

Universidad de Huelva

Departamento de Didácticas Integradas



Conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos

Memoria para optar al grado de doctora
presentada por:

Ana María Escudero Domínguez

Fecha de lectura: 23 de mayo de 2024

Bajo la dirección de los doctores:

Miguel Ángel Montes Navarro

María de la Cinta Muñoz Catalán

Huelva, 2024



TESIS DOCTORAL

**CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN
PROFESOR DE EDUCACIÓN INFANTIL PARA
LA ENSEÑANZA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS**

ANA MARÍA ESCUDERO DOMÍNGUEZ



UNIVERSIDAD DE HUELVA
2024

Universidad de Huelva

Departamento de Didácticas Integradas



Universidad
de Huelva

Conocimiento Especializado de un Profesor
de Educación Infantil para la Enseñanza de
Cuerpos Geométricos

Tesis Doctoral

Ana María Escudero Domínguez

Dirigida por

Miguel Ángel Montes Navarro
María de la Cinta Muñoz Catalán

Programa de Doctorado IEACAD

Huelva, 2024

Universidad de Huelva
Departamento de Didácticas Integradas



Universidad
de Huelva

Conocimiento Especializado de un Profesor de Educación Infantil para la Enseñanza de Cuerpos Geométricos

Memoria de TESIS DOCTORAL realizada bajo la dirección del Doctor Miguel Ángel Montes Navarro del Departamento de Didácticas Integradas de la Universidad de Huelva y de la Doctora María de la Cinta Muñoz Catalán del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Sevilla que presenta Ana María Escudero Domínguez para optar al grado de Doctor

Fdo.: Ana María Escudero Domínguez

VºBº de los Directores

Fdo.: Miguel Á. Montes Navarro Fdo.: María de la Cinta Muñoz Catalán

Esta investigación ha sido desarrollada en el marco distintos proyectos de investigación:

“Conocimiento especializado en la formación del profesorado de matemáticas: Tareas y conocimiento del formador” (PID2021-122180OB-I00, financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación del Gobierno de España, 2022-2025), “Conocimiento especializado del profesorado de matemáticas y formación del profesorado (MTSK-TE)” (RTI2018-096547-B-I00, financiado por el Ministerio de Economía y Empresa del Gobierno de España, 2019-2022) y “Caracterización del conocimiento especializado del profesorado de Matemáticas” (EDU2013-44047-P financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España, 2014-2017).

Esta investigación ha sido desarrollada en el marco del grupo de investigación DESYM (HUM 0168), del Plan Andaluz de Investigación, en el centro de investigación COIDESO y en la Red MTSK, auspiciada por la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP). Además, este trabajo se encuadra en la agenda de investigación del SIDM de la Universidad de Huelva.

*A mi hija, por ser lo más importante de mi vida
y enseñarme tanto cada día.*

*A mis padres, mi hermano y mi tía por
vuestro apoyo incondicional siempre,
gracias por estar ahí.*

*A mi abuela por su envidiable tesón y
valentía por seguir siempre adelante,
y a mi abuelo que, aunque no ha
podido ver el culmen de este trabajo,
me decía que sabía que lo terminaría.*

*A mi pareja, por ser mi amigo, compañero
y gran persona que tengo la suerte
de poder tener a mi lado.*

*A todos vosotros, GRACIAS, pues de una u otra forma
sois los que me habéis impulsado y motivado a conseguirlo.*

Agradecimientos

Agradezco a mis directores, Pepe, Cinta y Miguel Ángel por todo el apoyo brindado en la elaboración de este trabajo. Gracias por vuestra guía, sugerencias e implicación, así como el trato y tiempo ofrecido durante estos años. Pepe, aunque desgraciadamente te fuiste hace unos años, te sigo sintiendo cerca, orientándome hacia dónde encauzar el trabajo e impulsándome a seguir avanzando. Mi más sincero agradecimiento, Cinta, por tus palabras de ánimo en los momentos más duros, y a ti, Miguel Ángel, por tus sabios consejos.

A los miembros del tribunal que han aceptado evaluar este trabajo y, seguramente, realizarán apreciaciones que servirán para mejorarlo, así como aportaciones que puedan ser útiles para continuar la investigación.

A mis compañeros del Departamento de Didáctica de las Matemáticas, por vuestras palabras de apoyo a lo largo de este largo proceso. En especial a José María y Verónica por vuestro asesoramiento, animándome a concluirlo.

Agradecer a cada una de las personas que a lo largo de estos años de investigación me han aportado de una u otra manera. Con mi paso por el SIDM, he hecho amigos, además de compañeros de investigación. Así, agradezco a Nuria por su inagotable disposición a ayudar a los demás y, especialmente, por poner en común todo aquello que pensaba que me podía hacer avanzar. A Álvaro por animarme e insistirme en finalizar este proceso. A Dina, Eric, Diana, Emma, Any, Daiane, y todos aquellos que os habéis interesado por tener siempre unas palabras para compartir conmigo.

Finalmente, agradecer a aquellas maestras, “Inés”, “Eli” y “Eugenia”, que me mostraron su forma de enseñar, y especialmente a “José”, que me abrió las puertas de su clase y prestó su tiempo para conversar sobre los distintos aspectos de su enseñanza, gracias a sus ganas de mejorar y gran profesionalidad, y sin el cual, este trabajo no sería el mismo.

ÍNDICE

Listado de Siglas	17
Índice de Figuras	19
Índice de Tablas.....	21
Capítulo 1. Introducción	23
1.1. Motivación, objeto de estudio y contextualización de la investigación	24
1.2. Estructura del trabajo.....	28
Capítulo 2. Problemática de estudio	31
2.1. Introducción.....	32
2.2. Reconocimiento de las matemáticas en la etapa de Infantil	32
2.2.1. Revalorización de la Geometría en la etapa de Infantil.....	33
2.3. Reconocimiento del profesor de Infantil como pieza clave para el aprendizaje matemático de sus estudiantes.....	34
2.3.1. Características de estos profesionales debido a las características de los estudiantes de la etapa	36
2.3.2. Preparación matemática de los profesionales de Infantil	38
2.4. Reconocimiento del conocimiento del profesor en la etapa de Infantil acerca de las matemáticas	40
2.4.1. Investigaciones que exploran en el conocimiento del profesor de Infantil sobre la enseñanza de las matemáticas.....	40
2.4.1.1. Conocimiento del profesor de Infantil sobre Geometría	41
Capítulo 3. Marco teórico	43
3.1. Introducción.....	45
3.2. Distintos modelos de conocimiento profesional del profesor de educación Infantil para enseñar matemáticas	45
3.3. Mathematics Teachers' Specialised Knowledge (MTSK) desde la óptica del profesor de Infantil	48
3.3.1. El dominio de Conocimiento Matemático (MK).....	51
3.3.1.1. Conocimiento de los Temas (<i>Knowledge of Topics- KoT</i>)	51
3.3.1.1.1. Conocimiento de procedimientos asociados a un contenido matemático	52
3.3.1.1.2. Conocimiento de las definiciones, propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático	52

3.3.1.1.3. Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático.....	54
3.3.1.1.4. Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático	56
3.3.1.2. Conocimiento de la Estructura Matemática (<i>Knowledge of the Structure of Mathematics- KSM</i>)	57
3.3.1.2.1. Conocimiento de conexiones de complejización-simplificación de un contenido matemático.....	57
3.3.1.2.2. Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos.....	58
3.3.1.2.3. Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.....	59
3.3.1.3. Conocimiento de la Práctica Matemática (<i>Knowledge of the Practices in Mathematics- KPM</i>)	59
3.3.1.3.1. Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal.....	60
3.3.1.3.2. Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	61
3.3.1.3.3. Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos.....	63
3.3.1.3.4. Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas.....	64
3.3.1.3.5. Prácticas particulares del quehacer matemático	65
3.3.1.3.6. Formas de validación y demostración	67
3.3.2. El dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)	69
3.3.2.1. Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (<i>Knowledge of Mathematics Teaching- KMT</i>)	69
3.3.2.1.1 Conocimiento de teorías de enseñanza de las matemáticas.....	70
3.3.2.1.2 Conocimiento de los recursos didácticos (físicos y digitales) asociados a un contenido matemático	71
3.3.2.1.3 Conocimiento de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático.....	71
3.3.2.2. Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (<i>Knowledge of Features of Learning Mathematics- KFLM</i>)	73
3.3.2.2.1. Conocimiento de teorías de aprendizaje matemático	74
3.3.2.2.2. Conocimiento de las fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	75
3.3.2.2.3. Conocimiento de las formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático.....	76
3.3.2.2.4. Conocimiento de aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	77
3.3.2.3. Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (<i>Knowledge of Mathematics Learning Standards- KMLS</i>)	77
3.3.2.3.1. Conocimiento de los resultados de aprendizaje esperados de un contenido matemático en un nivel específico.....	79

3.3.2.3.2. Conocimiento del nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado para un contenido en un determinado momento escolar	79
3.3.2.3.3. Conocimiento de la secuenciación con temas anteriores y posteriores a un determinado momento escolar	80
Capítulo 4. Metodología	81
4.1. Introducción.....	83
4.2. Pregunta y objetivos de investigación	83
4.3. Paradigma de investigación	85
4.4. Diseño de la investigación: estudio de caso	85
4.4.1. Selección del caso.....	87
4.4.1.1. ¿Cómo seleccionar el informante adecuado?	88
4.4.1.2. ¿Cómo o por qué seleccionamos a José como informante?	88
4.4.2. Definición y características del caso: el caso de José.....	91
4.5. Proceso e instrumentos de recogida de la información	92
4.5.1. Proceso de recogida de la información.....	92
4.5.2. Instrumentos de recogida de la información.....	98
4.5.2.1. Observaciones de aula	98
4.5.2.2. Entrevistas	102
4.5.2.2.1. Guiones de las entrevistas.....	109
4.6. Proceso e instrumentos de análisis de la información	111
4.6.1. Transcripción.....	114
4.6.2. Proceso de análisis de los instrumentos de recogida de información.....	117
4.6.2.1. Análisis de las primeras observaciones de aula (S1-S2)	120
4.6.2.1.1. Resumen, 1º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula	122
4.6.2.1.2. Episodios y subepisodios en los que se divide la observación de aula, 2º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula	122
4.6.2.1.3. Análisis interpretativo por episodio, 3º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula.....	123
4.6.2.1.4. Tabla de indicadores MTSK, 4º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula.....	125
4.6.2.1.5. Esquema de caracterizadores, elemento interno de la investigadora en los informes de análisis de las observaciones de aula	126
4.6.2.1.6. Análisis interpretativo final de toda la observación de aula, 5º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula.....	128
4.6.2.2. Análisis de las observaciones de aula (S3 a S8).....	129
4.6.2.3. Análisis de las entrevistas.....	130
4.6.2.4. Análisis conjunto de los instrumentos de recogida de información	131
Capítulo 5. Análisis y resultados	133
5.1. Introducción.....	135
5.2. Análisis de la información.....	136
5.2.1. Informe de análisis sobre Sesión 1 [S1]	137

5.2.1.1. Resumen S1	138
5.2.1.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S1	138
5.2.1.3. Análisis interpretativo por episodio de S1.....	141
5.2.1.3.1. Episodio 1. Prismas	141
5.2.1.3.2. Episodio 2. Cilindros	153
5.2.1.3.3. Episodio 3. Esferas	158
5.2.1.3.4. Episodio 4. Cilindros (continúa).....	166
5.2.1.3.5. Episodio 5. Esferas (continúa).....	170
5.2.1.3.6. Episodio 6. Tarea de estampación de distintos cuerpos	173
5.2.1.3.7. Episodio 7. “Pirámides”	175
5.2.1.4. Análisis interpretativo final S1	180
5.2.2. Informe de análisis sobre Sesión 2 [S2]	186
5.2.2.1. Resumen S2	187
5.2.2.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S2	188
5.2.2.3. Análisis interpretativo por episodio de S2.....	190
5.2.2.3.0. Episodio 0. Actividad pizzero	190
5.2.2.3.1. Episodio 1. Cubos.....	191
5.2.2.3.2. Episodio 2. Prismas de base cuadrada	205
5.2.2.3.3. Episodio 3. Esferas y cilindros	213
5.2.2.3.4. Episodio 4. Pirámide	224
5.2.2.3.5. Episodio 5. Ficha del libro.....	224
5.2.2.4. Análisis interpretativo final S2	227
5.2.3. Informe de análisis sobre Sesión 3 [S3]	233
5.2.3.1. Resumen S3	233
5.2.3.2. Episodios por analizar de S3	234
5.2.3.3. Análisis interpretativo de aspectos con información novedosa, S3.....	236
5.2.4. Informe de análisis sobre Sesión 4 [S4]	240
5.2.4.1. Resumen S4	240
5.2.4.2. Episodios por analizar de S4	241
5.2.4.3. Análisis interpretativo de aspectos con información novedosa, S4.....	242
5.2.5. Informe de análisis sobre Sesión 5 [S5]	246
5.2.5.1. Resumen S5	246
5.2.5.2. Episodios por analizar de S5	247
5.2.5.3. Análisis interpretativo de aspectos con información novedosa, S5.....	248
5.2.6. Informe de análisis sobre Sesión 6 [S6]	252
5.2.6.1. Resumen S6	252
5.2.6.2. Episodios por analizar de S6	253
5.2.6.3. Análisis interpretativo de aspectos con información novedosa, S6.....	255
5.2.7. Informe de análisis sobre Sesión 7 [S7]	261
5.2.7.1. Resumen S7	261
5.2.7.2. Episodios por analizar de S7	261
5.2.7.3. Análisis interpretativo de aspectos con información novedosa, S7.....	263
5.2.8. Informe de análisis sobre Sesión 8 [S8]	268
5.2.8.1. Resumen S8	268

5.2.8.2. Episodios por analizar de S8	269
5.2.8.3. Análisis interpretativo de aspectos con información novedosa, S8.....	270
5.3. Análisis conjunto de todas las observaciones de aula y entrevistas	275
5.3.1. Conocimiento Matemático (MK)	275
5.3.2. Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)	288
Capítulo 6. Discusión de resultados y conclusiones	305
6.1. Introducción.....	307
6.2. Discusión de los resultados	307
6.3. Principales aportes de la investigación	312
6.3.1. Aportaciones sobre el conocimiento especializado del profesor de Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos	312
6.3.1.1. El dominio de Conocimiento Matemático (MK) desde la perspectiva de la enseñanza de los cuerpos geométricos en educación Infantil.....	314
6.3.1.1.1. Reflexión sobre el Conocimiento de los Temas (KoT) para la etapa de Infantil.....	314
6.3.1.1.2. Reflexión sobre el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) para la etapa de Infantil	316
6.3.1.2. El dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) desde la perspectiva de la enseñanza de los cuerpos geométricos en Infantil	322
6.3.1.2.1. Reflexión sobre el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) para la etapa de Infantil.....	322
6.3.1.2.2. Reflexión sobre el Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) para la etapa de Infantil	323
6.3.1.2.3. Reflexión sobre el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) para la etapa de Infantil	324
6.3.2. Aportaciones a la formación del profesorado.....	325
6.4. Limitaciones y prospectiva del estudio	327
Referencias.....	331
Anexos.....	357

Listado de Siglas

ABN - Cálculo Abierto Basado en Números

CEP - Centro de Profesorado

CERME - Congresos Europeos de Investigación en Educación Matemática

CPG - Conocimiento Pedagógico General

E1 - Entrevista 1

E2 - Entrevista 2

E3.1 - Entrevista 3.1

E3.2 - Entrevista 3.2

E3.3 - Entrevista 3.3

E4 - Entrevista 4

E5 - Entrevista 5

Es - Estudiantes

Ex - Estudiante x

INV – Investigadora

J - José (profesor)

KFLM - conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas

KMLS - conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas

KMT - Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas

KoT - Conocimiento de los Temas

KPM - Conocimiento de la Práctica Matemática

KQ - Knowledge Quartet

KSM - Conocimiento de la Estructura de la Matemática

Lx-x - Líneas de transcripción

MK - Conocimiento Matemático

MKT - Mathematical Knowledge for Teaching

MTSK - Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas

NAEYC - National Association of for the Education of Young Children

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics

NRC - National Research Council

PCK - Conocimiento Didáctico del Contenido

S1 - Sesión 1, Observación de aula 1

S2 - Sesión 2, Observación de aula 2

S3 - Sesión 3, Observación de aula 3

S4 - Sesión 4, Observación de aula 4

S5 - Sesión 5, Observación de aula 5

S6 - Sesión 6, Observación de aula 6

S7 - Sesión 7, Observación de aula 7

S8 - Sesión 8, Observación de aula 8

SEIEM - Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

SIDM - Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática

Sx-Ex.x - Observación de aula x, Episodio x.x

Ux - Unidad de información

Índice de Figuras

Figura 3.1. Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)	49
Figura 3.2. Adaptación del modelo de traslaciones entre múltiples representaciones (Muñoz-Catalán, 2018).....	55
Figura 4.1. Instrumentos utilizados para comprender el conocimiento del informante	98
Figura 4.2. Cuerpo geométrico utilizado en entrevista.....	104
Figura 4.3. Ejemplo del surgimiento de una concreción a la etapa de Infantil de uno de los indicadores de KPM.....	112
Figura 4.4. Ejemplo de transcripción de una determinada sesión de clase	116
Figura 4.5. Ejemplo de un fragmento de análisis pormenorizado de un episodio cualquiera	125
Figura 4.6. Esquema de caracterizadores de la sesión 1.....	127
Figura 4.7. Fragmento del análisis interpretativo final de S1.....	129
Figura 5.1. Ejemplo de prisma utilizado en clase (prisma de base cuadrada).....	141
Figura 5.2. Ejemplo de prisma utilizado en clase (prisma de base cuadrada con poca altura).....	141
Figura 5.3. Prisma de base triangular que utiliza José como pirámide en sus clases..	175
Figura 5.4. Primera tarjeta	234
Figura 5.5. Segunda tarjeta	234
Figura 5.6. Tercera tarjeta	235
Figura 5.7. Construcción formada por el alumno.....	235
Figura 5.8. Lámina con rectángulos y cuadrados en distintas posiciones.....	241
Figura 5.9. El alumno colocando correctamente el prisma sobre el rectángulo.....	242
Figura 5.10. Piezas y nombres específicos de los cuerpos utilizados	253
Figura 5.11. Representación en la pizarra realizada por el profesor	254
Figura 5.12. Representación en la pizarra de las seis caras.....	255
Figura 5.13. Ficha a trabajar.....	263
Figura 5.14. Cuerpo geométrico al que José llama pirámide	271

Índice de Tablas

Tabla 3.1. Categorías asociadas al Conocimiento de los Temas (KoT)	52
Tabla 3.2. Categorías asociadas al Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM).....	57
Tabla 3.3. Indicadores asociados al Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM). 60	
Tabla 3.4. Categorías asociadas al Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT).....	70
Tabla 3.5. Categorías asociadas al Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM).....	74
Tabla 3.6. Categorías asociadas al Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS).....	78
Tabla 4.1. Resumen de los instrumentos de recogida de información	95
Tabla 4.2. Secuencia temporal de los instrumentos de recogida de información (I).....	96
Tabla 4.3. Secuencia temporal de los instrumentos de recogida de información (II) ...	97
Tabla 4.4. Información sobre las observaciones de aula	100
Tabla 4.5. Información sobre entrevistas.....	106
Tabla 4.6. Temas abarcados en las distintas entrevistas.....	110
Tabla 4.7. Ejemplo de categorización inicial y final de un indicador del conocimiento de los temas (KoT)	113
Tabla 4.8. Niveles en el proceso de análisis de los instrumentos de recogida de información.....	119
Tabla 4.9. Elementos dentro de los informes de análisis de las primeras observaciones de aula	121
Tabla 4.10. Ejemplo de un episodio de una observación de aula	123
Tabla 4.11. Fragmento de tabla de indicadores de una observación de aula.....	126
Tabla 4.12. Ejemplo de tabla para mostrar las relaciones encontradas entre distintos elementos de conocimiento	127
Tabla 4.13. Elementos dentro de los informes de análisis de las observaciones de aula (S3-S8).....	130
Tabla 4.14. Entrevistas utilizadas como apoyo a los informes de las distintas observaciones de aula	131
Tabla 5.1. Entrevistas utilizadas como apoyo a los informes de las distintas observaciones de aula.....	137
Tabla 5.2. Episodios de la Sesión 1 (I)	139
Tabla 5.3. Episodios de la Sesión 1 (II).....	140
Tabla 5.4. Episodios de la Sesión 2 (I)	188
Tabla 5.5. Episodios de la Sesión 2 (II).....	189
Tabla 5.6. Episodios de la Sesión 2 (III)	190

Tabla 5.7. Tabla de indicadores de KoT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)	276
Tabla 5.8. Tabla de indicadores de KoT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II).....	276
Tabla 5.9. Tabla de indicadores de KoT y KSM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José.....	278
Tabla 5.10. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)	281
Tabla 5.11. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II).....	282
Tabla 5.12. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (III).....	283
Tabla 5.13. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (IV)	284
Tabla 5.14. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)	289
Tabla 5.15. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II).....	290
Tabla 5.16. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (III).....	291
Tabla 5.17. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (IV)	292
Tabla 5.18. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (V).....	293
Tabla 5.19. Tabla de indicadores de KFLM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)	297
Tabla 5.20. Tabla de indicadores de KFLM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II).....	298
Tabla 5.21. Tabla de indicadores de KMLS correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)	301
Tabla 5.22. Tabla de indicadores de KMLS correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II).....	302
 Tabla 6.1. Instrumento de Análisis Específico para el Profesor de Educación Infantil sobre Cuerpos Geométricos emergente de esta investigación.....	 313
Tabla 6.2. Concreciones de KoT para la etapa de Educación Infantil.....	315
Tabla 6.3. Concreciones de KPM para la etapa de Educación Infantil	317
Tabla 6.4. Concreciones de KMT para la etapa de Educación Infantil	322
Tabla 6.5. Concreciones de KFLM para la etapa de Educación Infantil.....	323
Tabla 6.6. Concreciones de KMLS para la etapa de Educación Infantil.....	324

“The objective is to understand the reasons behind such gaps and not only to identify areas where knowledge is lacking; so that, training can be improved”
(Ribeiro & Carrillo, 2012, p.111)

Capítulo 1. Introducción

Organización del capítulo

- 1.1. Motivación, objeto de estudio y contextualización de la investigación
- 1.2. Estructura del trabajo

1.1. Motivación, objeto de estudio y contextualización de la investigación

El trabajo que aquí presentamos está inspirado en una múltiple motivación (personal, teórica y social), donde pretendemos comprender el conocimiento especializado que pone en juego un profesor de Educación Infantil en el ejercicio de su profesión respecto de la enseñanza de las matemáticas. A continuación, explicitamos y justificamos dicha triple motivación.

Mi preocupación¹ inicial sobre la comprensión del conocimiento que manifiestan los profesores parte de la necesidad profesional y personal de seguir creciendo y desarrollándome en mi labor como investigadora y docente. Ésta surgió por mi experiencia profesional como docente de los Grados de Educación Infantil y Primaria, donde he podido observar que, por lo general, los estudiantes poseen una actitud de rechazo hacia las matemáticas, lo que actúa como un obstáculo para enseñar matemáticas (Blanco & Contreras, 2002). La falta de motivación de estos profesionales y, a veces, la falta de conocimientos les genera inseguridad, predisponiéndolos negativamente ante el cuestionamiento de los fines educativos de algunos bloques de contenidos. Por otro lado, podemos decir que la falta general de preparación y conocimiento en matemáticas puede causar que muchos profesores se sientan incómodos para instruir en matemáticas.

Por otra parte, como investigadora llevo años reflexionando sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas como miembro del grupo SIDM (Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática). La pertenencia a este grupo de investigación ha sido otro pilar fundamental para el desarrollo de esta tesis doctoral, ya que nos encontramos desarrollando un modelo analítico sobre el *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (MTSK por sus siglas en inglés) (Carrillo et al., 2018), siendo uno de los intereses del grupo la investigación acerca del conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil. El modelo se construyó a partir de distintos niveles educativos, entre los que no estaba la etapa de Infantil, por lo que era un reto por abordar dentro de la agenda del grupo (Carrillo, 2017).

¹ En el texto alterno la primera persona del singular con la del plural para diferenciar mis motivaciones personales de las decisiones que han sido consensuadas con mis directores.

También, consideramos que esta contribución al desarrollo del modelo MTSK constituye un acercamiento a una necesidad social, ya que la investigación sobre el conocimiento del profesor de Educación Infantil es incipiente (McCray, 2008). El auge en la investigación sobre el conocimiento del profesor de esta etapa es debido a que distintos estudios (Lee, 2017; Gasteiger & Benz, 2018; entre otros) refuerza la importancia del conocimiento del profesor de Infantil como pieza clave para el aprendizaje matemático de sus estudiantes y, por tanto, como objeto de investigación.

En nuestro interés por conocer qué conocimientos muestran los profesores de Infantil, surgió la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué conocimiento especializado moviliza un profesor de Educación Infantil en su práctica respecto de la enseñanza de las matemáticas?

Prestando atención a las matemáticas que se trabajan en este nivel educativo, en este estudio nos centramos en Geometría (NCTM, 2000), ya que es uno de los bloques de contenidos centrales en Educación Infantil (Clements, 2004) y, a su vez, es uno de los menos tratados, tanto en las aulas como desde la investigación (Clements & Sarama, 2011; Guillén, 2010; Sánchez-Ramírez & Sandoval, 2021; entre otros). La Geometría y el pensamiento espacial a menudo se ignoran o minimizan tanto en Educación Infantil (Sarama & Clements, 2009) como en el desarrollo profesional de los profesores de Infantil (Ginsburg et al., 2006). La Geometría es uno de los temas en los que los docentes tienen más lagunas, es decir, que afirman haber aprendido lo mínimo y que creen que están menos preparados para enseñar (Clements & Sarama, 2011; Jones et al., 2002; entre otros). Distintos investigadores (Chiang & Stacey, 2015; Lorenzato, 1995; entre otros) afirman que puede ser debido a que algunos profesores carecen de determinados conocimientos geométricos básicos y, por tanto, no se sienten seguros a la hora de impartir ese contenido geométrico, lo que crea un círculo vicioso, donde la generación que no estudió Geometría no sabe cómo enseñarla (Clements & Sarama, 2011).

Con la intención de poder recolectar datos para esta investigación requerimos de la participación de profesores en activo con experiencia que nos pudieran aportar información acerca de los conocimientos necesarios para enseñar Geometría. En este período conversé con muchos docentes; concretamente visité distintos centros de Educación Infantil (3 a 6 años) de la provincia de Sevilla. Buscaba un perfil de profesor con más de 10 años de experiencia en la etapa. En estas primeras entrevistas con los

distintos profesores se hacía patente lo que ya temía, la escasa importancia que se le presta a la Geometría en la etapa de Infantil. La mayoría mostraba la creencia de que la lectoescritura es más importante que las matemáticas en esta etapa educativa, y que el bloque más trabajado dentro de las matemáticas era el bloque de números. Cuando preguntaba por Geometría me daba cuenta de que la enseñanza de ésta se limitaba a la discriminación de algunas figuras planas. En algunos centros encontré que el trabajo sobre Geometría se limitaba a entregarle a los alumnos, de vez en cuando, una ficha en la que aparecían algunas formas geométricas bidimensionales y se les pedía cosas como: “colorea de verde el rectángulo”. En otro centro encontré que, aunque disponían de cuadernillo de Geometría, en este solo se les pedía que discriminaran visualmente distintas figuras geométricas, sin ahondar en estas y muy desligadas del entorno de los alumnos.

En esta búsqueda de informantes, encontré varias maneras de organizar y estructurar el trabajo matemático en el aula de Educación Infantil. De hecho, en un primer momento, elegí dos centros en los que grabar. Estos lo hacían de forma diferente, uno de ellos (A) partía de los contenidos matemáticos curriculares, programando su trabajo en el aula desde el propio contenido matemático y, el otro (B), partía de una situación interdisciplinaria y globalizadora, planteada desde otra área, en la que las matemáticas también están presentes, siendo el docente el que debía reconocerlas y potenciarlas.

De cada uno de estos centros elegí dos informantes. Comencé a videograbar las clases de los cuatro profesores y conforme grababa en uno y otro centro, me decanté por dejar de ir a uno de ellos, pues veía que en el otro me podían aportar más información. Esta decisión fue tomada al ver que en el centro A comenzaban a trabajar la enseñanza de la Geometría por el espacio, considerando que este es más intuitivo y concreto que el plano, además de seguir una metodología a partir de procedimientos basada en el libro de texto (Segarra et al., 2014).

Grabé sesiones durante un ciclo educativo² a los dos docentes del centro A, Inés y José (seudónimos). Estos se encontraban coordinados, aunque Inés impartía docencia a alumnos de un curso mayor que los de José. Al comenzar a analizar a estos profesores, ambos con una experiencia de más de 10 años en la etapa, me di cuenta de que José era

² Por ciclo educativo entendemos tres trimestres (no necesariamente del mismo curso escolar)

un caso más rico, siendo el creador de las distintas actividades que se planteaban en ambas clases. José utilizaba un discurso matemático convencido de la necesidad de ello, por ejemplo, recuerdo que me comentó que trabaja la Geometría desde las tres dimensiones porque es lo que los alumnos encuentran en su realidad. Éste cuenta con diplomatura en magisterio de Educación Infantil y es reconocido como un excelente profesional por sus estudiantes, sus pares, así como por el equipo de dirección de su institución. Además, su preocupación por la mejora de la enseñanza de las matemáticas le había llevado a realizar cursos en el Centro de Profesorado (en adelante CEP), por lo que en el presente trabajo nos centramos en José como informante.

En una entrevista con él me comentó que, tras la realización de cursos sobre lectoescritura, se percató de que en lo que realmente fallaba era su enseñanza de las matemáticas, por lo que buscó cursos relacionados con esto. Asistió a varios pero el que destaca fue un curso de “matemáticas divertidas” impartido por Lluís Segarra (divulgador de matemáticas, creador del método ElQuinzet y autor de diversos libros), en el que manifiesta que reaprendió matemáticas, así como la forma de enseñarlas. Esto hizo que decidiera dar un giro en su enseñanza, intentando llevar a cabo en sus clases lo aprendido. Este curso lo había finalizado dos años antes de pasar a ser nuestro informante.

El centro en el que trabaja José organiza la etapa de Educación Infantil por proyectos, exceptuando la parte de matemáticas en la que poseen libro de texto. Este libro lo comenzaron a utilizar tras la realización del curso con Lluís Segarra, ya que José le preguntó en el curso si éste le podía orientar acerca de algún material para trabajar matemáticas de forma similar a la que había explicado en el curso. Segarra le indicó la Editorial Teide (Segarra et al., 2014). Tenemos que decir que, aunque José utiliza el libro de texto, no se limita a las fichas del libro de texto, sino que plantea muchas otras cuestiones.

Como hemos dicho, elegimos este informante, entre otras cosas, por la forma en la que trabaja la Geometría, donde parte de los cuerpos geométricos. En sus clases toma objetos del entorno como primeros modelos de los sólidos, argumentando que los alumnos conviven en una realidad tridimensional. A continuación, hace que los estudiantes manipulen, experimenten y reflexionen sobre ellos, ayudándolos a analizar sus elementos (caras, aristas y vértices), para, por último, obtener las figuras planas a partir de estampaciones.

A raíz de la observación de lo que ocurría en el aula, el presente trabajo se centra en los cuerpos geométricos, entendiendo que estos también hacen uso de la organización del espacio. Así, la pregunta que nos habíamos planteado al inicio se modificó a la siguiente: ¿Qué conocimiento especializado moviliza un profesor de Educación Infantil en su práctica respecto de la enseñanza de los cuerpos geométricos? Afrontamos la respuesta a la pregunta de investigación mediante el siguiente objetivo: describir e interpretar el conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos.

Este trabajo permitirá reflexionar sobre la adecuación del modelo MTSK para la etapa de Educación Infantil, así como profundizar en la caracterización de éste para dicha etapa, por lo que podemos decir que este estudio va a servir para el desarrollo del modelo, además de brindar la oportunidad para conocer si el modelo encaja de forma general para todas las etapas, y profundizar en la naturaleza de las adaptaciones que requiere. Actualmente nos encontramos ante una falta de concreciones del modelo MTSK en la etapa de Infantil, salvo algunas reinterpretaciones como, por ejemplo, la que realizan Alsina y Delgado-Rebolledo (2022), al cuestionarse qué conocimientos necesita el profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas, así como en la identificación de los conocimientos para enseñar matemáticas en Infantil (Alsina & Delgado-Rebolledo, 2021).

1.2. Estructura del trabajo

A continuación, describimos la organización que se ha propuesto para la presente investigación, la cual ha sido estructurada en seis capítulos, comenzando por el presente capítulo, en el que indicamos las motivaciones que generan este estudio, la contextualización del mismo, así como las preguntas y objetivos de investigación.

En el capítulo 2 presentamos el reconocimiento de las matemáticas de la etapa de Infantil como cimientos para el desarrollo matemático futuro, así como la importancia del profesional de esta etapa educativa como pieza clave para el aprendizaje matemático de sus estudiantes, poniendo énfasis en su conocimiento matemático.

En el capítulo 3 mostramos la preocupación general acerca del conocimiento que le es útil al profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas. Efectuamos una revisión

de los distintos trabajos encontrados sobre el conocimiento del profesor de Infantil en la enseñanza de las matemáticas. De los distintos modelos que trabajan el conocimiento de este profesional, se discute qué modelo elegir, así como los motivos de la decisión. Por último, se profundiza sobre el modelo elegido desde la óptica del profesor de Infantil en la enseñanza de los cuerpos geométricos.

En el capítulo 4 se muestra el problema y objetivo que ha dado lugar a este estudio y se especifica el diseño metodológico que se ha llevado a cabo en esta investigación. También, se describe el caso (informante) y las técnicas que utilizamos para obtener la información cualitativa (instrumentos y proceso de recogida de la información, así como los instrumentos de análisis de la información).

En el capítulo 5 se presenta el análisis de la información y los resultados. Se elabora un informe de análisis para cada una de las observaciones de aula, donde van apareciendo algunas unidades de información de entrevistas con la finalidad de respaldar nuestras interpretaciones. Tras estos análisis individuales de las observaciones, se realiza un análisis a nivel macro que abarque todos los aspectos del conocimiento de José sobre la enseñanza de los cuerpos geométricos que son relevantes.

En el capítulo 6 mostramos tanto la discusión de resultados como las conclusiones de esta investigación, es decir, para cerrar el ciclo de la investigación se discuten los resultados según los objetivos planteados al inicio del trabajo y se muestran las conclusiones de este estudio revelando aportes de la investigación tanto al modelo MTSK como a la formación profesional. Además, este capítulo recoge las limitaciones del estudio, así como las líneas futuras de investigación.

“Yes, mathematics is big, but little children are bigger than you might think. Early mathematics education is a great opportunity for children, teachers and researchers alike”. (Ginsburg, 2002, p.13)

Capítulo 2. Problemática de Estudio

Organización del capítulo

- 2.1. Introducción
- 2.2. Reconocimiento de las matemáticas en la etapa de Infantil
 - 2.2.1. Revalorización de la Geometría en la etapa de Infantil
- 2.3. Reconocimiento del profesor de infantil como pieza clave para el aprendizaje matemático de sus estudiantes
 - 2.3.1. Características de estos profesionales debido a las características de los estudiantes de la etapa
 - 2.3.2. Preparación matemática de los profesionales de Infantil
- 2.4. Reconocimiento del conocimiento del profesor en la etapa de Infantil acerca de las matemáticas
 - 2.4.1. Investigaciones que exploran en el conocimiento del profesor de Infantil sobre la enseñanza de las matemáticas
 - 2.4.1.1. Conocimiento del profesor de Infantil sobre Geometría

2.1. Introducción

En este capítulo señalamos, por una parte, el actual reconocimiento de las matemáticas en la etapa de Infantil, así como la puesta en valor de la Geometría en dicha etapa. Por otro lado, abordamos la importancia del profesor de Educación Infantil como pieza clave para el aprendizaje matemático de sus estudiantes, haciendo hincapié en las características de estos profesionales tanto debidas a los estudiantes como a su preparación matemática. Y, por último, señalamos la importancia de que un profesor de Educación Infantil conozca matemáticas, realizando un barrido por distintos trabajos que apoyan el reconocimiento del conocimiento de estos docentes sobre la enseñanza de las Matemáticas, concretando en Geometría.

2.2. Reconocimiento de las matemáticas en la etapa de Infantil

Se realiza una búsqueda a nivel nacional e internacional de las producciones existentes sobre la etapa de Infantil en el área de Didáctica de las Matemáticas.

