el centro de la ciudad hasta los tres clientes más lejanos, considerada como el radio de la población en una muestra de 495

núcleos rurales [SSZ97, Sán00]. En la Tabla C.2 se indica el nombre y universo de discurso de cada variable.

Tabla C.2. Notación y universos de discurso de las variables consideradas para el problema de la estimación de la longitud de las líneas de baja tensión.

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>	<i>Universo de discurso</i>
X_1	Numero de clientes en la población i	[1,320]
X_2	Radio de la población i	[60,1673]
Y	Longitud de la línea en la población i	[80, 7675]

Para comparar los distintos métodos de derivación considerados en la memoria, hemos dividido la muestra en dos conjuntos compuestos por 396 y 99 ejemplos, denominados de entrenamiento y de prueba, respectivamente. El dominio de las variables de entrada y salida ha sido particionada en 7 etiquetas {EP, MP, P, M, G, MG, EG}.

C.2.2. Estimación del Costo de Mantenimiento de la Línea de Media Tensión

Estimar los costos de mantenimiento de la red eléctrica de media tensión en una ciudad [CHS99] es un problema complejo pero, a la vez, muy interesante. Dado que es muy difícil obtener una medición real, la consideración de modelos resulta tremendamente útil. Estas estimaciones permiten a las compañías eléctricas justificar sus gastos. Además, el modelo debe poder explicar cómo se calcula un valor específico para una determinada ciudad.

Nuestro objetivo será el de relacionar el costo de mantenimiento con cuatro características determinadas aplicando las técnicas de modelado consideradas en esta memoria (la denominación y universo de discurso de cada variable se muestra en la Tabla C.3). Para ello disponemos de estimaciones de costos de mantenimiento basadas en un modelo de una red eléctrica óptima para cada ciudad en una muestra de 1059 ciudades.

Tabla C.3. Notación y universos de discurso de las variables consideradas para el problema de mantenimiento de las líneas de media tensión.

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>	<i>Universo de discurso</i>
X_1	Suma de las longitudes de todas las calles de la ciudad	[0, 11]
X_2	Área total de la ciudad	[0.15, 8.55]
X_3	Área ocupada por edificios	[1.64, 142.5]
X_4	Energía suministrada a la ciudad	[1, 165]
Y	Costo de mantenimiento de la línea de media tensión	[0, 8546]

La muestra se ha dividido al azar en dos conjuntos de 847 y 212 ejemplos, 80 y 20 por ciento del conjunto de datos completo, denominados conjunto de entrenamiento y prueba, respectivamente. El dominio de las variables de entrada y salida ha sido particionado en cinco etiquetas {MP, P, M, G, MG}

C.2.3. El Problema de Evaluación por Degustación del Arroz

La calificación subjetiva de sabor en los alimentos es un problema muy importante a la vez que difícil. En el caso de la calificación del sabor del *arroz* se realiza llevando a cabo una evaluación subjetiva llamada test sensorial. En este test, un grupo de expertos, generalmente compuesto por 24 personas, evalúan el *arroz* acorde a un conjunto de características asociadas a él. Estos factores son sabrosidad, apariencia, sabor, viscosidad, y dureza [INT+94].

Debido a la cantidad de variables relevantes, el problema del análisis del sabor en el *arroz* se vuelve bastante complejo, requiriendo así el diseño de un modelo que represente las relaciones existentes no lineales. En el presente trabajo se ha utilizado el conjunto de datos presentado en [INT+94, NIT97]. Dicho conjunto está compuesto por 105 Tablas de datos conteniendo la evaluación subjetiva de seis variables (las cinco mencionadas y la estimación global de la clase de *arroz*), realizada por expertos sobre los tipos de *arroz* distintos cultivados en Japón (por ejemplo, Sasanishiki, Akita-Komachi, etc.).

Las seis variables se han normalizado, tomando así valores en un intervalo real. Debido al pequeño número de ejemplos que se han utilizado, existe un alto riesgo de sesgo en el proceso de aprendizaje. Por ello, se ha obtenido aleatoriamente varias particiones del conjunto de datos mencionados (71% para entrenamiento y 29% para el test). En este sentido, se han utilizado 10

particiones para el conjunto de entrenamiento y de test con 75 y 30 ejemplos respectivamente.

Por último mencionar que se han utilizado dos etiquetas para todo el dominio de las variables lingüísticas.

Apéndice D

Resultados del Estudio Estadístico

En el presente Apéndice se mostrará los estudios estadísticos de las pruebas ejecutadas en los Capítulos 2 y 3 de la presente memoria, es decir, los estudios estadísticos tanto para las pruebas del SIAE como para el SIDAE en el Capítulo 2 y para las pruebas estadísticas del modelo completo expuestas en el Capítulo 3 (SIDAE-COR).

D.1. Descripción General de los Estudios Estadísticos realizados

El test ANOVA (ANalysis Of Variante-Análisis de la Varianza) se ejecuta para determinar si hay diferencias en las medias entre grupos o por condiciones diferentes. Este se suele usar para determinar si las medias son suficientemente dispares para ser consideradas significativamente diferentes.

La lógica básica del test es que se asume que los grupos de población tienen la misma media (hipótesis nula), entonces se determina la probabilidad

de obtener un ejemplo en los grupos con diferencias en las medias tan grandes (o más grandes) como encontremos en nuestros datos. Para hacer esto la suma de variaciones entre las medias de los grupos (la variación entre grupos) es comparada con la suma de variaciones entre las observaciones dentro de cada grupo (variación dentro del grupo). Asumiendo que en la población las medias de los grupos son iguales (hipótesis nula), la sola variación entre las medias ejemplo implicaría que los grupos están compuestos de observaciones diferentes individuales.

Así, el ratio de dos fuentes de variación (entre grupos / dentro del grupo) debería ser uno cuando no existiera poblaciones diferentes. Cuando la distribución de los individuos observados dentro de cada grupo siguiera una curva normal, la distribución estadística de este ratio es conocida (distribución F) y se puede establecer una probabilidad sobre la consistencia de nuestros datos con la hipótesis nula. El resultado final es la probabilidad de obtener ejemplos diferentes tan grandes (o mas grandes) que queremos encontrar, si no fueran poblaciones diferentes. Si esta probabilidad es suficientemente pequeña (generalmente menor que .05, es decir, 5 de 100) se concluye que la población posee grupos suficientemente diferentes.

El test de Levene muestra la existencia de homogeneidad en las varianzas. Este indica que las varianzas no difieren entre los grupos. Primeramente, el test asumirá que la población de los grupos tienen la misma varianza (hipótesis nula). Las columnas gl_1 y gl_2 contienen información sobre los grados de libertad. La columna F contiene información sobre el estadístico de Levene para decidir si son suficientemente diferentes de uno dado para afirmar que las varianzas de los grupos no son iguales. La columna de significancia (Sig.) indica que bajo la hipótesis nula no hay grupos diferentes. Si esta probabilidad es suficientemente pequeña (generalmente menor de .05, es decir 5 de 100) se concluye que los grupos de población son diferentes.

El propósito de los test post hoc es determinar exactamente cual de los grupos difieren con los otros en términos de diferencias de medias. Este se realiza generalmente después del test ANOVA que indica que los grupos no son idénticos. El test de Tamhane determina a través de comparaciones múltiples de cada uno con los demás. La primera columna tiene un algoritmo como referencia. La segunda representa el algoritmo con el cual está siendo comparada la primera columna. El (*) significa que las diferencias entre las medias son significativas al nivel 0.05. Valores positivos indican que el algoritmo (J) es mejor que el de referencia (I).

D.2. Estudio Estadístico para el SIAE

Tabla D.1: Descriptores estadísticos, para el problema E_1 para SIAE.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
					Límite Inferior	Límite Superior		
C_{MIN}	5	227444,9322	22476,34533	10051,72721	199536,8634	255353,0010	196370,6	252227,8
C _{DUBOIS GLOBAL}	30	222238,6839	18622,69948	3400,02420	215284,8536	229192,5142	191512,0	240018,5
C _{DOMBI GLOBAL}	30	221903,9330	18720,89629	3417,95240	214913,4354	228894,4306	190782,5	240141,7
C _{FRANK GLOBAL}	30	221991,6001	18806,01310	3433,49253	214969,3194	229013,8808	190898,3	240327,5
C _{DUBOIS}	30	205591,5839	18119,08791	3308,07772	198825,8053	212357,3625	181738,2	234149,7
C _{DOMBI}	30	201068,4100	26010,45953	4748,83847	191355,9448	210780,8752	176972,4	252143,0
C _{FRANK}	30	199644,2890	19093,71694	3486,01983	192514,5779	206774,0000	178743,3	233390,7
Total	185	212488,5387	22341,12551	1642,55222	209247,8808	215729,1965	176972,4	252227,8

Tabla D.2: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_1 para SIAE.

Estadístico De Levene	g1	g2	Sig.
1,220	6	178	0,298

Tabla D.3: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_1 para SIAE.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
C _{MIN}	C _{DUBOIS GLOBAL}	5206,24832	1,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	5540,99922	1,000
	C _{FRANK GLOBAL}	5453,33214	1,000
	C _{DUBOIS}	21853,34834	0,877
	C _{DOMBI}	26376,52225	0,700
	C _{FRANK}	27800,64325	0,639
	C _{DUBOIS GLOBAL}	C _{MIN}	-5206,24832

	C _{DOMBI GLOBAL}	334,75090	1,000
	C _{FRANK GLOBAL}	247,08382	1,000
	C _{DUBOIS}	16647,10002(*)	0,018
	C _{DOMBI}	21170,27393(*)	0,014
	C _{FRANK}	22594,39493(*)	0,000
C _{DOMBI GLOBAL}	C _{MIN}	-5540,99922	1,000
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-334,75090	1,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-87,66708	1,000
	C _{DUBOIS}	16312,34912(*)	0,023
	C _{DOMBI}	20835,52303(*)	0,017
	C _{FRANK}	22259,64403(*)	0,001
C _{FRANK GLOBAL}	C _{MIN}	-5453,33214	1,000
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-247,08382	1,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	87,66708	1,000
	C _{DUBOIS}	16400,01620(*)	0,023
	C _{DOMBI}	20923,19011(*)	0,016
	C _{FRANK}	22347,31111(*)	0,001
C _{DUBOIS}	C _{MIN}	-21853,34834	0,877
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-16647,10002(*)	0,018
	C _{DOMBI GLOBAL}	-16312,34912(*)	0,023
	C _{FRANK GLOBAL}	-16400,01620(*)	0,023
	C _{DOMBI}	4523,17391	1,000
	C _{FRANK}	5947,29491	0,995
C _{DOMBI}	C _{MIN}	-26376,52225	0,700
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-21170,27393(*)	0,014
	C _{DOMBI GLOBAL}	-20835,52303(*)	0,017
	C _{FRANK GLOBAL}	-20923,19011(*)	0,016
	C _{DUBOIS}	-4523,17391	1,000
	C _{FRANK}	1424,12100	1,000
C _{FRANK}	C _{MIN}	-27800,64325	0,639
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-22594,39493(*)	0,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	-22259,64403(*)	0,001
	C _{FRANK GLOBAL}	-22347,31111(*)	0,001
	C _{DUBOIS}	-5947,29491	0,995
	C _{DOMBI}	-1424,12100	1,000

Tabla D.4: Descriptores estadísticos, para el problema E_2 para SIAE.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%		Minimo	Maximo
					Límite Inferior	Límite Superior		
C _{MIN}	5	56359,4160	5238,57979	2342,76410	49854,8601	62863,9719	49048,29	62719,16
C _{DUBOIS GLOBAL}	30	55851,6214	4663,00192	851,34378	54110,4279	57592,8150	49515,77	62215,74
C _{DOMBI GLOBAL}	30	56106,1569	4610,56869	841,77082	54384,5423	57827,7716	50618,54	62433,36
C _{FRANK GLOBAL}	30	58789,0549	4287,97892	782,87426	57187,8972	60390,2125	54668,64	66586,85
C _{DUBOIS}	30	37077,8393	2164,00335	395,09115	36269,7872	37885,8915	32424,45	40093,98
C _{DOMBI}	30	35154,0870	4110,19669	750,41581	33619,3143	36688,8596	29478,36	42708,70
C _{FRANK}	30	41090,4314	3229,58335	589,63855	39884,4852	42296,3776	35522,03	46015,16
Total	185	47588,5017	10532,22925	774,34489	46060,7652	49116,2381	29478,36	66586,85

Tabla D.5: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_2 para SIAE.

Estadístico De Levene	g1	g2	Sig.
5,455	6	178	0,000

Tabla D.6: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_2 para SIAE.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
C _{MIN}	C _{DUBOIS GLOBAL}	507,79455	1,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	253,25905	1,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-2429,63888	1,000
	C _{DUBOIS}	19281,57666(*)	0,020
	C _{DOMBI}	21205,32904(*)	0,008
	C _{FRANK}	15268,98460(*)	0,043
C _{DUBOIS GLOBAL}	C _{MIN}	-507,79455	1,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	-254,53550	1,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-2937,43343	0,253
	C _{DUBOIS}	18773,78211(*)	0,000

	C _{DOMBI}	20697,53449(*)	0,000
	C _{FRANK}	14761,19005(*)	0,000
C _{DOMBI GLOBAL}	C _{MIN}	-253,25905	1,000
	C _{DUBOIS GLOBAL}	254,53550	1,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-2682,89793	0,388
	C _{DUBOIS}	19028,31761(*)	0,000
	C _{DOMBI}	20952,06999(*)	0,000
	C _{FRANK}	15015,72555(*)	0,000
C _{FRANK GLOBAL}	C _{MIN}	2429,63888	1,000
	C _{DUBOIS GLOBAL}	2937,43343	0,253
	C _{DOMBI GLOBAL}	2682,89793	0,388
	C _{DUBOIS}	21711,21554(*)	0,000
	C _{DOMBI}	23634,96792(*)	0,000
	C _{FRANK}	17698,62348(*)	0,000
C _{DUBOIS}	C _{MIN}	-19281,57666(*)	0,020
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-18773,78211(*)	0,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	-19028,31761(*)	0,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-21711,21554(*)	0,000
	C _{DOMBI}	1923,75238	0,452
	C _{FRANK}	-4012,59206(*)	0,000
C _{DOMBI}	C _{MIN}	-21205,32904(*)	0,008
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-20697,53449(*)	0,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	-20952,06999(*)	0,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-23634,96792(*)	0,000
	C _{DUBOIS}	-1923,75238	0,452
	C _{FRANK}	-5936,34444(*)	0,000
C _{FRANK}	C _{MIN}	-15268,98460(*)	0,043
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-14761,19005(*)	0,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	-15015,72555(*)	0,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-17698,62348(*)	0,000
	C _{DUBOIS}	4012,59206(*)	0,000
	C _{DOMBI}	5936,34444(*)	0,000

Tabla D.7: Descriptores estadísticos, para el problema *arroz* para SIAE.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%		Minimo	Maximo
					Límite Inferior	Límite Superior		
C _{MIN}	10	0,01311870	0,004468455	0,001413050	0,00992216	0,01631524	0,007504	0,020754
C _{DUBOIS GLOBAL}	30	0,00438520	0,002887359	0,000527157	0,00330704	0,00546336	0,001799	0,010972
C _{DOMBI GLOBAL}	30	0,00532350	0,003211543	0,000586345	0,00412429	0,00652271	0,001823	0,012004
C _{FRANK GLOBAL}	30	0,00444360	0,002945572	0,000537785	0,00334371	0,00554349	0,001937	0,011235
C _{DUBOIS}	30	0,00198917	0,000394556	0,000072036	0,00184184	0,00213650	0,001371	0,003072
C _{DOMBI}	30	0,00290760	0,000901547	0,000164599	0,00257096	0,00324424	0,001374	0,004485
C _{FRANK}	30	0,00238777	0,000908293	0,000165831	0,00204860	0,00272693	0,001089	0,005488
Total	190	0,00407522	0,003374839	0,000244837	0,00359226	0,00455818	0,001089	0,020754

Tabla D.8: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema *arroz* para SIAE.

Estadístico De Levene	g1	g2	Sig.
13,501	6	183	0,000

Tabla D.9: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema *arroz* para SIAE.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
C _{MIN}	C _{DUBOIS GLOBAL}	0,008733500(*)	0,002
	C _{DOMBI GLOBAL}	0,007795200(*)	0,005
	C _{FRANK GLOBAL}	0,008675100(*)	0,002
	C _{DUBOIS}	0,011129533(*)	0,001
	C _{DOMBI}	0,010211100(*)	0,001
	C _{FRANK}	0,010730933(*)	0,001
	C _{DUBOIS GLOBAL}	C _{MIN}	-0,008733500(*)
C _{DOMBI GLOBAL}		-0,000938300	0,997

	C _{FRANK GLOBAL}	-0,000058400	1,000
	C _{DUBOIS}	0,002396033(*)	0,002
	C _{DOMBI}	0,001477600	0,213
	C _{FRANK}	0,001997433(*)	0,020
C _{DOMBI GLOBAL}	C _{MIN}	-0,007795200(*)	0,005
	C _{DUBOIS GLOBAL}	0,000938300	0,997
	C _{FRANK GLOBAL}	0,000879900	0,999
	C _{DUBOIS}	0,003334333(*)	0,000
	C _{DOMBI}	0,002415900(*)	0,008
	C _{FRANK}	0,002935733(*)	0,001
C _{FRANK GLOBAL}	C _{MIN}	-0,008675100(*)	0,002
	C _{DUBOIS GLOBAL}	0,000058400	1,000
	C _{DOMBI GLOBAL}	-0,000879900	0,999
	C _{DUBOIS}	0,002454433(*)	0,002
	C _{DOMBI}	0,001536000	0,188
	C _{FRANK}	0,002055833(*)	0,018
C _{DUBOIS}	C _{MIN}	-0,011129533(*)	0,001
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-0,002396033(*)	0,002
	C _{DOMBI GLOBAL}	-0,003334333(*)	0,000
	C _{FRANK GLOBAL}	-0,002454433(*)	0,002
	C _{DOMBI}	-0,000918433(*)	0,000
	C _{FRANK}	-0,000398600	0,510
C _{DOMBI}	C _{MIN}	-0,010211100(*)	0,001
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-0,001477600	0,213
	C _{DOMBI GLOBAL}	-0,002415900(*)	0,008
	C _{FRANK GLOBAL}	-0,001536000	0,188
	C _{DUBOIS}	0,000918433(*)	0,000
	C _{FRANK}	0,000519833	0,472
C _{FRANK}	C _{MIN}	-0,010730933(*)	0,001
	C _{DUBOIS GLOBAL}	-0,001997433(*)	0,020
	C _{DOMBI GLOBAL}	-0,002935733(*)	0,001
	C _{FRANK GLOBAL}	-0,002055833(*)	0,018
	C _{DUBOIS}	0,000398600	0,510
	C _{DOMBI}	-0,000519833	0,472

D.3. Estudio Estadístico para el SIDAE

Tabla D.10: Descriptores estadísticos, para el problema E_I para SIDAE.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
					Límite Inferior	Límite Superior		
$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	5	227444,9322	22476,34533	10051,72721	199536,8634	255353,0010	196370,6	252227,8
C_{DUBOIS}	30	205591,5839	18119,08791	3308,07772	198825,8053	212357,3625	181738,2	234149,7
D_P	30	200958,4321	16329,31751	2981,31185	194860,9647	207055,8995	174199,8	228799,0
$C_{DUBOIS} - D_P$	30	197741,4252	21049,48777	3843,09309	189881,4173	205601,4331	169221,0	232557,3
$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	204542,4060	19914,65396	3635,90173	197106,1520	211978,6600	170969,4	234610,9
Total	125	203217,9206	19640,74670	1756,72179	199740,8761	206694,9651	169221,0	252227,8

Tabla D.11: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_I para SIDAE.

Estadístico De Levene	g1	g2	Sig.
0,860	4	120	0,490

Tabla D.12: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_I para SIDAE.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	C_{DUBOIS}	21853,34834	0,631
	D_P	26486,50011	0,435
	$C_{DUBOIS} - D_P$	29703,50704	0,320
	$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	22902,52619	0,584
C_{DUBOIS}	$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	-21853,34834	0,631
	D_P	4633,15177	0,973

	C _{DUBOIS} - D _P	7850,15870	0,743
	C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1049,17784	1,000
D _P	C _{MIN} + D _{WECO}	-26486,50011	0,435
	C _{DUBOIS}	-4633,15177	0,973
	C _{DUBOIS} - D _P	3217,00693	0,999
	C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-3583,97393	0,997
C _{DUBOIS} - D _P	C _{MIN} + D _{WECO}	-29703,50704	0,320
	C _{DUBOIS}	-7850,15870	0,743
	D _P	-3217,00693	0,999
	C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6800,98086	0,898
C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	C _{MIN} + D _{WECO}	-22902,52619	0,584
	C _{DUBOIS}	-1049,17784	1,000
	D _P	3583,97393	0,997
	C _{DUBOIS} - D _P	6800,98086	0,898

Tabla D.13: Descriptores estadísticos, para el problema E_2 para SIDA E.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
					Límite Inferior	Límite Superior		
C _{MIN} + D _{WECO}	5	56359,4160	5238,57979	2342,76410	49854,8601	62863,9719	49048,29	62719,16
C _{DUBOIS}	30	37077,8393	2164,00335	395,09115	36269,7872	37885,8915	32424,45	40093,98
D _P	30	35341,3247	3536,59886	645,69166	34020,7369	36661,9124	30805,95	41088,75
C _{DUBOIS} - D _P	30	25492,7717	3688,27500	673,38380	24115,5471	26869,9962	19264,83	31773,85
C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	36897,5189	2081,56121	380,03934	36120,2512	37674,7867	31498,07	39324,53
Total	125	34608,6457	7152,19379	639,71166	33342,4772	35874,8143	19264,83	62719,16

Tabla D.14: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_2 para SIDA E.

Estadístico De Levene	g1	g2	Sig.
8,211	4	120	0,000

Tabla D.15: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_2 para SIDA E.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	C_{DUBOIS}	19281,57666(*)	0,010
	D_P	21018,09133(*)	0,005
	$C_{DUBOIS} - D_P$	30866,64435(*)	0,001
	$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	19461,89707(*)	0,010
C_{DUBOIS}	$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	-19281,57666(*)	0,010
	D_P	1736,51467	0,233
	$C_{DUBOIS} - D_P$	11585,06769(*)	0,000
	$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	180,32041	1,000
D_P	$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	-21018,09133(*)	0,005
	C_{DUBOIS}	-1736,51467	0,233
	$C_{DUBOIS} - D_P$	9848,55301(*)	0,000
	$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-1556,19426	0,358
$C_{DUBOIS} - D_P$	$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	-30866,64435(*)	0,001
	C_{DUBOIS}	-11585,06769(*)	0,000
	D_P	-9848,55301(*)	0,000
	$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-11404,74727(*)	0,000
$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	-19461,89707(*)	0,010
	C_{DUBOIS}	-180,32041	1,000
	D_P	1556,19426	0,358
	$C_{DUBOIS} - D_P$	11404,74727(*)	0,000

Tabla D.16: Descriptores estadísticos, para el problema *arroz* para SIDA E.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para La media al 95%		Mínimo	Máximo
					Límite Inferior	Límite Superior		
$C_{MIN} + D_{WEEOA}$	10	0,01311870	0,004468455	0,001413050	0,00992216	0,01631524	0,007504	0,020754
C_{DUBOIS}	30	0,00198917	0,000394556	0,000072036	0,00184184	0,00213650	0,001371	0,003072
D_P	30	0,00316090	0,000795976	0,000145325	0,00286368	0,00345812	0,001468	0,004605
$C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00188150	0,000351720	0,000064215	0,00175017	0,00201283	0,001210	0,002347
$C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00215683	0,000532955	0,000097304	0,00195782	0,00235584	0,001444	0,003155
Total	130	0,00312953	0,003206590	0,000281237	0,00257310	0,00368596	0,001210	0,020754

Tabla D.17: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema *arroz* para SIDA E.

Estadístico De Levene	g1	g12	Sig.
55,884	4	125	0,000

Tabla D.18: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema *arroz* para SIDA E.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
C _{MIN} + D _{WE COA}	C _{DUBOIS}	0,011129533(*)	0,000
	D _P	0,009957800(*)	0,001
	C _{DUBOIS} - D _P	0,011237200(*)	0,000
	C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,010961867(*)	0,000
C _{DUBOIS}	C _{MIN} + D _{WE COA}	-0,011129533(*)	0,000
	D _P	-0,001171733(*)	0,000
	C _{DUBOIS} - D _P	0,000107667	0,957
	C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000167667	0,848
D _P	C _{MIN} + D _{WE COA}	-0,009957800(*)	0,001
	C _{DUBOIS}	0,001171733(*)	0,000
	C _{DUBOIS} - D _P	0,001279400(*)	0,000
	C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,001004067(*)	0,000
C _{DUBOIS} - D _P	C _{MIN} + D _{WE COA}	-0,011237200(*)	0,000
	C _{DUBOIS}	-0,000107667	0,957
	D _P	-0,001279400(*)	0,000
	C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000275333	0,200
C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	C _{MIN} + D _{WE COA}	-0,010961867(*)	0,000
	C _{DUBOIS}	0,000167667	0,848
	D _P	-0,001004067(*)	0,000
	C _{DUBOIS} - D _P	0,000275333	0,200

D.4. Estudio Estadístico para Modelo Cooperativo Evolutivo BR-MI

Tabla D.19: Descriptores estadísticos, para el problema E_I SIDAE-COR.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
					Límite Inferior	Límite Superior		
WM	5	227444,9322	22476,34533	10051,72721	199536,8634	255353,0010	196370,6	252227,8
COR _{WM}	30	208572,2226	30114,52373	5498,13465	197327,2747	219817,1706	175266,9	254778,4
COR _{CH}	30	201676,3358	18461,98116	3370,68118	194782,5187	208570,1529	174986,9	225184,1
COR _{WM,R}	30	191269,3676	9708,37978	1772,49953	187644,1990	194894,5362	175980,5	201915,4
COR _{CH,R}	30	207922,8291	27675,76272	5052,87985	197588,5295	218257,1288	176624,7	242298,6
WM + CDUBOIS - DP	30	197741,4252	21049,48777	3843,09309	189881,4173	205601,4331	169221,0	232557,3
WM + CDUBOIS - DSLIDE	30	204542,4060	19914,65396	3635,90173	197106,1520	211978,6600	170969,4	234610,9
COR _{WM} + CDUBOIS - DP	30	188229,4474	12518,20404	2285,50091	183555,0732	192903,8216	172568,5	213851,9
COR _{WM} + CDUBOIS - DSLIDE	30	205701,2982	24960,01280	4557,05401	196381,0762	215021,5201	172880,4	243187,7
COR _{CH} + CDUBOIS - DP	30	205784,2137	25489,53521	4653,73114	196266,2648	215302,1626	175489,9	240357,5
COR _{CH} + CDUBOIS - DSLIDE	30	206658,2629	20710,18199	3781,14462	198924,9538	214391,5719	168443,5	232346,9
COR _{WM,R} + CDUBOIS - DP	30	183109,4801	6083,49216	1110,68863	180837,8668	185381,0934	170253,8	199280,5
COR _{WM,R} + CDUBOIS - DSLIDE	30	190087,6084	11937,89914	2179,55222	185629,9236	194545,2932	167304,2	205142,2
COR _{CH,R} + CDUBOIS - DP	30	201829,5677	22604,46929	4126,99258	193388,9201	210270,2152	175355,4	230255,2
COR _{CH,R} + CDUBOIS - DSLIDE	30	207855,4880	24176,36226	4413,97966	198827,8859	216883,0900	175995,8	240657,0
COR _{WM} - CDUBOIS - DP	30	183620,5490	9190,06666	1677,86894	180188,9217	187052,1763	164291,6	197443,9
COR _{WM} - CDUBOIS - DSLIDE	30	204617,0219	20534,17425	3749,01015	196949,4352	212284,6086	167503,2	234293,4
COR _{CH} - CDUBOIS - DP	30	200499,4495	15726,73082	2871,29508	194626,9917	206371,9073	176573,7	228777,4
COR _{CH} - CDUBOIS - DSLIDE	30	198563,0854	19818,92882	3618,42479	191162,5758	205963,5951	156034,8	234637,5
COR _{WM,R} - CDUBOIS - DP	30	179463,4511	8282,14853	1512,10653	176370,8460	182556,0561	167592,3	200085,7
COR _{WM,R} - CDUBOIS - DSLIDE	30	183325,4839	14756,41793	2694,14099	177815,3469	188835,6209	156694,5	219712,5
COR _{CH,R} - CDUBOIS - DP	30	200967,6547	17519,07833	3198,53146	194425,9233	207509,3861	164960,6	239128,8
COR _{CH,R} - CDUBOIS - DSLIDE	30	199222,1698	17025,00141	3108,32577	192864,9298	205579,4098	164989,3	239113,2
Total	665	198007,5026	21124,12563	819,15846	196399,0496	199615,9555	156034,8	254778,4

Tabla D.20: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_1 SIDAE-COR.