A nivel nacional encontramos poca producción de investigación en Educación Infantil sobre matemáticas. Tras revisar las actas de los simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (en adelante, SEIEM) se puede observar que en la constitución de esta sociedad se contempló la existencia de un grupo sobre la etapa. Sin embargo, no es hasta 2011 cuando se establece con un grupo de investigadores estables con actividad en dicha etapa. Por tanto, desde su constitución hasta 2010 existe un déficit de publicaciones en dicha etapa, con un porcentaje inferior al 2% (Godino et al., 2011). De los trabajos revisados sobre la etapa de Educación Infantil, cuatro de ellos están centrados en el alumnado, uno en los libros de texto y otro en el estudiante para maestro de Infantil, según indican Sierra y Gascón (2011). Alsina (2016) señala el cambio de tendencia producido a partir de 2011 en España, recogiendo los tres temas principales sobre los que versan las investigaciones: formación inicial de maestros en Infantil, adquisición y desarrollo del pensamiento matemático Infantil y recursos o contextos de aprendizaje para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático. Por lo anterior, podemos señalar que el peso de la producción existente en la etapa de Educación Infantil respecto de las matemáticas en nuestro país se encuentra en el alumnado y no en la investigación sobre el profesorado.

A nivel internacional encontramos un hito sobre la emergencia de la investigación sobre matemáticas de la etapa de Educación Infantil en la conferencia de Ginsburg (2002) en el 26° Congreso del Grupo Internacional de Psicología de la Educación Matemática (en adelante, PME), donde pone de relieve la necesidad de investigar sobre esta etapa. Asimismo, realizando una revisión de las actas del Congreso Europeo de Investigación en Educación Matemática (en adelante, CERME), encontramos publicaciones centradas en Educación Infantil en las últimas ediciones, coincidiendo con la creación en 2009 de un grupo temático para esta etapa educativa, bajo la etiqueta de “Early Years Mathematics”. De los trabajos encontrados en estos congresos, la mayoría versa sobre el alumnado de esta etapa y el interés principal se centra en el contenido matemático vinculado a la aritmética temprana y a los números.

Por todo lo anterior, concluimos que en los últimos años se ha producido un auge en la investigación relacionada con las matemáticas de esta etapa educativa (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2016), debido a que distintos investigadores (e.g., Clements et al, 2013; Clements et al., 2004; McCray & Chen, 2012) aseguran que en los primeros años de escolarización se establecen los cimientos para el desarrollo matemático futuro. Clements et al. (2013) señalan que el conocimiento matemático informal constituye una base fundamental para la comprensión y el aprendizaje de las matemáticas formales. En este sentido, coincidimos con Bishop (1999) y Chamorro (2005) en que la matemática escolar de esta etapa se concibe como un conjunto muy restringido de conceptos, pero de gran relevancia por su repercusión en la construcción de contenidos matemáticos posteriores, lo que demanda del profesor una visión conectada de los conocimientos matemáticos. Existe una creciente evidencia de que una mayor calidad de las matemáticas en los primeros años de escuela es la mejor esperanza para mejorar el rendimiento en las matemáticas de los niños. En este sentido, sabemos que mucho del razonamiento matemático tiene sus raíces en conceptos de la primera infancia, como compartir y comparar.

2.2.1. Revalorización de la Geometría en la etapa de Infantil

Desafortunadamente, la Geometría y el pensamiento espacial a menudo se ignoran o minimizan tanto en Educación Infantil (Sarama & Clements, 2009) como en el desarrollo profesional de los profesores de Infantil (Ginsburg et al, 2006). En muchos países se ha

hablado de las dificultades de la enseñanza de la Geometría (por ejemplo, en Francia, Berthelot & Salin (1993); o en Portugal, Lorenzato (1995)). Esto es debido al desprecio que se hace a esta parte de la matemática, tanto por parte del alumnado, como del profesorado, o por los autores de los libros de texto. La mayoría se siente autorizado a afirmar que esta parte se puede ignorar, sin embargo, casi nadie discute la utilidad de saber cómo hacer por ejemplo una multiplicación (Douaire & Emprin, 2015). En este sentido, se puede decir que el aprendizaje geométrico no se ve como una necesidad social por parte de las familias e, incluso, por el propio profesorado. Por este motivo, el aprendizaje geométrico queda muchas veces reducido al aprendizaje de vocabulario geométrico. Esto puede verse también potenciado por el hecho de que los profesores que reciben una educación limitada sobre Geometría, cuando deben enseñarla, están insuficientemente preparados para la enseñanza de esta materia, por lo que la consideran difícil y esto les causa inseguridad en su enseñanza, optando a veces por obviarla o atendiéndola de forma superficial. Vulgarmente, podemos decir que es la pescadilla que se muerde la cola: los profesores muestran deficiencias a la hora de enseñar contenido geométrico debido a que no han tenido una buena preparación matemática (Chiang & Stacey, 2015; Clements & Sarama, 2011; entre otros), y esta falta de preparación les genera desinterés por formarse.

Actualmente existen numerosos trabajos (e.g., Clements & Sarama, 2011; Espina & Novo, 2019; Jones & Tzekaki, 2016; entre otros) que expresan una puesta en valor de la Geometría, ya que el aprendizaje de la Geometría es imprescindible en las primeras edades debido a la ayuda que proporciona para que los estudiantes logren comprender el espacio en el que se mueven. Además, la adquisición de conocimientos geométricos contribuye al desarrollo de la competencia matemática y del razonamiento lógico (Sack et al., 2010), lo que a su vez potencia el desarrollo de habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas y conjeturar (Gamboa & Ballester, 2010).

2.3. Reconocimiento del profesor de Infantil como pieza clave para el aprendizaje matemático de sus estudiantes

Distintos estudios (e.g., Gasteiger & Benz, 2018; Lee, 2017) dan cuenta de la importancia de la figura del profesor de Educación Infantil en los resultados de aprendizaje matemático de su alumnado, ya que cuanto más conozca el profesor, más conocimiento

puede poner en juego en la clase, es decir, más rica va a ser la experiencia de estos alumnos. Sin embargo, aún existe poca investigación con respecto al profesor de esta etapa educativa (Parks & Wager, 2015), ya que suele pensarse que para trabajar con niños pequeños hace falta mucha paciencia, pero poca preparación (Cárdenas & Cáceres, 2018; Castro & Castro, 2016). Este pensamiento es debido en parte a que la enseñanza en esta etapa requiere un esfuerzo para satisfacer sus necesidades de desarrollo (Zhang, 2015) y a que habitualmente este profesional “prescinde del aparataje simbólico y formal que acompaña a los contenidos matemáticos en etapas posteriores” (Muñoz-Catalán et al., 2022, p.239).

En España no se puede hablar específicamente de profesor de matemáticas en la etapa de Educación Infantil. El docente de esta etapa educativa es un profesor generalista, encargado de desarrollar todas las áreas del currículo. Además, este profesional vela por el desarrollo integral de su alumnado, sin limitarse a enseñar solo los conocimientos curriculares. Según Alsina (2020), en la formación inicial de los profesores de esta etapa se les proporciona poca importancia a los contenidos matemáticos y didáctico-matemáticos, tomando gran peso los conocimientos psicopedagógicos generales, debido, en parte, por cómo estaba organizado el currículo español.

El currículo español estaba compuesto por tres áreas (*conocimiento de sí mismo y autonomía personal, conocimiento del entorno y lenguaje: comunicación y representación*), donde el conocimiento lógico-matemático aparecía explícito en el área de conocimiento del entorno, quedando implícito en las otras dos áreas restantes. Actualmente nos encontramos en una etapa de cambio curricular, donde parece que, con el enfoque que plantea el nuevo currículo de Infantil, se comienza a percibir cierta afinidad con documentos de asociaciones profesionales como los Common Core State Standards for Mathematics (McCallum, 2015).

Normalmente este profesional presenta carencias en conocimientos matemáticos para la enseñanza (Muñoz-Catalán, 2018), por lo que no le resulta fácil “identificar a cuál de las tres áreas contribuyen las Matemáticas y cómo lo hacen, cuáles son los contenidos matemáticos que se deben trabajar en esta etapa, cómo secuenciarlos por curso y con qué enfoque deben ser trabajados” (Muñoz-Catalán et al., 2022, p.237). Esta organización del currículo da pie a la existencia de una ruptura importante entre la etapa de Infantil y

Primaria (Vendeira & Coutat, 2017), ya que el currículo de Primaria sí establece una sección dedicada a Matemáticas, y dentro de ésta, distintos bloques de contenidos.

No existe consenso sobre qué conocimiento se requiere para la enseñanza de las matemáticas fundamentales, lo que sí poseemos es una guía de las matemáticas que los niños pequeños deben aprender y cómo deben hacerlo (NRC, 2009). El National Research Council (en adelante, NRC) presentó una serie de recomendaciones para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de Infantil a partir de una revisión de múltiples disciplinas que se centran en la enseñanza y el aprendizaje en relación con la matemática de la primera infancia.

2.3.1. Características de estos profesionales debido a las características de los estudiantes de la etapa

Los profesionales de Educación Infantil son diferentes a los profesores de Educación Primaria, Secundaria, Bachillerato o Universidad, ya que esta etapa posee unas características especiales. Uno de los aspectos que debemos conocer para entender al profesor de Educación Infantil, es la etapa madurativa en la que se encuentra su alumnado, pues esto condiciona su labor profesional (Escudero-Domínguez et al., 2021c; Lee, 2017; Mosvold et al., 2011; Muñoz-Catalán et al., 2017). En este sentido, Muñoz-Catalán et al. (2022) establecen una serie de características propias de los estudiantes de la etapa, que son las siguientes: se inician en el desarrollo del lenguaje; abordan el aprendizaje de términos para nombrar conceptos nuevos; su capacidad de atención tiende a ser corta; su razonamiento posee rasgos pre-lógicos, por los que necesitan de la manipulación para potenciar su pensamiento; no están condicionados por normas de las dinámicas escolares, ya que se acaban de incorporar al sistema educativo. McCray y Chen (2012) afirman que los estudiantes de Infantil son aprendices activos de las matemáticas, ya que están preparados para explorar las relaciones del mundo que les rodea y comenzar a usar lenguaje³, imágenes, modelos y otros modos de representación para cristalizar información sobre patrones, formas, espacios y números.

³ En Educación Infantil nos referimos, en mayor medida, a lenguaje oral, ya que el lenguaje escrito se utiliza menos en esta etapa.

Los profesores de Infantil deben tener presente que estos estudiantes son especialmente sensibles al contexto en el que se presentan las nociones matemáticas (Martín et al., 2020), con lo que el uso de material manipulativo resulta imprescindible (Joglar-Prieto & Ramírez-García, 2018), ya que estos alumnos piensan más concretamente. Los conceptos matemáticos de los niños son completamente dependientes de sus procedimientos, ya que el conocimiento matemático es creado a través de la acción (McCray, 2008). Por ejemplo, la categorización de un conjunto de figuras de animales en familias es una manera (procedimiento matemático) en el que el niño puede explorar ideas (conceptos matemáticos) de similitud, diferencia y clasificación. En las matemáticas de la etapa, el pensamiento procedimental está representado en las acciones de los estudiantes sobre su entorno, incluido el lenguaje que utilizan para describir las matemáticas en las que está pensando (Clements, 2004; Copley, 2010). “El niño pequeño no puede prescindir de la experiencia real cuando el conocimiento lógico-matemático está en sus comienzos” (Sinclair & Sinclair, 1986, p. 63). El desarrollo de esta etapa parece ser un aumento de la abstracción, en la que los vínculos entre las acciones (procedimientos) y los conceptos que implican son formados (Kamii & DeVries, 1978). La enseñanza matemática en Educación Infantil trata de alentar a los discentes a reconocer y pensar en números, formas, etc., desde situaciones que surgen en las rutinas diarias y no en un entorno estructurado (Gasteiger et al., 2020). En este sentido, los profesores de Infantil muestran conocimiento explícito e implícito en su trabajo diario, ya que los niños perciben las situaciones de manera diferente a como lo hacen los adultos (Clements & Sarama, 2014; Muñoz-Catalán, 2018).

Una de las principales características de la enseñanza de Educación Infantil es que los contenidos escolares se plantean de forma lúdica (Wernberg et al., 2010), ya que se trabaja con el juego guiado con el objetivo de alimentar la indagación de estos estudiantes, su compromiso e interés por las matemáticas. El docente de esta etapa ha de ser capaz de diseñar oportunidades de aprendizaje que, a través de una aparente simplicidad y apariencia lúdica, permita al alumno familiarizarse con las ideas claves que definen las nociones matemáticas (Escudero-Domínguez et al., 2019). En Infantil, cualquier situación puede ser una oportunidad de aprendizaje matemático. Esto no significa que dejar a los estudiantes que jueguen proporcione una educación matemática de calidad, sino que se necesita interpretar sus experiencias de forma matemática y comprender las relaciones entre el juego y la matemática (Ginsburg et al., 2008). En este sentido, se les

debe proporcionar materiales que matematicen sus actividades diarias, así como lograr conexiones con las situaciones de la vida real para mejorar el conocimiento y las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas (Clements & Sarama, 2014). Un rasgo de los profesionales de la enseñanza en esta etapa suele ser el peso que le otorgan a los juguetes y a los colores como modo de captar la atención del alumnado (Ramírez-García et al., 2021). Estos docentes deben buscar contextos significativos que ayuden a los estudiantes a entrar en la actividad y potenciar así su conocimiento matemático (Muñoz-Catalán et al., 2022).

Otro aspecto de este profesional es la elaboración de una programación de naturaleza cíclica o helicoidal, donde no hay unos contenidos concretos específicos para cada edad, sino que, por el contrario, se propone que los mismos contenidos se puedan tratar de forma secuencial, sucesivamente añadiendo nuevos grados de dificultad al mismo contenido (Segarra et al., 2014), evitando que una programación que tenga en cuenta que hasta un contenido no esté interiorizado por el alumnado, no se pueda aprender otro.

Otra de las características de la práctica profesional de este docente es que debe tener presente que se trata de una etapa generadora de lenguaje (Escudero-Domínguez et al., 2019). Boaler y Greeno (2000) argumentan que los discentes necesitan tener posibilidades para usar su propio lenguaje, teniendo tiempo para pensar por sí mismos, para realizar sus propias interpretaciones y tomar sus propias decisiones. Así, entendemos que los profesores han de ofrecer a los estudiantes oportunidades para expresarse con su propio vocabulario e ir alentando el lenguaje para apoyar el crecimiento de las habilidades de razonamiento (Clements & Sarama, 2014).

2.3.2. Preparación matemática de los profesionales de Infantil

Anders y Rossbach (2015) señalan que, aunque la mayoría de la gente considera que las matemáticas son útiles e importantes, muchas personas también perciben que estas son difíciles y le crean ansiedad. En este sentido, Baroody et al. (2006) afirman que existen distintos estudios que aseguran que los profesores de Educación Infantil, por lo general, se sienten incómodos ante la enseñanza de las matemáticas y sufren ansiedad. Las actitudes emocionales de los profesores influyen en su conocimiento, así como estas pueden transferirse a sus discentes (Anders & Rossbach, 2015). Muchos maestros de Infantil eligieron enseñar en esta etapa porque pensaban que no requería enseñar

matemáticas (Ginsburg & Golbeck, 2006). Copley (2010) señala que, para los profesionales de Educación Infantil, la matemática es una materia difícil de enseñar y, un área que, a menudo, ignoran, excepto para contar y para la aritmética simple. Muchos profesores de esta etapa educativa ponen el énfasis solo en lo que es la alfabetización y el desarrollo emocional (Anders & Rossbach, 2015; Blevins-Knabe et al., 2000). Esto es debido a que muchos de estos profesionales no se sienten cómodos con sus propios conocimientos matemáticos (Oppermann et al., 2016), es decir, parecen no tener un conocimiento suficiente para percibir oportunidades de enseñanza en las situaciones cotidianas o el juego (Bowman et al., 2001; Moseley, 2005). Zhang (2015) señala que muchas veces los profesores usan materiales, pero sin saber a dónde conducen estos en el aprendizaje conceptual, sino que lo usan porque piensan que es lo mejor o le han “dicho” que, por ejemplo, para el bloque números usen Numicon y en Geometría usen cuerpos o construcciones, etc., pero realmente no conocen su importancia, es decir, usan el recurso, pero sin intención. Otras veces nos encontramos que los profesionales de Infantil son expertos en su práctica, pero, a veces, carecen del vocabulario o de los conceptos subyacentes para explicar lo que están haciendo o porqué lo hacen (Gasteiger, 2020). En este sentido, distintas investigaciones (e.g., McCray & Chen, 2012; NAEYC, 2005) señalan la falta generalizada de una buena preparación matemática de los profesores de Educación Infantil. Tampoco podemos culpar a los profesionales de Infantil, pues hasta hace poco no recibían instrucción en matemáticas (Ginsburg et al., 2008), pero cada vez se es más consciente de que la actitud hacia las matemáticas de los profesores de Infantil es importante (Anders & Rossbach, 2015), siendo necesaria una sensación positiva hacia las matemáticas en estos profesionales, que los lleve a percatarse de momentos para trabajar matemáticas en los juegos o situaciones cotidianas que se le presenten. Por su parte, y en lo relativo a aspectos geométricos, De Castro et al. (2011) afirman que la falta de conocimiento del profesor de Infantil hace que no se use o no se le saque partido al juego de construcción como actividad para el desarrollo del sentido espacial, para la percepción de los objetos tridimensionales, así como para actividades espaciales que sirvan de fundamento para el futuro aprendizaje de la geometría en primaria.

2.4. Reconocimiento del conocimiento del profesor en la etapa de Infantil acerca de las matemáticas

De acuerdo con Alsina (2016), consideramos importante que un profesor de Educación Infantil conozca matemáticas, ya que, como hemos ido expresando, eso le va a permitir buscar contextos significativos que contribuyan a potenciar el conocimiento matemático de los estudiantes, así como va a permitir ofrecer oportunidades para ir alentando el lenguaje matemático de los estudiantes, apoyando el crecimiento de sus habilidades de razonamiento e, incluso, establecer relaciones entre distintos bloques de contenidos matemáticos. En este sentido, los profesores de Educación Infantil no solo deben ser capaces de responder a las tareas que se llevan a cabo en la etapa, sino que deben conocer en qué contenidos o ideas matemáticas se basan las anteriores (Pitta-Pantazi & Christou, 2011). Distintos investigadores (Ball, 1990; Ma, 1999; Perry & Dockett, 2002; Zhang, 2015; Muñoz-Catalán et al., 2019) señalan que es más probable que los profesionales de Infantil puedan ofrecer momentos de aprendizaje y fomentar la competencia matemática en los estudiantes si poseen una comprensión sofisticada de los conceptos matemáticos fundamentales. En particular, Clements, Baroody y Sarama (2013) señalan que, para enseñar matemáticas de manera efectiva, los profesionales de Infantil necesitan entender las matemáticas que enseñan, la naturaleza del pensamiento/conocimiento matemático de los alumnos y cómo se desarrolla, y las mejores prácticas para asegurar que la enseñanza matemática encaje con las necesidades y el nivel de desarrollo los estudiantes.

Así, consideramos que el conocimiento profesional de los profesores de Educación Infantil se considera un requisito previo importante para la calidad de la educación de la primera infancia (Lee, 2010; Siraj-Blatchford et al., 2002). Según Tirosh et al. (2011) se están dando pasos en todo el mundo para fortalecer el desarrollo matemático de los niños en Infantil, así como para fortalecer la preparación de los profesores de dicha etapa para que sean capaces de apoyar ese desarrollo, pues se ha reconocido que esta etapa es vital para un futuro.

2.4.1. Investigaciones que exploran en el conocimiento del profesor de Infantil sobre la enseñanza de las matemáticas

La preocupación por el conocimiento del profesor de Educación Infantil sobre la enseñanza de las matemáticas se encuentra en una etapa inicial (McCray, 2008), ya que

la mayoría de los modelos teóricos existentes sobre el conocimiento del profesor están contruidos sobre la base del conocimiento de otras etapas educativas (Muñoz-Catalán et al., 2022). En la revisión de las actas del CERME durante el periodo de 2010-2018 encontramos un par de trabajos sobre el conocimiento profesional de la etapa enseñando matemáticas. En el primero, 2011, el modelo teórico utilizado para analizar al docente fue Mathematical Knowledge for Teaching -MKT, en adelante- (Ball et al., 2008) y en el segundo, 2017, el modelo utilizado fue Knowledge Quartet [KQ, en adelante] (Rowland et al., 2005). Ambas investigaciones concluyen que los marcos teóricos utilizados plantean dificultades para su implementación en la etapa de Infantil (Hundeland et al., 2017; Mosvold et al., 2011).

A partir del año 2017 comienzan a surgir investigaciones (Escudero-Domínguez et al., 2017; Escudero et al., 2021; Muñoz-Catalán et al., 2017; Muñoz-Catalán et al., 2019; Muñoz-Catalán et al., 2021a; Policastro et al., 2017; entre otros) sobre el conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil en la enseñanza de las matemáticas desde el modelo Mathematics Teachers' Specialised Knowledge -MTSK, en adelante- (Carrillo et al., 2018), resultando ser un modelo útil para trabajar el conocimiento especializado del profesional de la etapa de Infantil. Estos trabajos (e.g. Muñoz-Catalán et al., 2017; Muñoz-Catalán et al., 2021) están poniendo de relieve que el profesor de Infantil debe poseer un sólido y cohesionado conocimiento matemático, “en contra de lo que cabría esperar por la aparente sencillez de las matemáticas de la etapa” (Muñoz-Catalán et al., 2022, p.238). Entendemos la importancia del conocimiento de este profesional sobre la propia matemática como elemento necesario para la construcción de un adecuado conocimiento didáctico del contenido (Escudero et al., 2021b; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros).

2.4.1.1. Conocimiento del profesor de Infantil sobre Geometría

De forma generalizada, según estudios de distintos países (e.g., en Estados Unidos, Clements & Sarama, 2011; en Francia, Berthelot & Salin, 1993; en Portugal, Brunheira & Ponte, 2015; entre otros), se muestran resultados poco satisfactorios sobre el conocimiento geométrico que poseen los profesores tanto en activo como en formación. En general, la Geometría es un área que genera problemas en el alumnado, ya que en la formación académica se le suele dar escasa importancia a los contenidos geométricos.

Esto implica una reducción de su enseñanza a muy pocos contenidos y de forma memorística, dedicándole así muy poco tiempo e impartiéndolo sobre final de curso. Esto hace que los estudiantes tengan lagunas de conceptos de Geometría escolar, lo que crea un círculo vicioso, ya que la generación que ha recibido una educación limitada sobre Geometría, cuando les toca enseñarla, pues tienen muchas lagunas, es decir, están insuficientemente preparados para la enseñanza de esta (Clements & Sarama, 2011).

Anders y Rossbach (2015), de acuerdo con Lee (2010), señalan que el nivel de conocimiento didáctico del contenido de los profesores varía mucho según el contenido a enseñar, siendo el más manejado número y el menos, sentido espacial. Los profesores de Infantil poseen poca confianza en sí mismos y muestran un vocabulario geométrico débil (Brunheira & Ponte, 2015), limitando su enseñanza a tareas muy simples de identificación de figuras planas (p. e.: “Colorea los triángulos de rojo”). Además, hay diferentes puntos de vista sobre qué Geometría se debe enseñar en los cursos de preparación docente (Brunheira & Ponte, 2015), lo cual es problemático, pues el éxito del trabajo de los profesores depende, en gran medida, del conocimiento profundo que tengan sobre la materia, ya que, de acuerdo con Ball (2000). En nuestro caso consideramos que, para enseñar bien, el docente necesita conectar conocimiento matemático con conocimiento didáctico del contenido.

“MTSK asume una visión intrínseca de la idea de especialización, exigiendo dos características a los elementos de conocimiento considerados en el modelo: la utilidad para la enseñanza de la matemática y la vinculación con el contenido matemático” (Climent & Montes, 2022, p.29).

Capítulo 3. Marco Teórico

Organización del capítulo

3.1. Introducción

3.2. Distintos modelos de conocimiento profesional del profesor de educación Infantil para enseñar matemáticas

3.3. Mathematics Teachers’ Specialised Knowledge (MTSK) desde la óptica del profesor de Infantil

3.3.1. El dominio de Conocimiento Matemático

3.3.1.1. Conocimiento de los Temas

- 3.3.1.1.1. Conocimiento de procedimientos asociados a un contenido matemático
- 3.3.1.1.2. Conocimiento de las definiciones, propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático
- 3.3.1.1.3. Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático
- 3.3.1.1.4. Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático

3.3.1.2. Conocimiento de la Estructura Matemática

- 3.3.1.2.1. Conocimiento de conexiones de complejización-simplificación de un contenido matemático
- 3.3.1.2.2. Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos
- 3.3.1.2.3. Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos

3.3.1.3. Conocimiento de la Práctica Matemática

- 3.3.1.3.1. Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal
- 3.3.1.3.2. Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones
- 3.3.1.3.3. Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos
- 3.3.1.3.4. Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas
- 3.3.1.3.5. Prácticas particulares del quehacer matemático
- 3.3.1.3.6. Formas de validación y demostración

3.3.2. El dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido

3.3.2.1. Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas

- 3.3.2.1.1. Conocimiento de teorías de enseñanza de las matemáticas
- 3.3.2.1.2. Conocimiento de los recursos didácticos (físicos y digitales) asociados a un contenido matemático
- 3.3.2.1.3. Conocimiento de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático

3.3.2.2. Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas

- 3.3.2.2.1. Conocimiento de teorías de aprendizaje matemático
- 3.3.2.2.2. Conocimiento de las fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas
- 3.3.2.2.3. Conocimiento de las formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático
- 3.3.2.2.4. Conocimiento de aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas

3.3.2.3. Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas

- 3.3.2.3.1. Conocimiento de los resultados de aprendizaje esperados de un contenido matemático en un nivel específico
- 3.3.2.3.2. Conocimiento del nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado para un contenido en un determinado momento escolar
- 3.3.2.3.3. Conocimiento de la secuenciación con temas anteriores y posteriores a un determinado momento escolar

3.1. Introducción

En este capítulo mostramos la preocupación general acerca del conocimiento que le es útil al profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas. Desarrollamos una revisión de los trabajos previos sobre el conocimiento del profesor de Educación Infantil respecto de la enseñanza de las matemáticas. De los distintos modelos que trabajan el conocimiento de este profesional de Educación Infantil para enseñar matemáticas, se discute qué modelo de conocimiento se ha elegido frente a otros posibles, así como los motivos de esa decisión. Finalmente, se profundiza sobre dicho modelo desde la óptica del profesor de Infantil en la enseñanza de los cuerpos geométricos.

3.2. Distintos modelos de conocimiento profesional del profesor de educación Infantil para enseñar matemáticas

Uno de los intereses centrales de la investigación en Educación Matemática en los últimos años es el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, así como la generación de marcos teóricos para su investigación (Skott et al., 2013) para contribuir a la mejora de la práctica docente (Quiroga & Gamboa, 2017). Entendemos por conocimiento profesional el conjunto de saberes y experiencias que posee y hace uso un profesor en el desarrollo de su labor docente, asumiendo que este conocimiento no ha de ser necesariamente correcto (Schoenfeld, 2010). Shulman (1986) fue el primero que planteó la necesidad de considerar la propia disciplina para caracterizar el conocimiento profesional. A partir de este modelo, diversos investigadores han tratado de caracterizar el conocimiento del profesor de Matemáticas dando lugar al desarrollo de distintos modelos como, por ejemplo, *Knowledge Quartet* [KQ] (Rowland et al., 2005), *Mathematical Knowledge for Teaching* [MKT] (Ball et al., 2008) y *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* [MTSK] (Carrillo et al., 2018). Tanto MKT como MTSK mantienen la diferenciación que introdujo Shulman⁴ (1986) referente al conocimiento de las matemáticas y el conocimiento didáctico del contenido matemático. Sobre la base de Shulman, tanto el MKT como el MTSK establecen tres subdominios en cada uno de los dos dominios anteriores, centrándose su diferenciación en que el MKT establece un subdominio que recoge un tipo de conocimiento que es específico del docente, no necesario para otras profesiones y el MTSK

⁴ Shulman (1986) introdujo una distinción entre conocimiento del contenido y conocimiento didáctico del contenido

considera que la especificidad del conocimiento del profesor en relación con la enseñanza de las matemáticas no se limita a un solo subdominio.

Los escasos estudios centrados en el conocimiento del profesor de Educación Infantil respecto de la enseñanza de las matemáticas están relacionados con el conocimiento didáctico del contenido (Lee, 2010; McCray & Chen, 2012), ya que es el que ayuda a los estudiantes a reconocer, nombrar y experimentar con las matemáticas en su ambiente de aula. Sin embargo, comienzan a emerger estudios (Zhang, 2015) que señalan que, sin una comprensión sofisticada de los conceptos matemáticos fundamentales, es menos probable que los profesores puedan ofrecer oportunidades de aprendizaje y fomentar la competencia matemática en los niños. En este sentido, Opperman et al. (2016) abogan por considerar el conocimiento de la propia matemática como elemento necesario para la construcción de un adecuado conocimiento didáctico del contenido del profesorado de Infantil. Gasteiger et al. (2020) señalan que algunos profesores de Educación Infantil son expertos en su práctica, pero, a veces, no son capaces de expresar la idea conceptual que se encuentra tras esa acción, por falta de vocabulario o carencia de los conceptos subyacentes para justificar lo que está realizando y porqué, lo que pone de relieve carencias en el conocimiento del contenido. Por otro lado, Perry y Dockett (2002) afirman que estos profesores deben conocer las ideas matemáticas profundas en las que se basan las tareas que se realizan en esta etapa, aunque estas parezcan simples (Pitta-Pantazi & Christou, 2011), por lo que el profesor necesita poseer un conocimiento matemático sólido y cohesionado (Ball & Bass, 2000; Ma, 1999; Muñoz-Catalán et al., 2017). Los docentes de Infantil requieren una comprensión de los conceptos relevantes para la Educación Infantil, deben conocer cómo aprenden sus estudiantes y qué recursos y estrategias de enseñanza son más adecuados para su enseñanza (McCray & Chen, 2012; Tirosh et al., 2011).

La investigación sobre el conocimiento profesional del profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas se encuentra en una etapa inicial, ya que el docente de Infantil tiene unas características propias y la mayoría de los modelos teóricos existentes están contruidos sobre la base del conocimiento del profesorado de Educación Primaria y Secundaria (Muñoz-Catalán et al., 2022).

Para la profundización en el problema de investigación, realizamos una revisión a las actas de los principales congresos matemáticos del periodo 2010-2018. En CERME hemos encontrado dos trabajos con el foco en el conocimiento del profesor de Educación Infantil. El primero se centra en el inicio del periodo estudiado, una investigación acerca del conocimiento del profesor

de Educación Infantil enseñando matemáticas en la que se utiliza el modelo MKT (Ball et al., 2008). En este estudio se concluye que este marco teórico plantea dificultades para la etapa de Infantil en cualquier país en el que el enfoque pedagógico sea diferente al del contexto cultural estadounidense (Mosvold et al., 2011). El segundo se centra en los últimos años, una investigación acerca del conocimiento evidenciado por una profesora de Educación Infantil sobre la enseñanza de la Geometría en un aula con alumnos de cinco años (Hundeland et al., 2017). Este trabajo utiliza como herramienta para observar el conocimiento que el profesor de Infantil pone en juego en su práctica el modelo del KQ (Rowland et al., 2005) y concluye que el KQ se desarrolla de forma diferente en el contexto de Educación Infantil. En ambas investigaciones queda patente cómo modelos como MKT y KQ poseen límites en el estudio de este profesional. Por un lado, Hundeland et al. (2017) concluyen que KQ se desarrolla de forma diferente en el contexto de Educación Infantil. Y, por otro lado, Mosvold et al. (2011) explicitan que el modelo MKT plantea dificultades para la etapa de Infantil porque su aplicación está fuertemente condicionada por el enfoque pedagógico del contexto cultural en el que fue creado⁵.

Desde el año 2017 encontramos distintos trabajos (Almeida et al., 2017; Escudero-Domínguez et al., 2017; Escudero-Domínguez et al., 2019; Escudero-Domínguez et al., 2021d; Martín & Carrillo, 2017; entre otros) que intentan avanzar en la comprensión del conocimiento especializado⁶ del profesor de Educación Infantil en la enseñanza de las matemáticas desde el modelo MTSK (Carrillo et al., 2018), concluyendo que es una herramienta útil para caracterizar el conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil. En este trabajo, compartimos la justificación de por qué optamos por el MTSK frente a otros modelos para el estudio del conocimiento del profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas expresada por Muñoz-Catalán et al. (2021a), donde, además de mencionar que otros modelos poseen límites en el estudio del profesor de Infantil, expresa que el modelo MTSK considera la especialización como eje del conocimiento del profesor de matemáticas en todos sus dominios, subdominios y categorías, no refiriéndose a ninguna otra ciencia o profesión. Al enraizarse en la propia matemática, deja fuera aspectos pedagógicos y psicológicos generales, aunque alguno de estos desempeñe un papel importante en el conocimiento de estos profesionales. Aunque el

⁵ Muñoz-Catalán et al. (2021a) expresan que, en el contexto americano, en el que la etapa de Infantil está orientada a la enseñanza como preparación para Primaria, las tareas que definen el trabajo de enseñanza del profesor de matemáticas (como presentar ideas matemáticas o encontrar un ejemplo para ilustrar una idea concreta) permiten la aplicación del modelo directamente. Sin embargo, en otros contextos como, por ejemplo, el noruego, con un enfoque pedagógico más social, con otro papel atribuido al profesor, esta aplicación es más problemática.

⁶ En MTSK el término especializado significa todo aquello que tiene que ver con las matemáticas, que es útil para la enseñanza-aprendizaje de los contenidos

conocimiento de este profesional de la docencia en Educación Infantil sea diferente al del profesor de Educación Primaria, Secundaria, Bachillerato o Universidad, hay trabajos que destacan la densidad y cohesión como aspectos que definen el conocimiento especializado del profesor de esta etapa (Muñoz-Catalán et al., 2017). Los trabajos existentes sobre MTSK muestran como los elementos de conocimiento matemático son importantes en este profesional y cómo estos sostienen al desarrollo de las dimensiones del conocimiento didáctico del contenido (Escudero et al., 2021b; Policastro et al., 2017; entre otros). Por ejemplo, el conocimiento de distintos sistemas de representación y la complementariedad entre ellos es clave para tomar decisiones sobre los recursos didácticos. Por su parte, el conocimiento de la comparación como práctica matemática que promueve conocimiento matemático en la etapa es usada como estrategia de enseñanza (Muñoz-Catalán et al., 2019a). Estas relaciones vislumbran la existencia de elementos de conocimientos de distinta índole, así como la diversidad de relaciones entre los distintos subdominios (Zakaryan & Ribeiro, 2016). Además de las razones anteriormente expuestas para inclinarnos por MTSK, mencionamos nuestra pertenencia al equipo de investigación sobre MTSK donde, dentro de la agenda del grupo, se promueve el interés por ver hasta qué punto este modelo es útil para la etapa de Infantil, así como la búsqueda de caracterizar sus subdominios.

3.3. Mathematics Teachers' Specialised Knowledge (MTSK) desde la óptica del profesor de Infantil

Como se ha puesto de relieve en el apartado anterior, el modelo MTSK es un marco útil para pensar sobre el conocimiento del profesor de Educación Infantil. No pretende ser un modelo de todo el conocimiento que el profesor necesita, sino de aquel conocimiento que está determinado por la matemática (Carrillo & Martín, 2019). Se presenta, por un lado, como modelo teórico que caracteriza el conocimiento del profesor que enseña matemáticas y, por otro lado, como herramienta metodológica para analizar el conocimiento especializado que moviliza el profesor de matemáticas en su práctica educativa (Carrillo et al., 2017).

Este modelo se caracteriza por considerar la especialización del conocimiento del profesor de matemáticas en cada uno de los subdominios que lo componen (Scheiner et al., 2019), con lo que la noción de especialización es intrínseca al tipo de reflexiones que el docente establece sobre el contenido, es decir, viene dado por la propia utilidad de este conocimiento para la enseñanza de la matemática y la conexión con el contenido matemático (Climent & Montes,

2022). En este sentido, esta especialización no radica en la suma de las partes del conocimiento, sino en su totalidad orgánica (Scheiner et al., 2019).