Estadístico De Levene	g1	g2	Sig.
13,774	22	642	0,000

Tabla D.21: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_1 SIDAE-COR.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
WM	COR _{WM}	18872,70958	1,000
	COR _{CH}	25768,59643	1,000
	COR _{WM,R}	36175,56461	0,996
	COR _{CH,R}	19522,10309	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	29703,50704	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	22902,52619	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	39215,48483	0,982
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	21743,63403	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	21660,71852	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	20786,66932	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	44335,45210	0,942
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	37357,32386	0,992
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	25615,36453	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	19589,44424	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	43824,38325	0,942
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	22827,91033	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	26945,48273	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	28881,84679	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	47981,48117	0,876
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	44119,44835	0,918
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	26477,27752	1,000	
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	28222,76241	1,000	
COR _{WM}	WM	-18872,70958	1,000
	COR _{CH}	6895,88685	1,000
	COR _{WM,R}	17302,85503	0,720
	COR _{CH,R}	649,39351	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	10830,79746	1,000

	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	4029,81661	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	20342,77525	0,317
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	2870,92445	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	2788,00894	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1913,95974	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	25462,74252(*)	0,020
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	18484,61428	0,578
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	6742,65495	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	716,73466	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	24951,67367(*)	0,030
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	3955,20075	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	8072,77315	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	10009,13721	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	29108,77159(*)	0,003
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	25246,73877(*)	0,042
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	7604,56794	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9350,05283	1,000
<hr/>			
COR _{CH}	WM	-25768,59643	1,000
	COR _{WM}	-6895,88685	1,000
	COR _{WM,R}	10406,96818	0,899
	COR _{CH,R}	-6246,49334	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	3934,91062	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-2866,07024	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	13446,88841	0,359
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4024,96240	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-4107,87791	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4981,92710	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	18566,85567(*)	0,002
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	11588,72743	0,767
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-153,23190	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6179,15219	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	18055,78682(*)	0,005
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-2940,68609	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	1176,88630	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	3113,25037	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	22212,88474(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	18350,85193(*)	0,021
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	708,68109	1,000

	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2454,16599	1,000
$COR_{WM,R}$	WM	-36175,56461	0,996
	COR_{WM}	-17302,85503	0,720
	COR_{CH}	-10406,96818	0,899
	$COR_{CH,R}$	-16653,46152	0,603
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	-6472,05756	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-13273,03842	0,410
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	3039,92023	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-14431,93057	0,747
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-14514,84609	0,781
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-15388,89528	0,154
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	8159,88750	0,072
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1181,75925	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-10560,20008	0,998
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-16586,12037	0,271
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	7648,81864	0,497
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-13347,65427	0,470
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	-9230,08188	0,890
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-7293,71781	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	11805,91656(*)	0,001
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	7943,88375	0,988
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-9698,28709	0,939	
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-7952,80219	1,000	
$COR_{CH,R}$	WM	-19522,10309	1,000
	COR_{WM}	-649,39351	1,000
	COR_{CH}	6246,49334	1,000
	$COR_{WM,R}$	16653,46152	0,603
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	10181,40396	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	3380,42310	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	19693,38175	0,222
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2221,53094	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	2138,61543	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1264,56624	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	24813,34901(*)	0,009
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	17835,22077	0,459
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	6093,26144	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	67,34115	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	24302,28016(*)	0,015

	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	3305,80725	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	7423,37964	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9359,74371	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	28459,37808(*)	0,001
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	24597,34527(*)	0,023
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	6955,17443	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	8700,65933	1,000
<hr/>			
WM + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-29703,50704	1,000
	COR _{WM}	-10830,79746	1,000
	COR _{CH}	-3934,91062	1,000
	COR _{WM,R}	6472,05756	1,000
	COR _{CH,R}	-10181,40396	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6800,98086	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	9511,97779	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-7959,87301	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-8042,78852	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-8916,83772	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	14631,94506	0,195
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	7653,81682	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-4088,14252	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10114,06280	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	14120,87621	0,349
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6875,59671	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	-2758,02432	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-821,66025	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	18277,97412(*)	0,020
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14415,94131	0,576
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-3226,22953	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1480,74463	1,000
<hr/>			
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-22902,52619	1,000
	COR _{WM}	-4029,81661	1,000
	COR _{CH}	2866,07024	1,000
	COR _{WM,R}	13273,03842	0,410
	COR _{CH,R}	-3380,42310	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	6800,98086	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	16312,95865	0,097
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1158,89215	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-1241,80767	1,000

	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-2115,85686	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	21432,92592(*)	0,001
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	14454,79767	0,287
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	2712,83834	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-3313,08195	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	20921,85706(*)	0,001
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-74,61585	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	4042,95654	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	5979,32061	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	25078,95498(*)	0,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	21216,92217(*)	0,005
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	3574,75133	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	5320,23623	1,000
<hr/>			
$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-39215,48483	0,982
	COR_{WM}	-20342,77525	0,317
	COR_{CH}	-13446,88841	0,359
	$COR_{WM,R}$	-3039,92023	1,000
	$COR_{CH,R}$	-19693,38175	0,222
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	-9511,97779	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-16312,95865	0,097
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-17471,85080	0,291
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-17554,76631	0,324
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-18428,81551(*)	0,032
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	5119,96727	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-1858,16097	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-13600,12031	0,782
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-19626,04059	0,069
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	4608,89842	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-16387,57450	0,120
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	-12270,00211	0,314
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-10333,63804	0,993
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	8765,99633	0,454
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	4903,96352	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-12738,20732	0,409
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-10992,72242	0,794
<hr/>			
$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-21743,63403	1,000
	COR_{WM}	-2870,92445	1,000
	COR_{CH}	4024,96240	1,000

	COR _{WM,R}	14431,93057	0,747
	COR _{CH,R}	-2221,53094	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	7959,87301	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1158,89215	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	17471,85080	0,291
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-82,91551	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-956,96471	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	22591,81807(*)	0,008
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	15613,68983	0,594
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	3871,73049	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-2154,18979	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	22080,74922(*)	0,014
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1084,27630	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	5201,84869	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	7138,21276	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	26237,84713(*)	0,001
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	22375,81432(*)	0,027
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	4733,64348	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	6479,12838	1,000
<hr/>			
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-21660,71852	1,000
	COR _{WM}	-2788,00894	1,000
	COR _{CH}	4107,87791	1,000
	COR _{WM,R}	14514,84609	0,781
	COR _{CH,R}	-2138,61543	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	8042,78852	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1241,80767	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	17554,76631	0,324
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	82,91551	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-874,04920	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	22674,73358(*)	0,010
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	15696,60534	0,632
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	3954,64601	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-2071,27428	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	22163,66473(*)	0,018
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1167,19181	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	5284,76421	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	7221,12827	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	26320,76265(*)	0,001

	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	22458,72983(*)	0,032
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	4816,55900	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	6562,04389	1,000
$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-20786,66932	1,000
	COR_{WM}	-1913,95974	1,000
	COR_{CH}	4981,92710	1,000
	$COR_{WM,R}$	15388,89528	0,154
	$COR_{CH,R}$	-1264,56624	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	8916,83772	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2115,85686	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	18428,81551(*)	0,032
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	956,96471	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	874,04920	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	23548,78278(*)	0,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	16570,65454	0,102
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	4828,69520	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-1197,22508	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	23037,71393(*)	0,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2041,24101	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	6158,81340	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	8095,17747	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	27194,81184(*)	0,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	23332,77903(*)	0,002
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	5690,60819	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	7436,09309	1,000
$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-44335,45210	0,942
	COR_{WM}	-25462,74252(*)	0,020
	COR_{CH}	-18566,85567(*)	0,002
	$COR_{WM,R}$	-8159,88750	0,072
	$COR_{CH,R}$	-24813,34901(*)	0,009
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	-14631,94506	0,195
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-21432,92592(*)	0,001
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	-5119,96727	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-22591,81807(*)	0,008
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-22674,73358(*)	0,010
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-23548,78278(*)	0,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-6978,12824	0,814
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-18720,08758(*)	0,028

	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-24746,00786(*)	0,001
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	-511,06885	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-21507,54177(*)	0,001
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	-17389,96938(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-15453,60531	0,062
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	3646,02906	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-216,00375	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-17858,17459(*)	0,002
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-16112,68969(*)	0,005
<hr/>			
$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-37357,32386	0,992
	COR_{WM}	-18484,61428	0,578
	COR_{CH}	-11588,72743	0,767
	$COR_{WM,R}$	-1181,75925	1,000
	$COR_{CH,R}$	-17835,22077	0,459
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	-7653,81682	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-14454,79767	0,287
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	1858,16097	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-15613,68983	0,594
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-15696,60534	0,632
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-16570,65454	0,102
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	6978,12824	0,814
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-11741,95933	0,981
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-17767,87962	0,184
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	6467,05939	0,997
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-14529,41353	0,334
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	-10411,84113	0,756
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-8475,47707	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	10624,15731(*)	0,049
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	6762,12449	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-10880,04634	0,830
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-9134,56145	0,994
<hr/>			
$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-25615,36453	1,000
	COR_{WM}	-6742,65495	1,000
	COR_{CH}	153,23190	1,000
	$COR_{WM,R}$	10560,20008	0,998
	$COR_{CH,R}$	-6093,26144	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	4088,14252	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-2712,83834	1,000

	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	13600,12031	0,782	
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-3871,73049	1,000	
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-3954,64601	1,000	
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-4828,69520	1,000	
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	18720,08758(*)	0,028	
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	11741,95933	0,981	
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-6025,92029	1,000	
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	18209,01872	0,053	
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-2787,45419	1,000	
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	1330,11820	1,000	
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	3266,48227	1,000	
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	22366,11664(*)	0,003	
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	18504,08383	0,109	
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	861,91299	1,000	
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2607,39789	1,000	
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-19589,44424	1,000
		COR_{WM}	-716,73466	1,000
		COR_{CH}	6179,15219	1,000
		$COR_{WM,R}$	16586,12037	0,271
		$COR_{CH,R}$	-67,34115	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	10114,06280	1,000	
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	3313,08195	1,000	
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	19626,04059	0,069	
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2154,18979	1,000	
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	2071,27428	1,000	
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1197,22508	1,000	
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	24746,00786(*)	0,001	
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	17767,87962	0,184	
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	6025,92029	1,000	
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	24234,93901(*)	0,002	
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	3238,46609	1,000	
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	7356,03849	1,000	
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	9292,40255	1,000	
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	28392,03693(*)	0,000	
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	24530,00411(*)	0,005	
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	6887,83328	1,000	
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	8633,31817	1,000	
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-43824,38325	0,942

	COR _{WM}	-24951,67367(*)	0,030
	COR _{CH}	-18055,78682(*)	0,005
	COR _{WM,R}	-7648,81864	0,497
	COR _{CH,R}	-24302,28016(*)	0,015
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-14120,87621	0,349
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-20921,85706(*)	0,001
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-4608,89842	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-22080,74922(*)	0,014
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-22163,66473(*)	0,018
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-23037,71393(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	511,06885	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6467,05939	0,997
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-18209,01872	0,053
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-24234,93901(*)	0,002
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-20996,47292(*)	0,002
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	-16878,90052(*)	0,002
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-14942,53646	0,131
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	4157,09792	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	295,06510	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-17347,10573(*)	0,005
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15601,62084(*)	0,016
<hr/>			
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-22827,91033	1,000
	COR _{WM}	-3955,20075	1,000
	COR _{CH}	2940,68609	1,000
	COR _{WM,R}	13347,65427	0,470
	COR _{CH,R}	-3305,80725	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	6875,59671	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	74,61585	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	16387,57450	0,120
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1084,27630	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-1167,19181	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-2041,24101	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	21507,54177(*)	0,001
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14529,41353	0,334
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	2787,45419	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-3238,46609	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	20996,47292(*)	0,002
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	4117,57239	1,000

	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	6053,93646	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	25153,57083(*)	0,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	21291,53802(*)	0,007
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	3649,36718	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	5394,85208	1,000
<hr/>			
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$		
	WM	-26945,48273	1,000
	COR _{WM}	-8072,77315	1,000
	COR _{CH}	-1176,88630	1,000
	COR _{WM,R}	9230,08188	0,890
	COR _{CH,R}	-7423,37964	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	2758,02432	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4042,95654	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	12270,00211	0,314
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5201,84869	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-5284,76421	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6158,81340	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	17389,96938(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	10411,84113	0,756
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-1330,11820	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-7356,03849	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	16878,90052(*)	0,002
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4117,57239	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1936,36407	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	21035,99844(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	17173,96563(*)	0,014
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-468,20521	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1277,27969	1,000
<hr/>			
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$		
	WM	-28881,84679	1,000
	COR _{WM}	-10009,13721	1,000
	COR _{CH}	-3113,25037	1,000
	COR _{WM,R}	7293,71781	1,000
	COR _{CH,R}	-9359,74371	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	821,66025	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5979,32061	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	10333,63804	0,993
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-7138,21276	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-7221,12827	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-8095,17747	1,000

	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	15453,60531	0,062
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	8475,47707	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-3266,48227	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-9292,40255	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	14942,53646	0,131
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-6053,93646	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	-1936,36407	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	19099,63437(*)	0,005
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	15237,60156	0,293
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-2404,56928	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-659,08438	1,000
<hr/>			
$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-47981,48117	0,876
	COR_{WM}	-29108,77159(*)	0,003
	COR_{CH}	-22212,88474(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-11805,91656(*)	0,001
	$COR_{CH,R}$	-28459,37808(*)	0,001
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	-18277,97412(*)	0,020
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-25078,95498(*)	0,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	-8765,99633	0,454
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-26237,84713(*)	0,001
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-26320,76265(*)	0,001
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-27194,81184(*)	0,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-3646,02906	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-10624,15731(*)	0,049
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-22366,11664(*)	0,003
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-28392,03693(*)	0,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	-4157,09792	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-25153,57083(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	-21035,99844(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-19099,63437(*)	0,005
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-3862,03281	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-21504,20365(*)	0,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-19758,71875(*)	0,000
<hr/>			
$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-44119,44835	0,918
	COR_{WM}	-25246,73877(*)	0,042
	COR_{CH}	-18350,85193(*)	0,021
	$COR_{WM,R}$	-7943,88375	0,988
	$COR_{CH,R}$	-24597,34527(*)	0,023

	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-14415,94131	0,576
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-21216,92217(*)	0,005
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-4903,96352	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-22375,81432(*)	0,027
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-22458,72983(*)	0,032
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-23332,77903(*)	0,002
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	216,00375	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6762,12449	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-18504,08383	0,109
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-24530,00411(*)	0,005
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	-295,06510	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-21291,53802(*)	0,007
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	-17173,96563(*)	0,014
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15237,60156	0,293
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	3862,03281	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-17642,17084(*)	0,023
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15896,68594	0,070
<hr/>			
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	WM	-26477,27752	1,000
	COR _{WM}	-7604,56794	1,000
	COR _{CH}	-708,68109	1,000
	COR _{WM,R}	9698,28709	0,939
	COR _{CH,R}	-6955,17443	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	3226,22953	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-3574,75133	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	12738,20732	0,409
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4733,64348	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-4816,55900	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5690,60819	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	17858,17459(*)	0,002
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	10880,04634	0,830
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-861,91299	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6887,83328	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	17347,10573(*)	0,005
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-3649,36718	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	468,20521	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	2404,56928	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	21504,20365(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	17642,17084(*)	0,023