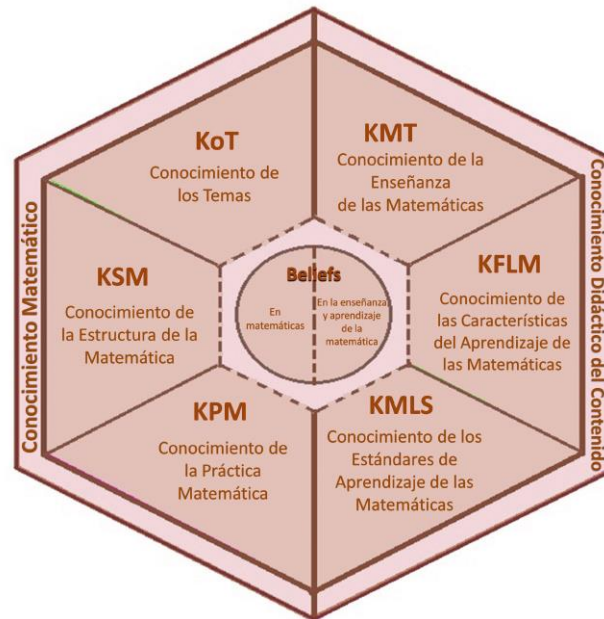


Figura 3.1. Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

El modelo concibe el conocimiento del profesor de forma integrada, aunque por su finalidad analítica es un organizador de ideas que nos aporta una lupa, poniendo el foco en distintos tipos de conocimiento. En la Figura 3.1 mostramos gráficamente el modelo MTSK (Carrillo et al., 2018) donde podemos observar la división de los tres dominios de conocimiento y los distintos subdominios dentro de cada uno de ellos. El dominio de *Conocimiento Matemático* [Mathematical Knowledge - MK], que se representa ocupando la parte izquierda de la representación del modelo, está referido a los temas que se aprenden en la escolaridad, desde una perspectiva profunda, a la manera cómo se conectan los conocimientos dentro de las matemáticas, así como al conocimiento del profesor acerca de aquellas formas de producir y proceder en matemáticas. Por otra parte, se encuentra el dominio de *Conocimiento Didáctico del Contenido* [Pedagogical Content Knowledge - PCK], representado en la parte derecha del gráfico de representación del modelo, en la que se halla la caracterización propia de la labor de la enseñanza de las matemáticas (Carrillo et al., 2018), abarcando el conocimiento del profesor sobre cómo enseñar un contenido matemático, sobre cómo se aprende un contenido matemático y sobre todos aquellos referentes que indican en qué momento debe aprenderse cada contenido matemático y a qué nivel de profundidad. Por último, el dominio de las *Creencias*, que se encuentra situado en el centro del gráfico que representa el modelo, permeando todo el

conocimiento del profesor. Esta permeabilidad se observa representada mediante líneas punteadas. La posición central en el esquema del modelo no pretende significar una mayor importancia o relevancia, sino que intenta dar cuenta de su estrecha interrelación con todos los subdominios, permitiendo comprender, matizar y situar el conocimiento del profesor. En el dominio de las creencias distinguimos dos tipos: *creencias sobre las matemáticas* y *creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de estas*, aunque este último dominio no será objeto de estudio en este trabajo.

Los dominios de conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido se encuentran divididos en 3 subdominios y cada subdominio, a su vez, tiene asociado un conjunto de categorías que contribuyen a la mejora de la comprensión de este conocimiento, permitiendo “describir, con mayor detalle, el conocimiento del profesor en relación con la especificidad descrita en el propio subdominio” (Climent & Montes, 2022, p. 30).

Se reconoce la naturaleza dinámica, compleja e integral del conocimiento especializado, a través de la explicación de las relaciones entre distintos elementos de conocimiento del profesor de matemáticas. Codes y Contreras (2022) señalan la imposibilidad de construir subdominios disjuntos, ya que, por ejemplo, el subdominio de conocimiento matemático brinda apoyo a las acciones en el aula que reflejan el conocimiento del profesor en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Las relaciones pueden darse entre distintos subdominios del modelo (ya sean del mismo dominio o no) y entre distintas categorías dentro de un mismo subdominio, así como entre una concepción y uno o más subdominios de conocimiento (Aguilar, 2016).

Este modelo fue creado sobre la base del conocimiento de profesorado de otras etapas educativas, pero es extensible al conocimiento del profesor de Educación Infantil. Sin embargo, la caracterización de algunos subdominios, sobre todo los de la parte del MK, parece limitada para determinar e interpretar aspectos particulares del conocimiento de este profesional (Muñoz-Catalán et al., 2022), ya que esta etapa tiene unas características que difieren bastante de otras etapas educativas. A continuación, mostramos la descripción de los distintos dominios, subdominios y categorías con las concreciones del modelo en relación con el conocimiento del profesional de esta etapa. Estos ajustes se realizan tomando como base el modelo de Carrillo et al. (2018), así como Carrillo et al. (2022). Además de los avances que se están realizando en el seno del grupo de investigación SIDM con respecto al profesor de Infantil, expresados principalmente en Muñoz-Catalán et al. (2021a) y Muñoz-Catalán et al. (2022) y la sensibilidad

teórica⁷ derivada del análisis desarrollado en las primeras etapas de este trabajo, vinculadas al análisis del conocimiento especializado de nuestro informante.

3.3.1. El dominio de Conocimiento Matemático (*Mathematical Knowledge – MK*)

El dominio de *conocimiento matemático* incluye el conocimiento de la disciplina de las matemáticas⁸ en sí, considerando como una comprensión profunda de las matemáticas fundamentales (Ma, 1999). Se puede decir que integra los conocimientos de la propia disciplina matemática que se enseña. Este dominio tiene importancia desde tres perspectivas: desde el conocimiento disciplinar propio de los profesores de matemáticas (Conocimiento de los Temas, KoT), desde el conocimiento de las conexiones entre contenidos matemáticos (Conocimiento de la Estructura de la Matemática, KSM) y desde el conocimiento sobre las formas de proceder en matemáticas (Conocimiento de la Práctica Matemática, KPM).

3.3.1.1. Conocimiento de los Temas (*Knowledge of Topics- KoT*)

El *conocimiento de los temas* trasciende el mero conocimiento de la matemática como disciplina. Además de la matemática escolar, consideramos aquí todo el conocimiento de contenidos matemáticos desde un punto de vista fundamentado y profundo, que permita conocer no solamente aquello que va a explicar, sino tener unas bases para las contingencias (posibles preguntas que le puedan hacer sus alumnos) y para poder desarrollar diseños sólidos.

En la etapa de Educación Infantil, las ideas que se manejan son simples⁹, ya que se encuentra en la génesis del conocimiento de este contenido matemático. En contraposición a qué conoce, en la comprensión del conocimiento del profesor de Infantil cobra bastante peso el modo en que conoce los temas que enseña, ya sea aplicando criterios formales o no. En esta investigación tomamos como “tema” la Geometría (NCTM, 2000), en particular los cuerpos geométricos, siendo un ejemplo de este subdominio el conocimiento de la posibilidad o no de apilamiento de los sólidos para dar lugar a la iniciación de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros.

⁷ De acuerdo con Strauss y Corbin, (1994), entendemos por sensibilidad teórica cuando la habilidad del investigador procede tanto de su conocimiento profesional y experiencia como de su inmersión en los datos.

⁸ Dada la naturaleza de la etapa, consideramos relevante hacer referencia aquí a las matemáticas escolares

⁹ Usamos simple sin desmerecer la complejidad de las ideas de Infantil

De acuerdo con la investigación existente sobre la etapa (Muñoz-Catalán et al., 2021a; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros), se considera adecuado tanto la caracterización de este subdominio como de sus categorías (*procedimientos, definiciones, propiedades y sus fundamentos, registros de representación y fenomenología y aplicaciones*) para el análisis del conocimiento del profesor de Educación Infantil (Tabla 3.1).

SUBDOMINIO	CATEGORÍAS ASOCIADAS AL SUBDOMINIO
Conocimiento de los temas (KoT)	Conocimiento sobre:
	Procedimientos
	Definiciones, propiedades y sus fundamentos
	Registros de representación
	Fenomenología y aplicaciones

Tabla 3.1. Categorías asociadas al Conocimiento de los Temas (KoT)

3.3.1.1.1. Conocimiento de procedimientos asociados a un contenido matemático

La categoría *procedimientos* engloba el conocimiento de cómo se hace un determinado procedimiento, cuándo se hace, por qué se hace y las características del objeto resultante (Carrillo et al., 2018). De acuerdo con Vasco-Mora y Moriel-Junior (2022) “es una creencia común en la sociedad de que la matemática es un conjunto de reglas a ser ejecutadas” (p. 41); así, muchos profesores desconocen los porqués matemáticos (justificaciones de procedimientos¹⁰) y poseen limitaciones en este tipo de conocimiento (Lorenzato, 1993). Coincidimos con Edo (1999) en que en la etapa de Infantil es necesario priorizar los procedimientos para llegar a través de ellos a los conceptos. Por ejemplo, conocer la utilidad de la proyección a la hora de relacionar las figuras 3d con las 2d. En este sentido, un indicador de esta categoría sería conocer el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos geométricos.

3.3.1.1.2. Conocimiento de las definiciones, propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático

La categoría de *definiciones, propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático* incluye el conocimiento respecto a lo que caracteriza y define un objeto

¹⁰ Tenemos que diferenciar esta justificación matemática (KoT, procedimiento) con la demostración matemática que sería KPM. Por otro lado, el conocimiento didáctico de un modo productivo de explicar un porqué matemático a los estudiantes se ubica en KMT (Vasco-Mora & Moriel-Junior, 2022, p.43)

matemático, ya sea de forma teórica o mediante ejemplos o imágenes asociadas al objeto matemático (Vasco-Mora & Moriel-Junior, 2022). También contempla el conocimiento sobre sus propiedades específicas y los fundamentos matemáticos que le dan sentido y significado. Hay que subrayar que este subdominio solo considera las conexiones intraconceptuales (pues el conocimiento de las interconceptuales se consideran en el subdominio del *conocimiento de la estructura de las Matemáticas*) y que no incluye el conocimiento de las características que ha de tener una definición (que se contempla en el *conocimiento de las prácticas matemáticas*).

En Educación Infantil el conocimiento formal de los temas es demandado por los propios docentes, pues consideran que sus carencias limitan su enseñanza (Muñoz-Catalán et al., 2022). Son objeto de la Geometría solamente aquellos aspectos de conocimiento que versan sobre: posición, forma y cambio de posición o forma (Canals, 1997). Damos por supuesto que el profesor de Infantil debe tener un buen y sólido conocimiento sobre los sólidos geométricos, a nivel de saber identificar, proporcionar propiedades e incluso aportar definiciones de esos entes geométricos. El profesor de Educación Infantil normalmente no enseña definiciones geométricas formales en su clase, pero consideramos que sí deben saber usar y formular definiciones formales, pues el conocimiento de estos profesionales influye en su diseño de tareas (Tsamir et al., 2015). Así, el profesor de Infantil debe ser consciente de que no existe un solo tipo de definición¹¹ para cada objeto, sino que pueden existir varias definiciones¹² correctas para un concepto concreto (De Villiers et al., 2009). Complementariamente, estos profesionales

¹¹ En matemáticas las definiciones pueden ser descriptivas o constructivas (De Villiers, 1998). Las definiciones descriptivas son aquellas que parten de la imagen del concepto (ejemplos) y sus propiedades y las definiciones constructivas son aquellas que parten de una definición conceptual en la que al variar algunas propiedades (ya sea mediante la exclusión, generalización, etc.) llevan a una nueva definición.

¹² De Villiers et al. (2009) consideran que se pueden formular definiciones correctas, incorrectas, económicas y convenientes:

- Las definiciones correctas son aquellas que contienen condiciones (propiedades) que son a la vez necesarias y suficientes. De Villiers et al. (2009, p. 194) consideran que para que una condición de una descripción sea necesaria, debe aplicarse a todos los elementos del conjunto que queremos definir. Sin embargo, para que una condición sea suficiente, debe garantizar que siempre que se cumpla obtengamos todos los elementos del conjunto que queremos definir.
- Las definiciones incorrectas son aquellas que no contienen propiedades suficientes para definir el concepto, por lo tanto, es incompleta. En este sentido, podemos decir que está compuesta por una/s condición/es necesaria/s, pero no suficiente para definir ese concepto.
- Las definiciones correctas pueden ser económicas o antieconómicas: Económica es cuando tiene un conjunto mínimo de propiedades necesarias y suficientes, es decir, no tiene información superflua; Antieconómica es aquella que contiene propiedades redundantes, es decir, contienen demasiada información. Las propiedades que se dan son necesarias y suficientes, pero no se requieren todas.
- Las definiciones convenientes son aquellas que nos permite deducir otras propiedades del concepto con facilidad.

deben conocer tanto definiciones exclusivas como inclusivas¹³, así como identificar cuáles son los atributos críticos¹⁴ y no críticos¹⁵ asociados a un determinado concepto.

Por la etapa en la que nos encontramos, generadora de lenguaje (Chamorro, 2005), el profesor parte del lenguaje natural de los estudiantes para llegar al vocabulario formal, es decir, utiliza vocablos no convencionales, informales, para convertirlo en un vocabulario geométrico y construir la terminología convencional en sus clases. Por otro lado, nos parece interesante destacar una idea de Guillén (1997) donde señala que, dada la gran variedad de vocabulario que hay que utilizar cuando se trabaja con los sólidos, se pueden distinguir las siguientes consideraciones a la hora de trabajar con los cuerpos geométricos en el aula (p. 73-74):

- *Se utilizan en el lenguaje corriente con un significado diferente, por lo que hay que romper con la idea que se puede tener de ellos*
- *Tienen su análogo en el plano (por ejemplo, lado en el plano pasa a arista en el espacio y también puede considerarse análogo a cara), es decir, se utiliza terminología del plano para el espacio o a la inversa*
- *Son nombres compuestos para una parte de un sólido, formados por un sustantivo (o nombre compuesto) que hace referencia a elementos de los sólidos y un adjetivo. Por ejemplo, caras laterales*
- *Son nombres difíciles de pronunciar que hacen referencia a propiedades o a analogías con el correspondiente del plano. Por ejemplo, paralelepípedo*
- *Se utilizan los nombres de unos polígonos o sólidos por otros de una familia contenida o que las contiene*

3.3.1.1.3. Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático

La categoría de *conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático* incluye la comprensión del profesor sobre la existencia de distintos registros en los cuales puede representarse un determinado contenido y las transformaciones entre ellos.

¹³ De Villiers et al. (2009) distinguen dos tipos de definiciones: definición jerárquica (es decir, inclusiva) porque permite la inclusión de conceptos más particulares como subconjuntos del concepto más general; y, definición particional (es decir, exclusiva o excluyente) porque los conceptos involucrados se consideran separados entre sí.

¹⁴ Atributo crítico o relevante es aquella propiedad que tiene que poseer para pertenecer a ese concepto (todos los ejemplos la tienen) (Hershkowitz, 1990).

¹⁵ Atributo no crítico o irrelevante es aquella propiedad no necesaria para pertenecer a ese concepto (algunos ejemplos la tienen y otros no) (Hershkowitz, 1990).

Estamos de acuerdo con Muñoz-Catalán et al. (2022) en que esta categoría capta un aspecto idiosincrásico del profesor de Educación Infantil, ya que según los estudios realizados (e.g. Escudero et al., 2021b; Joglar-Prieto & Ramírez-García, 2018; Muñoz-Catalán et al., 2019a), estos profesionales conocen distintos registros de representación, así como conversiones entre ellos. El pensamiento de los estudiantes de esta etapa educativa es concreto, no abstracto (Joglar-Prieto & Ramírez-García, 2018), por lo que se le presta especial atención al material concreto, al igual que a las situaciones reales. Además del material manipulativo y la situación real, en Geometría cobra bastante peso el registro gráfico. Así, un ejemplo sobre esta categoría podría ser el conocimiento del profesor sobre distintos registros (e.g., objetos de la clase con dicha forma geométrica, uso de material manipulativo, representación en pizarra de alguna de sus caras, entre otras) que sirven para representar un determinado cuerpo geométrico. Esta categoría está íntimamente relacionada con el subdominio KMT.

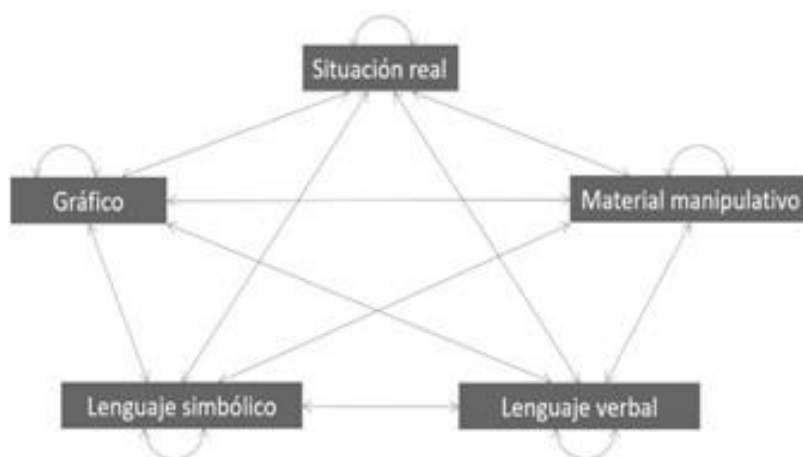


Figura 3.2. Adaptación del modelo de traslaciones entre múltiples representaciones (Muñoz-Catalán, 2018)

Para identificar los sistemas de representación nos basamos en una adaptación del modelo de traslaciones entre múltiples representaciones¹⁶ (Lesh et al., 1987) para el caso de las matemáticas en Educación Infantil, que se presentó en Muñoz-Catalán (2018). En esta adaptación se identifican cinco sistemas de representación (Figura 3.2): material manipulativo, gráfico, situación real, lenguaje verbal (oral y escrito) y lenguaje simbólico¹⁷ matemático. Así, por ejemplo, un indicador de esta categoría sería conocer los distintos sistemas de representación relacionados con Geometría, tales como: verbal, gráfico, material concreto y situación real, así como las traslaciones entre ellos.

¹⁶ Entendemos por representación cualquier modo de hacer presente un objeto (González-Ruiz & Molina, 2015)

¹⁷ Entendemos que el registro simbólico en Geometría puede asociarse con el registro gráfico y la designación verbal, por lo que no suele aparecer.

3.3.1.1.4. Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático

La categoría de *fenomenología* abarca el conocimiento del profesor sobre los fenómenos relacionados con un tema que pueden generar conocimiento matemático, así como de sus usos y aplicaciones. Podemos interpretar la fenomenología desde dos vertientes diferentes: la que identifica el conocimiento que tiene un profesor sobre los modelos atribuibles a un tema, y la vertiente que determina el conocimiento que posee sobre las aplicaciones que puede tener un tema (Liñán, 2017).

La tarea de identificar o crear fenomenología no es una tarea sencilla (Moriel-Junior et al, 2019). Una crítica común es que la matemática suele verse en la escuela sin conexión con la realidad mundana, es decir, de forma abstracta. El significado de los conceptos, ideas y estructuras matemáticas toma sentido mostrando su conexión con el mundo real, como señalan González-Ruiz y Molina (2015)

con los fenómenos en los que se implica el conocimiento matemático; poniendo el foco en el uso y aplicación de mismos, así como en los medios y en los modos en que se abordan distintas tareas y cuestiones cuando dan respuesta a determinados problemas (op. Cit., p. 311).

El repertorio de fenómenos que utilizan los docentes está en relación con el nivel educativo en el que actúa, en la interacción con sus estudiantes, en la búsqueda continua, así como en los relatos de experiencias docentes e investigaciones científicas (Vasco-Mora & Moriel-Junior, 2022). El profesorado de Educación Infantil, en muchas ocasiones, utiliza el conocimiento de las situaciones que dan sentido a un tema matemático para adaptarlo y transformarlo en situaciones reales, que actúan como detonante de la actividad matemática en el aula (Muñoz-Catalán et al., 2022). En este sentido, Edo (1999) indica la importancia de tener una “actitud geométrica” delante de situaciones habituales. Un ejemplo de indicador de esta vertiente sería conocer cómo los objetos de la clase ayudan a dar significado a los sólidos geométricos. Así, aparecen relacionadas varias categorías de KoT (fenomenología y registros de representación) con el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT).

Con respecto a la otra vertiente, la que identifica el conocimiento que posee un profesor sobre los modelos atribuibles a un tema, entendemos que la consideración de los tres enfoques geométricos estaría dentro de esta, vistos estos como fenómenos que pueden servir para generar conocimiento matemático, ya que enriquecen la visión del espacio. Por lo que, un ejemplo de

indicador de esta vertiente sería el conocer los tres abordajes para enriquecer la visión del espacio (enfoque topológico, proyectivo y euclídeo).

3.3.1.2. Conocimiento de la Estructura Matemática (*Knowledge of the Structure of Mathematics- KSM*)

El *conocimiento de la estructura matemática* es referido a la manera cómo se conectan los tópicos dentro de las matemáticas. Este subdominio es un constructo personal que el profesor desarrolla sobre la forma en que están secuenciados y conectados los contenidos matemáticos (Montes, 2014). Está formado por las conexiones interconceptuales cuyos conectores son aquellas ideas matemáticas que permiten vincular diferentes conceptos que los estudiantes afrontan en el mismo momento (Vasco et al., 2017). Este subdominio contiene las categorías de conexiones de complejización, de simplificación, auxiliares y transversales, pero para la etapa de Educación Infantil compartimos el posicionamiento que expresan Muñoz-Catalán et al. (2022) de considerar las conexiones de complejización y simplificación como una sola categoría, quedando así las siguientes categorías: *conexiones de complejización-simplificación*, *auxiliares* y *transversales* (Tabla 3.2). Este subdominio de conocimiento es uno de los subdominios con más baja presencia en la producción MTSK hasta el momento (Moriel-Junior et al., 2022).

SUBDOMINIO	CATEGORÍAS ASOCIADAS AL SUBDOMINIO Conocimiento sobre:
Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM)	Conexiones de complejización-simplificación
	Conexiones transversales
	Conexiones auxiliares

Tabla 3.2. Categorías asociadas al Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM)

3.3.1.2.1. Conocimiento de conexiones de complejización-simplificación de un contenido matemático

La etapa de Infantil es el inicio del proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo que, de acuerdo con Muñoz-Catalán et al. (2022), resulta más operativo considerar conjuntamente las

conexiones de complejización¹⁸-simplificación¹⁹ de un contenido matemático. El *conocimiento de conexiones de complejización- simplificación de un contenido matemático* permiten considerar tanto el conocimiento elemental desde un punto de vista avanzado, como el conocimiento avanzado desde una perspectiva elemental (Muñoz-Catalán et al., 2022).

Flores-Medrano et al. (2014) señalan el conocimiento que tiene un profesor del trabajo con escalas como una complejización de la actividad de ordenar por tamaños en Educación Infantil. En este sentido, nos aventuramos a describir posibles indicadores geométricos en dicha etapa, como que la proyección puede ser entendida como una abstracción de la estampación en Infantil, así como la geometría topológica en Infantil puede ser entendida como el inicio de la teoría de grafos. Con respecto a las clasificaciones, Canals (2009) señala que en Infantil no se dan clasificaciones cruzadas, ni con varios criterios a la vez, pero si puede ser una continuación a futuro. En este sentido, pensamos que las clasificaciones geométricas mediante lógica matemática pueden ser entendidas como el inicio de la teoría de conjuntos²⁰ (unión, intersección, negación).

3.3.1.2.2. Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos

El *conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos* son aquellas conexiones entre contenidos matemáticos diferentes que tienen alguna/s cualidad/es en común. Elementos en las matemáticas que subsisten desde las primeras etapas hasta etapas más avanzadas, como, por ejemplo, el infinito o la igualdad. En las investigaciones sobre la etapa de Educación Infantil no se han encontrado evidencias de esta categoría hasta el momento, “quizás por la naturaleza de las matemáticas escolares desprovista de formalismos” (Muñoz-Catalán et al., 2022, p. 241).

¹⁸ Las conexiones de complejización relacionan contenidos actuales con otros futuros, no necesariamente del curso inmediatamente posterior

¹⁹ Las conexiones de simplificación relacionan los contenidos actuales con otros anteriores, abordados en niveles anteriores

²⁰ Teoría de conjuntos: un conjunto se divide en clases y esas clases pueden ser desde cierto criterio disjuntas, pero tener elementos en común desde otros criterios

3.3.1.2.3. Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos

Las *conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos* son conexiones de utilidad (Flores-Medrano, 2022), es decir, vínculos entre contenidos que se relacionan entre sí como apoyo para un fin. Son aquellas conexiones que se establecen cuando un concepto o tema diferente al que se está tratando, sin ser el foco de la actividad matemática que se desarrolla, puede ser utilizado o es necesario en ese proceso (Vasco et al., 2017). No se han encontrado evidencias de conocimiento en las investigaciones realizadas hasta el momento sobre la etapa de Infantil, debido, en parte, por la dificultad para observar información relativa a este subdominio en las observaciones de aula (Flores-Medrano, 2022).

3.3.1.3. Conocimiento de la Práctica Matemática (*Knowledge of the Practices in Mathematics- KPM*)

El *conocimiento de la práctica matemática* contempla la comprensión del profesor acerca de las formas de producir y proceder²¹ en matemáticas, formando parte de este subdominio “los conocimientos relacionados con la construcción, la validación y la comunicación del conocimiento matemático en un contexto educativo” (Delgado et al., 2022, p. 57).

El conocimiento del docente de la etapa de Infantil posee una serie de particularidades con respecto a los docentes de otras etapas educativas. De acuerdo con Muñoz-Catalán et al. (2022), la caracterización del conocimiento de la práctica matemática debe estar ligado a las matemáticas que desarrolla en su aula y debe considerar que se trata de una “etapa generadora de los cimientos del conocimiento y razonamiento matemático” (op. Cit., p. 241). Así, consideramos necesario desarrollar una nueva mirada sobre las prácticas matemáticas, ya que las prácticas desarrolladas por un profesor de Educación Infantil distan bastante de las consideradas desde la perspectiva del Pensamiento Matemático Avanzado (Tall, 1991).

Este subdominio dispone de varias propuestas de categorización basadas mayoritariamente en crear una categoría por cada práctica matemática identificada (Delgado-Rebolledo & Zakaryan, 2019; Campos-Cano & Flores-Medrano, 2019; Flores-Medrano & Aguilar, 2017). Las categorías propuestas no tienen una aplicación directa para la etapa de Infantil, ya que en la

²¹ Las formas de proceder incluyen el conocimiento de estrategias heurísticas para resolver problemas, el papel de la abstracción y la generalización en matemáticas, la consideración de casos, conocimiento sobre la selección o construcción de elementos, y el conocimiento de como definir algo en matemáticas y las características de una definición (Delgado-Rebolledo & Zakaryan, 2020)

etapa de Infantil se trabajan precursores de las prácticas, pues se forjan las bases de los conocimientos posteriores. Por ejemplo, el profesional de Infantil no suele generar con su alumnado definiciones ni demostraciones, pero sí le ayuda a la identificación de algunos elementos clave de los conceptos abordados. Así, en consonancia con otros trabajos sobre la etapa (Muñoz-Catalán et al., 2021a; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros), en este trabajo vamos a utilizar como caracterizadores de conocimiento el grupo de indicadores recogidos en Carrillo et al. (2018) (Tabla 3.3), al que le sumamos el indicador forma de génesis epistemológica para recoger aquellos precursores de prácticas matemáticas que generan conocimiento. Como se expresa en el apartado 3.3.1.3.5, este indicador queda recogido dentro del indicador prácticas particulares del quehacer matemático en este trabajo.

SUBDOMINIO	INDICADORES ASOCIADOS AL SUBDOMINIO
Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	Conocimiento sobre:
	<i>Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal</i>
	<i>Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones</i>
	<i>Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos</i>
	<i>Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas</i>
	<i>Prácticas particulares del quehacer matemático</i>
	<i>Formas de validación y demostración</i>

Tabla 3.3. Indicadores asociados al Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM)

3.3.1.3.1. *Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal*

Uno de los aspectos característicos de la matemática está en su vinculación con un *lenguaje específico de carácter formal*, diferente al lenguaje natural (Delgado et al., 2022). El lenguaje matemático implica relaciones y razonamiento, no solo vocabulario (Clements et al., 2013). El conocimiento de formas de comunicar las matemáticas parece cobrar especial importancia en la etapa de Infantil por ser una etapa generadora de lenguaje (Muñoz-Catalán et al., 2022) y es importante el conocimiento de formas de conectar el lenguaje cotidiano con el lenguaje matemático (Clements et al., 2013). Educadores como Ginsburg et al. (2008) señalan el importante papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas y, especialmente, la importancia del lenguaje matemático. En este sentido, y de acuerdo con Tsamir et al. (2015), es importante que los profesores dominen el lenguaje matemático, sabiendo cómo usar un

lenguaje que sea accesible para los niños pequeños y, sin embargo, preciso (Ball et al, 2005). Muñoz-Catalán et al. (2022) señala que este es uno de los indicadores que se ha evidenciado en los trabajos sobre Infantil hasta el momento.

Las formas de comunicación son esenciales para la enseñanza de las matemáticas, donde los profesores son los principales mediadores entre los estudiantes y las formas de comunicar conocimiento matemático. Guillén (1997) expresa la gran variedad de vocabulario que hay que utilizar cuando se trabaja con los cuerpos geométricos. En este sentido, debemos tener presente que a esta edad se está desarrollando el lenguaje natural también, por lo que “al inicio se permitirá el empleo de términos de lenguaje natural o de términos evocadores del mismo para expresar ideas matemáticas” (Chamorro, 2005, p. 65). El conocimiento sobre el uso de lenguaje correcto y preciso en el aprendizaje geométrico que es usado como herramienta de enseñanza, ya que para que se establezca comunicación, el profesor de Infantil debe partir de lenguaje natural y permitir que este vaya evolucionando, acercándose poco a poco al lenguaje lógico-matemático. En resumen, el profesor de Infantil ha de conocer el lenguaje matemático preciso y apropiado asociado a todos los conceptos y procedimientos relacionados con la Geometría. El lenguaje utilizado en clase no necesariamente debe contener toda la profundidad del concepto considerado, ya que estamos hablando de una etapa inicial, pero sí ha de ser siempre correcto para que no genere un obstáculo didáctico. Por ejemplo, al inicio del trabajo con los sólidos, José utiliza “caminito” para designar las aristas de estos por haber sido propuesto por un alumno, pero conforme va avanzando les desvela el nombre geométrico correcto, pues conoce la importancia del uso de lenguaje correcto y preciso en el aprendizaje geométrico.

3.3.1.3.2. Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones

El conocimiento de este indicador abarca la comprensión que tiene un profesor sobre las *condiciones necesarias*²² y *suficientes*²³ para generar definiciones, es decir, el listado de características “que permiten describir el objeto matemático diferenciándolo de otros” (Montes et al., 2022, p. 29). Según Escudero et al. (2014) los atributos que debe cumplir una definición matemática son: que esta sea precisa en la terminología (jerarquía), correcta²⁴, no circular, no

²² Para que una condición de una descripción sea *necesaria*, debe aplicarse a todos los elementos del conjunto que queremos ir

²³ Para que una condición de una descripción sea *suficiente*, debe garantizar que siempre que se cumpla obtengamos todos los elementos del conjunto que queremos definir

²⁴ Que contienen condiciones (propiedades) que son a la vez necesarias y suficientes

ambigua, no contradictoria, invariante bajo el cambio de representación, equivalente y mínima (o económica).

El propósito principal de las definiciones es promover una comunicación matemática precisa (Battista, 2009). El profesor de Infantil no utiliza ni construye definiciones precisas y formales en su clase (Muñoz-Catalán et al., 2022), pero consideramos necesario que este profesional las maneje, ya que “el conocimiento de los maestros impacta en el diseño de la instrucción y puede mediar en la selección e implementación de tareas” (Tsamir et al, 2015, p. 507). Así, que el profesor conozca las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones puede fomentar la creación de oportunidades de aprendizaje necesarias para que los estudiantes distingan aquellas propiedades que, a futuro, le van a servir para formar la definición de esos conceptos. Además de ser importante que los profesionales de Infantil conozcan las definiciones matemáticas, consideramos necesario que conozcan que existen varias definiciones²⁵ de un mismo concepto (De Villiers et al., 2009). Complementariamente, estos profesores deben conocer tanto definiciones exclusivas como inclusivas²⁶.

Winicki-Landman y Leikin (2000, p. 17) señalan que “la definición óptima para un concepto matemático particular es aquella que tiene que ser matemáticamente correcta y didácticamente adecuada”. Las definiciones que manejan los profesores de Infantil en su aula son diferentes a las usadas en otros niveles educativos, porque el desarrollo intelectual del alumnado es diferente. El profesional de Infantil suele comenzar a construir definiciones de los cuerpos geométricos desde la mera identificación, generando definiciones descriptivas²⁷ mediante un listado de elementos constituyentes²⁸, lo que produce definiciones correctas antieconómicas (De Villiers et al., 2009). En Infantil se pone más peso en las relaciones de equivalencia que en la definición semántica, es decir, que en los fundamentos y axiomas que permiten construir la definición. En este sentido, Battista (2009) afirma que los niños pequeños aprenden más fácilmente lo que es una silla al observar muchos ejemplos diferentes de ese concepto que al recibir la definición formal de esta.

²⁵ Definiciones equivalentes o alternativas

²⁶ De Villiers et al. (2009) distinguen dos tipos de definiciones: definición jerárquica (es decir, inclusiva) porque permite la inclusión de conceptos más particulares como subconjuntos del concepto más general; y, definición particional (es decir, exclusiva o excluyente) porque los conceptos involucrados se consideran separados entre sí.

²⁷ Definición descriptiva es aquella que parte de la imagen del concepto e identifican las propiedades (De Villiers, 1998)

²⁸ Los elementos constituyentes que utiliza el profesor de Infantil suelen ser sinónimos de caras, aristas y vértices (e.g., picos)

El profesional de Infantil debe conocer que todo ejemplo concreto de un concepto geométrico posee atributos críticos²⁹ y no críticos³⁰, así como que los atributos críticos se utilizan para construir la definición de conceptos y los atributos no críticos para hacer clasificaciones (Hershkowitz, 1990). De acuerdo con De Villiers et al. (2009), afirmamos la existencia de una relación mutua entre estas dos prácticas³¹, ya que la definición de conceptos de cierta manera implica automáticamente su clasificación y la clasificación de cualquier conjunto de conceptos implica, de forma implícita o explícita, definir los conceptos involucrados. En este sentido, estos autores señalan que antes de estar comprometidos en definir formalmente los objetos hay que poseer una buena comprensión de la clasificación de esos objetos (De Villiers op. Cit.). Por otro lado, Gregoria Guillen (1997), citando a Freudenthal (1973), expresa que una definición no sirve solo para explicar lo que se quiere decir con una cierta palabra, sino que “las definiciones son eslabones en cadenas deductivas. Así las definiciones no intentan reflejar la esencia de las cosas, sino que organizan propiedades, seleccionan las mínimas, se enganchan en un sistema deductivo y se colocan en él al principio” (p.67). Lo anterior muestra ligazón con la práctica clasificar, ya que la clasificación de los objetos geométricos se realiza para estudiar con más facilidad sus propiedades y poder generalizar el concepto. Así, un ejemplo de indicador sería el conocer el papel que tienen los atributos críticos y no críticos en la construcción de una definición.

3.3.1.3.3. Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos

El conocimiento acerca de la jerarquización y planificación en la resolución de problemas matemáticos forma parte de las formas de proceder en matemáticas. Este indicador responde al conocimiento que tiene el profesor sobre las distintas fases que se plantean en la resolución de problemas. Un ejemplo de ello puede ser cuando José, tras recibir la respuesta de la cantidad de caras que posee un cubo, plantee su comprobación mediante el conteo de las caras de una pieza tangible con dicha forma. Polya (1965) establece que para resolver un problema es necesario atravesar cuatro fases: comprender el problema, diseñar o concebir un plan, ejecutar

²⁹ Atributo crítico o relevante es aquella propiedad que tiene que poseer para pertenecer a ese concepto (todos los ejemplos la tienen)

³⁰ Atributo no crítico o irrelevante es aquella propiedad no necesaria para pertenecer a ese concepto (algunos ejemplos la tienen y otros no)

³¹ Refiriéndonos a las prácticas de definir y clasificar

el plan y examinar la solución obtenida. Por otro lado, Carrillo (1998) afirma que las fases son momentos que transcurren y a los que se puede volver a lo largo de la resolución del problema, pues a veces las fronteras entre fases no son nítidas. Como nuestro trabajo versa sobre Infantil, consideramos una fase previa a las concebidas por Polya (1965). Así, en consonancia con Carrillo (1998), establecemos cinco fases en el proceso general de resolución de problemas: identificación, comprensión, planificación y exploración, ejecución y verificación. A continuación, ampliamos la información sobre cada una de las fases:

- Fase 0, identificación³², es cuando el sujeto detecta el problema, es decir, detecta una situación como problema, no que el sujeto en cuestión sea capaz de resolver satisfactoriamente la situación.
- Fase 1, comprensión, el sujeto pretende hacerse una idea de la situación, es decir, procura “hacer suyo” el problema, intentando entender las partes del problema.
- Fase 2, planificación y exploración, el resolutor intenta obtener información con vistas “hacerse con un plan” para resolver el problema, es decir, intentar idear una estrategia que aporte una solución coherente al problema.
- Fase 3, ejecución, el resolutor se encuentra desarrollando el plan trazado en la fase anterior.
- Fase 4, verificación, el resolutor verifica o comprueba si la solución tiene sentido o es correcta, o revisa un razonamiento anterior, o evalúa las consecuencias de haber elegido una determinada estrategia.

3.3.1.3.4. Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas

El indicador de *procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas* contempla el conocimiento que posee el profesor acerca de estrategias o técnicas vinculadas a las distintas fases enunciadas anteriormente (ver 3.3.1.3.3) para permitir la resolución de un determinado problema. Las formas de proceder incluyen el conocimiento de estrategias heurísticas para resolver problemas. La heurística trata de comprender las

³² Carrillo afirma que esta primera fase tiene sentido en los primeros cursos de escolarización (Carrillo, 1998)

operaciones mentales útiles en el proceso para resolver un problema (Polya, 1965). Así, Carrillo (1998), identifica una serie de heurísticos³³ para cada fase de resolución de problemas:

- Los heurísticos para la fase de identificación tienen que ver con adoptar una actitud crítica ante la vida, fomentar la percepción y ser capaz de actuar como protagonista en su entorno.
- Los heurísticos para la fase de comprensión van en el sentido de organizar la información, ejemplificar y expresar la idea, en otros términos.
- Los heurísticos para la fase de planificación y exploración son simplificar, estimar, buscar regularidades con intención de generalizar, tantear, considerar problemas equivalentes, argüir por contradicción, asumir la solución, partir de lo que se sabe, planificar jerárquicamente la solución, descomponer el problema, explorar problemas similares y conjeturar.
- Los heurísticos para la fase de ejecución van en el sentido de registrar todos los cálculos, resaltar los logros intermedios, actuar con orden y precisión.
- Los heurísticos relacionados con la fase de revisión o verificación son: analizar la consistencia de la solución, expresar de otra forma la solución, analizar la consistencia del proceso, analizar si se puede llegar al resultado de otra manera y generalizar.

De consonancia con Delgado et al. (2022) consideramos que el conocimiento del profesor de Infantil sobre heurísticos y estrategias de resolución de problemas le permite proporcionar ayuda a los estudiantes en determinados momentos e involucrarlos en la resolución de problemas de dificultad y complejidad significativa, transformando el problema en una situación más sencilla. Así, un ejemplo de indicador sería el conocimiento de la utilización de algún tipo de esquema gráfico o modelo manipulativo para aclarar la información matemática involucrada en el problema.

3.3.1.3.5. Prácticas particulares del quehacer matemático

Este indicador recoge el conocimiento del profesor acerca de distintas *prácticas particulares para el trabajo matemático*. Las prácticas matemáticas desarrolladas en la etapa de Infantil

³³ Según Schoenfeld (1980) un heurístico es una "insinuación o sugerencia general o estrategia, independiente de cualquier tema particular o materia de estudio, que ayuda al resolutor a aproximarse y comprender un problema y ordenar eficientemente sus recursos para resolverlo" (p. 9). Por otro lado, Carrillo (1998) citando a Kilpatrick (1967) señala que un heurístico es cualquier invención, técnica, regla de manejo, etc. que mejora la actuación en Resolución de Problemas.

difieren de las consideradas en otro nivel educativo. Dada la naturaleza de la etapa, en este trabajo optamos por recoger dentro de este indicador también los precursores de las prácticas encargadas de generar conocimiento. Lo que en otras investigaciones sobre la etapa (e.g., Muñoz-Catalán et al., 2017; Muñoz-Catalán et al. 2022; entre otros) se han considerado como otro indicador, formas de génesis epistemológica.

Debido a las características de la etapa, una práctica habitual en Infantil es la *ejemplificación*, pues los niños pequeños necesitan partir de ejemplos de su realidad cercana para, poco a poco, ir encaminándose hacia la abstracción. Así, quedaría recogido en este indicador el conocimiento que el profesor de Infantil posee sobre la potencialidad de los ejemplos y contraejemplos en la comprensión de los cuerpos geométricos. En este sentido, Watson y Mason (2005) indican la importancia de los buenos ejemplos para comprender los conceptos matemáticos. Además, Arzarello et al. (2011) hablan del papel de los ejemplos para fomentar el desarrollo de los conceptos matemáticos y las formas de pensar matemáticamente. El profesor de Educación Infantil debe fomentar la construcción y enriquecimiento del espacio de ejemplos³⁴ (Watson y Mason, 2002), ya que intenta crear una imagen mental rica de cada cuerpo geométrico que trabaja. En este sentido, Zazkis y Leikin (2007, p. 15) afirman que “al ver una imagen de jirafas y reconocer sus propiedades invariables, un niño construye un concepto general de una jirafa y, en tal, es capaz de distinguir una jirafa de, por ejemplo, un unicornio”. Así, los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un concepto (Montes et al., 2022), ligándolo con el indicador de condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones (apartado 3.3.1.3.2). Por otro lado, Watson y Mason (2002) afirman que aprender matemáticas puede verse como un proceso de generalización a partir de ejemplos específicos. En este sentido, Delgado et al. (2022) hablan del rol de los contraejemplos en la demostración y su utilidad para refutar una proposición, como veremos en el indicador de formas de validación y demostración (apartado 3.3.1.3.6).

Esta forma más amplia de entender este indicador hace que, para el trabajo con los precursores de prácticas matemáticas, observemos el indicador formas de génesis epistemológica en distintos trabajos previos sobre la etapa. De esta forma, podemos afirmar que la *comparación* es “el germen de otros procesos matemáticos tales como la clasificación o la definición” (Muñoz-Catalán et al., 2021a, p.78). Así, la comparación se considera el proceso matemático

³⁴ Watson y Mason (2002) introducen la idea de los espacios de ejemplos, que son colecciones de ejemplos que cumplen una función específica

por excelencia en Infantil, ya que es un proceso matemático válido “para identificar relaciones y propiedades numéricas” (Muñoz-Catalán et al., 2021a, p.64), así como para identificar relaciones y propiedades de los cuerpos geométricos (Escudero et al., 2021b). La comparación potencia el conocimiento de los entes geométricos, es decir, es un paso más hacia el entendimiento de un concepto u objeto, ya que establece relaciones entre distintos objetos (PolICASTRO et al., 2017). El profesional de Educación Infantil puede usar la comparación para observar características de los distintos cuerpos geométricos involucrados, con el fin de poder clasificarlos y definirlos, e incluso, la puede usar para demostrar. Delgado et al. (2022) señalan que mediante la comparación se identifican propiedades que comparten algunos cuerpos y otras propiedades que los diferencian de las demás figuras. Además, la comparación permite describir los atributos de un ente geométrico. Por otro lado, la comparación usualmente se utiliza para la realización de una segregación, una distinción mediante la igualdad o diferencia de propiedades de distintos objetos, es decir, una discriminación estableciendo sus relaciones³⁵. Y, otras veces, la comparación se utiliza como método para la comprobación de algún aspecto de los cuerpos geométricos (Escudero et al., 2021b), como veremos en el indicador de formas de validación y demostración (apartado 3.3.1.3.6).

En otros trabajos previos sobre la etapa aparecen levemente la *identificación de atributos* como “el primer paso para construir en un futuro una definición de triángulo” (Muñoz-Catalán et al., 2022, p.242), así como la *visualización* como “proceso matemático para la construcción de conocimiento geométrico” (Muñoz-Catalán et al., 2019, p. 80). Además, en este trabajo vamos a estar abiertos a otros precursores de prácticas propias del trabajo geométrico.

3.3.1.3.6. Formas de validación y demostración

El indicador de *formas de validación y demostración* es referido al conocimiento que tiene el profesor sobre la práctica de demostrar. Cuando pensamos en demostrar matemáticamente, normalmente pensamos en matemática avanzada, con todo su simbolismo formal. Sin embargo, autores como Schoenfeld (1994) señalan la importancia de trabajar la práctica de demostrar desde los primeros niveles educativos. En este sentido, Delgado et al. (2022) expresan que “existe consenso acerca de la importancia de la demostración para la formación de estudiantes

³⁵ Relaciones de equivalencia (clasificación) y de orden (ordenación)

en todos los niveles educativos, ya que favorece la comprensión de las matemáticas, así como el desarrollo y la comunicación del conocimiento matemático” (p. 58).

Guillén (1997) matiza que la palabra demostración no es exclusiva de las matemáticas, sino que es una palabra común en nuestro vocabulario, que tiene significados especiales en contextos particulares, aunque normalmente comparte la significación de mostrar o poner algo de manifiesto. Liñán-García y Carrillo (2018) señalan que lo que esencialmente caracteriza a una demostración es su poder de convicción interno³⁶ y externo³⁷. De Villiers (1993) describe cinco funciones sobre el papel de las demostraciones en las matemáticas: verificación, explicación, simplificación, descubrimiento y comunicación.

La práctica de demostrar no se trabaja en todos los niveles educativos de la misma forma; así en la etapa de Infantil se recogen precursores de la práctica de demostrar. El profesor de Infantil va trabajando rasgos de la práctica de demostrar a través de procesos como la comprobación, la comparación, la utilización de contraejemplos, la generalización y el establecimiento de regularidades y patrones, como los más significativos.

En dicha etapa la demostración suele ser entendida como una validación, que suele usarse para comprobar la solución del problema como último paso para la comprensión de un concepto, lo que puede ligarlo al indicador de jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos (ver apartado 3.3.1.3.3). Por ejemplo, el profesor plantea la comprobación del resultado mediante el conteo físico de las caras rectangulares en la pieza de madera (Escudero et al., 2021b). También suele usarse la validación para justificar algunos resultados matemáticos, mediante la comprobación empírica, es decir, la realización de pruebas informales a través de la representación gráfica, lo que Carrillo et al. (2016) llama esquema de prueba experimental³⁸. Por ejemplo, el profesor utiliza la estampación con material manipulativo para comprobar que un cuerpo geométrico está compuesto por una determinada figura geométrica. Asimismo, la demostración en Infantil sirve para darse cuenta de algunos errores cometidos haciendo uso de la comparación para verificar la solución del problema. Por

³⁶ Entendemos “convicción interna a la referida al individuo que realiza o propone una cadena argumentativa para demostrar algo” (Liñán-García & Carrillo, 2018, p. 295)

³⁷ Entendemos “convicción externa o persuasión al poder de convicción de la demostración para los demás, aquellos que reciben y analizan la propuesta realizada por un individuo (Liñán-García & Carrillo, 2018, p. 295)

³⁸ Carrillo et al. (2016) proponen distintos esquemas de prueba. Los esquemas de prueba son procesos que tienen validez personal como demostración. Enuncian distintos esquemas de prueba entre los que se encuentra el esquema de prueba experimental que “establece la validez de un enunciado mediante experimentación” (Carrillo et al., 2016, p. 308)

otro lado, la validación también incluye el conocimiento sobre el papel de los contraejemplos, es decir, la importancia del análisis de casos límite por su utilidad para refutar una proposición (Delgado et al., 2022), como veíamos en el indicador de prácticas particulares del quehacer matemático (ver apartado 3.3.1.3.5).

3.3.2. El dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido (Pedagogical Content Knowledge - PCK)

El dominio de *conocimiento didáctico del contenido* se refiere al conocimiento propio de la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos; en nuestro caso, geométricos. Este es imprescindible para la labor docente del profesor y, además, es complemento al dominio de conocimiento matemático (Escudero-Ávila, 2015). Este dominio presta atención al conocimiento desde tres perspectivas: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS).

Estos subdominios no incluyen conocimientos pedagógicos generales, sino solo aquellos conocimientos donde el contenido matemático que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es decir, el PCK es un tipo específico de conocimiento de la pedagogía que se deriva principalmente de las matemáticas.

3.3.2.1. Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (Knowledge of Mathematics Teaching- KMT)

El *conocimiento de la enseñanza de las matemáticas* es la comprensión que posee el profesor sobre aspectos que orientan la enseñanza del contenido matemático. Puede fundamentarse en teorías formales o en la experiencia personal y la reflexión de los profesores sobre su práctica (Carrillo et al., 2018). Se trata de conocer ese contenido matemático como objeto de enseñanza, pero está ligado al aprendizaje, ya que normalmente cuando se diseña una actividad se tiene en cuenta el aprendizaje de los estudiantes (Zakaryan et al, 2018). Asimismo, algunas investigaciones (Escudero-Domínguez et al., 2021c; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros) señalan relación entre KMT y KoT, ya que es habitual que utilicen su conocimiento matemático en combinación con elementos vinculados a tareas o ejemplos, usados como herramienta de enseñanza.

Según la investigación existente sobre la etapa (Muñoz-Catalán et al., 2021a; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros), se considera adecuado tanto la caracterización como las categorías de este subdominio para el análisis del conocimiento del profesor de Educación Infantil. Incluye conocer distintas *estrategias* que permitan al profesor impulsar el desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales, las *teorías de enseñanza* asociadas a un contenido matemático y conocer las características útiles de distintos *recursos* para enseñar matemáticas (Tabla 3.4).

SUBDOMINIO	CATEGORÍAS ASOCIADAS AL SUBDOMINIO Conocimiento sobre:
Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)	Teorías de enseñanza de las matemáticas
	Recursos didácticos (físicos y digitales)
	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos

Tabla 3.4. Categorías asociadas al Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)

3.3.2.1.1 Conocimiento de teorías de enseñanza de las matemáticas

La categoría de *teorías de la enseñanza de las matemáticas* recoge el conocimiento del profesor acerca de teorías formales de la enseñanza derivadas de la investigación en educación matemática, así como de teorías personales desarrolladas por los propios profesores, basadas en la reflexión sobre actividades matemáticas que tienen lugar en el aula (Zakaryan et al, 2018). Los profesores pueden desarrollar teorías sobre la base de su experiencia o ayudado de la experiencia de otros profesores.

La etapa de Infantil posee una serie de particularidades con respecto a otras etapas educativas. En este sentido, consideramos relevante destacar la importancia de partir de una situación real para, de manera gradual, acompañar a los estudiantes hacia comprensión del concepto y la abstracción de este, de acuerdo con la teoría de la variabilidad matemática de Blanco (1992). Los niños son seres tridimensionales y están inmersos en una realidad tridimensional. Edo (2018) argumenta la conveniencia de comenzar reconociendo, en objetos reales, las formas de los cuerpos básicos y luego, acompañados por los profesores, ir reconociendo las figuras planas en sus caras, las líneas en las aristas y los puntos en los vértices. Canals (1997) señala que “el conocimiento geométrico no consiste en reconocer visualmente unas determinadas formas y saber su nombre correcto” (p. 33). Los profesores de Infantil deben pretender que los estudiantes construyan una imagen mental rica de los objetos geométricos a través de las actividades. Climent (2011) señala que la representación plana de figuras espaciales y la

construcción de cuerpos geométricos a partir de su representación plana ocupan un lugar importante como representantes de las relaciones plano-espaciales. Un ejemplo de esta categoría sería el conocer la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la Geometría plana.

3.3.2.1.2 Conocimiento de los recursos didácticos (físicos y digitales) asociados a un contenido matemático

Esta categoría aborda el conocimiento del profesor acerca de los *recursos materiales o virtuales de enseñanza asociados a un contenido matemático*, es decir, de las características matemáticas (potencialidades, beneficios o limitaciones para la enseñanza de un determinado tema matemático) que les permiten convertirse en instrumentos para la enseñanza (Zakaryan et al, 2018).

Muñoz-Catalán (2018) señala que resulta imprescindible que los profesores de Educación Infantil “utilicen mediadores para, por un lado, hacer tangibles las ideas matemáticas para su progresiva interiorización y, por otro lado, ayudar a los alumnos a exteriorizar y compartir su razonamiento matemático” (p. 14). De acuerdo con Clements y Battista (1992), los estudiantes deben manipular formas y materiales geométricos concretos para la comprensión de las formas geométricas por sí mismos, así el material manipulativo es una herramienta comúnmente utilizada como mediadora en la enseñanza de la Geometría en la etapa de Infantil.

Este material manipulativo puede ser material específico (geoplano, bloques de construcción, etc.) u objetos de la vida cotidiana que posea esa determinada forma geométrica. Este tipo de recursos ayuda a no mostrar una imagen rígida del cuerpo, en una posición determinada, sino que, como permite rotar la pieza, el niño puede verla en distintas posiciones lo que produce que su imagen mental sea más rica. Así, un ejemplo de indicador para esta categoría sería conocer las potencialidades y/o limitaciones de un determinado recurso didáctico empleado para la enseñanza de los cuerpos geométricos.

3.3.2.1.3 Conocimiento de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático

La categoría de *estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* responde al conocimiento del profesor encargado de observar qué tipo de ayuda brindar a los estudiantes, en qué momento y qué

ejemplos utilizar, así como conocer tareas específicas para propiciar el aprendizaje de un determinado contenido matemático (Zakaryan et al, 2018). Por tanto, estaría dentro de esta categoría el conocimiento sobre la potencialidad matemática que pueden tener ciertas estrategias, técnicas y actividades para el abordaje de un determinado contenido matemático en un determinado momento de enseñanza.

La etapa de Educación Infantil es un periodo en el que se construyen las bases del conocimiento, por lo que, como herramienta de enseñanza, consideramos importante comenzar con la presentación de varios ejemplos y contraejemplos del cuerpo a tratar, mediante los cuales los estudiantes formen una imagen del concepto. En este sentido, Clements y Sarama (2014) señalan que se deben proporcionar ejemplos variados para ayudar a los estudiantes a comprender los atributos de las formas que son matemáticamente relevantes³⁹, así como aquellos (orientación, tamaño, etc.) que no lo son. Los profesionales de Infantil deben ser conscientes de que, a veces, los atributos no críticos son dominantes y llaman nuestra atención, por lo que en sus estrategias debe estar la de recalcar que ese atributo o propiedad no la cumplen todos los ejemplos de ese concepto (Tsamir et al., 2015).

Dentro de esta categoría se encuentra el abordar la resolución de un problema geométrico utilizando diferentes estrategias y procedimientos de resolución. Para que el niño pueda comprender cómo funcionan las figuras (sus características y propiedades), investigadores como Van den Heuvel-Panhuizen y Buys (2005), señalan que las actividades de construir y deshacer las construcciones son muy importantes. Cuanto más rico y diverso sea el conjunto de representaciones de un objeto geométrico, más fácil será el uso de imágenes del objeto, dado que la imagen de este se construye a partir de dichas representaciones. En este sentido, Climent (2011) señala que, conforme avanza la etapa, dicha construcción debe ir pasando de su vertiente más manipulativa a su vertiente más mental. Vanegas (2018) señala que una actividad para estimular los procesos de visualización y representación puede ser fotografiar las construcciones realizadas por los discentes y pedirles que reproduzcan su diseño o el de sus compañeros, pasando de una representación en dos dimensiones a la construcción de un modelo en tres dimensiones. Se busca que los estudiantes establezcan diferentes tipos de relaciones: partes/todo, figura/fondo, posiciones en el espacio, y se refuerce el tipo de razonamiento basado en el uso de elementos visuales y espaciales. Guillén (2005) afirma la importancia de la realización de tareas que estimulen las categorizaciones, tanto convencionales como no

³⁹ Atributos críticos

convencionales (apilamiento). Asimismo, Edo (2018) indica que hay que alternar tareas de observación y reconocimiento de semejanzas y diferencias en objetos y materiales (color, tamaño, forma) con otras tareas de inicio de análisis de cualidades y propiedades. Siendo indicadores de esta categoría el conocimiento de un repertorio de tareas que permitan adquirir o reforzar los conceptos geométricos (Rojas & Flores, 2022) o conocer estrategias que ayuden a los estudiantes a moverse de lo concreto a lo abstracto (e.g., utilización de una amplia gama de ejemplos, animar a los alumnos a encontrar regularidades, etc). Clements y Sarama (2014) señalan que hay que fomentar las descripciones de los estudiantes mientras se fomenta el desarrollo del lenguaje, partiendo de descripciones visuales hacia las propiedades de las formas. Al ser una etapa generadora de lenguaje (Chamorro, 2005), el docente presta atención a los aspectos comunicativos, de forma que antes de llegar al vocabulario formal usa el lenguaje natural de los estudiantes, es decir, utiliza vocablos no convencionales, para hacer referencia a vocabulario geométrico formal. Un ejemplo de esto sería: conocer como el uso de vocabulario cotidiano del niño (e.g., “este objeto rueda”) ayuda a identificar las cualidades del concepto matemático.

3.3.2.2. Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (*Knowledge of Features of Learning Mathematics- KFLM*)

El *conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas* es la comprensión que posee el profesor sobre cómo aprenden los estudiantes un determinado contenido matemático. Este subdominio considera el conocimiento del profesor acerca de cómo piensan sus estudiantes y de cómo construyen sus conocimientos al abordar actividades y tareas matemáticas. Se trata del conocimiento de los fenómenos que ocurren cuando un estudiante aprehende un contenido matemático (Zakaryan et al, 2018), poniendo el foco en el reconocimiento de características específicas del contenido que pudieran tener influencia en su aprendizaje (Escudero-Ávila, 2022).

De acuerdo con la literatura de investigación existente sobre la etapa (Muñoz-Catalán et al., 2021a; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros), se considera adecuado tanto la caracterización como las categorías de este subdominio para el análisis del conocimiento del profesor de Educación Infantil (Tabla 3.5). Contiene el conocimiento de las *dificultades*, *errores* y *obstáculos* en el aprendizaje de un concepto, así como el *conocimiento de la forma en que los alumnos aprenden* un cierto contenido. Además de las *teorías de aprendizaje* asociadas a un

contenido matemático y los *intereses y expectativas de los estudiantes* sobre un contenido matemático. Este subdominio suele estar ligado a la enseñanza (KMT), ya que se tiene en cuenta el aprendizaje de los estudiantes cuando se diseña una actividad.

SUBDOMINIO	CATEGORÍAS ASOCIADAS AL SUBDOMINIO
Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	Conocimiento sobre:
	Teorías de aprendizaje matemático
	Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas
	Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático
	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas

Tabla 3.5. Categorías asociadas al Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)

3.3.2.2.1. Conocimiento de teorías de aprendizaje matemático

La categoría de *teorías de aprendizaje matemático* recoge el conocimiento del profesor acerca de la didáctica de la matemática, ya sea mediante el conocimiento de teorías formales del aprendizaje derivadas de la investigación en educación matemática, así como de teorías personales desarrolladas por el propio profesor, ya sea sobre la base de su experiencia o ayudado de la experiencia de otros profesores (Escudero-Ávila, 2022; Zakaryan et al, 2018). Así, las principales teorías que suele manejar un profesor de Infantil en el ámbito de la Geometría son:

- Los niveles de Van Hiele. Donde Climent et al. (2016) señalan que “un profesor puede conocer, de manera formal o informal, los niveles de Van Hiele del desarrollo del pensamiento geométrico y sus consecuencias en el proceso de aprender a clasificar triángulos” (p.88).
- La formación de conceptos. Tall y Vinner (1981) hacen una interpretación de la formación de conceptos geométricos mediante la imagen⁴⁰

⁴⁰ “Adquirir un concepto significa, entre otras cosas, adquirir un mecanismo de construcción e identificación mediante el cual será posible identificar o construir todos los ejemplos del concepto tal como éste está concebido por la comunidad matemática” (Vinner & Hershkowitz, 1983, p.52). En todo ejemplo de concepto geométrico encontramos atributos relevantes y atributos irrelevantes. Según Tall y Vinner (1981) citado por Turégano (2006, p. 40), la imagen del concepto es el conjunto de todas las imágenes mentales asociadas en la mente del estudiante con el nombre del concepto, pudiendo ser una representación visual o bien una serie de impresiones o experiencias. Es, por tanto, algo no verbal que se ha ido formando a lo largo de los años por medio de experiencias de todo tipo y que puede que contenga partes que no estén de acuerdo con la definición formal o con otras partes de la propia imagen. En estos casos el comportamiento del estudiante puede diferir de lo que espera de él el profesor.

y definición⁴¹ del concepto.

- El desarrollo del conocimiento espacial. Vanegas (2018) señala que, según los estudios de Piaget y alguno de sus colaboradores, el desarrollo de las nociones espaciales en los niños se construye paulatinamente siguiendo un orden lógico. Así, se inicia con el desarrollo de ideas topológicas⁴², se sigue con la construcción de relaciones proyectivas⁴³ y después de relaciones euclídeas⁴⁴.

3.3.2.2.2. *Conocimiento de las fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas*

El *conocimiento de las debilidades y fortalezas* engloba la comprensión del profesor sobre los errores, obstáculos y dificultades que pueden surgir en el proceso de aprendizaje de un determinado contenido, o de las fortalezas que pueden aprovecharse al momento de abordarlo (Escudero-Ávila, 2022). Estas fortalezas y debilidades pueden ir asociadas a la matemática en general o a un contenido matemático concreto, en nuestro caso, Geometría. Así, un ejemplo de las primeras puede ser el conocimiento de los errores y las dificultades que los estudiantes pueden presentar en la resolución de una tarea propuesta (Rojas & Flores, 2022). Sin embargo, un ejemplo geométrico de esta categoría puede ser el conocimiento de la dificultad de los estudiantes de Infantil para reconocer figuras que no se encuentran en una posición prototípica.

El profesor de Infantil debe conocer que las representaciones prototípicas y estáticas pueden generar dificultades en el aprendizaje de los sólidos (Tsamir et al., 2015). Por lo tanto, la imagen

⁴¹ Todos los conceptos matemáticos, excepto los primitivos, tienen definiciones formales. Muchas de estas definiciones se presentan antes o después a los estudiantes. Pero los estudiantes no necesariamente utilizan la definición cuando deciden si un objeto matemático es un ejemplo o un contraejemplo del concepto (Tall & Vinner, 1981 citado por Turégano, 2006, p.40)

⁴² En una primera fase, la noción del espacio del niño se centra en las posibilidades que le brinda su capacidad motriz, considerando el cuerpo como centro principal de referencia. En esta fase se reconocen relaciones de carácter topológico referidas a propiedades globales, independientes de la forma o el tamaño de los objetos (Vanegas, 2018)

⁴³ En una segunda fase, la noción del espacio del niño se centra en el reconocimiento de propiedades proyectivas, las cuales implican la capacidad de los niños para imaginar y prever qué aspecto representa un objeto al ser visto desde diferentes ángulos (Dickson et al., 1991). En estas situaciones, las longitudes y los ángulos experimentan cambios que dependen de la posición relativa entre el objeto representado y el sujeto que lo observa y plasma (Vanegas, 2018)

⁴⁴ En la tercera fase, la noción de espacio del niño se orienta al reconocimiento de propiedades euclídeas, es decir, aquellas propiedades relacionadas con el tamaño, la distancia y la dirección. En esta fase se involucran el reconocimiento de invariantes como la longitud, la medida de ángulos, áreas y volúmenes de un cuerpo cuando se le aplica una transformación (rotación, traslación, ...) (Vanegas, 2018)

conceptual que posea el alumnado sobre el concepto hará que estén presentes más o menos errores en la identificación de ejemplos de dicho concepto geométrico, ya que cuando una forma geométrica cambia de posición, el niño cree que su carácter (forma, tamaño, etc.) también ha cambiado. Hay evidencia de que en el objeto mental construido se incluyen atributos no críticos que generalmente tienen fuertes características visuales y actúan como distractores de orientación (Vinner & Hershkowitz, 1983), llevando a los estudiantes a cometer errores (Clements & Sarama, 2011).

Clements y Sarama (2014) señalan que los estudiantes de Infantil pueden manejar algunos ejemplos mucho mejor si el problema se presenta visualmente en lugar de verbalmente. Estos autores también señalan que los discentes confunden nombres de 2d con figuras 3d y al revés, lo que probablemente indica que no distinguen explícitamente entre 2 y 3d (Clements & Sarama, 2014). En este sentido, Guillén (1997) refleja que los estudiantes de Infantil tienen dificultades para usar vocabulario geométrico, pues estos términos tienen un significado diferente en el lenguaje corriente (e.g., cubo). También destaca la gran variedad de vocabulario que hay que utilizar cuando se trabaja con los sólidos, poniendo énfasis en que, a veces, este vocabulario geométrico es difícil de pronunciar y recordar (e.g., ortoedro, paralelepípedo). Además, la autora señala la dificultad que poseen los estudiantes para nombrar las partes de los sólidos, pues son nombres compuestos, formados por un sustantivo que hace referencia a elementos de los sólidos y un adjetivo (e.g., caras laterales) (Guillén, 1997).

3.3.2.2.3. Conocimiento de las formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático

La categoría de *formas de interacción* abarca el “conocimiento que permite al profesor atribuir sentido a las respuestas y producciones de alumnos” (Zakaryan et al, 2018, p. 109), el conocimiento que posee sobre los procesos y/o estrategias, tanto los típicos como los atípicos, “que pueden desarrollar los estudiantes al momento de enfrentarse a una determinada tarea o al abordar un concepto matemático” (Escudero-Ávila, 2022, p. 89), así como el conocimiento sobre la terminología utilizada para abordar un contenido matemático.

Clements y Sarama (2014) señalan que los profesores de Educación Infantil tienen que comprender el desarrollo de los conceptos matemáticos en los niños de esta edad. Turégano (2006, p. 38) explica que el alumnado “no necesariamente utiliza la definición cuando decide si un objeto matemático es un ejemplo o un contraejemplo del concepto, sino que, en la mayoría

de los casos, toma una decisión basándose en la imagen del concepto”. Por este motivo, es importante que el profesor de Infantil haga que los alumnos manipulen los cuerpos geométricos para ayudarles a obtener una visión rica de estos. Además, las definiciones que emplean no son definiciones formales, sino más bien descripciones simples que utilizan una combinación de matemáticas y vocabulario cotidiano (Clements & Sarama, 2014). Así, un indicador de esta categoría sería el conocer que los estudiantes consideran la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo y otro ejemplo de esta categoría podría ser el conocimiento del posible léxico utilizado por los alumnos al abordar un determinado contenido (e.g., pico para referirse a vértice).

3.3.2.2.4. Conocimiento de aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas

Esta categoría abarca el conocimiento del profesor sobre los *aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas*, que implica el conocimiento de lo que motiva a los estudiantes, su interés y sus expectativas con respecto a las matemáticas (Escudero-Ávila, 2022). Clements et al. (2013) afirman la importancia de que la instrucción y la práctica sean atractivas para los estudiantes. Además, de acuerdo con Aguilar (2016), consideramos dentro esta categoría el “conocimiento sobre las preconcepciones de facilidad o dificultad asociadas comúnmente a las distintas áreas dentro de la matemática, así como las preconcepciones o concepciones erróneas que pueden existir sobre un determinado tema” (p.37). En este sentido, de acuerdo con Edo (2012) consideramos la importancia de que el profesor conozca que la interacción de los estudiantes con materiales genera oportunidades, donde ellos descubran de forma vivencial algunas nociones topológicas, así como diversas características de los objetos. Un ejemplo de indicador de esta categoría sería conocer que el hecho de hacer rodar los cuerpos geométricos les resulta atractivo a los estudiantes, es una cualidad representativa de los cuerpos y pueden experimentarla con facilidad.

3.3.2.3. Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (*Knowledge of Mathematics Learning Standards- KMLS*)

El *conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas* abarca la comprensión del profesor acerca del plan de estudios oficial utilizado en su país y de los estándares definidos por los expertos en la materia. Los estándares tienen carácter orientador, ya que se ha

reconocido que lo que sucede en las aulas de matemáticas está influenciado por las visiones, propósitos y metas de un país (Codes & Contreras, 2022). Estos referentes están en permanente evolución, debido a la constante adaptación a las necesidades y características de cada contexto educativo (op. Cit.).

Este subdominio de conocimiento es uno de los subdominios con más baja presencia en la producción MTSK hasta el momento (Moriel-Junior et al., 2022). La temporalización de este subdominio se justifica desde el propio currículum, es decir, desde qué contenidos se ubican en qué curso, a diferencia del conocimiento ubicado en el Conocimiento de la Estructura de la Matemática (KSM) que hace referencia a las conexiones interconceptuales que puedan existir entre distintos contenidos (Flores-Medrano et al., 2014). Codes y Contreras (2022) destacan la relación con el Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM), ya que la organización del contenido que se recoge en un determinado recurso curricular debe tener presente lo que se conoce sobre cómo aprenden los alumnos en ese momento escolar.

Para el análisis del conocimiento del profesor de Educación Infantil se considera adecuada tanto la caracterización como las categorías de este subdominio, según la investigación existente sobre la etapa (Muñoz-Catalán et al., 2021a; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros). Este tipo de conocimiento normativo incluye el conocimiento acerca de los *resultados de aprendizaje esperados*, el *nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado* y la *secuenciación con temas anteriores y posteriores* (Tabla 3.6).

SUBDOMINIO	CATEGORÍAS ASOCIADAS AL SUBDOMINIO Conocimiento sobre:
Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Resultados de aprendizaje esperados
	Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado
	Secuenciación de temas

Tabla 3.6. Categorías asociadas al Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)

3.3.2.3.1. Conocimiento de los resultados de aprendizaje esperados de un contenido matemático en un nivel específico

La categoría de *resultados de aprendizaje esperados* o expectativas de aprendizaje responde al conocimiento que un profesor tiene acerca de lo que está estipulado que aprenda un estudiante sobre estos conceptos (Codes & Contreras, 2022). Esta categoría recoge el conocimiento de los contenidos matemáticos que se van a enseñar en cualquier nivel en particular y lo adquiere el profesor de diversas fuentes: a partir de la consulta de documentos rectores que indiquen cuáles son esos contenidos o fruto de la propia experiencia o reflexión acerca de las capacidades matemáticas específicas que necesitan ser trabajadas en cualquier momento en particular. Un indicador de esta categoría sería el conocer los cuerpos y figuras geométricas que los estudiantes deben aprender en esta etapa educativa.

En la etapa de Infantil, Edo (2018) señala los contenidos que suelen aparecer en la mayor parte de los currículos de la etapa, que siguen pautas similares a esta: observación y reconocimiento de semejanzas y diferencias en objetos y materiales (color, tamaño, forma); identificación de figuras tridimensionales y figuras planas que forman parte de elementos del entorno; exploración sistemática de algunas figuras y cuerpos para descubrir sus propiedades y establecer relaciones con ellas. Por otro lado, un objetivo importante de la educación de los primeros años es el desarrollo de lenguaje matemático (Tsamir et al., 2015). En este sentido, Edo (1999) menciona la importancia de utilizar la terminología geométrica correcta, coexistiendo con el vocabulario natural propio de la edad.

3.3.2.3.2. Conocimiento del nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado para un contenido en un determinado momento escolar

La categoría de *nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado* hace referencia al conocimiento sobre la profundidad y extensión con la que debe ser abordado un determinado contenido matemático, en relación con el curso y ciclo en el que se encuentre (Codes & Contreras, 2022).

Para la etapa de Educación Infantil, a continuación, mostramos algunas orientaciones de algunos expertos en la materia:

- Canals (1997) reconoce que en la etapa de 2 a 8 años los estudiantes no están preparados aún para fijarse en varios aspectos de una misma actividad simultáneamente.

- Edo (1999) señala que, a través de la exploración sistemática de algunas figuras y cuerpos geométricos, los estudiantes de Infantil se inician en la construcción de los conceptos geométricos.
- Guillen (2005) afirma que los estudiantes de Educación Infantil no llegan a entender la inclusión de clases de los cuerpos y figuras geométricas.

3.3.2.3.3. Conocimiento de la secuenciación con temas anteriores y posteriores a un determinado momento escolar

La categoría de *conocimiento de la secuenciación con temas anteriores y posteriores* a un determinado momento escolar es referida a la secuenciación de temas que el profesor realizará dentro de un mismo curso o pensando en cursos anteriores (conocimientos y capacidades previas que tiene un estudiante para aprender un nuevo contenido en términos de lo que los estándares marcan que se debe conocer antes de abordar un determinado contenido) o cursos superiores (conocimiento de las potencialidades que debe desarrollar un estudiante para un determinado tema). Esta categoría se refiere al conocimiento temporal, no conceptual (KSM). Un ejemplo de indicador de esta categoría sería el conocer que el trabajo de las tres dimensiones precede al trabajo de las dos dimensiones (considerando las figuras planas como parte de los cuerpos geométricos).

En la etapa de Educación Infantil, Edo (2018) argumenta la conveniencia de comenzar la aproximación al estudio geométrico con un acercamiento intuitivo de las formas tridimensionales para seguir con el reconocimiento de las figuras planas. Conforme se va avanzando de curso, autores como De Villiers et al. (2009), consideran que los estudiantes deben desarrollar una sólida comprensión de la clasificación de los cuerpos geométricos antes de dedicarse a definirlos formalmente. En este sentido, Canals (1997) reflexiona cómo deben ir ganando precisión en el lenguaje geométrico. Para los más pequeños será reducido y con la edad se irá ampliando, pero es preciso que a cada uno se le exija un vocabulario correcto, a su medida.