	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1745,48490	1,000
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-28222,76241	1,000
	COR_{WM}	-9350,05283	1,000
	COR_{CH}	-2454,16599	1,000
	$COR_{WM,R}$	7952,80219	1,000
	$COR_{CH,R}$	-8700,65933	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	1480,74463	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-5320,23623	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	10992,72242	0,794
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-6479,12838	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-6562,04389	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-7436,09309	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	16112,68969(*)	0,005
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	9134,56145	0,994
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-2607,39789	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-8633,31817	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	15601,62084(*)	0,016
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-5394,85208	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	-1277,27969	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	659,08438	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	19758,71875(*)	0,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	15896,68594	0,070
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-1745,48490	1,000

Tabla D.22: Descriptores estadísticos, para el problema E_2 SIDAE-COR.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%			
					Límite Inferior	Límite Superior	Mínimo	Máximo
WM	5	56359,4160	5238,57979	2342,76410	49854,8601	62863,9719	49048,29	62719,16
COR_{WM}	30	54584,7620	6580,15811	1201,36701	52127,6906	57041,8334	48863,69	66479,00
COR_{CH}	30	36165,9260	5648,26477	1031,22734	34056,8293	38275,0227	28723,12	45358,96
$COR_{WM,R}$	30	41060,9952	4348,76397	793,97204	39437,1401	42684,8504	36491,40	47317,80
$COR_{CH,R}$	30	30224,7480	3150,05624	575,11895	29048,4977	31400,9983	25206,88	33996,30
$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	30	25492,7717	3688,27500	673,38380	24115,5471	26869,9962	19264,83	31773,85
$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	36897,5189	2081,56121	380,03934	36120,2512	37674,7867	31498,07	39324,53
$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	30	21505,3869	2994,36023	546,69288	20387,2744	22623,4993	15274,91	24795,58

COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	35147,0726	4917,51368	897,81106	33310,8428	36983,3024	26592,58	42513,29
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	30	11816,8030	3771,12206	688,50954	10408,6429	13224,9631	8479,20	19875,12
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	20945,2730	4830,97047	882,01050	19141,3590	22749,1870	14267,98	30282,93
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	30	27256,2014	4434,88435	809,69540	25600,1883	28912,2144	19800,21	33376,18
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	31770,2223	4304,96276	785,97507	30162,7228	33377,7218	23732,12	37674,29
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	30	15598,4783	5621,28498	1026,30153	13499,4560	17697,5006	9730,55	32249,78
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	21424,9906	3672,57797	670,51793	20053,6275	22796,3538	16799,08	27404,33
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	30	19976,2630	3032,79419	553,70993	18843,7990	21108,7269	14618,31	27279,58
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	29894,8620	3083,27907	562,92717	28743,5467	31046,1773	22501,72	34358,05
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	30	7793,6771	3182,78770	581,09487	6605,2047	8982,1496	4936,24	17804,11
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	20438,2141	4753,71666	867,90595	18663,1471	22213,2810	12799,69	33327,91
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	30	23323,7227	4405,88721	804,40127	21678,5373	24968,9080	15028,57	34844,64
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	30712,2923	4992,10187	911,42893	28848,2108	32576,3738	22812,02	41727,53
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	30	9781,8652	4139,39301	755,74631	8236,1904	11327,5399	6162,58	21100,90
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	30	21992,5215	7355,91900	1343,00092	19245,7762	24739,2667	12637,90	47122,72
Total	665	26309,6754	11804,86046	457,77285	25410,8186	27208,5321	4936,24	66479,00

Tabla D.23: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema E_2 SIDAE-COR.

Estadístico De Levene	g1	g2	Sig.
3,292	22	642	0,000

Tabla D.24: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema E_2 SIDAE-COR.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
WM	COR _{WM}	1774,65400	1,000
	COR _{CH}	20193,49000	0,071
	COR _{WM,R}	15298,42076	0,342
	COR _{CH,R}	26134,66800	0,053
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	30866,64435(*)	0,021
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	19461,89707	0,216
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	34854,02915(*)	0,016
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	21212,34342	0,073
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	44542,61300(*)	0,004
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	35414,14302(*)	0,006

	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	29103,21464(*)	0,020
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	24589,19372(*)	0,046
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	40760,93766(*)	0,002
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	34934,42535(*)	0,012
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	36383,15301(*)	0,013
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	26464,55402	0,052
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	48565,73885(*)	0,003
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	35921,20194(*)	0,006
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	33035,69334(*)	0,011
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	25647,12368(*)	0,028
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	46577,55083(*)	0,002
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	34366,89455(*)	0,001
<hr/>			
COR _{WM}	WM	-1774,65400	1,000
	COR _{CH}	18418,83600(*)	0,000
	COR _{WM,R}	13523,76676(*)	0,000
	COR _{CH,R}	24360,01400(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	29091,99035(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	17687,24307(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	33079,37515(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	19437,68942(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	42767,95900(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	33639,48902(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	27328,56064(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	22814,53972(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	38986,28366(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	33159,77135(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	34608,49901(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	24689,90002(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	46791,08485(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	34146,54794(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	31261,03934(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	23872,46968(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	44802,89683(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	32592,24055(*)	0,000
<hr/>			
COR _{CH}	WM	-20193,49000	0,071
	COR _{WM}	-18418,83600(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-4895,06924	0,100
	COR _{CH,R}	5941,17800(*)	0,002

	WM + C _{DUBOIS} - D _P	10673,15435(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-731,59293	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	14660,53915(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1018,85342	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	24349,12300(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	15220,65302(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	8909,72464(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	4395,70372	0,282
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	20567,44766(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14740,93535(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	16189,66301(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	6271,06402(*)	0,001
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	28372,24885(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	15727,71194(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	12842,20334(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	5453,63368	0,051
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	26384,06083(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14173,40455(*)	0,000
<hr/>			
COR _{WM,R}	WM	-15298,42076	0,342
	COR _{WM}	-13523,76676(*)	0,000
	COR _{CH}	4895,06924	0,100
	COR _{CH,R}	10836,24724(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	15568,22359(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	4163,47631(*)	0,007
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	19555,60839(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	5913,92266(*)	0,002
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	29244,19224(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	20115,72226(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	13804,79388(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9290,77296(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	25462,51690(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	19636,00459(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	21084,73225(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	11166,13326(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	33267,31809(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	20622,78118(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	17737,27258(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	10348,70292(*)	0,000

	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	31279,13007(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	19068,47379(*)	0,000
COR _{CH,R}	WM	-26134,66800	0,053
	COR _{WM}	-24360,01400(*)	0,000
	COR _{CH}	-5941,17800(*)	0,002
	COR _{WM,R}	-10836,24724(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	4731,97635(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6672,77093(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	8719,36115(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4922,32458(*)	0,007
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	18407,94500(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9279,47502(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	2968,54664	0,660
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1545,47428	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	14626,26966(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	8799,75735(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	10248,48501(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	329,88602	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	22431,07085(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9786,53394(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	6901,02534(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-487,54432	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	20442,88283(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	8232,22655(*)	0,000
WM + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-30866,64435(*)	0,021
	COR _{WM}	-29091,99035(*)	0,000
	COR _{CH}	-10673,15435(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-15568,22359(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-4731,97635(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-11404,74727(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	3987,38480(*)	0,006
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9654,30092(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	13675,96865(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	4547,49867(*)	0,035
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-1763,42971	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6277,45062(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	9894,29332(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	4067,78101(*)	0,018

	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	5516,50867(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4402,09033(*)	0,001
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	17699,09451(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	5054,55759(*)	0,006
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	2169,04900	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5219,52066(*)	0,007
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	15710,90649(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	3500,25020	0,998
<hr/>			
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-19461,89707	0,216
	COR _{WM}	-17687,24307(*)	0,000
	COR _{CH}	731,59293	1,000
	COR _{WM,R}	-4163,47631(*)	0,007
	COR _{CH,R}	6672,77093(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	11404,74727(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	15392,13207(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1750,44635	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	25080,71593(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	15952,24594(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	9641,31756(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	5127,29665(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	21299,04059(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	15472,52828(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	16921,25594(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	7002,65695(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	29103,84178(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	16459,30486(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	13573,79627(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	6185,22661(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	27115,65376(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14904,99748(*)	0,000
<hr/>			
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-34854,02915(*)	0,016
	COR _{WM}	-33079,37515(*)	0,000
	COR _{CH}	-14660,53915(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-19555,60839(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-8719,36115(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-3987,38480(*)	0,006
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15392,13207(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-13641,68572(*)	0,000

	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	9688,58385(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	560,11387	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-5750,81451(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10264,83542(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	5906,90852(*)	0,002
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	80,39621	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	1529,12387	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-8389,47513(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	13711,70971(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1067,17279	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-1818,33580	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9206,90546(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	11723,52168(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-487,13460	1,000
<hr/>			
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-21212,34342	0,073
	COR _{WM}	-19437,68942(*)	0,000
	COR _{CH}	-1018,85342	1,000
	COR _{WM,R}	-5913,92266(*)	0,002
	COR _{CH,R}	4922,32458(*)	0,007
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	9654,30092(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1750,44635	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	13641,68572(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	23330,26957(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14201,79959(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	7890,87121(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	3376,85030	0,804
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	19548,59424(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	13722,08193(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	15170,80959(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	5252,21060(*)	0,002
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	27353,39543(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	14708,85851(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	11823,34992(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	4434,78026	0,224
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	25365,20741(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	13154,55112(*)	0,000
<hr/>			
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-44542,61300(*)	0,004
	COR _{WM}	-42767,95900(*)	0,000

	COR _{CH}	-24349,12300(*)	0,000	
	COR _{WM,R}	-29244,19224(*)	0,000	
	COR _{CH,R}	-18407,94500(*)	0,000	
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-13675,96865(*)	0,000	
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-25080,71593(*)	0,000	
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-9688,58385(*)	0,000	
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-23330,26957(*)	0,000	
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9128,46998(*)	0,000	
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-15439,39836(*)	0,000	
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-19953,41927(*)	0,000	
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-3781,67534	0,592	
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9608,18765(*)	0,000	
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	-8159,45999(*)	0,000	
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-18078,05898(*)	0,000	
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	4023,12585(*)	0,010	
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-8621,41106(*)	0,000	
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-11506,91965(*)	0,000	
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-18895,48932(*)	0,000	
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	2034,93783	1,000	
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10175,71845(*)	0,000	
<hr/>				
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-35414,14302(*)	0,006
		COR _{WM}	-33639,48902(*)	0,000
		COR _{CH}	-15220,65302(*)	0,000
		COR _{WM,R}	-20115,72226(*)	0,000
		COR _{CH,R}	-9279,47502(*)	0,000
		WM + C _{DUBOIS} - D _P	-4547,49867(*)	0,035
		WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15952,24594(*)	0,000
		COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-560,11387	1,000
		COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-14201,79959(*)	0,000
		COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	9128,46998(*)	0,000
		COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-6310,92838(*)	0,001
		COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10824,94929(*)	0,000
		COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	5346,79465	0,054
		COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-479,71767	1,000
		COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	969,00999	1,000
		COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-8949,58900(*)	0,000
		COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	13151,59583(*)	0,000
		COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	507,05892	1,000

	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-2378,44967	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9767,01934(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	11163,40781(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1047,24847	1,000
<hr/>			
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-29103,21464(*)	0,020
	COR _{WM}	-27328,56064(*)	0,000
	COR _{CH}	-8909,72464(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-13804,79388(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-2968,54664	0,660
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	1763,42971	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9641,31756(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	5750,81451(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-7890,87121(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	15439,39836(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	6310,92838(*)	0,001
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4514,02091(*)	0,045
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	11657,72303(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	5831,21072(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	7279,93837(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-2638,66062	0,921
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	19462,52422(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	6817,98730(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	3932,47871	0,237
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-3456,09095	0,799
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	17474,33619(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	5263,67991	0,326
<hr/>			
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-24589,19372(*)	0,046
	COR _{WM}	-22814,53972(*)	0,000
	COR _{CH}	-4395,70372	0,282
	COR _{WM,R}	-9290,77296(*)	0,000
	COR _{CH,R}	1545,47428	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	6277,45062(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5127,29665(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	10264,83542(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-3376,85030	0,804
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	19953,41927(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	10824,94929(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	4514,02091(*)	0,045

	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	16171,74394(*)	0,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	10345,23163(*)	0,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	11793,95929(*)	0,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1875,36030	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	23976,54513(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	11332,00821(*)	0,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	8446,49962(*)	0,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1057,92996	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	21988,35711(*)	0,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	9777,70082(*)	0,000
<hr/>			
$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-40760,93766(*)	0,002
	COR _{WM}	-38986,28366(*)	0,000
	COR _{CH}	-20567,44766(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-25462,51690(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-14626,26966(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-9894,29332(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-21299,04059(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-5906,90852(*)	0,002
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-19548,59424(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	3781,67534	0,592
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5346,79465	0,054
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-11657,72303(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-16171,74394(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5826,51231(*)	0,004
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	-4377,78465	0,119
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-14296,38364(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	7804,80119(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4839,73573	0,156
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-7725,24432(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15113,81398(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	5816,61317(*)	0,008
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6394,04311	0,094
<hr/>			
$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-34934,42535(*)	0,012
	COR _{WM}	-33159,77135(*)	0,000
	COR _{CH}	-14740,93535(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-19636,00459(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-8799,75735(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-4067,78101(*)	0,018

	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15472,52828(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-80,39621	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-13722,08193(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	9608,18765(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	479,71767	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-5831,21072(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10345,23163(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	5826,51231(*)	0,004
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	1448,72766	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-8469,87133(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	13631,31350(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	986,77659	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-1898,73201	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9287,30167(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	11643,12548(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-567,53080	1,000
<hr/>			
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	WM	-36383,15301(*)	0,013
	COR _{WM}	-34608,49901(*)	0,000
	COR _{CH}	-16189,66301(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-21084,73225(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-10248,48501(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-5516,50867(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-16921,25594(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-1529,12387	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-15170,80959(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	8159,45999(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-969,00999	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-7279,93837(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-11793,95929(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	4377,78465	0,119
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1448,72766	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9918,59899(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	12182,58584(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-461,95107	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-3347,45967	0,263
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10736,02933(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	10194,39782(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-2016,25846	1,000

COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-26464,55402	0,052
	COR _{WM}	-24689,90002(*)	0,000
	COR _{CH}	-6271,06402(*)	0,001
	COR _{WM,R}	-11166,13326(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-329,88602	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	4402,09033(*)	0,001
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-7002,65695(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	8389,47513(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-5252,21060(*)	0,002
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	18078,05898(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	8949,58900(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	2638,66062	0,921
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1875,36030	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	14296,38364(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	8469,87133(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	9918,59899(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	22101,18483(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9456,64792(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	6571,13932(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-817,43034	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	20112,99681(*)	0,000
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	7902,34053(*)	0,001	
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	WM	-48565,73885(*)	0,003
	COR _{WM}	-46791,08485(*)	0,000
	COR _{CH}	-28372,24885(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-33267,31809(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-22431,07085(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-17699,09451(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-29103,84178(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-13711,70971(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-27353,39543(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-4023,12585(*)	0,010
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-13151,59583(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-19462,52422(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-23976,54513(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-7804,80119(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-13631,31350(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	-12182,58584(*)	0,000