*“El estudio de caso es uno de los diseños más interesantes para abordar la complejidad de los fenómenos educativos en Educación Matemática y acceder a las realidades como la perciben los informantes
(Muñoz-Catalán, 2021, p.78)*

Capítulo 4. Metodología

Organización del capítulo

4.1 Introducción

4.2 Pregunta y objetivos de investigación

4.3 Paradigma de investigación

4.4 Diseño de la investigación: estudio de caso

4.4.1 Selección del caso

4.4.1.1 ¿Cómo seleccionar el informante adecuado?

4.4.1.2 ¿Cómo o por qué seleccionamos a José como informante?

4.4.2 Definición y Características del Caso: el Caso de José

4.5 Proceso e instrumentos de recogida de la información

4.5.1 Proceso de recogida de la información

4.5.2 Instrumentos de recogida de la información

4.5.2.1 Observaciones de aula

4.5.2.2 Entrevistas

4.5.2.2.1 Guiones de las entrevistas

4.6 Proceso e instrumentos de análisis de la información

4.6.1 Transcripción

4.6.2 Proceso de análisis de los instrumentos de recogida de la información

4.6.2.1 Análisis de las primeras observaciones de aula (S1-S2)

4.6.2.1.1 Resumen, 1º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula

4.6.2.1.2 Episodios y subepisodios en los que se divide la observación de aula, 2º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula

- 4.6.2.1.3 Análisis interpretativo por episodio, 3º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula
- 4.6.2.1.4 Tabla de indicadores MTSK, 4º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula
- 4.6.2.1.5 Esquema de caracterizadores, elemento interno de la investigadora en los informes de análisis de las observaciones de aula
- 4.6.2.1.6 Análisis interpretativo final de toda la observación de aula, 5º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula
- 4.6.2.2 Análisis de las observaciones de aula (S3 a S8)
- 4.6.2.3 Análisis de las entrevistas
- 4.6.2.4 Análisis conjunto de todos los instrumentos de recogida de información

4.1. Introducción

En este capítulo se presenta el problema y objetivo que ha dado lugar a este estudio, así como el diseño metodológico que se pone en juego para abordar el problema planteado y lograr el objetivo previsto, evidenciando los instrumentos empleados.

4.2. Pregunta y objetivos de investigación

La generación de la pregunta de investigación con sus respectivos objetivos es la que enmarca la labor por parte del investigador dentro de las etapas de una investigación. Mi⁴⁵ preocupación inicial acerca de la comprensión de los conocimientos que manifiestan los profesores parte de la necesidad de seguir creciendo y desarrollándome en mi labor como investigadora y docente. Como docente de los grados de Educación Infantil y Primaria he observado que, generalmente, el alumnado posee rechazo hacia las matemáticas, lo que es un obstáculo para poder enseñar matemáticas, ya que esa falta de motivación y falta de conocimientos les genera inseguridad. Por otra parte, como investigadora llevo años reflexionando sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas como miembro del grupo SIDM. En el seno de este grupo se creó el modelo MTSK (Carrillo et al., 2018), el cual se desarrolló a partir de distintos niveles educativos, entre los cuales no se encontraba la etapa de Educación Infantil. Por lo que en la agenda del grupo estaba y sigue estando contemplado el seguir desarrollando el modelo MTSK para que permita comprender mejor el conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil. Además, resulta ser una necesidad social el hecho de investigar sobre el conocimiento del profesor de Educación Infantil pues recientemente ha sido reconocida la importancia de esta etapa educativa y la investigación al respecto es incipiente.

En el ámbito de la investigación en Educación Matemática existen pocos trabajos que ahonden en el conocimiento del profesor de Educación Infantil (Anders & Rossbach, 2015; Parks & Wager, 2015). Esto contrasta con resultados de otros estudios que dan cuenta de la importancia de la figura del profesor de Educación Infantil en los resultados de aprendizaje de su alumnado (Gasteiger & Benz, 2018; Lee, 2017). Se puede encontrar una explicación a este hecho en la creencia extendida de que el contenido matemático que se debe enseñar en esta etapa educativa es sencillo y cualquiera puede enseñarlo (Castro & Castro, 2016), pero nada más lejos de la

⁴⁵ En el texto alterno la primera persona del singular con la del plural para diferenciar mis motivaciones personales de las decisiones que han sido consensuadas con mis directores

realidad. El conocimiento matemático que cimienta el aprendizaje futuro se adquiere en las primeras edades (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2016) y para facilitar su construcción es necesario que el profesor posea un conocimiento matemático sólido y cohesionado (Muñoz-Catalán et al., 2017). Además, coincidimos con Perry y Dockett (2002) en que las matemáticas que se trabajan en Educación Infantil engloban ideas profundas.

Dentro de los bloques de contenidos nos interesa la *Geometría*, ya que contribuye al desarrollo cognitivo del alumnado de Educación Infantil desde dos perspectivas. Por un lado, promueve el desarrollo de habilidades para generar razonamiento y justificación (NCTM, 2000) y, por otro, ayuda a entender y a desenvolverse en el mundo físico que le rodea (Clements & Sarama, 2011). Sin embargo, muchos profesores priorizan la enseñanza de otros bloques de contenidos matemáticos y desplazan o excluyen los contenidos geométricos. Algunos investigadores como Chiang and Stacey (2015) opinan que puede ser debido a que algunos profesores carecen de determinados conocimientos geométricos básicos y, por tanto, no se sienten seguros a la hora de impartir ese contenido geométrico.

Para la resolución de este problema de investigación actualmente se están desarrollando distintos modelos que ofrecen diferentes aproximaciones al objeto de estudio en cuestión, los cuales fueron presentados y discutidos en el apartado 2.2. En nuestro caso, el MTSK tiene una naturaleza dual que se adapta a esta investigación. Por un lado, como modelo teórico sobre el conocimiento del profesor que enseña matemáticas y, por otro lado, como herramienta metodológica para analizar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas en su práctica educativa (Carrillo et al., 2017). De este modo, decidimos acotarlo planteándonos la siguiente pregunta de investigación: *¿Qué conocimiento especializado (MTSK) moviliza un profesor de Educación Infantil en su práctica respecto de la enseñanza de cuerpos geométricos?*

Afrontamos la respuesta a la pregunta de investigación mediante el siguiente objetivo:

Describir e interpretar el conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos.

Que se concreta en los siguientes objetivos específicos:

- *Obtener elementos de conocimiento especializado de un profesor de Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos*
- *Obtener relaciones entre elementos de conocimiento especializado*

Tras enunciar la pregunta y los objetivos de investigación, a continuación, presentamos el marco metodológico de la investigación.

4.3. Paradigma de investigación

El paradigma de investigación es un esquema teórico, o lo que es lo mismo, un elemento metodológico que, de forma coherente, dirige todas las decisiones de este estudio, es decir, el marco desde el cual nosotros nos hemos propuesto analizar e interpretar la realidad (Muñoz-Catalán & Monteiro, 2016). Existen tres cuestiones básicas que definen un paradigma: la consideración a cerca de la existencia de la realidad (perspectiva ontológica), la postura de cómo o qué se puede conocer de esa realidad que tratas de conocer (perspectiva epistemológica) y el conjunto de modelos y métodos de que se van a utilizar (perspectiva metodológica). Estas tres cuestiones son distintas, pero a la vez están interrelacionadas, pues la forma en la que nos posicionemos ante una de ellas repercute directamente en las otras dos (Santos, 2002).

Como hemos mencionado anteriormente, el objetivo de nuestra investigación es describir e interpretar el conocimiento especializado que moviliza un profesor de Educación Infantil cuando enseña cuerpos geométricos. En este abordaje consideramos que conocer “no consiste en la interiorización de una copia de la realidad exterior, sino que implica una interacción con el objeto de conocimiento, a través de la cual el sujeto interpreta y reconstruye los significados puestos en juego en dicho proceso” (Muñoz-Catalán, 2009, p. 151).

Como conclusión respecto al posicionamiento ontológico, epistemológico y metodológico adoptamos un paradigma interpretativo (Bassey, 1999), ya que intentamos describir e interpretar situaciones particulares. No pretendemos transformar la realidad (paradigma crítico) ni explicar, controlar o predecir (paradigma positivista) (Muñoz-Catalán, 2009, 2012), sino profundizar en el conocimiento puesto en juego por el profesor y establecer posibles relaciones entre sus elementos de conocimiento.

Una vez mencionado el paradigma, el siguiente paso es justificar el diseño de la investigación.

4.4. Diseño de la investigación: estudio de caso

De acuerdo con Muñoz-Catalán y Monteiro (2016), consideramos que el diseño de investigación es un marco que orienta el desarrollo de aplicación de métodos de investigación, incluyendo tanto la fase de recogida de datos como el proceso de análisis. Por tanto, podemos

decir que el diseño de investigación es un puente entre la pregunta de investigación y la solución que se proporciona a esa pregunta (Sosa, 2010).

A tenor de la pregunta de investigación, el estudio de caso es el que permite justificar el centrarnos en la comprensión del conocimiento especializado de un profesor, ya que analizamos en profundidad la actividad profesional de un profesor solamente en el contexto de su clase, lo que coincide con la definición que proporciona Bassey (1999) sobre qué es un estudio de caso.

Este trabajo versa sobre un único profesor de Educación Infantil en activo, al que nos referiremos con el nombre ficticio de José. Abogo por conocerlo en profundidad accediendo al entorno natural de sus clases sobre Geometría, recogiendo diversidad de información (observaciones de aula, notas de campo y entrevistas semiestructuradas) durante más de un curso académico. Con respecto al análisis de las sesiones y entrevistas consideradas, realizamos zoom en cada uno de los episodios detectados, lo que nos permite adentrarnos en la información hasta ser minuciosos, considerando el conocimiento movilizado por el profesor en el aula en cada sesión. Su gusto por aprender, conocer y mejorar su práctica lo llevaron a participar como sujeto observado en la investigación propuesta, aunque al principio era un poco reacio al tema de las videograbaciones y temía nuestra entrada en su aula. Así, nuestro compromiso fue garantizarle la privacidad y confidencialidad de la información que obteníamos, pues de esta manera podríamos acceder a sus pensamientos más profundos y personales.

Existen distintos tipos de estudio de caso, pero según el objetivo de nuestro trabajo, tomamos la clasificación que proporciona Stake (2005) que “pone el acento en el grado de interés que posee el caso por sí mismo en una investigación” (Muñoz-Catalán, 2021b, p. 70). Desde esta perspectiva, podemos decir que nuestro estudio adopta las características del estudio de caso instrumental (Stake, 2005), pues examinamos un caso particular con el fin de lograr una mejor comprensión acerca del conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil enseñando Geometría.

Decidimos desarrollar un trabajo de corte cualitativo, ya que nuestro propósito es describir e interpretar la realidad. Nuestro estudio adopta un enfoque de carácter cualitativo para el análisis de la información, que comienza con la transcripción de las sesiones y las entrevistas, aplicando un enfoque interpretativo (Kvale, 1996) en el que los datos son recontextualizados a la luz del modelo MTSK. En esta investigación partimos de las definiciones y clasificaciones propuestas para los subdominios de MTSK (Carrillo et al., 2018; Carrillo et al., 2022), considerando, además, el avance que se está efectuando desde el grupo sobre la adaptación a la etapa de

Educación Infantil, como, por ejemplo, el capítulo de Muñoz-Catalán et al. (2022). En mi investigación uso estas categorías, pero también estamos abiertos al surgimiento de otras posibles categorías que puedan nacer en el curso de mi investigación, por lo que conjugamos la perspectiva Top-Down y Bottom-Up. Para este análisis se seleccionan unidades de información⁴⁶ en función de si consideramos que constituyen una prueba rotunda del conocimiento del profesor enmarcada en una categoría de un subdominio MTSK (evidencia) o una señal que nos lleva a una determinada categoría pero que hace falta seguir indagando para que sea evidencia (indicio) (Moriel- Junior & Carrillo, 2014).

4.4.1. Selección del caso

En primer lugar, tenemos que aclarar ¿Qué buscábamos? Buscábamos la participación de profesores en activo con experiencia en el área que nos pudieran aportar información acerca de los conocimientos empleados para enseñar Geometría.

Me personé en distintos centros públicos de la provincia de Sevilla, en concreto, visité cinco colegios. Tras una entrevista con varios docentes de cada escuela, seleccioné dos de los cinco centros, siendo el criterio adoptado para ello que el trabajo sobre Geometría no se limitara al reconocimiento de algunas figuras planas con la típica actividad “De entre las siguientes figuras, colorea de verde el triángulo”. Otro factor que me hizo decantarme por estos dos centros fue que ambos habían realizado un plan de mejora para trabajar Geometría, pues se habían dado cuenta de que esta parte de las matemáticas se trabajaba poco. En uno de ellos, en concreto, uno de los informantes había asistido a varios cursos sobre matemáticas que ofrecía el CEP y, a raíz de estos, transformaron la enseñanza de las matemáticas en toda la etapa de Infantil, comenzando a usar también un libro de texto de la Editorial Teide (Segarra et al., 2014) recomendado por el autor de los cursos.

En esta primera selección disponía de cuatro informantes, dos de cada centro. Todos ellos con más de diez años de experiencia en el área. Los colegios elegidos eran de una línea⁴⁷ y trabajaban de forma diferente la Geometría: uno trabajaba solo geometría plana y el otro geometría tridimensional y plana. Ambos centros trabajaban con libro, uno de la Editorial Santillana y, el otro de la Editorial Teide, que hemos citado anteriormente. Estos centros

⁴⁶ Llamamos unidad de información a aquellas líneas de transcripción que expresan una idea determinada

⁴⁷ Se dice que un colegio es o tiene una línea cuando existe solo un grupo de alumnos de cada nivel (3, 4 y 5 años)

coincidían en la organización del día, comenzaban con la asamblea y, tras esta, realizaban una o dos fichas sobre lo trabajado en ella. A continuación, jugaban por rincones, salían al patio y terminaban la jornada jugando o realizando manualidades. Todos coincidían en que el momento donde se podía sacar más partido era la primera parte del día, en lo que era la asamblea y su posterior trabajo de la ficha del libro. Esta organización determinó decisiones que adoptamos para la recogida de datos.

4.4.1.1. ¿Cómo seleccionar el informante adecuado?

Comencé asistiendo a las clases de los cuatro profesores seleccionados. Conforme iba pasando más tiempo con ellos, los iba conociendo mejor. Por un lado, observé que dos de ellos mostraban mayor seguridad en la enseñanza de las matemáticas, pero estos pertenecían a distintos centros, por lo que no trabajaban lo mismo, además de poseer estudiantes de distinta edad (3 y 5 años). Por otro lado, observé que en uno de los centros existía cierta coordinación entre los profesores y trabajaban casi lo mismo, aunque uno se encontraba impartiendo en un grupo de alumnos de 3 años y la otra profesora en un grupo con alumnos de 4 años. Esto último me llevó a decantarme por reducir el número de informantes, quedándome con los profesores que estaban coordinados, José y Inés (seudónimos). Estos trabajaban con un libro de texto (Segarra et al., 2014) que abarcaba tanto la geometría tridimensional como la geometría plana, lo cual aportaba una perspectiva diferente a la seguida generalmente en la etapa.

Conforme permanecía más tiempo con ellos, me daba cuenta de que José poseía una serie de aspectos que lo convertían en un caso particular. Este mostraba mayor conocimiento sobre matemáticas y presentaba en su discurso aspectos comunes a los establecidos en los estándares de aprendizaje. Además, José estaba especialmente comprometido con la mejora de su práctica docente y había asistido a varios cursos de formación específica en Didáctica de las Matemáticas en el CEP.

4.4.1.2. ¿Cómo o por qué seleccionamos a José como informante?

Seleccionamos a José porque presenta una serie de características que lo convierten en un informante interesante, por las siguientes razones que aportamos:

El profesor muestra un enfoque de enseñanza en línea con las orientaciones didácticas actuales. En sus clases, José explora objetos con diferentes formas y cualidades, analiza propiedades

derivadas de la forma de un objeto, observa semejanzas y diferencias entre ellos, compara y agrupa los objetos según la forma, realiza construcciones en el espacio y describe verbalmente algunas propiedades de los entes geométricos trabajados. Coincidiendo con Edo (1999) José realiza una aproximación a la Geometría a través de objetos reales y material manipulativo, efectuando la observación, reconocimiento y análisis de esas figuras geométricas tridimensionales, como nos muestra en este fragmento de entrevista: “*en el aula es difícil encontrar un círculo, un cuadrado, ... sin embargo, es bastante más fácil hacerles ver que una papelera es un cilindro y que una caja es un prisma*”. Por otro lado, José trabaja tanto el reconocimiento visual como el análisis de cualidades y propiedades de los cuerpos geométricos, y va introduciendo vocabulario geométrico correcto, aunque, a veces, lo realiza partiendo del vocabulario natural propio de la edad de los estudiantes. Además, José afronta la Geometría desde los tres aspectos que expresa Canals (1997) que son objeto de esta. Aborda *las formas* en todas las sesiones⁴⁸, ya que trabaja la Geometría desde los cuerpos geométricos y como profundización de estos, las figuras planas; *la posición* en las sesiones 3 y 5 mediante la reconstrucción de distintas fotografías sobre composiciones de sólidos geométricos y en la sesión 7 mediante la posibilidad de apilamiento de los cuerpos; *los cambios de posición o de forma*, o transformaciones son abordadas en todas las sesiones, ya sea mediante la estampación o las construcciones.

Con respecto a los tres enfoques geométricos (Chamorro, 2005), José aborda en clase dos de ellos: utiliza el *enfoque proyectivo* cuando usa objetos de la vida cotidiana con forma de prisma u otro cuerpo geométrico, con las reconstrucciones de fotografías y en la representación en la pizarra de las caras de los cuerpos; y, el *enfoque métrico* lo utiliza en casi todas las sesiones mediante la estampación.

José confiesa que no siempre ha trabajado así, nos comenta que antes se limitaba al reconocimiento del círculo, cuadrado, rectángulo, entre otras figuras planas. Su interés por mejorar en la enseñanza de las matemáticas le ha llevado a realizar varios cursos de formación específica en Didáctica de las Matemáticas en el CEP. Estos cursos sobre “matemáticas divertidas” fueron impartidos por Lluís Segarra⁴⁹. José manifiesta que en estos cursos aprendió muchísimo sobre matemáticas y su enseñanza en la etapa de Educación Infantil y que fueron los que le hicieron dar un giro a sus clases de matemáticas. Tanto es así que le pidió a Segarra

⁴⁸ Observaciones de aula videograbadas

⁴⁹ Lluís Segarra es un divulgador de matemáticas, creador del método ElQuinzet, autor de diversos libros y editor de los libros de Infantil de la Editorial Teide

que le orientara sobre algún material-libro para poder trabajar esa nueva forma que les había enseñado (anteponer el aprendizaje de la geometría de tres dimensiones a la geometría plana). Esta formación la había adquirido dos años antes de ser nuestro informante, con lo que hacía apenas un par de años que estaba utilizando en sus clases esta nueva forma de impartir Geometría y usando un libro afín a esta metodología. José no para de aprender y al finalizar nuestras grabaciones de aula estaba inmerso en un curso sobre el método ABN. Por todo lo anterior, podemos decir que José es buen informante, ya que cumple la triada de variables propuesta por Carrillo (2015): implicación, transparencia y capacidad de reflexión. Otro aspecto para destacar de José es su buena calidad comunicativa, es decir, su forma de informar es mediante la justificación de su respuesta, lo que hace que las entrevistas sean ricas.

En sus clases demuestra bastante seguridad respecto a las matemáticas que enseña y, aunque utiliza el libro de texto (Segarra et al., 2014), no se limita a éste. Impone su criterio, saltándose alguna ficha y/o profundizando en otras. Normalmente complementa el ejercicio del libro con otros conceptos matemáticos y aporta actividades diferentes a las propuestas en el libro. Podemos decir que usa la ficha del libro como detonante y las lleva a los terrenos matemáticos que él quiere explorar.

La metodología utilizada por el docente está basada en la formulación continuada de preguntas, intentando que el alumno sea el que construya el conocimiento. El profesor pretende provocar la curiosidad de los estudiantes, otorgando oportunidades a estos para reflexionar sobre Geometría. Mediante estas preguntas intenta hacerlos reflexionar e integra sus ideas, validándolas entre todos. Por ejemplo, José, mediante preguntas y varios ejemplos, muestra regularidades de los cilindros, con el fin de que los alumnos se den cuenta de que todos los cilindros poseen caras circulares, validando finalmente esa propiedad de los cilindros.

José considera que saber razonar es lo que se necesita para conocer matemáticas. El profesor considera que no tiene importancia que no recuerden el nombre del cuerpo, lo que interesa es que observen sus propiedades y puedan describirlos, a través de su propio razonamiento, es decir, la identificación de los cuerpos es algo superfluo en su práctica. Este docente plantea situaciones que incitan a la experimentación y exploración, donde la observación, la visualización, la comprobación, el razonamiento y la imaginación, apoyan el conocimiento de los conceptos. Su objetivo es ayudar a los estudiantes a captar características y cualidades de los objetos, así como observar semejanzas y diferencias entre ellos. José pretende que los estudiantes posean una visión rica de los sólidos geométricos y que construyan imágenes

mentales de ellos. Para ello utiliza distintas estrategias de resolución de problemas y presenta los contenidos de forma gradual, con la idea de programación de recorrido helicoidal (Segarra et al., 2014), en la que se repase de una forma u otra lo trabajado anteriormente y se profundice cada vez más. José utiliza distintos materiales manipulativos para trabajar la Geometría en sus clases. Hace uso de piezas de madera con forma de distintos cuerpos geométricos, fotos de estos sólidos y proyecciones ortogonales de estas piezas (figuras planas). Además, se ha preocupado por adquirir un material más extenso sobre cuerpos geométricos, que le mostré en una entrevista. Se trata de un profesor con iniciativa, tanto es así que en una entrevista le pregunté por la coordinación en matemáticas con la etapa de Educación Primaria y me dijo que no existía, pero que iba a plantear que se tuviera en cuenta, como se muestra: *“pues al igual que la hacemos para conocer cómo van de lectoescritura, es importante que se conozca qué saben de matemáticas”*.

José conoce a sus estudiantes y se adapta a sus necesidades, acercando el contenido a todo el alumnado. El docente tiene en cuenta las características especiales de los niños de esta etapa (por ejemplo, teniendo en cuenta sus intereses o el cansancio de estos) y adapta su docencia en función de ello. Otro aspecto para destacar de José es el vocabulario que utiliza en sus clases, él no hace ningún juicio de valor sobre si está bien o mal lo que está realizando el alumno. El profesor solo confirma o repite más alto lo que el alumno va expresando. El vocabulario utilizado espontáneamente por el alumnado es retomado por José, para acercar el concepto al alumnado, y una vez tengan ellos interiorizado ese concepto, pasa a mostrarles la terminología matemática (e.g.: Un estudiante usó “caminito” para hacer referencia a las aristas, pues José lo utilizó también hasta que ya consideró que era el momento de comentarles que “lo que estamos llamando caminito, en realidad se llama arista”).

4.4.2. Definición y características del caso: el caso de José

Seleccionamos a José como medio para comprender el conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil en la enseñanza de la Geometría. El caso está compuesto por José y “los límites que enmarca la relación con él en el marco de la investigación” (Muñoz-Catalán, 2021b, p. 70). Atendiendo a Silverman (2008) estos límites se refieren a dos dimensiones: por un lado, la dimensión temporal y, por otro, la dimensión contextual.

Con respecto a la dimensión temporal, José imparte docencia a un grupo de estudiantes de Educación Infantil en un colegio público en España. Accedimos a sus clases durante más de un curso académico. Elegimos analizar la información relativa a Geometría, decidiendo centrarnos en la clase final del curso académico 2013-14 y en gran parte de la información recogida en el curso 2014-15, añadiendo aquellas entrevistas que considerábamos pertinentes sobre aspectos generales o aclaraciones a alguna sesión. En total fueron ocho sesiones y cinco entrevistas, aproximadamente de una hora de duración cada sesión/entrevista.

Con respecto a la dimensión contextual, son muchos los contextos en los que podríamos fijarnos para obtener información del caso, pero con respecto a los objetivos propuestos en este trabajo nos vamos a centrar en los ligados a su práctica diaria. El contexto de su aula es idóneo para mostrar el conocimiento que pone en juego este profesional en su enseñanza sobre Geometría. Las entrevistas también fueron tomadas en este entorno.

4.5. Proceso e instrumentos de recogida de la información

4.5.1. Proceso de recogida de la información

En un estudio de caso la observación suele ser la técnica más utilizada para la recogida de datos, ya que el investigador estudia los fenómenos que suceden en su entorno natural (Cohen & Manion, 2002). En nuestro caso, la observación de aula es la mejor manera de recoger información puesto que permite acceder a José de manera profunda y amplia. Si tenemos en cuenta la clasificación de Flick (2007) podemos decir que se trata de una observación: *manifiesta*, ya que José era consciente de las grabaciones; *natural*, puesto que se han realizado en su entorno natural; *no sistemática*, ya que, aunque teníamos prevista una guía de observación, no la encorsetamos, siendo flexible y adaptándome a lo que acontecía; y *no participante*, aunque mi presencia en el aula como investigadora, influía en lo que uno observa, pero no era el objetivo de la observación, como ampliaremos en el apartado 4.5.2.1.

Las observaciones de aula pretendían recoger información directa sobre la práctica del profesor, concretamente sobre el conocimiento del docente en acción cuando enseña Geometría. En esta investigación ponemos el foco en el profesor, en sus acciones, instrumentos y recursos que manipula, así como su interacción con los alumnos. Las observaciones de aula fueron grabadas en vídeo, ya que facilita al observador visionarlo tantas veces como desee (Brophy, 2004), lo que posibilita fijarse en aspectos que en un primer momento pasan desapercibidos, incluso por

el propio docente (Clarke & Hollingsworth, 2000). Junto al docente, acordamos mi situación y, por tanto, la de la cámara de vídeo, de forma que me permitiera observar y grabar al profesor en todo momento, sin interferir en la rutina de la clase. Esta fue en la zona externa de la asamblea. Para poder entrar a grabar las clases se solicitó el permiso tanto de la dirección del centro como de las familias. En nombre de la Universidad de Huelva, me comprometí a usar dichas grabaciones exclusivamente con fines científicos, para la realización de esta tesis. Al finalizar cada observación recogía algunas notas de campo⁵⁰ en las que anotaba aspectos que quería destacar de la grabación, así como mis impresiones, además de la comunicación no verbal del entrevistado, sus gestos y expresiones faciales. Estas notas han servido para clarificar posteriormente alguna de las grabaciones, en las transcripciones.

Además de las observaciones, enriquecemos la investigación con otro instrumento de recogida de información, las entrevistas. Empleamos las entrevistas como complementarias a las observaciones de aula con el “propósito de conseguir la mayor cantidad de información relevante y válida” (Vasco, 2015, p.106). Las entrevistas nos sirven también para acceder a un determinado conocimiento específico del profesor. Por ejemplo, para acceder al conocimiento de la estructura de las matemáticas, un subdominio que es difícil de apreciar con las observaciones de aula (Escudero, 2015). La intención de las entrevistas es “obtener respuestas en el lenguaje y perspectiva del entrevistado” (Hernández-Sampieri et al., 2014, p.405), es decir, las entrevistas muestran conocimiento explicitado. En cuanto a la estructura y diseño de las entrevistas, siguiendo la clasificación de Bisquerra (2004) podemos decir que se trata de *entrevistas semiestructuradas*, ya que disponíamos de una guía que determinaba la información que pretendíamos recoger. Esta modalidad permite una conversación fluida con el informante, que nos permite ir enlazando preguntas e introduciendo preguntas adicionales, sin tener que seguir el orden del guion. Las entrevistas semiestructuradas generan un entorno de confianza donde el profesor se siente seguro para hablar de sus decisiones didácticas. Por otra parte, “obliga al investigador a estar muy atento a las respuestas para poder establecer dichas conexiones” (Op. Cit., p. 337). El autor se refiere a las conexiones entre distintas preguntas de la entrevista.

Con estas entrevistas pretendo obtener información, pero sin agobiar, encorsetar ni aburrir al entrevistado con tanta pregunta. En este sentido, se tiene en cuenta el tiempo con el que se

⁵⁰ “Técnica suplementaria que ayuda a interpretar, elaborar y corroborar los datos obtenidos” (McMillan & Schumacher, 2005, p. 470)

dispone, cortando la entrevista cuando notamos cansado al informante, o bien, cuando termina el hueco del recreo. Todo ello se realiza para que el informante se encuentre cómodo y lograr así un dialogo natural entrevistador-entrevistado. De acuerdo con McMillan y Schumacher (2005, p. 465) “se puede planificar una entrevista, pero hay factores (imprevistos) que pueden afectar al trascurso de esta”. Entre ellos destacamos: la duración y el lugar de la entrevista. En nuestro caso, casi siempre disponíamos del tiempo del recreo, lo que limitaba la posible dilatación de la entrevista. Por otro lado, respecto al lugar de realización de la entrevista, normalmente solíamos hacer las entrevistas en la biblioteca, pues José era el encargado de ella. En estos casos, no existían apenas interrupciones. Sin embargo, uno de los días estaba lloviendo a la hora del recreo y los alumnos debían permanecer en el aula, y con ellos el profesor, así que procedí a realizar la entrevista en el aula con los estudiantes, lo que resultó un poco difícil, pues no podía mantener la atención en las preguntas.

Las entrevistas que llevamos a cabo tienen enfoques distintos para lograr tomar una visión amplia del conocimiento explicitado por el profesor. El objetivo de cada una de las entrevistas es diferente; algunas se plantean para ampliar información general del profesor y otras estaban orientadas a promover la reflexión sobre las decisiones que tomaba José en la clase. La elaboración de alguna de estas últimas viene dada tras la realización de un análisis preliminar a una de las sesiones. En este se iban identificando elementos de conocimiento, pero alguno de ellos con calidad de indicios, por lo que la entrevista nos permite la posibilidad de transformar esos indicios en evidencias de conocimiento o refutarlos. Estas varían según el contenido de las preguntas y los recursos que emplean (ver del apartado 4.5.2.2). El material se utiliza como facilitador de la información requerida, así como para motivar al entrevistado. Las entrevistas fueron grabadas en audio y durante su transcurso fui tomando algunas notas de campo con el fin de resaltar o aclarar algunos aspectos ocurridos en la entrevista, así como algunos gestos, visuales o entonaciones del profesor que no se podían percatar en el audio o podían pasar desapercibidas en la grabación.

A continuación, se muestra una tabla resumen (Tabla 4.1) en la que se observan algunos aspectos de los dos instrumentos que intervienen en el proceso de recogida de información.

INSTRUMENTOS	NOTACIÓN⁵¹	REGISTRO	FINALIDAD
Observaciones de aula	S1-S8	Grabaciones de vídeo y notas de campo del investigador	Recoger información directa de la práctica de José
Entrevistas	E1-E5	Grabaciones de audio y notas de campo del investigador	Recoger información sobre aspectos generales del informante, así como sobre sus decisiones en la primera observación de aula

Tabla 4.1. Resumen de los instrumentos de recogida de información

Nuestra recogida de información no sigue un proceso lineal, sino que entrelazamos lo que son las observaciones con las entrevistas, ya sea por la finalidad de la entrevista, por la disponibilidad de José o el tiempo de permanencia en el centro. Mostramos en la Tabla 4.3 y Tabla 4.3 la secuencia temporal de los instrumentos de recogida de información utilizados en esta investigación. Estos van desde el tercer trimestre del curso 2013-14 hasta el tercer trimestre del curso 2015-16. En el primer periodo (3º trimestre del curso 2013-14) se realiza la videograbación de la primera clase (S1) y una entrevista referente a esa sesión de clase (E1). En el segundo periodo consecutivo (1º trimestre del curso 2014-15) se realiza una entrevista de carácter general (E2) y las videograbaciones de las sesiones S2, S3, S4, S5 y S6. En el tercer periodo consecutivo (2º trimestre del curso 2014-15) se realizan las videograbaciones de las sesiones S7 y S8. En el cuarto periodo consecutivo (3º trimestre del curso 2014-15) se realizan las entrevistas E3.1, E3.2, E3.3 y E4. Y, finalmente, en el 3º trimestre del curso 2015-16 se realiza la entrevista E5.

⁵¹ Códigos que usamos para referirnos a los datos procedentes de las observaciones (Sx) y de las entrevistas (Ex). Van en orden cronológico (Para más información, ver Tabla 4.3)

CURSO	TRIMESTRE	FECHA	OBSERV/ENTRE	DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA
2013-14	3º	07-05-2014	Sesión 1 ⁵² (S1)	Es la última sesión que van a dedicar a Geometría. El objetivo de José es sintetizar lo más representativo que han trabajado en Geometría durante ese curso, es decir, el avance con respecto a esta materia
		25-06-2014	Entrevista 1 (E1)	Esta entrevista se realizó para aclarar algunos aspectos de la grabación de la sesión 1
2014-15	1º	23-09-2014	Entrevista 2 (E2)	Esta entrevista está centrada para hacer hincapié en algunos aspectos generales sobre el profesor, como su relación con las matemáticas y los ciclos de mejora que había realizado sobre la materia
		21-10-2014	Sesión 2 (S2)	Es la primera sesión del curso sobre Geometría en 4 años. El objetivo era observar qué recordaban del curso anterior y seguir profundizando sobre los cuerpos geométricos
		28-10-2014	Sesión 3 (S3)	José, además de repasar lo trabajado en la sesión anterior, trabaja la reconstrucción de distintas fotografías sobre composiciones de sólidos geométricos
		04-11-2014	Sesión 4 (S4)	José continúa profundizando sobre los cuerpos geométricos, trabajando en esta sesión la identificación de algunas características de los sólidos trabajados, poniendo énfasis en alguna de sus caras mediante el procedimiento de estampación
		11-11-2014	Sesión 5 (S5)	En esta sesión José sigue trabajando sobre algunas caras de los cuerpos geométricos trabajados, pero ahora lo realiza mediante la representación en la pizarra de estas figuras planas

Tabla 4.2. Secuencia temporal de los instrumentos de recogida de información (I)

⁵² Sesión=Observación de aula

CURSO	TRIMESTRE	FECHA	OBSERV/ENTRE	DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA
2014-15	1º	18-11-2014	Sesión 6 (S6)	El objetivo de José es profundizar acerca de los cuerpos geométricos trabajados, contabilizando el número de caras, así como el número de caras rectangulares y cuadradas que posee
	2º	13-01-2015	Sesión 7 (S7)	El objetivo aquí es mostrar la diferenciación de cuerpos redondos y poliedros, mediante la posibilidad de apilamiento
		20-01-2015	Sesión 8 (S8)	En esta sesión, repasa alguna de las propiedades de los cuerpos geométricos trabajados e incluye un nuevo sólido, el cono. Como de costumbre, presenta el cuerpo identificando algunos objetos con forma de cono e intentando mostrar algunas características de este nuevo sólido
	3º	09-06-2015	Entrevista 3.1 (E3.1)	En esta entrevista pretendemos acceder a su conocimiento matemático. El objetivo de esta parte de la entrevista es la clasificación que proporciona José ante un material extenso que le proporcionamos, compuesto por una serie de cuerpos geométricos de madera
		10-06-2015	Entrevista 3.2 (E3.2)	El objetivo de esta parte de la entrevista es el uso y formulación de definiciones, como, por ejemplo, ¿Qué es un paralelepípedo?
		15-06-2015	Entrevista 3.3 (E3.3)	En esta última parte de la entrevista pretendemos ahondar sobre la definición de polígono, concretamente sobre cuadriláteros. Además de estos aspectos matemáticos, conversamos sobre la coordinación de la etapa y el libro de texto que utilizan
		24-06-2015	Entrevista 4 (E4)	Había comenzado a transcribir la primera sesión y uso esta entrevista para aclarar algunos aspectos específicos referentes a esta, a partir de algunos fragmentos de la grabación de la sesión
2015-16	3º	12-05-2016	Entrevista 5 (E5)	se profundiza sobre la ficha del libro que planteó en la primera sesión

Tabla 4.3. Secuencia temporal de los instrumentos de recogida de información (II)

4.5.2. Instrumentos de recogida de la información

Nuestro foco es comprender el conocimiento del profesor en la enseñanza de la geometría. Para ello hemos tomado el conocimiento movilizado por el profesor (observaciones de aula) y, como complementario a este, el conocimiento explicitado por el profesor en las entrevistas (Figura 4.1). En los siguientes subapartados, describimos cada uno de los instrumentos de recogida de información utilizados.

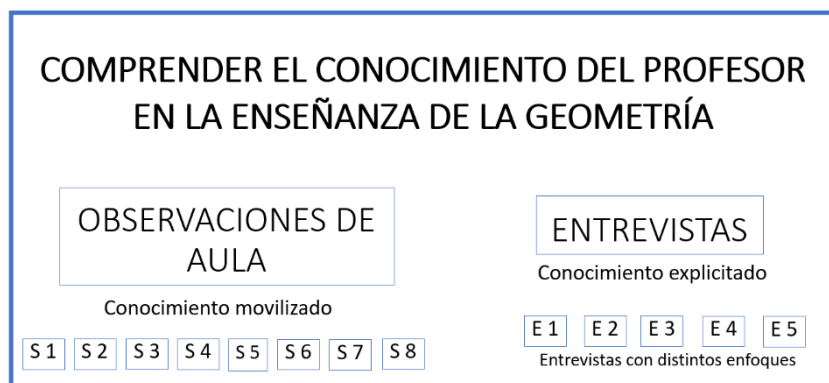


Figura 4.1. Instrumentos utilizados para comprender el conocimiento del informante

4.5.2.1. Observaciones de aula

La observación del docente en su aula implica permanecer mucho tiempo en el campo de estudio recogiendo información sobre el conocimiento movilizado por el profesor en el aula cuando enseña Geometría. Estas observaciones fueron videograbadas por el investigador. La cámara de vídeo normalmente se situaba en el área externa de la asamblea, de modo que se pudiera observar y grabar la totalidad del escenario, es decir, a los alumnos (dispuestos en asamblea) y al profesor (rodeado de todos ellos). Aunque cuando era necesario, normalmente en el momento de desarrollar la ficha del libro, me movía por el aula para poder captar al profesor y su interacción con el alumnado. La cámara la sujetaba yo (como investigadora), cuidando que el campo de visión incluyera al profesor y a los alumnos que en ese momento intervenían, siendo el docente el principal foco de la videograbación.

Como he comentado mi papel durante la observación ha sido no participante, aunque José alguna vez buscó mi afirmación ante algún concepto (e.g.: [S6 u4] “Se puede llamar cara o lado, ¿verdad?”). Fui presentada por José a sus estudiantes como una profesora a la que le interesaba grabar todo lo que pasaba en la clase, para ver cuanto sabían de matemáticas.

Soy consciente de que la mera presencia del investigador inevitablemente repercute en la sesión, aunque dado el tiempo que pasaba en el aula, mi influencia se iba disipando. Aunque el alumnado es bastante pequeño, se acostumbraron rápidamente a mi disposición dentro del aula, por lo que pienso que mi presencia y la de la cámara no han ocasionado distorsión en la práctica docente. Además, cuando terminaba la grabación intentaba recoger algunas notas que complementaban y aclaraban lo ocurrido en el aula. Estas notas pretenden resaltar algunos aspectos de la sesión que consideraba importantes de cara a los objetivos de investigación, así como algunos gestos, visuales o entonaciones del profesor que pensaba que la cámara no había podido recoger completamente o podían pasar desapercibidas en la grabación.

José utilizaba distintos recursos en el aula (ver Tabla 4.4), entre los que destacamos el material manipulativo y las fichas del libro de texto⁵³ (Segarra et al., 2014). Le pedimos al docente la programación y el libro del profesor⁵⁴. Como hemos comentado, la forma de abordar la Geometría en sus clases nos parecía que casaba con lo que los expertos (e.g., Salvador & Molero, 2019; Edo, 1999) indican que es lo mejor para aproximar la Geometría en las primeras edades, anteponiendo el aprendizaje de las tres dimensiones a la geometría plana. José no es estricto en el seguimiento de las fichas del libro de texto, saltándose algunas y profundizando en otras. Además, incorpora actividades potentes, mediante el uso de material manipulativo, para trabajar los distintos conceptos geométricos, inspiradas en las fichas del libro.

⁵³ El libro de texto aborda la Geometría partiendo de las 3 dimensiones.

⁵⁴ El libro del profesor contiene planteamientos de la programación del curso y de las unidades didácticas. También incluye propuestas de organización de las clases y sugerencias acerca de posibles metodologías didácticas, así como orientaciones para el trabajo con las fichas del alumnado.

OBSERVACIONES	DESCRIPCIÓN GENERAL ⁵⁵	RECURSOS USADOS POR EL PROFESOR
Sesión 1 (S1) 07-05-2014	José sintetiza lo más representativo que han trabajado en Geometría durante ese curso académico	-Objetos de la clase -Piezas de madera ⁵⁶
Sesión 2 (S2) 21-10-2014	José pretende observar qué recuerdan del curso anterior y seguir profundizando sobre los cuerpos geométricos	-Pizarra -Piezas de madera -Pegatinas -Objetos de la clase -Ficha libro de texto
Sesión 3 (S3) 28-10-2014	Además de repasar lo trabajado en la sesión anterior, José trabaja la reconstrucción de distintas fotografías sobre composiciones de cuerpos geométricos	-Piezas de madera -Tarjetas con construcciones ⁵⁷ -Ficha libro de texto
Sesión 4 (S4) 04-11-2014	El objetivo de José es seguir profundizando sobre los cuerpos geométricos, trabajando en esta sesión la identificación de algunas características (caras) mediante la estampación	- Tarjetas con estampaciones ⁵⁸ -Ficha libro de texto
Sesión 5 (S5) 11-11-2014	Repasa las construcciones y continua el trabajo de las caras de los cuerpos geométricos, esta vez mediante la representación en la pizarra de alguna de las caras (figuras planas)	-Piezas de madera -Tarjetas con construcciones ⁵⁹ -Pizarra -Ficha libro de texto
Sesión 6 (S6) 18-11-2014	Además de repasar lo trabajado en las anteriores, aprovecha para contabilizar el número de caras totales de los cuerpos, así como el número de caras rectangulares y cuadradas que posee cada cuerpo	-Objetos de la clase -Piezas de madera -Pizarra -Pegatinas -Ficha libro de texto
Sesión 7 (S7) 13-01-2015	Repasa alguna de las propiedades de los cuerpos que trabaja en clase, centrando su atención en la posibilidad de apilamiento de estos, es decir, mostrando diferenciación de cuerpos redondos y poliedros	-Piezas de madera -Ficha libro de texto -Objetos de la clase
Sesión 8 (S8) 20-01-2015	Repasa alguna de las propiedades de los cuerpos geométricos trabajados e incluye un nuevo sólido (cono)	-Piezas de madera -Construcción de un cuerpo (cono) con papel -Ficha libro de texto

Tabla 4.4. Información sobre las observaciones de aula

⁵⁵ Resumimos solo la idea principal de lo trabajado en la sesión

⁵⁶ Con forma de cuerpos geométricos

⁵⁷ La tarjeta muestra la representación 2d de una serie de cuerpos geométricos

⁵⁸ La tarjeta muestra distintas estampaciones correspondientes a las caras de algunos de los prismas (material manipulativo) que posee en clase

⁵⁹ La tarjeta muestra la representación 2d de una serie de cuerpos geométricos

Las observaciones de aula fueron videograbadas durante un año, es decir, se efectuaron grabaciones durante tres periodos lectivos consecutivos (tercer trimestre del curso 2013-14 hasta el 2º trimestre del curso 2014-15). Se seleccionan las videograbaciones por la relevancia de la información que podía aportarnos, escogiendo aquellas centradas en cuerpos geométricos. Se recogen un total de ocho sesiones (Tabla 4.3, Tabla 4.3 y Tabla 4.4). Las transcripciones de cada una de las observaciones de aula las encontramos en el apartado Anexo 1. Las grabaciones abarcan tanto el periodo de asamblea como el momento inmediatamente después, donde ya sentados cada uno en su sitio el docente explica la ficha que deben realizar, repasando alguno de los contenidos explicados en la asamblea. El tiempo de la asamblea variaba, ya que José la iba adaptando en función de los intereses de los estudiantes y del grado de cansancio que observaba en estos.

Como hemos expresado en algún apartado anterior, José pretende que los estudiantes logren conocer los elementos de los sólidos y para ello utiliza distintas estrategias con las que poder aportar una visión rica de los distintos cuerpos geométricos.

La *primera sesión* grabada (S1) pertenece a un aula con niños de 3 años y es la última sesión que José dedica a Geometría en el curso académico 2013-14, por lo que el profesor sintetizó algunos aspectos que consideraba relevantes del contenido geométrico que había abordado durante el curso. Las demás sesiones son pertenecientes al curso 2014-15, en el que ahora el grupo clase ahora se encuentra en el curso de Infantil de 4 años. En cada lección de este curso (2014-15) existe implícitamente un repaso de algunos contenidos que considera fundamental que los estudiantes conozcan a esta edad.

El grueso de nuestra investigación se realiza durante el curso académico 2014-15. Se analizan la misma clase, es decir, los mismos alumnos, que ahora poseen 4 años.

La *segunda sesión* grabada (S2) tiene como objetivo observar qué recordaban del curso anterior y seguir profundizando sobre los cuerpos geométricos.

En la *tercera sesión* (S3), además de repasar algunos aspectos abarcados en la sesión anterior, José trabaja sobre unas fotografías de composiciones de cuerpos geométricos, donde los estudiantes han de reconstruirlas con material manipulativo (paso de 2d a 3d). La *cuarta sesión* (S4) abarca la identificación de características de algunos cuerpos geométricos (centrándose en caras), descubriendo alguna de sus proyecciones planas mediante la estampación.

José sigue trabajando algunas proyecciones planas de algunos cuerpos geométricos en la *quinta sesión* (S5), pero esta vez mediante la representación en la pizarra de estas figuras planas. Además, en esta sesión retoma lo trabajado en S3, es decir, trabaja de nuevo algunas tarjetas con composiciones de cuerpos geométricos para que los estudiantes la construyan con las piezas de madera. El principal objetivo de aprendizaje de la *sexta sesión* (S6) es profundizar sobre las caras de los cuerpos geométricos, esta vez mediante una tabla en la pizarra donde va contabilizando el número de caras de cada cuerpo trabajado, así como el número de caras que son cuadradas y rectangulares.

En la *séptima sesión* (S7) José pretende mostrar la diferenciación de cuerpos redondos y poliedros, mediante la posibilidad de apilamiento de los cuerpos. Y, en la última sesión grabada, *octava sesión* (S8), José, además de repasar alguna de las propiedades de los cuerpos trabajados normalmente en clase, introduce un nuevo cuerpo geométrico, el cono. José comienza identificando algunos objetos con esta forma e intenta mostrar algunas características de este nuevo sólido.

4.5.2.2. Entrevistas

La finalidad de las entrevistas es recoger el discurso explícito del entrevistado. Las entrevistas aportan información complementaria a las observaciones de aula, teniendo diferentes enfoques. Por un lado, tenemos un tipo de entrevistas que abordan aspectos generales de su docencia en relación con la Geometría (con preguntas como ¿Qué es para ti Geometría? o ¿Qué significa poliedro?). Y, por otro, hay otro tipo de entrevistas para ahondar sobre sus decisiones sobre la primera observación de aula (S1). En estas se plantean preguntas específicas sobre una parte de la sesión de clase, con el fin de aclarar los motivos del profesor acerca de la elección de un tipo de actividad o sobre alguna regularidad u observación que nosotros estábamos infiriendo de su práctica (con preguntas como ¿Qué pretendes con esta actividad? o ¿Para qué usas las estampaciones?).

La aplicación de las entrevistas, como instrumento de recogida de información, no ha sido natural ni fácil, sino que ha habido dificultades que afectaron al trascurso de estas. La logística de las entrevistas ha sido condicionada por una serie de variables como el tiempo, la duración y el lugar de realización. Con respecto al tiempo, nos tuvimos que adaptar al momento del curso en el que nos encontrábamos, pasando a invertir el orden de alguna de las entrevistas. Antes de terminar el curso, pasamos a realizar la entrevista

E1 que versa sobre la sesión 1, pasando al inicio del curso siguiente, antes del comienzo de las clases, la realización de la entrevista E2, que estaba planteada para ser la inicial. Las entrevistas se realizaron dentro de su horario laboral, en la franja en las que no se encontraba con alumnos. Normalmente la realizábamos en los recreos, con una extensión de unos cuarenta y cinco minutos, pues la duración de las entrevistas debe mantener un equilibrio entre obtener información de interés y no cansar al entrevistado. A veces hemos tenido que continuar la entrevista en otro momento, pues tocaba el timbre que anunciaba la finalización del recreo, debía volver a la clase con sus alumnos (así la E3 quedó dividida en E3.1, E3.2 y E3.3). Con respecto al lugar de realización, durante el periodo de clases, se realizaron durante los recreos, en la biblioteca, pues José asumía el encargo de gestionar la biblioteca y, durante el periodo en el que no tenían clase (inicio o final del curso), las entrevistas se realizaron en su aula. Excepto un día que estaba lloviendo, los alumnos no pudieron salir al patio para el recreo, no pudiéndonos trasladar a la biblioteca para realizar la entrevista, realizando la entrevista en el aula con los estudiantes (ver Tabla 4.5).

Antes de llevar a cabo la entrevista, elaboraba un guion con las preguntas que queríamos abordar en esta y el grado de profundidad que pretendía lograr con esa entrevista (ver apartado 3.5.2.2.1). Luego, en la entrevista no necesariamente se mantiene el orden de preguntas planteado en el guion, sino que nos saltamos algunas o proponemos otras preguntas, ya que lo que se pretende es mantener una conversación fluida entre entrevistador y entrevistado. Son preguntas abiertas que se diseñan con una finalidad concreta, es decir, se pretende que responda sobre un tipo de conocimiento concreto, pero, a veces, esto no es posible, ya que lo que el profesor responde no se corresponde con lo que pretendíamos que respondiera. En estos casos, intento reformular la pregunta para lograr su finalidad. Otras veces observamos que con la respuesta que nos proporciona no queda totalmente definido y se realizan otras cuestiones sobre la marcha con la intención de aclarar o profundizar sobre su conocimiento. También existen ocasiones en las que al entrevistado no le queda clara una pregunta, en estos casos se intenta formular de nuevo con otras palabras.

El grado de diseño de las entrevistas fue cada vez más robusto, progresivamente cada vez más centrado en los subdominios del MTSK, a medida que yo como investigadora iba ganando dominio en la comprensión de los subdominios y, por ese motivo, ahora con el tiempo, percibo que las preguntas de las primeras entrevistas no están tan centradas en

recoger información sobre subdominios sino más bien acerca de decisiones generales del profesor.

Para facilitar la comunicación con el entrevistado y que las entrevistas resultaran lo más efectivas posibles hacemos uso de diferentes recursos (ver Tabla 4. y apartado 4.5.2.2.1), desde material manipulativo y representaciones en 2d de algún cuerpo geométrico, hasta el uso de fragmentos de vídeo⁶⁰ de su observación de aula. Con estos recursos intentamos obtener la máxima información posible, sin contaminar, ya que al presentarle el elemento visual nos evitamos extender información extra que pueda interferir en su conocimiento. Por ejemplo, en la entrevista 1 al mostrarle la pieza (Figura 4.2) evitamos proporcionarle propiedades que la describan (e.g., tiene rectángulos por caras laterales y sus bases son cuadradas. Este cuerpo geométrico no tiene mucha altura) que pueden intoxicar su conocimiento.

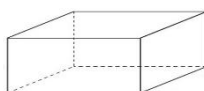


Figura 4.2. *Cuerpo geométrico utilizado en entrevista*

Las entrevistas fueron realizadas atendiendo a las condiciones del contexto, las cuales tuvieron una influencia decisiva. Nuestra recogida de información no sigue un proceso lineal, sino que entrelazamos lo que son las observaciones con las entrevistas (ver Tabla 4.3). Durante el curso 2014-15 (grueso de nuestra investigación), decidimos grabar todas las observaciones de aula y luego comenzar con las entrevistas de esas sesiones, pues no queríamos que las entrevistas influyeran en su conocimiento movilizado, ya que las entrevistas las usamos como complementarias a las observaciones. Nuestra experiencia con las entrevistas nos ha llevado, en el proceso de investigación, a tomar determinadas decisiones, replanteándonos su frecuencia de uso. Nos hubiera gustado realizar una entrevista sobre cada una de las sesiones videograbadas, pero con la tercera entrevista (E3), que además se prolongó en el tiempo, observamos que el profesor se sentía agobiado, presionado, evaluado y, a pesar de que se le insistió en que esa no era la finalidad, percibimos que se encontraba cansado e incómodo. Por este motivo, decidimos medir mucho más que entrevista podría ser necesaria y pertinente de cara a la

⁶⁰ Pensamos que la visión de su propia puesta en práctica sirve para aclarar determinados aspectos. En la entrevista 4 se hizo uso de distintos fragmentos de la grabación de la sesión 1, pues pensamos que sería más efectivo que visualizara fragmentos de la clase a que se le narrara la situación, de cara a recordar ese momento y poder ampliar información relativa acerca de dicha parte de la sesión.

investigación. Cambiamos de tipo de entrevista, diseñando una nueva entrevista sobre la sesión 1 (E4), pero en su puesta en práctica, volvemos a percibir que José se encuentra saturado de entrevistas, por lo que decidimos no seguir con esta, así como dejar las entrevistas por un tiempo. Al año siguiente, intentamos otro acercamiento con otro tipo de entrevista (E5), pero lo notamos totalmente desvinculado, así que decidimos dar por terminada la recogida de información.

Se han llevado a cabo un total de cinco entrevistas que fueron realizadas en distintos periodos. La *primera* fue realizada antes de finalizar el curso 2013-14 (tercer trimestre), la *segunda* en el primer trimestre del curso 2014-15, la *tercera* y la *cuarta* en el tercer trimestre del curso 2014-15 y la *quinta* en el tercer trimestre del curso 2015-16 (ver Tabla 4.3). Estas entrevistas fueron grabadas en audio. Durante el transcurso de la entrevista y a su finalización, fui tomando algunas notas de campo con el fin de resaltar o aclarar algunos aspectos ocurridos en la entrevista, así como algunos gestos, visuales o entonaciones del profesor que no se podían percatar en el audio o podían pasar desapercibidas en la grabación. Las transcripciones de cada una de las entrevistas las encontramos en el apartado Anexo 3.

Como hemos expresado anteriormente, las entrevistas que llevamos a cabo tienen enfoques distintos para lograr tomar una visión amplia del conocimiento explicitado por el profesor (ver Tabla 4.3 y Tabla 4.5). Apoyándonos en McMillan y Schumacher (2005), podemos decir que el objetivo de la *entrevista 1* y *4* es lograr saber lo que hace José en clase⁶¹. La *entrevista 2* está pensada para lograr conocer lo que José piensa sobre sus experiencias y revelar intenciones. La finalidad de la *entrevista 3* (E3.1, E3.2 y E3.3) es profundizar sobre algunos aspectos de su conocimiento matemático y la *entrevista 5* pretende comprender el conocimiento del profesor a través de la simulación de una actividad (como la desarrollaría en clase, como la desarrollaría un alumno y como la desarrollaría él).

⁶¹ La entrevista E1 y E4 tienen la misma finalidad, pero están realizadas en momentos distintos, por lo que no tiene sentido llamarle E1.1 y E1.2 (como hemos hecho con la entrevista 3).

ENTREVISTAS	FINALIDAD GENERAL ⁶²	RECURSOS USADOS POR EL PROFESOR	LUGAR DE REALIZACIÓN
Entrevista 1 (E1) 25-06-2014	Aclarar algunos aspectos sobre la observación de aula (S1)	-Guion entrevista -Pieza que asemeja a una usada en la clase (S1) -Representación 2d de una pieza usada en la clase (S1)	Aula sin alumnos
Entrevista 2 (E2) 23-09-2014	Esclarecer algunos aspectos generales sobre el informante	-Guion entrevista	Biblioteca
Entrevista 3.1 (E3.1) 09-06-2015	Recoger información acerca del conocimiento matemático de José	-Guion entrevista -Material extenso de cuerpos geométricos	Biblioteca
Entrevista 3.2 (E3.2) 10-06-2015		-Guion entrevista -Ficha sobre triángulos -Ficha sobre polígonos de 4 lados	Biblioteca
Entrevista 3.3 (E3.3) 15-06-2015		-Guion entrevista -Ficha sobre rectángulos	Biblioteca
Entrevista 4 (E4) 24-06-2015	Aclarar algunos aspectos sobre la observación de aula (S1)	-Guion entrevista -Fragmentos de videgrabaciones de la sesión 1 (S1)	Aula sin alumnos
Entrevista 5 (E5) 12-05-2016	Recoger información acerca del conocimiento de José al abordar una ficha del libro Aclarar algunos aspectos sobre la observación de aula (S1)	-Guion entrevista -Ficha del libro -Fragmentos de videgrabaciones de la sesión 1 (S1)	Aula con alumnos

Tabla 4.5. Información sobre entrevistas

⁶² Resumimos solo la/s idea/s principal/es de lo trabajado en la entrevista

La *primera entrevista* (E1) fue realizada en los últimos días de permanencia en el centro del curso académico 2013-14, año anterior al que se recoge el groso de la investigación. Esta entrevista se planteó con el fin de aclarar algunos aspectos sobre la observación de aula S1 grabada unos días antes. En ella planteábamos recoger información sobre cómo trabaja en clase, qué papel le da al libro de texto, algunas preguntas referentes a los motivos del profesor para haber elegido esa actividad y qué pretendía conseguir con ella. Se llevó a cabo en la clase, pues ya no había docencia (alumnos) y, además de la guía de preguntas a realizar, le presenté algunos cuerpos geométricos que José había usado en la sesión por la que se le preguntaba. Dada la premura para realizar la entrevista, en ella hicimos hincapié en aquellos aspectos que necesitábamos aclarar, sin haber realizado un primer análisis de la sesión y sin tener presente el modelo MTSK para la elaboración de esta.

La *segunda entrevista* (E2) fue realizada en la biblioteca en los primeros días del siguiente curso académico 2014-15, aún sin alumnos. Esta entrevista estaba diseñada para ser la inicial, la de primer contacto con el informante, pero tuvimos dificultades para su realización, siendo aplazada al curso siguiente. La finalidad general de E2 era la de esclarecer algunos aspectos generales sobre el informante, es decir, su posicionamiento general sobre Geometría, intentando aclarar algunos aspectos generales como su relación con las Matemáticas y lo que había adquirido en estos años sobre la materia, así como sobre el libro de texto utilizado en sus clases.

La *tercera entrevista* (E3.1, E3.2 y E3.3) estaba diseñada para recoger información acerca del conocimiento matemático de José, tratando de tantear la geometría tridimensional y plana que conocía (por ejemplo: tomar como prisma solo los de base cuadrada o rectangular o usar el prisma de base triangular como pirámide). Se lleva a cabo en la biblioteca que, aunque había algún estudiante leyendo o tomando prestado algún libro, no había mucha interrupción. La entrevista E3 abarca varios días, pues el condicionamiento temporal que teníamos hizo que tuviéramos que emplear varios recreos para su realización. La primera y segunda parte se realizaron en dos días consecutivos, pero la tercera parte se realizó a la semana siguiente por el cansancio que el profesor manifestaba. Fraccionar la entrevista nos permitió poder revisar el guion tras esa parte de entrevista y retomar en la siguiente, es decir, poder realizar aquellas preguntas que nos habíamos dejado atrás o volver a plantearle alguna cuestión que, con su respuesta, no había cubierto el objetivo pretendido.

La *entrevista E3.1* tiene por objetivo profundizar en la clasificación de cuerpos geométricos. Para ello le mostramos un material extenso compuesto por una serie de cuerpos geométricos de madera. Al inicio de la elaboración de la entrevista, pensamos en mostrarle los cuerpos geométricos en papel (2d), pero nos creaba nuestras dudas, ya que pensábamos que el mostrar los cuerpos 3d en 2d hacía que se perdiera algunos elementos, por lo que decidimos usar estos cuerpos de madera. De esta forma, José podía manipularlos y apoyarse en ellos para realizar la clasificación que le pedíamos. En la *segunda parte (E3.2)* se le preguntó acerca de las definiciones de determinados vocablos utilizados en Geometría (por ejemplo, ¿Qué es un paralelogramo?). Además, se le presentaron varias fichas para que de forma gráfica construyera parte de su conocimiento sobre figuras planas. Y, en la *última parte (E3.3)*, le proporcionamos una ficha en la cual debía de identificar todos los rectángulos que aparecieran de forma que nos dejara apreciar si conocía las características de estas figuras. Aparte de esto, también se le preguntó acerca de algunos aspectos generales, ya no relacionados con su conocimiento matemático (por ejemplo, se le preguntó acerca de la coordinación de la etapa, sobre el libro que utilizan, ...).

La finalidad de la *cuarta entrevista (E4)* era seguir profundizando sobre algunos aspectos específicos respecto al conocimiento de este profesor referentes a la primera observación de aula S1, una vez realizado un primer análisis preliminar sobre la sesión y la entrevista E1 que versaba sobre la sesión. En ese primer análisis había observado elementos de conocimiento, pero algunos con calidad de indicios, por lo que quería transformar esos indicios en evidencias de conocimiento. Como ya había pasado un año desde la observación de aula a la que nos referíamos, creímos que sería más efectivo para poder recordar lo ocurrido en clase, que le mostráramos los fragmentos de la videograbación de clase (S1), como apoyo al texto de la entrevista que teníamos preparado. Esta se llevó a cabo en la clase, pero no había niños, pues eran los últimos días de clase. Esta entrevista E4 era amplia, pero tras la primera parte de la entrevista, noté como José no se sentía cómodo, estaba como saturado, por lo que decidí dejar las entrevistas por un tiempo.

Retomo las entrevistas con una *quinta y última entrevista, E5*, en la que se le propone a José una simulación de una actividad. Esta tarea pretende promover su conocimiento especializado, es decir, enfrentando al docente a una ficha del libro, se le pregunta como la desarrollaría en clase, como cree que la desarrollarían los alumnos y como la desarrollaría él. En el caso de que las respuestas sean distintas, se le pide que explique

por qué. Aprovechando que esto no es muy extenso, al finalizar, se retoman algunas preguntas del guion de E4 que consideramos clave y no habían sido abordadas. Esta entrevista estaba propuesta para ser llevada a cabo en la biblioteca, en el tiempo del recreo, pero ese día estaba lloviendo y el profesor se tuvo que quedar en la clase con los estudiantes, pues no podían salir al patio por la lluvia, así que nos tuvimos que amoldar a la situación y llevar a cabo la entrevista en la clase con los estudiantes.

4.5.2.2.1. Guiones de las entrevistas

Tras tener claro el objetivo de la entrevista, se establece un guion con las preguntas que queremos abordar en ella. En este guion, de acuerdo con Schoenfeld (2000), voy incluyendo todas aquellas preguntas que preveo que pueden aparecer tras la contestación de José. Estas preguntas están organizadas por temas o distintos bloques de preguntas (por ejemplo, preguntas acerca del libro de texto, preguntas acerca de un cuerpo geométrico concreto, ...). Como sabemos, esto es solo una guía, que nos ayuda a la hora de la realización de la entrevista, pero no es cerrado, permitiendo al entrevistador cambiar la redacción de las preguntas, saltar preguntas y/o introducir preguntas adicionales. Nuestro interés es que el entrevistado se sienta cómodo y se logre una construcción conjunta de significados respecto de un tema. Por otro lado, se intenta que la entrevista no sea encorsetada (pregunta, respuesta) ni aburrida, sino, más bien, que sea una conversación fluida entre dos personas.

A medida que avanzábamos y nos adentrábamos en la literatura de investigación, recogemos, junto a las preguntas, el conocimiento especializado que pretendo obtener con cada una de ellas. Los guiones tienen distintas filas que muestran las distintas finalidades de las preguntas, recogiendo en una misma fila aquellos bloques de preguntas sobre el mismo contenido. Además, a partir de la E3 tercera entrevista se establecen varias columnas: una columna en la que disponemos las preguntas o ideas que queremos trabajar y, en la otra columna, colocamos el subdominio o los subdominios MTSK sobre los que pretendemos obtener información, con el indicador correspondiente. Los guiones de las entrevistas se incorporan, a continuación, como diseño de los instrumentos de recogida de información. En estos guiones se presentan todas las preguntas que realicé, es decir, además de las preguntas diseñadas que llevé a cabo, aquellas preguntas adicionales que no tenía recogida en el guion, sino que surgen en la entrevista, bien como profundización

de otras que ya había realizado o nuevas que me surgieron sobre la marcha. Para su diferenciación, estas últimas se han marcado de gris en los guiones de entrevistas. A continuación, mostramos la Tabla 4.6 con los puntos generales abarcados en cada una de las entrevistas, pero para más información los guiones de las distintas entrevistas se encuentran en el Anexo 2.

ENTREVISTAS	PREGUNTAS ACERCA DE
Entrevista 1 (E1)	- Sesión S1: - Propiedades de los cuerpos geométricos - Estampaciones - Comparación - Pirámide - Partir un sólido para poderlo estampar
Entrevista 2 (E2)	- Formación del informante - Geometría - Libro de texto
Entrevista 3 (E3)	- Clasificación de los cuerpos - Vocabulario geométrico - Material manipulativo - Prismas - Definiciones - Formación continua del informante - Figuras planas - Centro educativo - Libro de texto - Estampaciones - Geometría - Currículo infantil - Errores alumnos - Su clase
Entrevista 4 (E4)	- Fragmentos de vídeo de la Sesión 1 - Cuestionario acerca de figuras planas - Estampación - Material manipulativo - Construcciones
Entrevista 5 (E5)	- Una tarea para que responda como profesor y como alumno - Sobre fragmentos de vídeo - Aspectos generales sobre estampación

Tabla 4.6. Temas abarcados en las distintas entrevistas

4.6. Proceso e instrumentos de análisis de la información

Concebimos el análisis como un proceso de interpretación (Blumer, 1969), donde el papel del investigador es decisivo, ya que traduce las acciones y palabras de otros, y estas cambian de significado de un contexto a otro y de un lenguaje a otro. La habilidad del investigador procede tanto de su conocimiento profesional y experiencia como de su inmersión en los datos, lo que se conoce como sensibilidad teórica (Strauss & Corbin, 1994).

El análisis cualitativo es como entrar en un laberinto, se sabe de dónde se parte, pero no dónde vamos a terminar (Hernández-Sampieri et al., 2014). Analizar los datos cualitativos es una actividad ecléctica, no existe una forma “correcta” y los datos pueden analizarse desde más de una perspectiva. Cada investigador debe encontrar su propio estilo y cada estudio requiere de un esquema peculiar (Hernández-Sampieri et al., 2014). Nosotros vamos a distinguir el proceso de análisis de las observaciones de aula (apartado 4.6.3) y el de las entrevistas (apartado 4.6.4).

Coincidimos con Muñoz-Catalán (2009) en que “el análisis es un proceso dinámico y recurrente, que nunca termina” (p.272). El manejo constante de los datos por parte del investigador hace que se vayan extendiendo, corrigiendo y puliendo nuestras interpretaciones a medida que emergen nuevas percepciones o las situaciones cambian. Por lo que podemos decir que es un camino con rumbo en el que nos vamos moviendo, avanzando y regresando en los datos, para así encontrar un significado que nos permita construir significados para el conjunto de los datos. Por tanto, está en constante evolución y se va concretando a medida que se avanza en el análisis. Se da por concluido el análisis cuando consideramos que nuestros hallazgos reflejan la esencia del conocimiento que pone en juego el informante (Corbin & Strauss, 2008). En nuestra búsqueda de calidad de la investigación (Simon, 2004), consideramos que la triangulación es un aspecto que dota de calidad a la investigación. En este sentido y de acuerdo con la clasificación que establece Flick (2007), usamos en este trabajo la *triangulación metodológica* que es aquella que se basa en la comparación de los datos obtenidos con diferentes instrumentos de recogida de información (observaciones, entrevistas y notas de campo) y la *triangulación de investigadores* que es aquella en la que otros investigadores “participan para detectar o minimizar los sesgos que introduce la propia persona del investigador” (Muñoz-Catalán, 2009, p. 185).

En el indicador de prácticas particulares del quehacer matemático, la idea de la concreción *Usar y Hacer Conversiones de Múltiples Representaciones* surgió inmersos en el análisis del conocimiento de José, donde estábamos observando que el profesor utilizaba distintos registros de representación para que entendieran el concepto. Esto, unido a la lectura de Kuntze et al. (2011), donde se refleja que el uso de diferentes formas de representar hechos o conceptos matemáticos, así como el cambio de representaciones y su vinculación aparecen tanto en dominios de MK como en PCK, nos llevó a pensar en que, para potenciar el conocimiento de los sólidos, era fundamental el uso de múltiples representaciones y la traslación entre ellas. Era evidente que el usar múltiples representaciones realmente ayuda en la observación de las características de los sólidos y mediante el cambio de representación, a veces, se pueden observar algunas características que no quedan patentes en otro registro. Indagando sobre el tema, en la literatura de investigación encontramos el trabajo de González-Ruiz y Molina (2015) donde señalan que la comprensión de un concepto matemático es más completa cuanto mayor sea el conocimiento que tengamos sobre sus sistemas de representación, de las propiedades que marca cada representación, así como de la equivalencia entre ellas. De esta forma, incorporamos la concreción del uso y conversión de múltiples representaciones como ayuda a aclarar ideas que apoyan la construcción de la comprensión del concepto.

Figura 4.3. Ejemplo del surgimiento de una concreción a la etapa de Infantil de uno de los indicadores de KPM

Como punto de partida para analizar la información utilizamos el conjunto de dominios, subdominios y categorías del modelo MTSK descritos en Carrillo et al. (2018) y Carrillo et al. (2022). Además de esto, hemos tenido presente los trabajos de adaptación a la etapa de Educación Infantil (Muñoz-Catalán et al., 2021a; Muñoz-Catalán et al., 2022; entre otros). En el curso del proceso de análisis, para el entendimiento de las manifestaciones del profesor respecto a su conocimiento, requería ganar sensibilidad, por lo que acudí a la literatura de investigación. La reflexión sobre las lecturas y mis datos desencadenó en un cúmulo de aspectos que consideramos esenciales o más característicos del conocimiento especializado de estos profesionales, considerando la totalidad de subdominios de los dominios de MK y PCK según el modelo MTSK. En la Figura 4.3 se muestra un ejemplo sobre el surgimiento de una concreción a la etapa de Infantil en uno de los indicadores de KPM. Este cúmulo de aspectos que consideramos esenciales dio lugar a una aproximación del conocimiento especializado desde la óptica del profesor de Infantil (apartado 3.3 del Marco Teórico), en el que quedan reflejados algunos de los aspectos propios del conocimiento especializado del profesor para enseñar Geometría en Educación Infantil, ya que sabemos que las categorías ayudan a caracterizar el contenido

de los subdominios y pueden emplearse indistintamente del tema que el profesor esté abordando (Flores-Medrano et al., 2014).

Como venimos diciendo, el proceso de análisis está en constante evolución. Al inicio, los indicadores detonantes de estas subcategorías fueron clasificados en las categorías existentes, pero con algún matiz que nos ponía alerta. A lo largo del proceso de análisis, con el creciente número de extractos categorizados y con mi progresiva sensibilidad teórica, los matices o concreciones ganaban sustentabilidad, por lo que se fueron ajustando y adaptando los subdominios y categorías, creando nuevas subcategorías. Para mayor claridad, en la Tabla 4.7 se presenta un ejemplo de creación de los códigos, es decir, de cómo se organizó la información hasta llegar a la subcategoría final. Para ello, y de acuerdo con Luis (2021), seguimos las ideas de Schoenfeld (2000) donde establece que el conocimiento es toda información que permite resolver o realizar una tarea, y la idea básica del modelo MTSK (Carrillo et al., 2018) de identificar y caracterizar el conocimiento sin intención evaluativa. En esta línea de pensamiento, el conocimiento es siempre conocimiento, independientemente de su mayor o menor proximidad al conocimiento científico (Luis, 2021). Fue un proceso exhaustivo y complejo, con constantes ajustes y afinaciones. Tiempo, reflexión y lecturas constantes permitieron una comprensión creciente de los conocimientos involucrados a lo largo de la práctica de este docente.

Unidad de información		
[S1-E2.1 u9]: <i>J: Los cilindros, ¿qué es lo que hacen?</i> <i>E22: que ruedan</i> <i>J: que ruedan [coloca el cilindro entre sus manos, haciéndolo rodar, frotando las manos], pero ¿ruedan por todos los lados o solamente por un lado?</i>		
Indicador de conocimiento		
Utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva, por lo que podemos decir que conoce que poseer una cara curva se puede expresar de manera informal mediante la expresión “que rueda” (KoT)		
Categoría inicial	Codificación utilizada en análisis	Categoría final
Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Definiciones, vocabulario	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>Terminología</i>

Tabla 4.7. Ejemplo de categorización inicial y final de un indicador del conocimiento de los temas (KoT)

Además, usamos los constructos evidencia e indicio que son distintos “grados de certeza asignados por el investigador sobre las manifestaciones orales o gestuales del profesor” (Muñoz-Catalán et al., 2019a, p. 69) que ayudan a generar un proceso cíclico de análisis en el cual se refina la información para dar certeza a la caracterización (Escudero-Domínguez et al., 2019). Para este análisis se seleccionan unidades de información⁶³ en función de si consideramos que es posible afirmar la presencia del conocimiento del profesor enmarcada en una categoría de un subdominio MTSK (evidencia) o es la sospecha de la presencia de algún conocimiento, pero es necesario seguir indagando para su confirmación (indicio) (Moriel-Junior & Carrillo, 2014). Con la ayuda de los subdominios y categorías del modelo (Carrillo et al, 2018) y los constructos evidencia e indicio (Moriel-Junior & Carrillo, 2014), se han interpretado los datos explicando las decisiones docentes y la gestión del profesor sobre la base del conocimiento especializado que los sustenta.