	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-22101,18483(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-12644,53691(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-15530,04551(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-22918,61517(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-1988,18802	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-14198,84430(*)	0,000
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-35921,20194(*)	0,006
	COR _{WM}	-34146,54794(*)	0,000
	COR _{CH}	-15727,71194(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-20622,78118(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-9786,53394(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-5054,55759(*)	0,006
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-16459,30486(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-1067,17279	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-14708,85851(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	8621,41106(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-507,05892	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-6817,98730(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-11332,00821(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	4839,73573	0,156
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-986,77659	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	461,95107	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9456,64792(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	12644,53691(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-2885,50859	0,990
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10274,07826(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	10656,34889(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1554,30739	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	WM	-33035,69334(*)
COR _{WM}		-31261,03934(*)	0,000
COR _{CH}		-12842,20334(*)	0,000
COR _{WM,R}		-17737,27258(*)	0,000
COR _{CH,R}		-6901,02534(*)	0,000
WM + C _{DUBOIS} - D _P		-2169,04900	1,000
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}		-13573,79627(*)	0,000
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P		1818,33580	1,000
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}		-11823,34992(*)	0,000
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P		11506,91965(*)	0,000

	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2378,44967	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-3932,47871	0,237
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-8446,49962(*)	0,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	7725,24432(*)	0,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1898,73201	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	3347,45967	0,263
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-6571,13932(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	15530,04551(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	2885,50859	0,990
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-7388,56966(*)	0,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	13541,85749(*)	0,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	1331,20121	1,000
<hr/>			
$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-25647,12368(*)	0,028
	COR _{WM}	-23872,46968(*)	0,000
	COR _{CH}	-5453,63368	0,051
	COR _{WM,R}	-10348,70292(*)	0,000
	COR _{CH,R}	487,54432	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	5219,52066(*)	0,007
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-6185,22661(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	9206,90546(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-4434,78026	0,224
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	18895,48932(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9767,01934(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	3456,09095	0,799
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-1057,92996	1,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	15113,81398(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	9287,30167(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	10736,02933(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	817,43034	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	22918,61517(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	10274,07826(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	7388,56966(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	20930,42715(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	8719,77087(*)	0,000
<hr/>			
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-46577,55083(*)	0,002
	COR _{WM}	-44802,89683(*)	0,000
	COR _{CH}	-26384,06083(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-31279,13007(*)	0,000

	COR _{CH,R}	-20442,88283(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-15710,90649(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-27115,65376(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-11723,52168(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-25365,20741(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-2034,93783	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-11163,40781(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-17474,33619(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-21988,35711(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-5816,61317(*)	0,008
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-11643,12548(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	-10194,39782(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-20112,99681(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	1988,18802	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-10656,34889(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-13541,85749(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-20930,42715(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-12210,65628(*)	0,000
<hr/>			
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-34366,89455(*)	0,001
	COR _{WM}	-32592,24055(*)	0,000
	COR _{CH}	-14173,40455(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-19068,47379(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-8232,22655(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-3500,25020	0,998
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-14904,99748(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	487,13460	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-13154,55112(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	10175,71845(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1047,24847	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-5263,67991	0,326
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-9777,70082(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	6394,04311	0,094
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	567,53080	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	2016,25846	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-7902,34053(*)	0,001
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	14198,84430(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	1554,30739	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-1331,20121	1,000

$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-8719,77087(*)	0,000
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	12210,65628(*)	0,000

Tabla D.25: Descriptores estadísticos, para el problema *arroz* SIDA-E-COR.

Algoritmos	N	Media	Desviación Típica	Error Típico	Intervalo de Confianza para la media al 95%			
					Límite Inferior	Límite Superior	Minimo	Maximo
WM	10	0,01311870	0,004468455	0,001413050	0,00992216	0,01631524	0,007504	0,020754
COR_{WM}	30	0,00824400	0,001102983	0,000201376	0,00783214	0,00865586	,006908	0,010177
COR_{CH}	30	0,00782950	0,001481475	0,000270479	0,00727631	0,00838269	,005540	0,010396
$COR_{WM,R}$	30	0,00423740	0,000961585	0,000175561	0,00387834	0,00459646	,002649	0,006401
$COR_{CH,R}$	30	0,00491960	0,001134285	0,000207091	0,00449605	0,00534315	,002754	0,006416
$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00188150	0,000351720	0,000064215	0,00175017	0,00201283	,001210	0,002347
$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00215683	0,000532955	0,000097304	0,00195782	0,00235584	,001444	0,003155
$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00180993	0,000353926	0,000064618	0,00167778	0,00194209	,001246	0,002519
$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00205830	0,000516009	0,000094210	0,00186562	0,00225098	,001337	0,003243
$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00188393	0,000437128	0,000079808	0,00172071	0,00204716	,001142	0,002708
$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00237550	0,000698113	0,000127457	0,00211482	0,00263618	,001342	0,003650
$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00294940	0,001172529	0,000214073	0,00251157	0,00338723	,001063	0,005155
$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00292033	0,001377857	0,000251561	0,00240583	0,00343483	,001181	0,005264
$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00307837	0,001206085	0,000220200	0,00262801	0,00352873	,001332	0,005940
$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00321247	0,001505368	0,000274841	0,00265035	0,00377458	,001129	0,006683
$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00177407	0,000347120	0,000063375	0,00164445	0,00190368	,001163	0,002424
$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00182470	0,000356470	0,000065082	0,00169159	0,00195781	,001020	0,002672
$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00176420	0,000339837	0,000062045	0,00163730	0,00189110	,001223	0,002259
$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00200870	0,000651516	0,000118950	0,00176542	0,00225198	,001218	0,003617
$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00244737	0,002115495	0,000386235	0,00165743	0,00323731	,001087	0,012229
$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00217440	0,000550475	0,000100503	0,00196885	0,00237995	,001141	0,003698
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	30	0,00190713	0,000632151	0,000115414	0,00167108	0,00214318	,001103	0,004451
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	30	0,00199287	0,000527146	0,000096243	0,00179603	0,00218971	,001245	0,003221
Total	670	0,00312642	0,002414573	0,000093283	0,00294326	0,00330958	,001020	0,020754

Tabla D.26: Test de Levene de homogeneidad de las Varianzas, para el problema arroz SIDAE-COR.

Estadístico De Levene	g1	g12	Sig.
15,581	22	647	0,000

Tabla D.27: Test de Tamhane de comparaciones múltiples, para el problema arroz SIDAE-COR.

(I) Algoritmos	(J) Algoritmos	Diferencia de medias (I-J)	Sig.
WM	COR _{WM}	0,004874700	0,841
	COR _{CH}	0,005289200	0,682
	COR _{WM,R}	0,008881300(*)	0,033
	COR _{CH,R}	0,008199100	0,058
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,011237200(*)	0,006
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,010961867(*)	0,007
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,011308767(*)	0,005
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,011060400(*)	0,006
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,011234767(*)	0,006
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,010743200(*)	0,008
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0,010169300(*)	0,011
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,010198367(*)	0,010
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0,010040333(*)	0,012
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,009906233(*)	0,013
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,011344633(*)	0,005
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,011294000(*)	0,006
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,011354500(*)	0,005
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,011110000(*)	0,006
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,010671333(*)	0,005
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,010944300(*)	0,007
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,011211567(*)	0,006	
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,011125833(*)	0,006	
COR _{WM}	WM	-0,004874700	0,841
	COR _{CH}	0,000414500	1,000
	COR _{WM,R}	0,004006600(*)	0,000
	COR _{CH,R}	0,003324400(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,006362500(*)	0,000

	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,006087167(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,006434067(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,006185700(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,006360067(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005868500(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0,005294600(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005323667(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0,005165633(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005031533(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,006469933(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,006419300(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,006479800(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,006235300(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,005796633(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,006069600(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,006336867(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,006251133(*)	0,000
COR _{CH}	WM	-0,005289200	0,682
	COR _{WM}	-0,000414500	1,000
	COR _{WM,R}	0,003592100(*)	0,000
	COR _{CH,R}	0,002909900(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,005948000(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005672667(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,006019567(*)	0,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005771200(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,005945567(*)	0,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005454000(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0,004880100(*)	0,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,004909167(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	0,004751133(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,004617033(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,006055433(*)	0,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,006004800(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,006065300(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005820800(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,005382133(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,005655100(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,005922367(*)	0,000

	$COR_{CH_R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,005836633(*)	0,000
COR_{WM_R}	WM	-0,008881300(*)	0,033
	COR_{WM}	-0,004006600(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,003592100(*)	0,000
	COR_{CH_R}	-0,000682200	0,977
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,002355900(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002080567(*)	0,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,002427467(*)	0,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002179100(*)	0,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,002353467(*)	0,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001861900(*)	0,000
	$COR_{WM_R} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001288000(*)	0,005
	$COR_{WM_R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001317067(*)	0,019
	$COR_{CH_R} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001159033(*)	0,032
	$COR_{CH_R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001024933	0,512
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,002463333(*)	0,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002412700(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,002473200(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002228700(*)	0,000
	$COR_{WM_R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001790033(*)	0,033
	$COR_{WM_R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002063000(*)	0,000
	$COR_{CH_R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,002330267(*)	0,000
	$COR_{CH_R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002244533(*)	0,000
COR_{CH_R}	WM	-0,008199100	0,058
	COR_{WM}	-0,003324400(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,002909900(*)	0,000
	COR_{WM_R}	0,000682200	0,977
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,003038100(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002762767(*)	0,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,003109667(*)	0,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002861300(*)	0,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,003035667(*)	0,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,002544100(*)	0,000
	$COR_{WM_R} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001970200(*)	0,000
	$COR_{WM_R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001999267(*)	0,000
	$COR_{CH_R} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001841233(*)	0,000
	$COR_{CH_R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001707133(*)	0,002
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,003145533(*)	0,000

	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,003094900(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,003155400(*)	0,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,002910900(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,002472233(*)	0,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,002745200(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,003012467(*)	0,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,002926733(*)	0,000
WM + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-0,011237200(*)	0,006
	COR _{WM}	-0,006362500(*)	0,000
	COR _{CH}	-0,005948000(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-0,002355900(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,003038100(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000275333	0,997
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000071567	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000176800	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000002433	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-,000494000	0,268
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-,001067900(*)	0,008
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-,001038833	0,082
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-,001196867(*)	0,002
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-,001330967(*)	0,011
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	,000107433	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000056800	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000117300	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000127200	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000565867	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000292900	0,989
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000025633	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000111367	1,000
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-0,010961867(*)	0,007
	COR _{WM}	-0,006087167(*)	0,000
	COR _{CH}	-0,005672667(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-0,002080567(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,002762767(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,000275333	0,997
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000346900	0,685
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000098533	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000272900	1,000

	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000218667	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000792567	0,343
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000763500	0,848
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000921533	0,107
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,001055633	0,202
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000382767	0,368
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000332133	0,809
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000392633	0,287
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000148133	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000290533	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000017567	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000249700	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000163967	1,000
$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-0,011308767(*)	0,005
	COR_{WM}	-0,006434067(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,006019567(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,002427467(*)	0,000
	$COR_{CH,R}$	-0,003109667(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000071567	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000346900	0,685
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000248367	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000074000	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000565567	0,068
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,001139467(*)	0,003
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,001110400(*)	0,038
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,001268433(*)	0,001
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,001402533(*)	0,005
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000035867	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000014767	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000045733	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000198767	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000637433	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000364467	0,605
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000097200	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000182933	1,000
$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-0,011060400(*)	0,006
	COR_{WM}	-0,006185700(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,005771200(*)	0,000

	COR _{WM,R}	-0,002179100(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,002861300(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,000176800	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000098533	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000248367	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000174367	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000317200	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000891100	0,112
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000862033	0,502
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001020067(*)	0,031
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001154167	0,080
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000284233	0,981
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000233600	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000294100	0,953
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000049600	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000389067	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000116100	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000151167	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000065433	1,000
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	WM	-0,011234767(*)	0,006
	COR _{WM}	-0,006360067(*)	0,000
	COR _{CH}	-0,005945567(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-0,002353467(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,003035667(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,000002433	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000272900	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000074000	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000174367	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000491567	0,395
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001065467(*)	0,010
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001036400	0,094
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001194433(*)	0,003
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001328533(*)	0,013
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000109867	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000059233	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000119733	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000124767	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000563433	1,000

	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000290467	0,999
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000023200	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000108933	1,000
$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-0,010743200(*)	0,008
	COR_{WM}	-0,005868500(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,005454000(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,001861900(*)	0,000
	$COR_{CH,R}$	-0,002544100(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000494000	0,268
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000218667	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000565567	0,068
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000317200	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000491567	0,395
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000573900	0,999
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000544833	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000702867	0,875
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000836967	0,886
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000601433(*)	0,031
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000550800	0,093
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000611300(*)	0,024
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000366800	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000071867	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000201100	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000468367	0,886
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000382633	0,994
$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-0,010169300(*)	0,011
	COR_{WM}	-0,005294600(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,004880100(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,001288000(*)	0,005
	$COR_{CH,R}$	-0,001970200(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001067900(*)	0,008
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000792567	0,343
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001139467(*)	0,003
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000891100	0,112
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001065467(*)	0,010
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000573900	0,999
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000029067	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000128967	1,000

	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000263067	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001175333(*)	0,002
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001124700(*)	0,004
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001185200(*)	0,002
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000940700	0,091
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000502033	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000775000	0,418
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001042267(*)	0,024
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000956533	0,052
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-0,010198367(*)	0,010
	COR_{WM}	-0,005323667(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,004909167(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,001317067(*)	0,019
	$COR_{CH,R}$	-0,001999267(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001038833	0,082
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000763500	0,848
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001110400(*)	0,038
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000862033	0,502
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001036400	0,094
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000544833	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000029067	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000158033	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000292133	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001146267(*)	0,026
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001095633(*)	0,045
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001156133(*)	0,023
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000911633	0,418
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000472967	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000745933	0,898
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001013200	0,166
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000927467	0,304
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-0,010040333(*)	0,012
	COR_{WM}	-0,005165633(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,004751133(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,001159033(*)	0,032
	$COR_{CH,R}$	-0,001841233(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001196867(*)	0,002
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000921533	0,107

	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001268433(*)	0,001
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001020067(*)	0,031
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001194433(*)	0,003
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000702867	0,875
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000128967	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000158033	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000134100	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001304300(*)	0,001
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001253667(*)	0,001
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001314167(*)	0,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001069667(*)	0,025
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000631000	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000903967	0,136
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001171233(*)	0,006
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001085500(*)	0,014
$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-0,009906233(*)	0,013
	COR_{WM}	-0,005031533(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,004617033(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,001024933	0,512
	$COR_{CH,R}$	-0,001707133(*)	0,002
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001330967(*)	0,011
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001055633	0,202
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001402533(*)	0,005
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001154167	0,080
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,001328533(*)	0,013
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000836967	0,886
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000263067	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000292133	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000134100	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001438400(*)	0,004
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001387767(*)	0,006
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001448267(*)	0,003
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001203767	0,062
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000765100	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001038067	0,241
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,001305333(*)	0,022
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,001219600(*)	0,043
$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-0,011344633(*)	0,005

COR _{WM}	-0,006469933(*)	0,000	
COR _{CH}	-0,006055433(*)	0,000	
COR _{WM,R}	-0,002463333(*)	0,000	
COR _{CH,R}	-0,003145533(*)	0,000	
WM + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000107433	1,000	
WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000382767	0,368	
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000035867	1,000	
COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000284233	0,981	
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000109867	1,000	
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000601433(*)	0,031	
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001175333(*)	0,002	
COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001146267(*)	0,026	
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001304300(*)	0,001	
COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001438400(*)	0,004	
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000050633	1,000	
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000009867	1,000	
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000234633	1,000	
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000673300	1,000	
COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000400333	0,312	
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000133067	1,000	
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000218800	1,000	
<hr/>			
COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-0,011294000(*)	0,006
	COR _{WM}	-0,006419300(*)	0,000
	COR _{CH}	-0,006004800(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-0,002412700(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,003094900(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000056800	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000332133	0,809
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000014767	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000233600	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000059233	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000550800	0,093
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001124700(*)	0,004
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001095633(*)	0,045
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001253667(*)	0,001
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001387767(*)	0,006
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000050633	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000060500	1,000

	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000184000	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000622667	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000349700	0,735
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000082433	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000168167	1,000
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	WM	-0,011354500(*)	0,005
	COR _{WM}	-0,006479800(*)	0,000
	COR _{CH}	-0,006065300(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-0,002473200(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,003155400(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000117300	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000392633	0,287
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000045733	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000294100	0,953
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000119733	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000611300(*)	0,024
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001185200(*)	0,002
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001156133(*)	0,023
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001314167(*)	0,000
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001448267(*)	0,003
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000009867	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000060500	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000244500	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000683167	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000410200	0,242
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000142933	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000228667	1,000
COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	WM	-0,011110000(*)	0,006
	COR _{WM}	-0,006235300(*)	0,000
	COR _{CH}	-0,005820800(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-0,002228700(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,002910900(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,000127200	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000148133	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000198767	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000049600	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000124767	1,000
COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000366800	1,000	

	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000940700	0,091
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000911633	0,418
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,001069667(*)	0,025
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,001203767	0,062
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000234633	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000184000	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000244500	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000438667	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000165700	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000101567	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000015833	1,000
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	WM	-0,010671333(*)	0,005
	COR_{WM}	-0,005796633(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,005382133(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,001790033(*)	0,033
	$COR_{CH,R}$	-0,002472233(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000565867	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000290533	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000637433	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000389067	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000563433	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000071867	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000502033	1,000
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000472967	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000631000	1,000
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000765100	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000673300	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000622667	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000683167	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000438667	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000272967	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000540233	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000454500	1,000
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-0,010944300(*)	0,007
	COR_{WM}	-0,006069600(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,005655100(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,002063000(*)	0,000
	$COR_{CH,R}$	-0,002745200(*)	0,000

	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,000292900	0,989
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000017567	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000364467	0,605
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000116100	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000290467	0,999
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000201100	1,000
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000775000	0,418
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000745933	0,898
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,000903967	0,136
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001038067	0,241
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000400333	0,312
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000349700	0,735
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000410200	0,242
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000165700	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000272967	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000267267	1,000
	COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000181533	1,000
COR _{CH,R} - C _{DUBOIS} - D _P	WM	-0,011211567(*)	0,006
	COR _{WM}	-0,006336867(*)	0,000
	COR _{CH}	-0,005922367(*)	0,000
	COR _{WM,R}	-0,002330267(*)	0,000
	COR _{CH,R}	-0,003012467(*)	0,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _P	0,000025633	1,000
	WM + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000249700	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000097200	1,000
	COR _{WM} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000151167	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _P	0,000023200	1,000
	COR _{CH} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000468367	0,886
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001042267(*)	0,024
	COR _{WM,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001013200	0,166
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _P	-0,001171233(*)	0,006
	COR _{CH,R} + C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,001305333(*)	0,022
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000133067	1,000
	COR _{WM} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	0,000082433	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _P	0,000142933	1,000
	COR _{CH} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000101567	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _P	-0,000540233	1,000
	COR _{WM,R} - C _{DUBOIS} - D _{SLIDE}	-0,000267267	1,000

	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000085733	1,000
$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	WM	-0,011125833(*)	0,006
	COR_{WM}	-0,006251133(*)	0,000
	COR_{CH}	-0,005836633(*)	0,000
	$COR_{WM,R}$	-0,002244533(*)	0,000
	$COR_{CH,R}$	-0,002926733(*)	0,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000111367	1,000
	$WM + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000163967	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000182933	1,000
	$COR_{WM} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000065433	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_P$	0,000108933	1,000
	$COR_{CH} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000382633	0,994
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000956533	0,052
	$COR_{WM,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000927467	0,304
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_P$	-0,001085500(*)	0,014
	$COR_{CH,R} + C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,001219600(*)	0,043
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000218800	1,000
	$COR_{WM} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	0,000168167	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000228667	1,000
	$COR_{CH} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000015833	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	-0,000454500	1,000
	$COR_{WM,R} - C_{DUBOIS} - D_{SLIDE}$	-0,000181533	1,000
	$COR_{CH,R} - C_{DUBOIS} - D_P$	0,000085733	1,000

Bibliografía

- [AAGH07] Alcalá R., Alcalá-Fdez J., Gacto M.J. y Herrera F. (2007) Rule base reduction and genetic tuning of fuzzy systems based on the linguistic 3-tuples representation. *Soft Computing*. 11(5): 401-419.
- [AAHO07] Alcalá R., Alcalá-Fdez J., Herrera F. y Otero J. (2007) Genetic learning of accurate and compact fuzzy rule based systems based on the 2-tuples linguistic representation. *International Journal of Approximate Reasoning*. 44(1): 45-64
- [ACC+00] Alcalá R., Casillas J., Cordón O., Herrera F. y Zwir I. (2000) Learning and tuning fuzzy rule-based systems for linguistic modeling. En Leondes C.T. (Ed.) *Knowledge-Based Systems: Techniques and Applications*, volumen 3, páginas 889-941. Academia Press, San Diego/Londres, EE.UU./Reino Unido.
- [ACCH01a] Alcalá R., Casillas J., Cordón O. y Herrera F. (2001) Building fuzzy graphs: features and taxonomy of learning for non-grid-oriented fuzzy rule-based systems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* 11: 99-119.
- [AH04] Alcalá R. y Herrera F. (2004) Genetic tuning on fuzzy systems based on the linguistic 2-tuples representation. En *Proceedings of the 13th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volumen 1, páginas 233-238. Budapest, Hungría.
- [AHMP06] Alcalá-Fdez. J., Herrera F., Márquez F. y Peregrín A. (2006) Increasing Fuzzy Rules Cooperation Based On Evolutionary

- Adaptive Inference System. *International Journal of Intelligent Systems*. (in press)
- [Ang98] Angeline P.J., (1998) Evolving Predictors for Chaotic Time Series. *Proceedings of SPIE: Application and Science of Computational Intelligence*; 3390. pp. 170-180.
- [Bab98] Babuška R. (1998) *Fuzzy modeling for control*. Kluwer Academia, Norwell, MA, EE. UU
- [BAB01] Baron L., Achiche S. y Balazinski M. (2001) Fuzzy decision support system knowledge base generation using a genetic algorithm. *International Journal of Approximate Reasoning* 28(1):125-148.
- [Bäc96] Bäck T. (1996) *Evolutionary algorithms in theory and practice*. Oxford University Press.
- [Bak87] Baker J. E. (1987) Reducing bias and inefficiency in the selection algorithm. En Grefenstette J. J. (Ed.) *Proceedings of the 2nd International Conference on Genetic Algorithms (ICGA'87)*, páginas 14-21. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, EE.UU.
- [Bas94] Bastian A. (1994) How to andel the flexibility of linguistic variables with applications. *Internacional Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 3(4): 463-484.
- [Bas95] Bastian A. (1995) Handling the nonlinearity of a fuzzy logic controller at the transition between rules. *Fuzzy Sets and Systems*. 71: 369-387.
- [BB00] Bodenhofer U. y Bauer P. (2000) Towards an axiomatic approach to interpretability. En *Proceedings of the 6th International Conference on Soft Computing*, páginas 334-339. Iizuka, Japón.
- [BB03] Bodenhofer U. y Bauer P. (2003) A formal model f interpretability of linguistic variables. En Casillas J., Cordón O., Herrera F. y Magdalena L. (Eds.) *Interpretability issues in fuzzy modeling*, páginas 524-545. Springer-Verlag.
- [BD95] Bardossy A. y Duckstein L. (1995) *Fuzzy rule-based modeling with application to geophysical, biological and engineering systems*. CRC Press.
- [Ber98] Berger M. (1998) A new parametric family of fuzzy connectives and their application to fuzzy control. *Fuzzy Sets and System*, 93: 1-16

- [BH99] Berthold M. R. y Huber K.P. (1999) Constructing fuzzy graphs from examples. *Intelligent Data Analysis* 3: 37-53.
- [BK99] Batyrshin I, Kaynak O. (1999) Parametric Classes of Generalized Conjunction and Disjunction for Fuzzy Modeling. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 7(5): 586-596.
- [BK03] Batyrshin I, Kaynak O. (2003) Fuzzy Modeling Based on Generalized Conjunction Operators. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 10(5): 678-683.
- [BKC96] Bonissone P. P., Quedar P. S. y Chen Y.- T. (1996) Genetic algorithms for automated tuning of fuzzy controllers, a transportation application. En *Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE'96)*, páginas 674-680. Nueva Orleans, LA, EE. UU.
- [Bod00] Bodenhofer U. (2000) A similarity-based generalization of fuzzy orderings preserving the classical axioms. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 8(5):593-610.
- [Bon96] Bonarini A. (1996) Evolutionary learning of fuzzy rules: competition and cooperation. En Pedrycz W. (Ed.) *Fuzzy Modelling: Paradigms and Practice*, páginas 265-284. Kluwer Academic Press, Norwell, MA.
- [Bon97] Bonissone P.P. (1997) Soft Computing: the convergence of emerging reasoning technologies. *Soft Computing* 1(1): 6-18.
- [Boo82] Booker L.B. (1982) *Intelligent behaviour as an adaption to the task environment*. PhD Thesis, University of Michigan.
- [BS91] Bäck T. y Schwefel H. P. (1991) Extended selection mechanisms in genetic algorithms. En *Proc. Fourth International Conference on Genetic Algorithms (ICGA'91)*, páginas 2-9. San Diego, EE.UU.
- [BS95] Bäck T. y Schwefel H.P. (1995) Evolution strategies I: variants and their computational implementation. Periaux J., Winter G., Galán M. y Cuesta P. (Eds) *Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science*: 11-126. John Wiley and Sons.
- [CA98] Combs W. E. y Andrews J. E. (1998) Combinatorial rule explosion eliminated by a fuzzy rule configuration. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 6(1): 1-11.

- [CCH02] Casillas J., Cordon O. y Herrera F. (2002) COR: A methodology to improve ad hoc data-driven linguistic rule learning methods by inducing cooperation among rules. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics* 32(4): 526-537.
- [CCHM03a] Casillas J., Cordon O., Herrera F. y Magdalena L. (Eds.) (2003) Accuracy improvements in linguistic fuzzy modeling, volumen 129 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer-Verlag, Heidelberg, Alemania.
- [CCHM03b] Casillas J., Cordon O., Herrera F. y Magdalena L. (2003) Accuracy improvements to find the balance interpretability-accuracy in linguistic fuzzy modeling: an overview. En Casillas J., Cordon O., Herrera F. y Magdalena L. (Eds.) *Accuracy Improvements in Linguistic Fuzzy Modeling*, volumen 129 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, páginas 3-24. Springer-Verlag, Heidelberg, Alemania.
- [CCHM03c] Casillas J., Cordon O., Herrera F. y Magdalena L. (Eds.) (2003) Interpretability issues in fuzzy modeling, volumen 128 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer-Verlag, Heidelberg, Alemania.
- [CCJH01] Casillas J., Cordon O., del Jesus M.J. y Herrera F. (2001) Genetic feature selection in a fuzzy rule-based classification system learning process for high dimensional problems. *Information Sciences* 136: 169-191.
- [CDM99] Castro J. L., Delgado M. y Mantas C. J. (1999) A hybrid system for approximate reasoning. Technical report, Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, Universidad de Granada.
- [CFM96] Carse B. Fogarty T. C. y Munro A. (1996) Evolving fuzzy rule based controllers using genetic algorithms. *Fuzzy Sets and Systems* 80: 273-294.
- [CGH+04] Cordon O., Comide F., Herrera F., Hoffmann F. y Magdalena L. (2004) Ten years of genetic fuzzy systems: Current framework and new trends. *Fuzzy Sets and Systems* 41(1): 5-31.
- [CH95] Cordon O. y Herrera F. (1995) A general study on genetic fuzzy systems. En Periaux J., Winter G., Galán M. y Cuesta P. (Eds.) *Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science*, páginas 33-57. John Wiley and Sons.

- [CH97] Cordón O. y Herrera F. (1997) A three-stage evolutionary process for learning descriptive and approximate fuzzy logic controller knowledge bases from examples. *International Journal of Approximate Reasoning* 17(4): 369-407.
- [CH00] Cordón O., Herrera F. (2000) A proposal for improving the accuracy of linguistic modeling. *IEEE Trans. Fuzzy Syst June.* 8: 335-344
- [CH01] Cordón O. y Herrera F. (2001) Hybridizing genetic algorithms with sharing scheme and evolution strategies for designing approximate fuzzy rule-based systems. *Fuzzy Sets and Systems* 118(2): 235-255.
- [CHHM01] Cordón O., Herrera F., Hoffmann F. y Magdalena L. (2001). GENETIC FUZZY SYSTEMS. *Evolutionary tuning and learning of fuzzy knowledge bases*, volumen 19 of *Advances in Fuzzy Systems – Applications and Theory*. World Scientific.
- [CHL96] Cordón O., Herrera F. y Lozano M. (1996) On the bidirectional integration of genetic algorithms and fuzzy logic. En *Proceedings of the Second Online Workshop on Evolutionary Computation (WEC2)*, páginas 13-16. Nagoya.
- [CHL97a] Cordón O., Herrera F. y Lozano M. (1997) A classified review on the combination fuzzy logic-genetic algorithms bibliography: 1989-1995. En Sanchez E., Shibata T. y Zadeh L. (Eds.) *Genetic Algorithms and Fuzzy Logic Systems. Soft Computing Perspectives*, páginas 209-241. World Scientific.
- [CHL97b] Cordón O., Herrera F. y Lozano M. (1997) On the combination of fuzzy logic and evolutionary computation: a short review and bibliography. En Pedrycz W. (Ed.) *Fuzzy Evolutionary Computation*, páginas 57-77. Kluwer Academic.
- [CHMP04] Cordón O., Herrera F., Márquez F. y Peregrín A. (2004). A Study on the Evolutionary Adaptive Defuzzification Methods in Fuzzy Modeling. *International Journal of Hybrid Intelligent Systems.* 1: 36-48.
- [CHMV01] Cordón O., Herrera F., Magdalena L. y Villar P. (2001) A genetic learning process for the scaling factors, granularity and contexts of the fuzzy rule-based system data base. *Information Sciences* 136(1-4):85-107.