El MTSK desde la óptica del profesor de Infantil posee un refinamiento de la caracterización de algunos subdominios, así como la reinterpretación e incluso el surgimiento de nuevas subcategorías (concreciones para esta etapa educativa). En este sentido, podemos decir que se ha conjugado la perspectiva Top-Down y Bottom-Up, ya que está basado tanto en la literatura de investigación como en los resultados de nuestra observación. En el capítulo de conclusiones (apartado 6.3.1) mostramos de forma detallada aquellos ajustes que proceden del análisis de conocimiento especializado de José, por subdominio de conocimiento, tomando ejemplos del propio trabajo. Además, mostramos el proceso emergente de la generación de los códigos de las subcategorías.

4.6.1. Transcripción

La transcripción es la transición entre la recogida la recogida de información y el análisis. Las transcripciones son los datos brutos recogidos de la grabación, en los cuales se describe la totalidad del dialogo, de forma temporal. En la línea de Muñoz-Catalán (2009, 2012), a esta transcripción añadimos las notas de campo tomadas y cualquier información que consideramos de interés, como gestos o entonación, que pensamos que es relevante

⁶³ Llamamos unidad de información a aquellas líneas de transcripción que expresan una idea determinada. Su codificación sigue el siguiente esquema: si se trata de una sesión [S1-E2.1 u1]: Unidad de información 1 localizada en la sesión 1, referente al episodio 2, subepisodio 1; si se trata de una entrevista [E4 u1]: Unidad de información 1 localizada en la entrevista 1

para nuestro análisis. Por otro lado, la realidad observada o las conversaciones están inmersas en un contexto⁶⁴ que les proporciona sentido, por lo que se añade también en las transcripciones algunos aspectos de la realidad que interesan reflejar en función del objetivo de investigación.

En nuestro trabajo, las transcripciones de las observaciones de aula y las entrevistas han sido realizadas por la investigadora (se encuentran recogidas en los Anexos 1 y 3). El proceso comenzaba con un borrador de transcripción justo después de recoger la información, ya que, de esta manera, tenía fresco lo que había pasado y podía incluir las notas de campo con aquella información que consideraba que iba a facilitar su análisis, conteniendo la narración de las acciones del profesor. En estas transcripciones se ha descrito lo que se observa, desde el punto de vista de lo que tiene interés para nuestra investigación, pues una observación es “la construcción de una representación o un modelo de una situación” (Fourez et al, 1997, p. 64). Más tarde, se describe la totalidad de la grabación, salvo algunos fragmentos que no nos interesan, siempre señalando estas omisiones mediante puntos suspensivos entre corchetes. Se transcribe de forma literal el discurso entre los participantes (observación aula: docente y alumnado; entrevistas: investigador y docente) y mediante otro tipo de letra, y siempre entre corchetes, se incorpora información procedente del lenguaje corporal no verbal del entrevistado, sus gestos y expresiones faciales. Estos elementos que he añadido son interesantes a la hora de la caracterización del conocimiento especializado de José.

A continuación, mostramos un fragmento de transcripción de una sesión cualquiera (Figura 4.4), en la que se observa la nomenclatura utilizada para cada aspecto. A modo de encabezado, se coloca la siguiente información: fecha de la grabación, edad de los alumnos o curso en el que están los estudiantes y sesión o entrevista a la que pertenece, así como la posición dentro de estas (señalando las observaciones de aula como Sx y las entrevistas como Ex). También se deja constar los intervinientes en el dialogo de la misma (J: José (profesor); Ex: Estudiante x; Es: Estudiantes; INV: Investigadora). Como hemos expresado, se usa otro tipo de letra para reflejar el contexto, las notas de campo y cualquier aclaración que consideramos pertinente. Esto se hace explícito mediante una nota al pie en la que se refleja que las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan

⁶⁴ Por contexto entendemos: en las observaciones de aula, el momento del día en el que se trabajan los conceptos matemáticos y se realizan las fichas del libro; en las entrevistas, el momento del día y el lugar en el que se realizan las entrevistas

y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra. A veces, se acompaña la transcripción de alguna foto, para esclarecer lo que está ocurriendo en la grabación. La transcripción está acompañada de las líneas de transcripción, pues serán de ayuda en el proceso de análisis posterior.

Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José. Día 11-11-2014

[S5]

J: José (profesor)

Ex: Estudiante x

Es: todos los estudiantes

INV: Investigadora

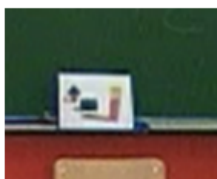
Comienza la clase. El profesor llama a los alumnos (que están sentados en sus sitios) para que se vengán a la asamblea. Les dice que se levanten, metan sus sillas y que se sienten en el banco. Primero comienza la clase "haciendo exámenes". El profesor les dice que van a realizar exámenes de números, es decir, le pregunta a un alumno y éste tiene que hacer la operación. A continuación, repasa la escritura de los números del 1 al 9 en la pizarra con varios alumnos. Finalmente se centra en geometría, le pide a un alumno que vaya a la clase de la señorita Inés a por las tarjetas¹.

- 1 J: Pues vamos a hacer construcciones [saca una tarjeta]. Chicos, lo vamos a poner
2 aquí...todo el mundo, para atrás... [Pone las piezas de madera en el suelo y
3 trae una silla para hacer la construcción]. Primera pregunta, ¿están todas
4 iguales? o ¿hay unas más adelante y otras que están más atrás?

5 Varios Es: delante

6 Varios Es: detrás

- 7 J: unos que están más adelante y otros más atrás. Por ejemplo, pregunto: éste cilindro
8 con este cubo, [señalando sobre la tarjeta_ fotografía de la
9 construcción] ¿está adelante o atrás?



10

11 Es: delante

Figura 4.4. Ejemplo de transcripción de una determinada sesión de clase

La elaboración de la transcripción es un primer paso en el análisis y es común tanto para las entrevistas como para las observaciones de aula. Coincidimos con Aguilar (2016) en que las transcripciones son una construcción que realiza el investigador y no son la

realidad en sí mismas, ya que existe una selección de la información. De acuerdo con Muñoz-Catalán (2009, 2012) señalamos que la transformación del lenguaje hablado al lenguaje escrito es problemática porque precisan una simbología diferente (el escrito se refleja con la palabra como símbolo y el hablado tiene otros complementos, como gestos, entonación, etc., que puede hacer que cambie el significado de una misma frase).

Las transcripciones juegan una doble función: la de enfrentarnos a los datos teniendo presente el objetivo de investigación y la de ayudarnos a recordar un momento determinado sin tener que ver el vídeo de la grabación de aula (Muñoz-Catalán, 2009, 2012).

Como decíamos, el análisis cualitativo es como entrar en un laberinto, por lo que, tras la transcripción, el análisis se torna diferente según se trate de una observación de aula o una entrevista, así que, a continuación, distinguimos ambos procesos. No tenía unos pasos establecidos en el análisis para la elaboración de los informes, sino que a medida que nos adentrábamos en los datos desde la base del MTSK, se han ido llevando a cabo distintos enfoques.

4.6.2. Proceso de análisis de los instrumentos de recogida de información

Una vez realizados los borradores de las transcripciones, se van editando para corregir errores de mecanografía o transcripción, pues se realiza pasado un tiempo de la grabación y borrador de la transcripción. Una transcripción contiene gran cantidad de información y resulta difícil procesar gran cantidad de contenido diverso al mismo tiempo. Para facilitar la labor, organizamos y estructuramos la transcripción siguiendo el modelo presentado por Schoenfeld (2000) y la concreción realizada por Ribeiro et al. (2009). Vamos dividiendo la sesión en distintos fragmentos (episodios) teniendo en cuenta los cambios de actividad y/o objetivo por parte del docente, así como el contenido matemático, recurso o uso de distinto cuerpo geométrico por parte del profesor. Los segmentos o episodios no van formulados por el número de palabras o frases, sino que contienen acontecimientos enteros. Normalmente cuando trabajo un cuerpo distinto, lo considero otro episodio. Esta estructuración de cada sesión en episodios supone un segundo nivel de análisis. Cuando los episodios son muy extensos, descomponemos en otros más pequeños, de manera que acotamos la información a tratar, creando un tercer

nivel de análisis. Los episodios y subepisodios los delimito en términos de líneas de transcripción.

Con estos niveles de análisis logramos montar el esqueleto del instrumento de recogida de información, es decir, tener una foto de lo que ocurrió durante ese tiempo sin tener que recurrir al vídeo o transcripción para recordarlo. Esta estructuración permite identificar elementos de MTSK mediante unidades de información, es decir, aquellas líneas de transcripción que expresan una idea determinada con la que respaldar nuestra interpretación. Como nuestro objetivo es, en consonancia con el paradigma interpretativo, comprender el conocimiento especializado de José, pensamos que sería necesario no solo analizar cada episodio, sino complementar este análisis adoptando un análisis conjunto de todos los episodios de la observación o entrevista. Para ello se elabora un informe de cada una de las observaciones de aula y entrevistas⁶⁵ analizadas, lo que supone un cuarto nivel de análisis. Estos análisis muestran el conocimiento especializado para la enseñanza declarado por José.

Una vez realizado el informe de análisis de cada una de las observaciones, desarrollamos un análisis conjunto de todas las sesiones y entrevistas, pues nos interesa un análisis macro que nos muestre qué aspectos de su conocimiento son relevantes. Esto supone un quinto nivel de análisis en el cual se consideran todas las sesiones y entrevistas de manera conjunta para poder establecer posibles patrones sobre los conocimientos y relaciones encontradas. Esto hace que saquemos el máximo jugo a la información, pues nos permite nuevas oportunidades para interactuar con los datos y así poder realizar una interpretación apropiada.

Reflejamos, a modo de tabla, cada uno de los niveles en el proceso de investigación en las que hemos abordado el estudio (Tabla 4.8).

⁶⁵ Hay que aclarar que las entrevistas se encuentran analizadas de forma rigurosa dentro del análisis de las sesiones, por lo que no se elabora un informe de análisis sobre estas

1º NIVEL	2º NIVEL	3º NIVEL	4º NIVEL	5º NIVEL
Transcripción S1	Episodio	Subepisodio	Informe de análisis ⁶⁶ de S1	Informe de análisis conjunto de todas las observaciones de aula y entrevistas
		Subepisodio		
		Subepisodio		
	Episodio	Subepisodios		
Transcripción S2	Episodio	Subepisodios	Informe de análisis de S2	
Transcripción S3	Episodios	Subepisodios	Informe de análisis de S3	
Transcripción S4	Episodios	Subepisodios	Informe de análisis de S4	
Transcripción S5	Episodios	Subepisodios	Informe de análisis de S5	
Transcripción S6	Episodios	Subepisodios	Informe de análisis de S6	
Transcripción S7	Episodios	Subepisodios	Informe de análisis de S7	
Transcripción S8	Episodios	Subepisodios	Informe de análisis de S8	

Tabla 4.8. Niveles en el proceso de análisis de los instrumentos de recogida de información

En los siguientes apartados mostramos la maduración de los informes de análisis de las observaciones de aula, distinguiendo los informes sobre las primeras observaciones de los informes de las restantes observaciones de aula, debido al grado de saturación. También presentamos la elaboración de análisis de las entrevistas, así como los pasos del informe de análisis conjunto de todos los instrumentos de recogida de información, que nos ayuda a conocer el conocimiento que José despliega en sus clases de Geometría.

⁶⁶ En las observaciones de aula, el informe de análisis se corresponde con el análisis interpretativo final de toda la observación de aula

4.6.2.1. Análisis de las primeras observaciones de aula (S1-S2)

Tras la estructuración de las observaciones de aula, pasamos a adentrarnos en cada una de ellas, con mayor profundidad, para mostrar el conocimiento especializado movilizado para la enseñanza, lo que supone un cuarto nivel de análisis. Para ello vamos a ir describiendo el proceso metodológico de análisis seguido en las primeras observaciones de aula.

Como hemos expresado anteriormente, el análisis de las observaciones de aula no sigue un proceso lineal, sino que es un proceso largo en el que voy amasando los datos. En la elaboración del análisis no se ha impuesto ninguna estructura, sino que he ido aumentando mi sensibilidad hacia los datos conforme se iba avanzando en el desarrollo del informe, con el fin de identificar los elementos característicos del conocimiento especializado de José.

Conforme se avanzaba en el análisis de las observaciones, se iba perfilando el informe interpretativo de estas. Por ejemplo, al inicio se presentaba de forma extensa el esquema de la sesión, pero conforme se avanzaba, se observaba la necesidad de considerarlo de forma visual, así que se adecuó a una tabla. Además, debido a este pulido, el informe al principio tenía unas partes que en el definitivo no aparecen, es decir, todos los pasos realizados durante el análisis no han quedado registrados en el informe definitivo de cada sesión, sino que solo han quedado aquellos que hemos considerado que facilitan al lector. Los pasos intermedios que facilitan al investigador en la elaboración del informe final, como el esquema de caracterizadores, no se muestran en el informe de cada sesión, pues es más un instrumento interno mío para organizar la información. En la Tabla 4.9 colocamos el esquema seguido en el informe de análisis de una sesión.

ELEMENTOS DE LOS INFORMES DE LAS OBSERVACIONES DE AULA (S1-S2)	FINALIDAD
Resumen	Recoge el contexto de la sesión y el objetivo de José en esa clase (lo que se trabaja en esa sesión). Además, se indica el material que utiliza José y las entrevistas que aclaran aspectos de nuestra interpretación
Episodios y subepisodios en los que se divide la sesión	Los episodios y subepisodios en los que se divide la sesión siguen la secuencia temporal de la observación. Muestra el esqueleto de la sesión. Cada episodio es descrito y va acompañado por las líneas de transcripción
Análisis interpretativo por episodio	Cada episodio y subepisodio es interpretado a la luz del modelo MTSK. Vamos identificando una serie de indicadores (que son codificados), respaldados por unidades de información procedentes de la transcripción de la sesión
Tabla de indicadores MTSK	Refleja todos los indicadores encontrados en la sesión. Estos están codificados y agrupados según el subdominio al que pertenecen
Esquema de caracterizadores	Elemento interno de la investigadora. Ayuda a organizar las relaciones existentes entre distintos indicadores y a estructurar la narración del análisis final de la sesión
Análisis interpretativo final de toda la observación de aula	Recoge la visión de conjunto de la sesión. Refleja todos los indicadores y relaciones entre indicadores que han aparecido en la observación de aula, independientemente del episodio.

Tabla 4.9. Elementos dentro de los informes de análisis de las primeras observaciones de aula

El informe de una observación de aula consta de análisis cruzados, es decir, tanto análisis micro como macro de la sesión. Hemos seguido el mismo esquema en el análisis de cada una de las sesiones. Este informe contiene una descripción de la sesión, una codificación por episodios de la transcripción, un análisis pormenorizado de cada episodio, una tabla resumen de los indicadores encontrados y un informe de la observación de aula por completo. A continuación, describimos cada uno de los apartados de estos informes:

4.6.2.1.1. Resumen, 1º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula

El informe de cada sesión se inicia con un pequeño resumen en el que plasmamos aspectos de la grabación que consideramos significativos para intentar comprender el conocimiento que desarrolla José en sus acciones. En este resumen se indica el objetivo u objetivos que José plantea en ésta, así como los recursos que se utilizan en ella. Además, se refleja el contexto de la grabación, es decir, la disposición en clase de José y sus alumnos, la metodología usada, así como lo que se ha trabajado en clases anteriores sobre el tema, para conocer de dónde se parte. También se citan las entrevistas que nos permiten aclarar aspectos de nuestra interpretación en la sesión.

4.6.2.1.2. Episodios y subepisodios en los que se divide la observación de aula, 2º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula

Tras el acercamiento que nos ofrece el resumen, presentamos el esquema de lo que acontece en la observación de aula. Una descripción general de la sesión, atendiendo a la secuencia temporal de la clase, dividida en episodios y subepisodios. Esta estructuración se lleva a cabo para simplificar el procesamiento de los datos.

En esta parte del informe se pone de manifiesto que el análisis no sigue un proceso lineal, ya que al comienzo no planteo esta parte como una tabla, sino que era más extensa, pero tras volver al análisis, me di cuenta de que lo que necesitaba era como una “foto” de la sesión y esto lo conseguí con la tabla que ahora proporcionamos.

La tabla refleja el esqueleto de la observación de aula, con los episodios en los que se ha dividido la sesión de clase. Cada episodio posee un código y un título, una palabra clave que refiera a esa parte de la sesión, para así facilitar su lectura e interpretación. El código está compuesto por la sesión a la que corresponde (Sx) seguido del episodio al que hace referencia dentro de dicha sesión (Ex). A continuación, se describe lo que ocurre en dicho episodio, es decir, las ideas que consideramos más significativas de esta parte de la sesión, señalando los subepisodios considerados dentro del episodio. Tras esto, expresamos mediante código y palabra clave cada uno de los subepisodios que componen a ese episodio, es decir, expresando el orden en la sesión y la profundidad de nivel, utilizando Sx-Ex.x, seguido de las líneas de transcripción que lo componen (Lx-x). A continuación, mostramos como ejemplo de codificación un fragmento de tabla, que recoge el primer

episodio de la primera observación de aula grabada, que contiene a su vez cinco subepisodios (Tabla 4.10).

CÓDIGO	CONTENIDO
S1-E1 (Episodio 1)	Prismas
	El profesor comienza tomando objetos de la clase con forma de prisma cuadrangular y les pide que le proporcionen el nombre (S1-E1.1). Uno de los ejemplos utilizado es confundido por el alumnado con un cubo y, para su aclaración, el profesor les plantea cuestiones acerca de la longitud de sus caras. Acto seguido compara mediante un juego un prisma de base cuadrangular con un cubo (de las piezas de madera), haciendo hincapié en sus diferencias (S1-E1.2). A continuación, les comenta que los cubos son prismas, pero que tienen todas sus caras iguales (S1-E1.3) y termina simulando la estampación de una cara del cubo (S1-E1.4). Después, toma un prisma cuadrangular regular (de las piezas de madera) y simula la estampación una de las caras laterales, observando así la diferencia entre ambos (S1-E1.5).
S1-E1.1 (L 1-28)	Identificación de objetos de la vida real con forma de prisma
S1-E1.2 (L 29-89)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo
S1-E1.3 (L 88-89)	Inclusión del cubo como prisma
S1-E1.4 (L 90-111)	Simulación de la estampación del cubo y del prisma de base cuadrangular
S1-E1.5 (L 112-118)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo (continúa)

Tabla 4.10. Ejemplo de un episodio de una observación de aula

4.6.2.1.3. Análisis interpretativo por episodio, 3º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula

Una vez realizada la estructuración de la observación de aula, pasamos a adentrarnos en cada uno de los episodios con mayor profundidad, para mostrar el conocimiento especializado movilizado por José en esa parte de la sesión. El ir tomando cada episodio o, si lo necesitamos, cada subepisodio, nos ayuda a pasar de un nivel descriptivo a otro interpretativo, es decir, contribuye en el proceso de análisis-interpretación, pues la información a procesar está acotada. La técnica para analizar ha sido manualmente, sin uso de programas de computación para análisis cualitativo.

Analizamos pormenorizadamente cada episodio/subepisodio ayudándonos del modelo MTSK (Carrillo et al., 2018). En esta interpretación se van identificando indicadores, tanto con calidad de evidencias como de indicios de conocimiento, que se describen intentando respetar el orden en el que aparecen en la sesión y considerando el contexto

en el que se producen. El número de indicadores aumenta cada vez que el investigador identifica unidades diferentes del resto de los datos, es decir, el investigador va examinando nuevos fragmentos de datos, teniendo en cuenta los segmentos anteriores (indicadores ya encontrados), por lo que “continúa conectando conceptualmente unidades y genera más indicadores o consolida los anteriores” (Hernández-Sampieri et al, 2014, p.426). La redacción de los indicadores se ha ido perfilando y modificando a medida que el análisis de las sesiones se iba desarrollando. Hemos ido refinando los indicadores para que, o bien engloben ideas o bien para separar ideas y alcanzar mayor precisión (e.g., al comienzo se contempla KoT 3, pero conforme se avanza en el análisis consideramos pertinente separar según los registros que entraban en juego y se crearon además KoT 13, 14 y 15). Para ello, y de acuerdo con McMillan y Schumacher (2005), hemos ido comparando y contrastando cada indicador, “para determinar las características distintivas de cada uno de ellos” (p.486).

Cada elemento de conocimiento es codificado mediante el acrónimo del subdominio al que pertenece y la posición en la que ha sido encontrada durante el texto (e.g., KMLS 3, expectativas de aprendizaje), lo que nos facilita su identificación y busca la uniformidad de la redacción en todo el análisis. Además, nos ayuda en la gestión del análisis tanto dentro de una misma sesión, como en otras, ya que esta codificación permite volver a utilizar ese indicador cada vez que salga la misma idea. Si un determinado conocimiento está en diferentes episodios y/o sesiones, se respeta el número que se le asignó la primera vez que apareció. Se codifican solo aquellos elementos de conocimiento especializado que son relevantes para comprender decisiones de su práctica, no catalogando como conocimiento de los temas algunos conocimientos que consideramos no especializados.

En este apartado se intenta respaldar la interpretación mediante unidades de información⁶⁷ procedentes de los datos. Estas se van incluyendo en el análisis codificadas según el orden en el que van apareciendo y si estas provienen de las transcripciones de las observaciones de aula (e.g., S1-E7.2 u27) o de las entrevistas (e.g., E4 u3). Hemos sido muy cuidadosos con este aspecto porque consideramos que esto es lo que le da validez a una investigación

⁶⁷ Llamamos unidad de información a aquellas líneas de transcripción que expresan una idea determinada. Su codificación sigue el siguiente esquema: si se trata de una sesión [S1-E2.1 u1]: Unidad de información 1 localizada en la sesión 1, referente al episodio 2, subepisodio 1; si se trata de una entrevista [E4 u1]: Unidad de información 1 localizada en la entrevista 1

cualitativa (Simon, 2004). A continuación, mostramos un ejemplo de un fragmento de análisis pormenorizado de un episodio cualquiera (Figura 4.5).

José viene trabajando en sus clases con el cubo y el prisma cuadrangular regular, ya que piensa que son cuerpos que deben aprender en esta etapa (KMLS 3, expectativas de aprendizaje). El modo en que José se refiere a ellos, con su nombre particular en el caso de cubo y con el nombre genérico de la clase que representa, prisma, para el caso del prisma cuadrangular regular, nos muestra su pretensión de dar a conocer el nombre específico de cada uno de ellos (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje). Esto lo refuta en una entrevista [E4 u3] “*ampliar el concepto matemático, es decir, no privarle al niño de decirle que esto es un cubo*”. Esta manera de mencionarlos refleja la importancia de nombrar con precisión a los cuerpos manejados como cubo y prisma (KMT 11, estrategias; lenguaje), aunque suponga un énfasis de las diferencias entre ambos cuerpos.

Figura 4.5. Ejemplo de un fragmento de análisis pormenorizado de un episodio cualquiera

4.6.2.1.4. Tabla de indicadores MTSK, 4º elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula

Tras los detalles que nos permitía observar el análisis interpretativo por episodio, notamos una falta de generalidad, es decir, percibimos la necesidad de ampliar el zoom para obtener una vista del conjunto. Para ello creamos la tabla de indicadores. En esta tabla se agrupan los indicadores por subdominio, teniendo en cuenta la cronología, es decir, la posición en la que habían sido encontrados durante el texto. La tabla es un instrumento que nos permite reorganizar la información para facilitar su discusión, nos permite tener localizados los indicadores para una interpretación posterior, además de perfilar o modificar la descripción de los indicadores encontrados para englobar ideas o alcanzar mayor precisión. Además, nos sirve para nombrar los indicadores de forma exhaustiva.

Esta tabla proporciona una visión estática del conocimiento especializado puesto en juego por José durante esa sesión y recoge la diversidad de indicadores encontrados. Cada observación de aula posee una tabla con el resumen de indicadores encontrados en esa sesión. Al inicio del análisis, la tabla de indicadores presentaba una columna que reflejaba la frecuencia con la que aparecían los indicadores, pues inconscientemente todos tenemos dentro una parte que nos tienta hacia lo cuantitativo, pero en el transcurso de los informes de análisis me di cuenta de que ese no era el sentido de este instrumento. A continuación, mostramos un fragmento de tabla de indicadores de una observación de aula (Tabla 4.11):

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 1	Fenomenología	Conoce que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos geométricos
KoT 2	Procedimientos	Conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos geométricos
KoT 3	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 4	Definiciones, propiedades	Conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados

Tabla 4.11. Fragmento de tabla de indicadores de una observación de aula

4.6.2.1.5. Esquema de caracterizadores, elemento interno de la investigadora en los informes de análisis de las observaciones de aula

Tras un primer acercamiento a dejar atrás el análisis micro con la tabla de indicadores, seguimos profundizando de forma macro partiendo del análisis por episodio para poder hilar el conocimiento puesto en juego por este docente en la sesión analizada. Conforme analizaba pormenorizadamente, identificaba relaciones⁶⁸ existentes entre distintos indicadores de conocimiento y observaba que se repetían en distintos episodios.

Este apartado, al igual que algunos otros, se ha ido perfilando conforme avanzábamos en el análisis. Al comienzo fuimos subrayando y asignándole una palabra clave a cada relación entre indicadores distinta que íbamos encontrando en el análisis interpretativo por episodio. Para tenerlas más a mano, y con el fin de organizar, ordenar y simplificar las relaciones encontradas las reflejé en una tabla. Un ejemplo de ello lo encontramos en la Tabla 4.12.

⁶⁸ Entendemos por “relación entre indicadores de conocimiento” cuando observamos que existe algún tipo de condicionalidad en el uso de un tipo de conocimiento (indicador) sobre otro, estableciendo una relación causa/efecto. Existen relaciones entre distintos subdominios, distintas categorías dentro de un mismo subdominio y distintos indicadores dentro de una misma categoría.

CARACTERIZADORES	SUBDOMINIOS INVOLUCRADOS	FRECUENCIA	RELACIONES ENTRE DISTINTOS SUBDOMINIOS
Material manipulativo	KMT 1 KMT 2 KFLM 2	14	El profesor conoce la ventaja del uso de material manipulativo (KMT 2, recursos) y lo usa en sus clases para la observación e identificación de propiedades de los cuerpos (KMT 1, estrategias). Además, José sabe que el material manipulativo ayuda a los estudiantes a construir la imagen de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción).
Rodar	KoT 10 KPM 4 KMT 15 KFLM 9	5	En el caso de los cilindros y esferas, tenemos indicios de que José conoce que la experiencia de hacer rodar estos cuerpos es la forma en la que se comienza a construir algunas propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 4, forma de génesis epistemológica, Muñoz-Catalán et al., 2019), ya que conoce que el concepto rodar es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros (KoT 10, clasificaciones; definiciones) (Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto, Ramírez y Codes, en prensa) y lo aprovecha para expresar características de ellos (KMT 15, estrategia), ya que sabe que a los estudiantes les llama mucho la atención, al ser una cualidad que pueden experimentar fácilmente (KFLM 9, intereses y expectativas).
Comparación	KPM 1 KMT 8 KFLM 3	5	El profesor promueve la comparación de distintos cuerpos identificando diferencias entre ellos (KMT 8, estrategias). Esto es debido a que conoce que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 3, formas de interacción) y que con ello favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 1, forma de génesis epistemológica, Muñoz-Catalán et al., 2019).

Tabla 4.12. Ejemplo de tabla para mostrar las relaciones encontradas entre distintos elementos de conocimiento

Seguí avanzando en el análisis, consciente de que esa tabla repetía algunos fragmentos del análisis pormenorizado, hasta pasar de la tabla al esquema de caracterizadores (Figura 4.6). Para mí, el caracterizador (palabra clave) era algo determinante para reflejar las relaciones entre distintos indicadores de conocimiento, pues me permitía localizarlos en el texto para poder volver a ellos en caso de ser necesario. Las palabras clave utilizadas son aspectos de su práctica, del conocimiento geométrico y de los recursos que utiliza. Llamamos caracterizador a cada palabra clave que pone de relieve la relación existente entre diferentes elementos de conocimiento que moviliza el profesor.

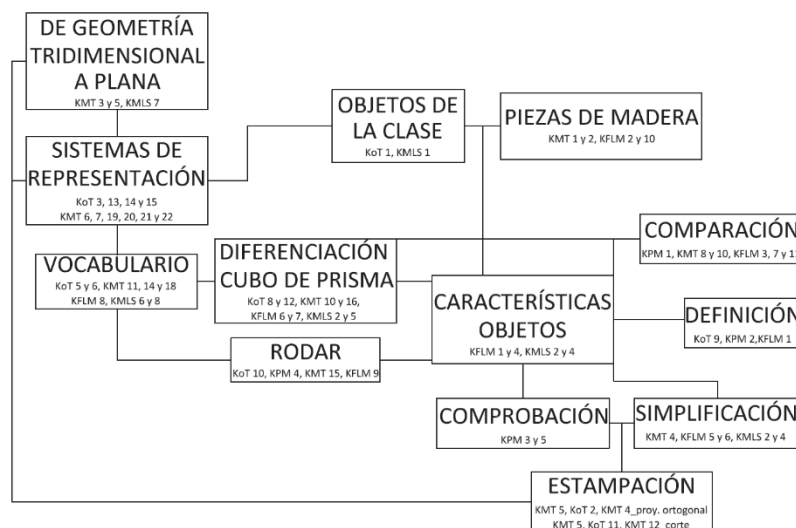


Figura 4.6. Esquema de caracterizadores de la sesión 1

En este esquema coloco, de manera interrelacionada, los caracterizadores encontrados a lo largo de la sesión, acompañados de los indicadores involucrados en dicha relación, mediante la codificación utilizada anteriormente. Este esquema me ayuda a organizar las ideas que se han ido repitiendo a lo largo de los distintos episodios. Me sirve para estructurar la narración del análisis interpretativo final de toda la sesión, es decir, me ayuda a sintetizar qué elementos de conocimiento se ponen de manifiesto durante la sesión y esto es a través de las distintas relaciones encontradas. Las relaciones entre indicadores son las que verdaderamente nos ayudan a entender las decisiones y el devenir de la clase en su totalidad. El esquema de caracterizadores es un instrumento interno del investigador, ya que se usa en el proceso de análisis, pero pienso que no aporta al lector, por lo que no lo muestro en el informe de análisis de las observaciones de aula.

4.6.2.1.6. Análisis interpretativo final de toda la observación de aula, 5° elemento de los informes de análisis de las observaciones de aula

Por último, ayudados por los apartados anteriores, desarrollamos el análisis interpretativo final de toda la observación de aula, donde sintetizamos qué elementos de su conocimiento se ponen de manifiesto durante esa sesión de clase, reflejando de forma sintética todos los indicadores que han aparecido en dicha observación de aula, independientemente del episodio. Además de los indicadores, se identifican las relaciones entre distintos indicadores de conocimiento.

Coincidimos con Karsenty y Arcavi (2017) en que para comprender el conocimiento movilizado por el docente es necesario manejar la sesión completa, incluso lo previo, para ver de dónde parte. En este análisis interpretativo final de toda la sesión se organiza la información que se ha extraído de los datos y, gracias al esquema de caracterizadores, se establece un párrafo por cada relación de indicadores encontrada. Además, en este análisis se colocan algunas palabras subrayadas que hacen un guiño a los caracterizadores (ver Figura 4.7). Este apartado nos va a ser de ayuda para elaborar el informe conjunto de todos los instrumentos de recogida de información.

José va tomando cada cuerpo mediante las **piezas de madera**, conocedor de esta estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategia) y la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 10, dificultades). Además, José conoce las potencialidades del uso de estas piezas (KMT 2, recurso), sabedor de la importancia que posee la manipulación del sólido para que los alumnos puedan construir la imagen del concepto (KFLM 2, formas de interacción).

El profesor conoce un procedimiento para trabajar los sólidos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo (KMT 17, técnica). Comienza tomando **objetos de la propia clase** con la forma del cuerpo a trabajar, ya que conoce que estos ayudan a dar significado al concepto (KoT 1, fenomenología) y sabedor de la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS 1, expectativas de aprendizaje). Durante este procedimiento va ofreciendo distintos ejemplos, entre ellos algunos no prototípicos, conocedor de las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico (KMT 9, estrategias).

Figura 4.7. Fragmento del análisis interpretativo final de S1

4.6.2.2. Análisis de las observaciones de aula (S3 a S8)

Conforme avanzamos en el análisis de las distintas observaciones de aula, nos vamos percatando de que existen indicadores que se repiten, lo que hace que, poco a poco, nos vayamos volcando solo en aquellos aspectos de la sesión que muestre indicadores nuevos. Como hemos dicho anteriormente, el análisis de las observaciones de aula no sigue un proceso lineal. Este nuevo modo de actuar en el análisis de las sesiones se produce a partir de la tercera observación de aula [S3], ya que fue en la realización del informe de análisis de la sesión 3, donde nos percatamos de que se repetían muchos de los indicadores. En el Anexo 4 mostramos un borrador del informe completo elaborado para dicha sesión.

Debemos aclarar que, en estas sesiones, el análisis deja de ser exhaustivo (episodio por episodio), pero sigue siendo igual de riguroso que en las primeras observaciones de aula. Este análisis se realiza por saturación, es decir, obviando aquellos aspectos del conocimiento que ya han salido en otras sesiones anteriores, pues eso solo aporta confirmación. En esta nueva forma se evita la acumulación, buscando episodios dentro de cada una de las observaciones de aula que muestren evidencias de conocimiento que no habían sido contemplados hasta el momento. De esta forma, los informes de análisis

son menos extensos, pero igual de precisos a la hora de contemplar el conocimiento especializado de José.

Supone un cuarto nivel de análisis, al igual que las anteriores, lo único que cambia es el proceso metodológico de análisis seguido en estas observaciones de aula. En la Tabla 4.13 mostramos los pasos del informe de análisis de estas observaciones de aula.

ELEMENTOS DE LOS INFORMES DE LAS OBSERVACIONES DE AULA (S3-S8)	FINALIDAD
Resumen ⁶⁹	Recoge el contexto de la sesión y el objetivo de José en esa sesión.
Episodios y subepisodios que ofrezcan algo nuevo	Los episodios que puedan aportar algo nuevo son descritos, acompañados por las líneas de transcripción
Análisis interpretativo de aquellos fragmentos que aporten algo nuevo	Cada episodio y subepisodio es interpretado a la luz del modelo MTSK. Se van identificando y codificando los nuevos ⁷⁰ indicadores encontrados, respaldados por unidades de información procedentes de la transcripción de la sesión
Tabla de indicadores MTSK	Refleja los indicadores nuevos encontrados en esa sesión. Estos están codificados y agrupados según el subdominio al que pertenecen

Tabla 4.13. Elementos dentro de los informes de análisis de las observaciones de aula (S3-S8)

4.6.2.3. Análisis de las entrevistas

Las entrevistas son complementarias a las observaciones de aula, por lo que sirven para enriquecer o matizar la interpretación que el investigador ha realizado sobre el conocimiento especializado del profesor. Se realizan las transcripciones de las entrevistas y se van tomando distintas unidades de información de estas para complementar las interpretaciones de las observaciones de aula. Así, no existen informes de análisis de las entrevistas, sino que el análisis de estas se encuentra dentro de los informes de análisis de

⁶⁹ A lo largo de los distintos análisis, este elemento tiende a desaparecer

⁷⁰ Para el mejor entendimiento, a veces aparecen algunos indicadores que han salido con anterioridad

las distintas observaciones de aula. En la Tabla 4.14 aparecen las entrevistas que han sido útiles en cada uno de los informes de análisis de las distintas observaciones de aula.

INFORMES DE ANÁLISIS DE LAS DISTINTAS OBSERVACIONES DE AULA	ENTREVISTAS UTILIZADAS EN INFORMES
Informe Sesión 1 [S1]	E1, E3.1, E3.2, E3.3, E4 y E5
Informe Sesión 2 [S2]	E3.2 y E3.3
Informe Sesión 3 [S3]	
Informe Sesión 4 [S4]	E1 y E3.3
Informe Sesión 5 [S5]	
Informe Sesión 6 [S6]	E1 y E3.2
Informe Sesión 7 [S7]	E1, E3.1, E4 y E5
Informe Sesión 8 [S8]	

Tabla 4.14. Entrevistas utilizadas como apoyo a los informes de las distintas observaciones de aula

4.6.2.4. Análisis conjunto de todos los instrumentos de recogida de información

Tras los informes de análisis de las distintas observaciones de aula, sentimos que aún podemos seguir sacando jugo a los datos, por lo que planteamos el análisis conjunto de todos los instrumentos de recogida de información. Este análisis permite una interpretación macro de los aspectos del conocimiento de José que son más relevantes, lo que supone un quinto nivel de análisis.