- [CHP95] Cordón O, Herrera F y Peregrín A. T-norms vs. Implication functions as implications operators in fuzzy logic controllers. *Fuzzy Sets and Systems* 86: 15-41
- [CHP97] Cordón O., Herrera F. y Peregrín A. (1997) Applicability of the fuzzy operators in the design of fuzzy logic controllers. *Fuzzy Sets and Systems* 86: 15-41
- [CHP97a] Cordón O, Herrera F y Peregrín A. (1997) Applicability of the Fuzzy Logic Controllers. *Fuzzy Sets Syst.* 86: 5-24
- [CHP97b] Cordón O, Herrera F y Peregrín A. (1997) A study on the se of implication operators extending the Boolean conjunction in fuzzy control. *Proceedings of the 7th IFSA Congr. Vol.III:* 243-248
- [CHP99a] Cordón O, Herrera F y Peregrín A. (1999) A practical study on the implementation of fuzzy logia controllers. *International Journal of Intelligent Control and Systems* 3: 49-91
- [CHP99b] Cordón O, Herrera F y Peregrín A. (1999) Characterization of implication operators in fuzzy rule based systems from basic properties. *Proceedings of the EUSFLAT-ESTYLF Joint Conference:* 163-166.
- [CHP99c] Cordón O, Herrera F y Peregrín A. (1999) Characterization of implication operators in fuzzy control based on basic properties and defuzzification methods. Technical Report DECSAI-99108, Universidad de Granada, Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial. E.T.S.I. Informática. Granada. España.
- [CHP00] Cordón O., Herrera F. y Peregrín A. (2000) Searching for Basic Properties Obtaining Robust Implications Operators in Fuzzy Control. *Fuzzy Sets and Systems*, 111: 237-251.
- [CHS99] Cordón O., Herrera F. y Sánchez L. (1999) Solving electrical distribution problems using hybrid evolutionary data analysis techniques. *Applied Intelligence* 10: 5-24.
- [CHV00] Cordón O. Herrera F. y Villar P. (2000) Analysis and guidelines to obtain a good fuzzy partition granularity for fuzzy rule-based systems using simulated annealing. *International Journal of Approximate Reasoning* 25(3): 187-215.

- [CHV01a] Cordón O., Herrera F. y Villar P. (2001) Generating the knowledge base of a fuzzy rule-based system by the genetic learning of the data base. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 9(4): 667-674.
- [CHZ02] Cordón O., Herrera F. y Zwir I. (2002) Linguistic modeling by hierarchical systems of linguistic rules. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 10(1): 2-20.
- [CJH98] Cordón O., del Jesús M.J., Herrera F., (1998) Genetic learning of fuzzy rule-based classification systems cooperating with fuzzy reasoning methods. *International Journal of Intelligent Systems*, 13: 1025-1053.
- [CJHL99] Cordón O., del Jesus M.J., Herrera F. y Lozano M. (1999) MOGUL: A methodology to obtain genetic fuzzy rule-based systems under the iterative rule learning approach. *International Journal of Intelligent Systems* 14(9): 1123-1153.
- [CK89] Cao Z. y Kandel A. (1989) Applicability of some fuzzy implication operators. *Fuzzy Sets and Systems* 31: 151-186.
- [CL00] Cheong F. y Lai R. (2000) Constraining the optimization of a fuzzy logic controller using an enhanced genetic algorithm. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics* 30(1): 31-46.
- [CP00] Cho J.S. y Park D.J. (2000) Novel fuzzy logia control based on weighting of partially inconsistent rules using neural network. *J.Intel. Fuzzy System*. 8: 99-100
- [CPK92] Cao Z., Park D. y Kandel A. (1992) Investigations on the applicability of fuzzy inference. *Fuzzy Sets and Systems* 49: 151-169.
- [CV94] Cooper M. G. y Vidal J.J. (1994) Genetic design of fuzzy controllers the cart and jointed pole problem. En Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Fuzzy Systems, páginas 1332-1337. Piscataway, NJ, EE.UU.
- [CVL02] Coello C., Veldhuizen D. V. y Lamont G. (2002) *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Kluwer Academic Publishers.
- [CYP96] Chi Z., Yan H. y Pham T. (1996) *Fuzzy algorithms with application to image processing and pattern recognition*. World Scientific, Singapur.

- [Deb01] Deb K. (2001) *Multiobjective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley & Sons.
- [DHR93] Driankov D., Hellendoorn H. y Reinfrank M. (1993) *An introduction to fuzzy control*. Springer-Verlag.
- [ES93] Eshelman L. J. y Schaffer J. D. (1993) Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. En Whitley L. (Ed.) *Foundations of genetic algorithms*, volumen 2, páginas 187-202. Morgan Kaufman.
- [Esh91] Eshelman L. J. (1991) The CHC adaptive search algorithm: How to have safe search when engaging in nontraditional genetic recombination. En Rawlin G. (Ed.) *Foundations of genetic Algorithms*, volumen 1, páginas 265-283. Morgan Kaufman.
- [ESH00] Esogbue A.O, Song Q, Hearnes II W.E. (2000) Defuzzification Filters and applications to power system stabilization problems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 251: 406-432.
- [ETG99] Emami M.R., Türksen J.B. y Goldenberg A.A. (1999) A unified parameterized formulation of reasoning in fuzzy modeling and control. *Fuzzy Sets and Systems* 108: 59-81.
- [EV00] Espinosa J. y Vandewalle J. (2000) Constructing fuzzy models with linguistic integrity from numerical data-AFRELI algorithm. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 8(5): 591-600.
- [Fil91] Filev D.P. (1991) A generalized defuzzification method via BAD distributions. *International Journal of Intelligent Systems*, 6: 687-697
- [FJ96] Filipic B. y Juricic D. (1996) A genetic algorithm to support learning fuzzy control rules from examples. En Herrera F. y Verdegay J.L. (Eds.) *Genetic Algorithms and Soft Computing*, páginas 403-418. Physica Verlag.
- [Fri97] Fritzke B. (1997) Incremental neuro-fuzzy systems. En Bosacchi B., Bezdek J.C. y Fogel D.B. (Eds.) *Proceedings of SPIE (The International Society for Optical Engineering): Applications of Soft Computing*, volumen 3165, páginas 86-97.
- [FY93] Filev D.P. y Yager R. (1993) An adaptive approach to defuzzification based on level sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 54: 355-360.

- [GGP98] Gudwin R. R., Comide F. A. y Pedrycz W. (1998) Context adaptation in fuzzy processing and genetic algorithms. *International Journal of Intelligent Systems* 13: 929-948.
- [GH97] González A. y Herrera F. (1997) Multi-stage genetic fuzzy systems based on the iterative rule learning approach. *Mathware & Soft Computing* 4: 233-249
- [GJ99] Gómez-Skarmeta A. F. y Jiménez F. (1999) Fuzzy modeling with hybrid systems. *Fuzzy Sets and Systems* 104: 199-208.
- [Glo96] Glonnec P. Y. (1996) Constrained optimization of FIS using an evolutionary method. En Herrera F. y Verdegay J.L. (Eds.) *Genetic Algorithms and Soft Computing*, páginas 349-368. Physica Verlag.
- [GIP99] González A. y Pérez R. (1999) SLAVE: a genetic learning system based on an iterative approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 7(2): 176-191.
- [Gol89] Golberg D.E. (1989) *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley.
- [GP97] González A. y Pérez R. (1997) Completeness and consistency conditions for learning fuzzy rules. *Fuzzy Sets and Systems* 96(1): 37-51.
- [GP98] González A. y Pérez R. (1998) A fuzzy theory refinement algorithm. *International Journal of Approximate Reasoning* 19(3-4): 193-220.
- [GP99] González A. y Pérez R. (1999) A study about the inclusion of linguistic hedges in a fuzzy rule learning algorithm. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 7(3): 257-266.
- [GP01] González A. y Pérez R. (2001) Selection of relevant features in a fuzzy genetic learning algorithm. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics* 31(3): 417-425.
- [GQ91] Gupta M. y Qi J. (1991) Theory of T-norms and Fuzzy Inference Methods. *Fuzzy Sets and System*. 40: 431-451
- [GQ91a] Gupta M. y Qi J., (1991) Design of Fuzzy logic Controllers Based on Generalized T-operators. *Fuzzy Sets and Systems* 40: 473-489.

- [Gre94] Grefensette J.J. (Ed.) (1994) *Genetic algorithms for machine learning*. Kluwer Academic.
- [GT95] Goonatilake S. y Treleaven P. (Eds.) (1995) *Intelligent systems for finance and business*. John Wiley & Sons.
- [Gür99] Gürocak H. B. (1999) A genetic-algorithm-based method for tuning fuzzy-logic controllers. *Fuzzy Sets and Systems* 108(1):39-47.
- [HCL99] Huang C.Y., Chen C.Y. y Liu B.D. (1999) Current-mode fuzzy linguistic hedge circuits". *Analog Integrated Circuits Signal Process* 19: 225-278
- [Hir93] Hirota K. (Ed.) (1993) *Industrial applications of fuzzy technology*. Springer-Verlag.
- [HL99] Hong T.P. y Lee C. Y. (1999) Effect of merging order on performance of fuzzy induction. *Intelligent Data Analysis* 3(2): 139-151.
- [HLV95] Herrera F., Lozano M. y Verdegay J. L. (1995) Tuning fuzzy controllers by genetic algorithms. *International Journal of Approximate Reasoning* 12: 299-315.
- [HLV97] Herrera F., Lozano M. y Verdegay J. L. (1997) Fuzzy connectives based crossover operators to model genetic algorithms population diversity. *Fuzzy Sets and Systems* 92(1): 21-30.
- [HLV98a] Herrera F., Lozano M. y Verdegay J. L. (1998) A learning process for fuzzy control rules using genetics algorithms. *Fuzzy Sets and Systems* 100: 143-158.
- [HLV98b] Herrera F., Lozano M. y Verdegay J. L. (1998) Tackling real-coded genetic algorithms: operators and tools for behaviorural analysis. *Artificial Intelligence Review* 12: 265-319.
- [HM95] Homaifar A. y McCormick E. (1995) Simultaneous design of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 3(2): 129-139.
- [HM97] Herrera F. y Magdalena L. (1997) Genetic fuzzy systems. *Tatra Mountains Mathematical Publications. Fuzzy Structures. Current Trends. Lecture Notes of the Tutorial: Genetic Fuzzy Systems*. Seventh IFSA World Congress (IFSA'97) 13: 93-121

- [HM00] Herrera F. y Martínez L. (2000) A 2-tuple linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 8(6): 746-752.
- [HMP03] Herrera F., Márquez F., Peregrín A. (2003) Genetic Adaptation of Rule Connectives and Conjunction Operators in Fuzzy Rule Based System: An Experimental Comparative. *Third International Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology Study*. 100-104 Zittau (Germany)
- [Hol75] Holland J.H. (1975) *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann arbor: The University of Michigan Press.
- [Hon95] Hong C.Z. (1995) Handwritten Numeral Recognition Using a Small Number of Fuzzy Rules with Optimized Defuzzification Parameters. *Neural Networks*, 8(5): 821-827.
- [HP97] Hoffmann F. y Pfister G. (1997) Evolutionary design of a fuzzy knowledge base for a mobile robot. *International Journal of Approximate Reasoning* 17(4): 447-469.
- [HR78] Holland J. H. y Reitman J. S. (1978) Cognitive systems based on adaptive algorithms. En Waterman D.A. y Hayes-Roth F. (Eds.) *Pattern-Directed Inference Systems*. Academic Press.
- [HM95] Homaifar A, McCormick E (1995) Simultaneous design of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 3(2):129-139.
- [HS96] Hanebeck U.D. y Schmidt G.K. (1996) Genetic optimization of fuzzy networks. *Fuzzy Sets and Systems* 79(1): 59-68.
- [HT93] Hellendoorn H. y Thomas C. (1993) Defuzzification in fuzzy controllers. *Journal of Intelligent Fuzzy Systems* 1: 109-123.
- [HV96] Herrera F. y Verdegay J.L. (Eds.) (1996) *Genetic algorithms and soft computing*. Physica-Verlag.
- [IM96] Ishibuchi H., Murata T. (1996) A genetic-algorithms-based fuzzy partition method for pattern classification problems. En Herrera F. y Verdegay J. (Eds.) *Genetic Algorithms and Soft Computing*, páginas 555-578. Physica Verlag.
- [IMT97] Ishibuchi H., Murata T. y Türksen I. B. (1997) Single-objective and two-objective genetic algorithms for selecting linguistic rules for

- pattern classification problems. *Fuzzy Sets and Systems* 89:135-150.
- [INM99] Ishibuchi H., Nakashima T. y Murata T. (1999) Performance evaluation of fuzzy classifier systems for multidimensional pattern classification problems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics –Part B: Cybernetics* 29: 601-618.
- [INN04] Ishibuchi H., Nakashima T. y Nii M. (2004) Classification and Modeling with Linguistic Information Granules. (Eds). *Advanced Approaches to Linguistic Data Mining*. Advanced Information Processing. Springer.
- [INYT95] Ishibuchi H., Nozaki K., Yamamoto N. y Tanaka H. (1995) Selecting fuzzy if-then-rules for classification problems using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 9(3): 260-270.
- [IT01] Ishibuchi H. y Takashima T. (2001) Effect of rule weights in fuzzy rule-based classification systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 3(3): 260-270.
- [IY03] Ishibuchi H. y Yamamoto T. (2003) Trade-off between the number of fuzzy rules and their classification performance. En Casillas J., Cordon O., Herrera F. y Magdalena L. (Eds.) *Accuracy improvements in linguistic fuzzy modeling*, Studies in Fuzziness and Soft Computing, páginas 72-99. Springer-Verlag, Heidelberg, Alemania.
- [JGSRB01] Jiménez F., Gómez-Skarmeta A., Roubus H. y Babuška R. (2001) A multi-objective evolutionary algorithm for fuzzy modeling. En *Proceedings of the 9th IFSA World Congress and the 20th NAFIPS International Conference*, páginas 1222-1228. Vancouver, Canadá.
- [Jin00] Jin Y. (2000) Fuzzy modeling of high-dimensional systems: complexity reduction and interpretability improvement. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 8(2): 212-221.
- [JL96] Jiang T. y Li Y. Generalized defuzzifications strategies and their parameter learning procedures. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(1): 64-71.
- [JS99] Jin Y. and Seelen W. (1999) Evaluating flexible fuzzy controllers via Evolution Strategies. In *Fuzzy Sets and Systems*, 108: 243-252.

- [JvSS99] Jin Y., von Seelen W. y Sendhoff B. (1999) On generating FC3 fuzzy rule systems from data using evolution strategies. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics* 29(4): 829-845.
- [Kar91a] Karr C. (1991) Applying genetics to fuzzy logic. *AI Expert* páginas 38-43.
- [Kar91b] Karr C. (1991) Genetic algorithms for fuzzy controllers. *AI Expert* 6(2): 26-33.
- [KCL02] Kim D. Choi Y. y Lee S. (2002) An accurate COG defuzzifier design using Lamarckian coadaptation of learning and evolution. *Fuzzy Sets and Systems*. 130(2): 207-225
- [KF98] Kandel A. y Friedman M. (1998) Defuzzification using most typical values. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 28.
- [KG93] Karr C. y Gentry E. J. (1993) Fuzzy control of pH using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 1(1): 46-53.
- [KKK94] Kinzel J., Klawonn F. y Kruse R. (1994) Modifications of genetic algorithms for designing and optimizing fuzzy controllers. En Proc. *First IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC'94)*, páginas 28-33. Orlando, FL, USA.
- [Kie97] Kiendl, H. (1997) Non- translation – invariant defuzzification. *Proceedings of the 6th FUZZ-IEEE'97*. 737-741. Barcelona.
- [Kim00] Kim D. (2000). An accurate COG Defuzzifier Design by the Coadaptation of Learning and Evolution. Proc. 9th IEEE International Conf. On Fuzzy Systems, páginas 741-747 , San Antonio.
- [KKS85] Kiszka J., Kochanska M. y Sliwinska D. (1985) The influence of some fuzzy implication operators on the accuracy of a fuzzy model. Partes I y II *Fuzzy Sets and Systems* 15,15: 111-128, 223-240.
- [KKS00] Krone A., Krause H. y Slawinski T. (2000) A new rule reduction method for finding interpretable and small rule bases in high dimensional search spaces. En *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, páginas 693-699. San Antonio, TX, EE. UU.
- [Kla94] Klawonn F. (1994) Fuzzy sets and vague environments. *Fuzzy Sets and Systems* 66: 207-221.

- [KNN98] Klose A., Nurnberger A. y Nauck D. (1998) Some approaches to improve the interpretability of neuro-fuzzy classifiers. En *Proc. Of the 6th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing*, páginas 629-633. Aachen (Germany).
- [Koc96] Koczy L. (1996) Fuzzy if.. then rule models and their transformation into one another. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 26: 621-637.
- [KS95] KrishnaKumar K. y Satyadas A. (1995) GA-optimized fuzzy controller for spacecraft attitude control. En Periaux J., Winter G., Galán M. y Cuesta P. (Eds.) *Genetic algorithms in engineering and computer science*, páginas 305-320. John Wiley & Sons, Nueva Cork, NY, EE. UU.
- [KT01] Krone A. y Taeger H. (2001) Data-based fuzzy rule test for fuzzy modeling. *Fuzzy Sets and Systems* 123(3): 343-358.
- [LCT01] Liu B. D., Chen C.Y., Tsao J.Y. (2001) Design of adaptative fuzzy logia controller based on linguistic hedge concepts and genetic algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. 31: 32-53.
- [Lee90] Lee C.C. (1990) Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller – Partes I,II. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 20 (2): 404-418, 419-435.
- [LM94] Liska J. y Melsheimer S.S. (1994) Complete design of fuzzy logic systems using genetic algorithms. En *Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, páginas 1377-1382. Orlando, FL, EE. UU.
- [LMV99] López S., Magdalena L. y Velasco J. R. (1999) Genetic fuzzy c-means algorithm for the automatic generation of fuzzy partitions. En Bouchon-Meunier B., Yager R. R. y Zadeh L.A. (Eds.) *Information, Uncertainty, Fusion*, páginas 407-418. Kluwer Scientific, Norwell, MA, EE. UU.
- [MA75] Mamdani E.H. y Assilian S. (1975) An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies* 7: 1-13
- [Mag97] Magdalena L. (1997) Adapting the gain of an FLC with genetic algorithms. *International Journal of Approximate Reasoning* 17(4): 327-349.

- [Mam74] Mamdani E.H. (1974) Applications of fuzzy algorithm for control a simple dynamic plant. *Proceedings of the IEEE* 121(12): 1585-1588.
- [Mar97] Marple S.L. (1997), *Digital Spectral Analysis with Applications*. Prentice Hall.
- [Mic96] Michalewicz Z. (1996) *Genetic algorithms + data structures = evolution programs*. Springer-Verlag.
- [Miz89] Mizumoto M. (1989) Pictorial Representations of Fuzzy Connectives, Part I: Cases of T-norms, T-conorms and Averaging Operators. *Fuzzy Sets and Systems*. 31: 217-242
- [MMH97] Magdalena L. y Monasterio-Huelin F. (1997) A fuzzy logic controller with learning through the evolution of its knowledge base. *International Journal of Approximate Reasoning* 16(3): 335-358.
- [MP96] Mitra S. y Pal S. K. (1996) Fuzzy self organization, inferencing, and rule generation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 26: 608-619.
- [MR90] Müller B. y Reinhardt J. (1990) *Neural networks*. An introduction. Springer-Verlag, Heidelberg. Alemania.
- [MV97] Magdalena L. y Velasco J. R. (1997) Evolutionary based learning of fuzzy controllers. En Pedrycz W. (Ed.) *Fuzzy Evolutionary Computation*, páginas 249-268. Kluwer Academic.
- [Nau00] Nauck D. (2000) Adaptive rule weights in neuro-fuzzy systems. *Neural Computing and Applications* 9: 60-70.
- [Nel01] Nelles O. (2001) Nonlinear system identification: from classical approaches to neuronal networks and fuzzy models. Springer Verlag.
- [NIT97] Nozaki K., Ishibuchi H. y Tanaka H. (1997) A simple but powerful heuristic method for generation fuzzy rules from numerical data. *Fuzzy Sets and Systems* 86: 251-270.
- [NK98] Nauck D. y Kruse R. (1998) How the learning of rule weights affects the interpretability of fuzzy systems. *En Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Fuzzy Systems* 101(2): 261-271.

- [NK99] Nauck D. y Kruse R. (1999) Neuro-fuzzy systems for function approximation. *Fuzzy Sets and Systems* 101(2): 261-271.
- [NL94] Ng K. C. y Li T. (1994) Design of sophisticated fuzzy logic controllers using genetic algorithms. En *Proc. Third IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE'94)*, volumen 3, páginas 1708-1712. Orlando, FL, USA.
- [PB93] Parodi A. y Bonelli P. (1993) A new approach to fuzzy classifier systems. En *Proc. Fifth International Conference on Genetic Algorithms (ICGA'93)*, páginas 223-230. Morgan Kaufmann.
- [Ped96] Pedrycz W. (ed.) (1996) *Fuzzy Modeling: Paradigms and Practice*. Kluwer Academic.
- [Ped97] Pedrycz W. (ed.) (1997) *Fuzzy evolutionary computation*. Kluwer Academic.
- [Ped01] Pedrycz W. (2001) Fuzzy equalization in the construction of fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems* 119(2): 329-335.
- [PGG97] Pedrycz W., Gudwin R. y Gomide F. (1997) Nonlinear context adaptation in the calibration of fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems* 88: 91-97.
- [PK91] Pham D. T. y Karaboga D. (1991) Optimun design of fuzzy logic controllers using genetic algorithms. *Journal of Systems Engineering* 1: 114-118.
- [PKL94] Park D., Kandel A. y Langholz (1994) Genetic-based new fuzzy reasoning models with application to fuzzy control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 24(1): 39-47.
- [PP99] Pal N.R., Pal K. (1999) Handling of inconsistent rules with an extended model of fuzzy reasoning. *J. Intell. Fuzzy Syst.* 7: 55-73
- [PRO+00] Pomares H., Rojas I., Ortega J., González J. y Prieto A. (2000) A systematic approach to a self-generating fuzzy rule-table for function approximation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics* 30(3): 431-447.
- [PS01] Peña-Reyes C.A. y Sipper M. (2001) Fuzzy CoCo: a cooperative coevolutionary approach to fuzzy modeling. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 9(5): 727-737.

- [RPOP00] Rojas I., Pomares H., Ortega J. y Prieto A. (2000) Self-organized fuzzy system generation from training examples. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 8(1): 23-36.
- [RS00] Roubos J. A. y Setnes M. (2000). Compact fuzzy models through complexity reduction and evolutionary optimization. En *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volumen 2, páginas 762-767. San Antonio, Texas, EE.UU.
- [RS01] Roubos J. A. y Setnes M. (2001). Compact and transparent fuzzy models and classifiers through iterative complexity reduction. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 9(4): 516-524.
- [San00] Sánchez L. (2000) Interval-valued GA-P algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 4(1): 64-72.
- [SBKN98] Setnes M., Babuska R., Kaymak U. y Nauta-Lemke H. R. v. (1998) Similarity measures in fuzzy rule base simplification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics* 28: 376-386.
- [Sch95] Schwefel H.P. (1995) Evolution and Optimum Seeking. *Sixth-Generation Computer Technology Series*. John Wiley and Sons.
- [SEC99] Shi Y., Eberhart R. y Chen Y. (1999) Implementation of evolutionary fuzzy systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 7(2): 109-119.
- [SH00] Setnes M. y Hellendoorn H. (2000) Orthogonal transforms for ordering and reduction of fuzzy rules. En *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volumen 2, páginas 700-705. San Antonio, Texas, EE.UU.
- [SK88] Sugeno M. y Kang G.T. (1988) Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems* 28: 15-33.
- [SKFT01] Suzuki T., Kodama T., Furuhashi T. y Tsutsui H. (2001) Fuzzy modeling using genetic algorithms with fuzzy entropy as conciseness measure. *Information Sciences* 136(1-4):53-67.
- [SKG93] Surmann H., Kanstein A. y Goser K. (1993) Self-organizing and genetics algorithms for an automatic design of fuzzy control and decision systems. En *Proceedings of the 1st European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies*, páginas 1097-1104. Aachen, Alemania.

- [SL96] Song Q. and Leland R.P. (1996) Adaptive learning defuzzification techniques and applications. *Fuzzy Sets and Systems*, 8(31): 321-329.
- [Smi80] Smith S. F. (1980) *A learning system based on genetic adaptive algorithms*. Phd Thesis, University of Pittsburgh.
- [SSZ97] Sanchez E., Shibata T. y Zadeh L. (Eds.) (1997) *Genetic algorithms and fuzzy logic systems*. Soft computing perspectives. World Scientific.
- [SY93] Sugeno M. y Yasukawa T. (1993) A fuzzy logic-based approach to qualitative modeling. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 1(1): 7-31.
- [Tet95] Tettamanzi A.G. (1995) Evolutionary algorithms and fuzzy logic: a two-way integration. En *Proc. Second Joint Conference on Information Sciences*, páginas 464-467.
- [Thr91] Thrift P. (1991) Fuzzy logic synthesis with genetic algorithms. En *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms (ICGA'91)*, páginas 509-513. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA, EE. UU.
- [TS85] Takagi T. y Sugeno M. (1985) Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 15(1): 116-132.
- [TV85] Trillas E. y Valverde L. (1985) On implication and Indistinguishability in the Setting of Fuzzy Logia. J. Kacprzyck and R. Yager, *Management Decision Support Systems Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*, Verlag TÜV Rheinland. 198-212
- [Val99a] Valente de Oliveira J. (1999) Semantic constraints for membership function optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans* 29(1): 128-138.
- [Val99b] Valente de Oliveira J. (1999) Towards neuro-linguistic modeling: constraints for optimization of membership functions. *Fuzzy Sets and Systems* 106(3): 357-380.
- [Vel98] Velasco J. R. (1998) Genetic-based on-line learning for fuzzy process control. *International Journal of Intelligent Systems* 13(10-11):891-903.

- [Ven92] Venturini G. (1992) SIA: a supervised inductive algorithm with genetic search for learning attribute based concepts. En Proc. *European Conference on Machine Learning*, páginas 280-296. Viena, Austria.
- [VR91] Valenzuela-Rendón M. (1991) The fuzzy classifier system: Motivations and first results. En Schwefel H.P. y Männer R. (Eds.) *Proc. First International Conference on Parallel Problem Solving from Nature – PPSN I*, páginas 330-334. Springer-Verlag, Berlin.
- [Wan94] Wang L. X. (1994) *Adaptive fuzzy systems and control*. Prentice-Hall.
- [Wha03] Whalen T. (2003) Parametrized R-implications. In *Fuzzy Sets and Systems*, 134: 231-281
- [WHT98] Wang C., Hong T. y Tseng S. (1998) Integrating fuzzy knowledge by genetic algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 2(4): 138-149.
- [WM92] Wang L.X. y Mendel J.M. Generating fuzzy rules by learning from examples. (1992) *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.* 22(6): 1414-1427
- [XL00] Xiong N. y Litz L. (2000) Fuzzy modeling based on premise optimization. En *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, páginas 859-864. San Antonio, TX, EE. UU.
- [YBY99] Yam Y., Baranyi P. y Yang C. (1999) Reduction of fuzzy rule base via singular value decomposition. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 7: 120-132.
- [YF93] Yager R. y Filev D.P. (1993) SLIDE: a simple adaptive defuzzification method. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1: 69-78.
- [YW99] Yen J. y Wang L. (1999) Simplifying fuzzy rule-based models using orthogonal transformation methods. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics* 29: 13-24.
- [Zad65] Zadeh L.A. (1965) Fuzzy sets. *Information and Control* 8: 338-353.
- [Zad71] Zadeh L.A. (1971) Toward a theory of fuzzy systems. En *Aspects of network and system theory*, páginas 469-490. Rinehart and Winston, Nueva Cork, NY, EE.UU.

- [Zad73] Zadeh L.A. (1973) Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 3: 28-44.
- [Zad74] Zadeh L.A. (1974) On the analysis of large scale systems. En *Systems approaches and environment problems*, páginas 23-37. Vandenhoeck and Ruprecht, Gottingen, Alemania.
- [Zad75] Zadeh L.A. (1975) The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. Parts I, II and III. *Information Science* 8, 8 and 9: 199-249, 301-357 and 43-80.
- [Zad76] Zadeh L.A. (1976) A fuzzy-algorithmic approach to the definition of complex or imprecise concepts. *International Journal on Man-Machine Studies* 8(3): 249-291.
- [Zad96] Zadeh L.A. (1996) Fuzzy logia and the calculi of fuzzy rules and fuzzy graphs: a precis. *International Journal of Multiple- Valued Logia* 1: 1-38.