Los análisis anteriores, de cuarto nivel, están organizados desde las transcripciones y, ahora, para este análisis global se hace un esfuerzo por reorganizar la información desde el modelo, describiendo el conocimiento de José por subdominios, lo que permite realizar una generalización de algunos indicadores, así como esclarecer posibles relaciones entre subdominios de conocimiento.

El análisis conjunto se lleva a cabo tomando el análisis interpretativo de cada una de las sesiones analizadas, así como su tabla de indicadores. En el Anexo 5.1 se recopilan todos los indicadores encontrados en los distintos informes, siendo en el Anexo 5.2 donde se agrupan por categorías. Estas tablas agrupadas por categorías se muestran también en nuestro análisis, ya que es lo que nos da apoyo a la elaboración del informe de análisis conjunto global, siendo el informe de análisis conjunto global el que refleja nuestra interpretación sobre elementos de conocimiento que pone en juego el profesor cuando implementa contenidos geométricos.

“Yes, mathematics is big, but little children are bigger than you might think. Early mathematics education is a great opportunity for children, teachers and researchers alike”. (Ginsburg, 2002, p.13)

Capítulo 5. Análisis y Resultados

Organización del capítulo

2.4. Introducción

2.5. Análisis de la información

5.2.1. Informe de análisis sobre Sesión 1 [S1]

5.2.1.1. Resumen S1

5.2.1.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S1

5.2.1.3. Análisis interpretativo por episodio de S1

5.2.1.3.1. Episodio 1. Prismas

5.2.1.3.2. Episodio 2. Cilindros

5.2.1.3.3. Episodio 3. Esferas

5.2.1.3.4. Episodio 4. Cilindros (continúa)

5.2.1.3.5. Episodio 5. Esferas (continúa)

5.2.1.3.6. Episodio 6. Tarea de estampación de los distintos cuerpos trabajados

5.2.1.3.7. Episodio 7. “Pirámides”

5.2.1.4. Análisis interpretativo final S1

5.2.2. Informe de análisis sobre Sesión 2 [S2]

5.2.2.1. Resumen S2

5.2.2.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S2

5.2.2.3. Análisis interpretativo por episodio de S2

5.2.2.3.1. Episodio 1. Cubos

5.2.2.3.2. Episodio 2. Prismas de base cuadrada

5.2.2.3.3. Episodio 3. Esferas y cilindros

5.2.2.3.4. Episodio 4. Pirámide

5.2.2.3.5. Episodio 5. Ficha del libro

5.2.2.4. Análisis interpretativo final S2

5.2.3. Informe de análisis sobre Sesión 3 [S3]

5.2.3.1. Resumen S3

5.2.3.2. Episodios por analizar de S3

5.2.3.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S3

5.2.4. Informe de análisis sobre Sesión 4 [S4]

5.2.4.1. Resumen S4

5.2.4.2. Episodios por analizar de S4

5.2.4.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S4

5.2.5. Informe de análisis sobre Sesión 5 [S5]

5.2.5.1. Resumen S5

5.2.5.2. Episodios por analizar de S5

5.2.5.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S5

5.2.6. Informe de análisis sobre Sesión 6 [S6]

5.2.6.1. Resumen S6

5.2.6.2. Episodios por analizar de S6

5.2.6.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S6

5.2.7. Informe de análisis sobre Sesión 7 [S7]

5.2.7.1. Resumen S7

5.2.7.2. Episodios por analizar de S7

5.2.7.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S7

5.2.8. Informe de análisis sobre Sesión 8 [S8]

5.2.8.1. Resumen S8

5.2.8.2. Episodios por analizar de S8

5.2.8.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S8

5.3. Análisis Conjunto de todas las observaciones de aula y entrevistas

5.3.1. Conocimiento Matemático (MK)

5.3.2. Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)

5.1. Introducción

En este capítulo presentamos el análisis de la observación de la práctica de un profesor de Educación Infantil, José, desgranando los detalles obtenidos a través de los instrumentos de recogida de información (clases y entrevistas).

Se efectuaron grabaciones de aula durante tres periodos consecutivos, de los cuales se seleccionan aquellas centradas en cuerpos geométricos. Se analizan un total de *ocho observaciones de aula*. La transcripción de cada una de ellas contiene gran cantidad de información, por lo que para organizarla se divide en distintos fragmentos (episodios y subepisodios). Con estos niveles de análisis se logra montar el esqueleto de cada observación de aula, es decir, tener una foto de lo que ocurrió durante esa sesión sin tener que recurrir al vídeo o transcripción para recordarlo.

Las entrevistas aportan información complementaria a las observaciones de aula. Se analizan un total de *cinco entrevistas*. Estas tienen diferentes enfoques. Por un lado, tenemos un tipo de entrevistas que abordan aspectos generales de su docencia en relación con la Geometría. Y, por otro, hay otro tipo de entrevistas para ahondar sobre sus decisiones acerca de la primera observación de aula (S1). Estas últimas no se tratarán de forma independiente, ya que se encuentran insertas en el análisis realizado de la sesión para aclarar los indicadores. La aplicación de las entrevistas no ha sido natural ni fácil. Por ejemplo, una de las entrevistas tuvo que ser dividida en tres diferentes momentos (días), debido al condicionamiento de una serie de variables⁷¹.

Este capítulo está dividido en dos partes: un primer apartado donde se muestra el análisis detallado de cada observación de aula, complementado con las entrevistas y un segundo apartado donde se plantea el análisis conjunto global de todas las observaciones de aula. Esta sección se realiza conjugando la perspectiva Top-Down y Bottom-Up, como se ha expresado en el capítulo de metodología.

⁷¹ La logística de las entrevistas ha sido condicionada por una serie de variables como el tiempo, la duración y el lugar de realización (más información en apartado 3.5.2.2).

5.2. Análisis de la información

En este apartado se presentan los informes de análisis de cada una de las observaciones de aula. Para la elaboración de estos informes no se ha impuesto ninguna estructura, sino que conforme se han ido amasando los datos, hemos perfilado el análisis. Las primeras sesiones muestran un análisis muy minucioso, de cada uno de los episodios en los que se divide la sesión, mostrando todo aspecto del conocimiento especializado de José. Conforme íbamos avanzando en el análisis de las distintas sesiones, observábamos como así, episodio por episodio, había muchos indicadores que se repetían, por lo que sentíamos la necesidad de no tener que ponerlos de nuevo, aliviando así los análisis generados.

De manera desglosada, podemos decir que comenzamos nuestro análisis con la Sesión 1 [S1], donde se analiza detenidamente, episodio por episodio (ver apartado 5.2.1). A continuación, se analiza episodio por episodio la Sesión 2 [S2] y nos damos cuenta de que se van repitiendo indicadores (ver apartado 5.2.2). Después analizamos minuciosamente también la Sesión 3 [S3] (ver Anexo 4), aunque en este capítulo expresamos solo la aportación que hace adicional a lo que ya reflejan las sesiones 1 y 2, evitando así reiteraciones, que si bien, aportan saturación de información, podrían hacer que el texto fuera excesivamente repetitivo (ver apartado 5.2.3). Las sesiones 4 – 8 [S4, S5, S6, S7 y S8] son analizadas de forma menos exhaustiva, aunque su análisis sigue siendo igual de riguroso que en las primeras observaciones. Estos análisis centran la atención solo en aquellos indicadores que aparecen nuevos, aunque, para el entendimiento de su conocimiento y la visualización de relaciones, se coloquen, a veces, algunos indicadores ya observados en otras sesiones. Las tablas de indicadores de estas últimas sesiones solo muestran los indicadores que han aparecido nuevos en cada sesión (ver apartados 5.2.4-8).

En los informes de análisis de las distintas observaciones de aula van apareciendo algunas unidades de información de entrevistas que ayudan a aclarar algún indicador, es decir, se toman fragmentos de distintas entrevistas para respaldar o validar nuestras interpretaciones. Así, en la Tabla 5.1 se muestran las entrevistas que han sido útiles en cada uno de los informes de análisis de las distintas observaciones de aula.

INFORMES DE ANÁLISIS DE LAS DISTINTAS OBSERVACIONES DE AULA	ENTREVISTAS UTILIZADAS EN INFORMES
Informe Sesión 1 [S1]	E1, E3.1, E3.2, E3.3, E4 y E5
Informe Sesión 2 [S2]	E3.2 y E3.3
Informe Sesión 3 [S3]	
Informe Sesión 4 [S4]	E1 y E3.3
Informe Sesión 5 [S5]	
Informe Sesión 6 [S6]	E1 y E3.2
Informe Sesión 7 [S7]	E1, E3.1, E4 y E5
Informe Sesión 8 [S8]	

Tabla 5.1. Entrevistas utilizadas como apoyo a los informes de las distintas observaciones de aula

5.2.1. Informe de análisis sobre Sesión 1 [S1]

Clase resumen de lo trabajado sobre Geometría durante ese curso en un aula de Educación Infantil de 3 años

Organización del análisis de la sesión 1

- 5.2.1. Informe de análisis sobre Sesión 1 [S1]
 - 5.2.1.1. Resumen S1
 - 5.2.1.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S1
 - 5.2.1.3. Análisis interpretativo por episodio de S1
 - 5.2.1.3.0. Episodio 1. Prismas
 - 5.2.1.3.1. Episodio 2. Cilindros
 - 5.2.1.3.2. Episodio 3. Esferas
 - 5.2.1.3.3. Episodio 4. Cilindros (continúa)
 - 5.2.1.3.4. Episodio 5. Esferas (continúa)
 - 5.2.1.3.5. Episodio 6. Tarea de estampación de los distintos cuerpos trabajados
 - 5.2.1.3.6. Episodio 7. “Pirámides”
 - 5.2.1.4. Análisis interpretativo final S1

5.2.1.1. Resumen S1

Este informe se realiza a partir de la última sesión del curso que van a dedicar a Geometría en un aula de Educación Infantil de 3 años. Durante casi toda la sesión, el grupo clase está⁷² dispuesto en asamblea. La metodología general utilizada por el docente está basada en una formulación continuada de preguntas, cediendo la responsabilidad al alumnado (Carrillo et al., 2008).

En las clases previas a la sesión que se analiza, el profesor empleó⁷³ sólidos de madera para trabajar algunos cuerpos geométricos, identificando el nombre de algunos de ellos (cubo, prisma, cilindro, esfera y pirámide) y profundizando en algunos elementos como caras. Entre el material que disponía no se encontraba la esfera, por lo que él empleó un trozo de plastilina para formar una bola que se asemejara a ella. El estudio de estos cuerpos lo realiza aplicando distintas estrategias de enseñanza como la manipulación de los cuerpos y la estampación de alguna cara impregnándola con pintura.

El objetivo de la sesión es mostrar un resumen sobre algunos aspectos que considera relevantes del contenido geométrico que había abordado durante el curso. Para ello utiliza diversos materiales desde objetos de la propia clase (e.g. cajas) hasta el uso de material específico (piezas de madera y plastilina). El material está compuesto por esferas de plastilina y un conjunto de diversos cuerpos geométricos de madera entre los que se encuentran: el cubo, el prisma triangular regular, el prisma cuadrangular, el prisma rectangular y el cilindro.

Por ética de investigación, hacemos explícito que parte de esta sesión y un análisis previo al aquí realizado fue objeto de publicación en Escudero-Domínguez et al. (2021c).

5.2.1.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S1

A modo de tabla, representamos lo que acontece en la observación de aula, con los episodios y subepisodios en los que se ha dividido la sesión de clase.

⁷² Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

⁷³ Se utiliza el tiempo verbal pasado para referirnos a lo ocurrido antes de esta sesión

Cada episodio posee un código y un título, una palabra clave que nos reporte a esa parte de la sesión, para así facilitar su lectura e interpretación. El código está compuesto por la sesión a la que corresponde (Sx) seguido del episodio al que hace referencia dentro de dicha sesión (Ex). A continuación, se describe lo que ocurre en dicho episodio, es decir, las ideas que consideramos más significativas de esta parte de la sesión, señalando los subepisodios considerados dentro del episodio. Tras esto, expresamos mediante código y palabra clave cada uno de los subepisodios que componen ese episodio, utilizando Sx-Ex.x, seguido de las líneas de transcripción que lo componen (Lx-x).

CÓDIGO	CONTENIDO
S1-E1 (Episodio 1)	Prismas
El profesor comienza tomando objetos de la clase con forma de prisma cuadrangular y les pide que le proporcionen el nombre (S1-E1.1). Uno de los ejemplos utilizado es confundido por el alumnado con un cubo y, para su aclaración, el profesor les plantea cuestiones acerca de la longitud de sus aristas. Acto seguido compara mediante un juego un prisma de base cuadrangular con un cubo (de las piezas de madera), haciendo hincapié en sus diferencias (S1-E1.2). A continuación, les comenta que los cubos son prismas, pero que tienen todas sus caras iguales (S1-E1.3) y termina simulando la estampación de una cara del cubo (S1-E1.4). Después, toma un prisma cuadrangular (de las piezas de madera) y simula la estampación una de las caras laterales, observando así la diferencia entre ambos (S1-E1.5).	
S1-E1.1 (L 1-28) ⁷⁴	Identificación de objetos de la vida real con forma de prisma
S1-E1.2 (L 29-89)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo
S1-E1.3 (L 88-89)	Inclusión del cubo como prisma
S1-E1.4 (L 90-112)	Simulación de la estampación del cubo y del prisma de base cuadrangular
S1-E1.5 (L 113-119)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo (continúa)
S1-E2 (Episodio 2)	Cilindros
El profesor toma un cilindro (de entre las piezas de madera) y les pide que identifiquen su nombre. A continuación, les pregunta acerca de una de las características más representativa del cilindro, que es que posee cara curva (S1-E2.1). Mediante la formulación de preguntas, intenta aclararles que este no rueda por todas las caras, terminando con la simulación de la estampación del círculo (S1-E2.2).	
S1-E2.1 (L 120-164)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico y de algunas propiedades de este (cilindro)
S1-E2.2 (L 165-170)	Simulación de la estampación del cilindro

Tabla 5.2. Episodios de la Sesión 1 (I)

⁷⁴ Llamamos Sx a la sesión analizada (en este caso Sesión 1=S1), llamamos Ex al episodio y subepisodio correspondiente (en este caso el episodio 1, subepisodio 1=E1.1) y, por último, llamamos Lx a las líneas de transcripción que abarca este episodio (en este caso líneas 1-28=L1-28)

CÓDIGO	CONTENIDO
S1-E3 (Episodio 3)	Esferas
El profesor toma una esfera (de plastilina). Les pide que proporcionen su nombre y les pregunta acerca de la propiedad más relevante de estos cuerpos (S1-E3.1). Acto seguido potencia las diferencias con los cilindros (S1-E3.2) y pasa a la identificación de objetos de la clase con forma de esfera (S1-E3.3). Tras esto les comenta que van a partir la esfera y preparan los materiales para poder estamparla (S1-E3.4).	
S1-E3.1 (L 171-188)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico y de algunas propiedades de este (esfera)
S1-E3.2 (L 189-191)	Comparación esfera con cilindro
S1-E3.3 (L 192-238)	Identificación de objetos de la vida real con forma de esferas
S1-E3.4 (L 239-246)	Preparación para estampar esfera
S1-E4 (Episodio 4)	Cilindros (continúa)
Aprovecha la preparación de la estampación de la esfera para fijar la atención de los alumnos sobre algunos objetos de la clase con forma de cilindro (e.g., una cinta de celo y un pincel) (S1-E4.1), terminando por la breve comparación de un objeto con forma de cilindro y otro con forma de prisma (S1-E4.2).	
S1-E4.1 (L 247-257)	Identificación de objetos de la vida real con forma de cilindro
S1-E4.2 (L 258-269)	Comparación cilindro con prisma
S1-E5 (Episodio 5)	Esferas (continúa)
Procede a la partición de una esfera (de plastilina) en dos partes iguales y estampa el círculo procedente de una de ellas (semiesfera) (S1-E5.1). Acto seguido les comenta que sale lo mismo que cuando estampan un cilindro y procede a su estampación, sacando similitudes entre estos dos cuerpos geométricos (S1-E5.2).	
S1-E5.1 (L 270-301)	Estampación de la semiesfera
S1-E5.2 (L 302-318)	Comparación esfera con cilindro (continúa) y estampación de cilindro
S1-E6 (Episodio 6)	Tarea de estampación de los distintos cuerpos trabajados
Tras el repaso de cada uno de los cuerpos trabajados, pasa a realizar una tarea en la que estampa cada uno de los cuerpos formando una cara. Utiliza la estampación realizada anteriormente de la semiesfera y el cilindro. Estos simulan los ojos de la cara y pasa a realizar la nariz con el cuadrado procedente de la estampación del cubo. Para finalizar esta tarea, toma el prisma y estampa de este una de las caras laterales (rectángulo) que hace de boca (S1-E6).	
S1-E6 (L 319-366)	Estampación de distintos cuerpos trabajados formando una cara
S1-E7 (Episodio 7)	“Pirámides”
Al finalizar la tarea se da cuenta de que se le ha pasado mostrar uno de los cuerpos geométricos que han trabajado. Esta es la “ <i>pirámide</i> ” (mostrando un prisma de base triangular) [S1-E7.1 L371]. Muestra la pieza a los alumnos y tras la identificación del nombre (S1-E7.1), pasa a la estampación de esta (S1-E7.2). Finaliza la sesión contabilizando los lados de la cara más representativa para él (triángulo) (S1-E7.3).	
S1-E7.1 (L 367-375)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico (“pirámide”)
S1-E7.2 (L 376-387)	Estampación de la “pirámide”
S1-E7.3 (L 388-394)	Propiedades de triángulos

Tabla 5.3. Episodios de la Sesión 1 (II)

5.2.1.3. Análisis interpretativo por episodio de S1

5.2.1.3.1. Episodio 1. Prismas

S1-E1.1 (L 1-28)	Identificación de objetos de la vida real con forma de prisma

El profesor toma objetos de la clase con forma de prisma cuadrangular y hace uso de estos objetos utilizándolos como modelos que ayudan a dar significado a los prismas (KoT 1, fenomenología y aplicaciones) como plasma en la entrevista 4 [E4 u13]: *“De la realidad, en el sentido..., es decir, que, si nosotros estamos trabajando la esfera, que ellos sean conscientes de que en su realidad hay esferas, sabes, y cuando ellos estén en esa realidad, independientemente del colegio, sean capaces de [...] es un poquito de eso ... de contextualizar un poco”*. Aprovecha el aula para desarrollar los contenidos estudiados, intentando matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados).

José repasa los cuerpos geométricos comenzando por refrescar los nombres de estos, lo que evidencia su conocimiento acerca de la importancia de identificar los sólidos geométricos para poder trabajar con ellos (KPM 1, prácticas particulares del quehacer matemático: identificar). Por otro lado, el profesor conoce que la visualización espacial potencia la identificación de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar).

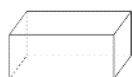


Figura 5.1. Ejemplo de prisma utilizado en clase
(prisma de base cuadrada)



Figura 5.2. Ejemplo de prisma utilizado en clase
(prisma de base cuadrada con poca altura)

José conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción), como manifiesta en [E4 u15] *“el niño parte del cuerpo hacia afuera... y un niño lo tiene que vivenciar, lo tiene que tocar, que sentir, que ver”*. Por ello se apoya en material manipulativo, en este caso en objetos de la clase con forma de prisma (Figuras 5.1 y 5.2), para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Al emplear este material, por un lado, le concede importancia al uso de material manipulativo, ya que facilita al alumnado el dar propiedades de estos cuerpos que si lo tuvieran que hacer con su imagen mental (KMT 2, recursos didácticos) y, por otro, le permite anticipar una posible dificultad de los estudiantes

para representar los cuerpos a través de imágenes mentales, como observaremos en sesiones posteriores (e.g. S5) (KFLM 2, fortalezas y dificultades). El primer objeto que utiliza en esta sesión es el de un prisma cuadrangular apoyado en una de sus caras laterales (Figura 5.1). Seguidamente muestra este otro prisma cuadrangular apoyado en una de sus bases (Figura 5.2), por lo que la variedad de los ejemplos de prismas usados en la clase evidencia su conocimiento sobre el papel de las imágenes del concepto en el aprendizaje de los alumnos y las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico, ampliando la visión de los prismas cuadrangulares (KMT 3, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Asimismo, evidencia su conocimiento acerca de la importancia de la ejemplificación de los cuerpos geométricos para el conocimiento de los sólidos (KPM 4, prácticas particulares: ejemplificar).

Aunque conoce como la ejemplificación potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 3, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar) y la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado (KPM 18, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar), los ejemplos que selecciona para el prisma comparten el hecho de que son cuerpos de base cuadrada, pues como reconoce en una entrevista posterior [E3.1 u2], no recordaba la existencia de prismas con bases distintas a cuadrados o rectángulos. Es más, los objetos de madera que toma como ejemplos de pirámide son prismas de base triangular (más información en Episodio 7). Estos aspectos realzan su conocimiento acerca de las propiedades de los prismas (KPM 28, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), poniendo de relieve que conoce solo algunos tipos de prisma. Por tanto, podemos decir que José conoce el concepto de prisma restringido a los dos tipos con los que trabaja, como declaró en la entrevista [E3.1 u3] *“un prisma puede tener, pues todas rectangulares o dos cuadradas y el resto rectangulares”*, por lo que piensa que solo el cuadrado y el rectángulo pueden formar parte de las caras de estos cuerpos (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos). El modo en que conoce los prismas condiciona los ejemplos que trabaja en clase (Relación KoT-KMT). En la entrevista E3 el profesor se da cuenta de la existencia de más clases de prismas y en una entrevista posterior nos lo expresa de la siguiente forma [E4 u6] *“yo mismo me he auto-impuesto un límite al no aceptar, por ejemplo, un prisma con una base que no sea de cuatro lados, independientemente de que sea un cuadrado o un rectángulo. Yo mismo me he impuesto ese límite y se lo he transmitido a ellos”*.

En la identificación del nombre del cuerpo geométrico perteneciente a la Figura 5.2 encontramos como se da cuenta de que su alumnado presenta dificultad al respecto (KFLM 4,

fortalezas y dificultades), por lo que se plantea hacer que fijen la atención en una propiedad de ese cuerpo y observen si la posee o no esa figura (KMT 4, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de las clasificaciones con criterios de construcción (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y como estas condiciones ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante colección de criterios, clasificar), además de evidenciar su conocimiento acerca de que la comparación por analogías ayuda a la descripción de los elementos de los cuerpos geométricos (KPM 5, prácticas particulares: comparar). En este proceso observamos cómo parece usar el término lado como sinónimo de cara en los prismas, lo que muestra conocimiento sobre la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, ya que combina el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología), como se recoge en el fragmento [S1-E1.1 u1]: *J: Esto es un prisma (Figura 5.2) [Señalando con el dedo sobre las caras de la figura] ¿son todos sus lados iguales o son unos más largos que otros?*. En las entrevistas también usa estos términos indistintamente, hasta que en una de las sesiones posteriores expresa su duda al investigador [S6 u4] *“vamos a poner una pegatina a cada lado para poder contar más fácil. A cada cara o a cada lado. Se puede llamar cara o lado, ¿no?”*. José es conocedor de que la comparación promueve el conocimiento de los sólidos geométricos (KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar), así como que esta ayuda en la comprobación de distintos elementos de los que está compuesto el cuerpo geométrico (KPM 7, formas de validación y demostración: comparar). Esto lo realiza a través de la visualización de la pieza, conocedor de que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos (KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático, visualizar), así como el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Lo anterior queda reflejado en este fragmento de entrevista [E1 u6] *“J: no. Eso ellos ahora mismo no lo ven. Ellos van de lo más básico...ellos van de eso... ya te digo... para empezar, se fijan por los colores. Lo primero en que se fijan son los colores y ya después si les vas metiendo ya un poquito más dificultad a la hora de la discriminación que le hagas al objeto... pero ellos son muy básicos. Son niños muy chicos, son niños de 3 años. Por eso, tienes que ir tú poco a poco ...”*.

El docente considera que en el aprendizaje geométrico (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje) esto se traduce en que hay que avanzar de la identificación de cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 de Van Hiele, como se observa en varias entrevistas posteriores [E3.3; E4], como en la unidad de información que sigue: [E4 u4]

“lo que pretendo es, precisamente, que ellos sean capaces de ver características de los objetos y que sean capaces, ya después, de usar la terminología adecuada”. José pretende que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), aunque conoce que en esta etapa no son capaces de retener muchas características de un objeto o lo que es lo mismo, los estudiantes retienen cada vez más características geométricas (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Además, lo refuerza en la siguiente entrevista [E1 u3] *“ahora mismo los niños estos son todavía muy chicos y no son capaces todavía de identificar más de una cualidad o dos características de cada forma geométrica (conocimiento basado en los cursos específicos sobre Matemáticas que había realizado)[...] pues entonces, el objetivo es que... o lo que intentamos en 3 años es ir poco a poco, que vaya observando más las figuras y que vaya siendo capaz cada vez de coger más características de los objetos”*. Ya en una sesión posterior [S4] presenta una actividad en la que les muestra proyecciones ortogonales de algunos cuerpos y les pide que busquen cuerpos geométricos que encajen en dichas proyecciones. Ahí coloca el prisma de base cuadrada tanto en un cuadrado como en un rectángulo, pero en esta sesión, al ser en un curso anterior (3 años), José intenta simplificar poniendo el acento en lo que es más significativo (KMLS 9, secuenciación), y conoce que puede realizarse mediante la asociación de cada cuerpo solo con su cara más representativa (KMT 5, estrategias) como revela en la entrevista [E1 u9] *“el prisma que lo asocien más a un rectángulo y el cubo a un cuadrado... sabes, para no complicarlos demasiado”*. Lo anterior nos muestra también su conocimiento acerca de la teoría⁷⁵ de partir de las tres dimensiones y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teoría de enseñanza), como nos muestra en varias entrevistas, como por ejemplo [E1 u1]: *“el objetivo es que el niño llegue a la forma plana a partir de la forma tridimensional”*. Ligado a esto se observa su conocimiento respecto de la secuenciación de contenidos, ya que comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y como profundización de estos, las figuras planas (KMLS 4, secuenciación).

Debido al modo que acceden los niños a la geometría tridimensional, José conoce que los alumnos van a confundir la Figura 5.2 con un cubo. Estos no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras (KFLM 4, dificultades), ya que la cara más grande en este prisma es el cuadrado, que coincide con la cara representativa del cubo (KFLM 5, formas de interacción). Este conocimiento es reforzado en la siguiente entrevista [E4 u16]: *“aquí lo más significativo*

⁷⁵ Lo denominamos teoría ya que el profesor lo conoce debido a su asistencia a cursos específicos de Didáctica de las Matemáticas y nos comenta que la organización de la enseñanza geométrica se basa en lo aprendido en dicho curso

es el cuadrado, por tanto, ellos te lo van a asociar más a un cubo, es por, digamos, por establecer la relación lógica ... o sea, más lógica para ellos al menos... de la forma plana a la forma geométrica”. Para solventar esto, José intenta evocar la respuesta correcta mediante la formulación de preguntas como sigue [S1-E1.1 u2]: “¿son todos sus lados iguales o son unos más largos que otros?”, ya que conoce que la comparación de las propiedades de distintos cuerpos favorece el conocimiento de estos (KPM 5 y 6, prácticas particulares: comparar). Además, tenemos indicios de que conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Utiliza la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo de un prisma cuadrangular (KMT 7, estrategias). Estas preguntas hacen que los alumnos se fijen en la diferencia de la cantidad de longitud de las aristas de sus caras, conocedor de la dificultad de estos estudiantes para diferenciarlas (KFLM 4 y KFLM 6, dificultades). En la entrevista 1 [E1 u4] nos comenta que a los niños les parece todo un cuadrado, es decir, que muestran dificultad a la hora de diferenciar un rectángulo de un cuadrado pues no discriminan aún el tamaño de los lados.

José viene trabajando en sus clases con el cubo y el prisma cuadrangular, ya que piensa que son cuerpos que deben aprender en esta etapa (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados). El modo en que José se refiere a ellos, con su nombre particular en el caso de cubo y con el nombre genérico de la clase que representa, prisma, para el caso del prisma cuadrangular, nos muestra su pretensión de dar a conocer el nombre específico de cada uno de ellos (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: adquisición de terminología). Esto lo refuta en una entrevista [E4 u3] “ampliar el concepto matemático, es decir, no privarle al niño de decirle que esto es un cubo”. Esta manera de mencionarlos refleja la importancia de nombrar con precisión a los cuerpos manejados como cubo y prisma (KMT 8, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: terminología), aunque suponga un énfasis de las diferencias entre ambos cuerpos. Lo anterior puede justificarse por el conocimiento de José acerca de que el considerar el cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado (KMLS 7, nivel de desarrollo esperado: terminología). La insistencia en vocabulario geométrico específico nos muestra su conocimiento acerca de la importancia del lenguaje en la comunicación matemática (KPM 22, papel del uso de lenguaje formal). Además, muestra conocimiento acerca del uso de lenguaje preciso a esta edad de cada cuerpo que manejan, aunque conoce que les cuesta pues no está dentro de su terminología habitual (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología), como nos muestra en varias

entrevistas (E4 y E5) de la siguiente forma: [E4 u1, u2] *“la palabra no, bueno, les cuesta mucho trabajo. Es que también son palabras que no están en su vida cotidiana [...] Entonces, es para ellos una palabra que no está dentro de su léxico, pues rápidamente ... se les olvida”*.

También se observa como José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas: situación real (objetos de la propia clase), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 5, registros de representación). Asimismo, conoce el uso y conversión de estos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 9, estrategias). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones).

S1-E1.2 (L 29-89)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo

Uno de los ejemplos de prisma cuadrangular utilizado es confundido por el alumnado con un cubo. Para su aclaración, el profesor les plantea cuestiones aprovechando este contraejemplo (cubo), conocedor del papel del contraejemplo en la validación del conocimiento (KPM 11, formas de validación y demostración: utilizar contraejemplos). José promueve la comparación del prisma cuadrangular con el cubo, conocedor de que la comparación ayuda a demostrar que no son iguales (KPM 29, formas de validación: comparar). En esta comparación identifica diferencias entre ellos (KPM 1 y KPM 26, prácticas particulares: identificar), mediante el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). El profesor conoce la estrategia de comparación con otro cuerpo geométrico para identificar características de estos (KMT 10, estrategias), como muestra en [S1-E1.2 u3] *“Prisma. Para que sea un cubo, acordarse, ¿cómo tienen que ser todos sus lados?”*. Esto es debido a que conoce que la comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5 y 6, prácticas particulares: comparar) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción). José fija la atención en una propiedad de los cuerpos geométricos (caras) (KMT 7, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) para que se den cuenta de que este cuerpo (Figura 5.2) no cumple con los requisitos del cubo (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones), quedando implícito su conocimiento acerca de que estas condiciones ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: clasificar; KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). Por otro lado, José usa el término lado como sinónimo de cara en los prismas, lo que muestra conocimiento sobre la identificación de algunos elementos de los cuerpos

geométricos, ya que combina el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología).

Seguidamente, José plantea una tarea para que los estudiantes distingan cubo de prisma intentando que los estudiantes realicen una discriminación visual (KMT 11, tarea) [S1-E1.2 u4] *“Vamos a coger un cubo, por ejemplo, éste [mostrando un prisma de base cuadrada] [...] ¿cómo que no es un cubo?”*. El profesor invita a los estudiantes a comprobar, conocedor de que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar) y contribuye a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Asimismo, José conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un concepto (KPM 19, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar). Lanza este juego para que se den cuenta de que esa figura no cumple con los requisitos del cubo (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones), mostrando su conocimiento acerca de la importancia de identificar los sólidos geométricos para el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). Este juego lo plantea para intentar solventar la dificultad que presentan algunos estudiantes para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras (KFLM 4, dificultades).

Tras la identificación del cuerpo (KPM 1, prácticas particulares: identificar), pasa a comprobar, a través de sus propiedades, por qué no se trata de un cubo (KPM 14 y KPM 20, formas de validación y demostración: comprobar). José centra la atención en una característica del objeto, las aristas [S1-E.1.2 u5] *“¿son sus lados iguales?”*, conocedor de las clasificaciones con criterios de construcción⁷⁶ (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y como estas condiciones ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: clasificar). Seguidamente, pregunta [S1-E.1.2 u6] *“¿este lado de aquí es igual que éste?”*, lo que evidencia la estrategia de comparación de la cantidad de longitud de las aristas para diferenciar el cubo del prisma cuadrangular (KMT 7, estrategias). El profesor conoce que la comparación de las propiedades de distintos cuerpos favorece el conocimiento de estos (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar). A continuación, describe el cuerpo [S1-E1.2 u7] *“este lado de aquí es mucho más chico que éste”*, lo que evidencia su conocimiento acerca de que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos

⁷⁶ Clasificación dicotómica

que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Por otro lado, José conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen propiedades de los sólidos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), basándose en su conocimiento de que hay que ayudar a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los prismas como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje).

En esta formulación de preguntas observamos cómo parece usar el término lado como sinónimo de cara en los prismas (KoT 4, definiciones: terminología). Se observa cómo José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel del uso de lenguaje formal) y lo lleva a cabo en sus clases (KMT 8, estrategias: terminología). El profesor es sabedor de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso para cada cuerpo que manejan (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados; terminología), aunque conoce la dificultad que presentan los alumnos para retener vocabulario geométrico (KFLM 7, dificultades: terminología) como nos muestra en varias entrevistas, por ejemplo: [E5 u2] *“el vocabulario le cuesta mucho trabajo. Es verdad que son palabras que no están en su día a día y, entonces, para ellos, el cilindro o prisma, pues le cuesta trabajo después utilizar bien los términos”*.

El profesor utiliza el prisma de base cuadrangular del material manipulativo (piezas de madera) para que los alumnos se fijen en sus propiedades y lo diferencien del cubo (KMT 1, estrategias). Al emplear este material le concede importancia al uso de material manipulativo, ya que facilita al alumnado el dar propiedades de estos cuerpos (KMT 2, recursos), conocedor de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Además, conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos para que los estudiantes puedan fabricar la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). También se observa como José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas: manipulativo (piezas de madera), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación). Asimismo, José conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de estos sistemas como medio para el desarrollo de la clase (KMT 12, estrategias). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones).

S1-E1.3 (L 88-89)	Inclusión del cubo como prisma

En este episodio, José les expresa a los estudiantes que [S1-E1.3 u8] “*los cubos son prismas, pero que tienen todos sus lados iguales*”, lo que evidencia su conocimiento acerca de que un cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada (KoT 7, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones). Asimismo, conoce las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones (KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones) y como el proceso de jerarquizar contribuye a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 21, prácticas particulares: jerarquizar). En la sesión no insiste más en la inclusión, sino que de cara a la enseñanza los distingue. José conoce que la comparación de las propiedades de distintos cuerpos favorece el conocimiento de estos (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar) y utiliza la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo de un prisma cuadrangular (KMT 7, estrategias), lo que se justifica por su conocimiento acerca de que el considerar el cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado (KMLS 7, nivel de desarrollo esperado: terminología).

La puntualización que realiza al marcar que en los cubos todas sus caras son iguales, nos muestra su conocimiento acerca de la dificultad de los estudiantes para diferenciar ambos (KFLM 4, dificultades). En este proceso observamos como se vuelve a poner de relieve el uso del vocablo lado como sinónimo de cara en los cuerpos geométricos, lo que muestra conocimiento sobre la identificación de algunos elementos de los prismas (KoT 4, definiciones: terminología). Se observa cómo José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). José utiliza los términos prisma, cubo y lado (KMT 8, estrategias: terminología), ya que conoce que a esta edad deben ir adquiriendo vocablos geométricos y usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo que utilizan (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), aunque es conocedor de que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico (KFLM 7, dificultades: terminología) pues no está dentro de su léxico como nos indica en las entrevistas E4 y E5.

S1-E1.4 (L 90-112)	Simulación de la estampación del cubo y del prisma de base cuadrangular

El objetivo de José es que los alumnos se vayan fijando en las caras de los cuerpos geométricos, como nos muestra en este fragmento de entrevista [E1 u12]: “*el objetivo es que el niño llegue*

a la forma plana a partir de la forma tridimensional [...] porque en la vida real hay cilindros, hay cubos, hay prismas...pero no hay cuadrados”. Además de esta, encontramos la misma idea reflejada en las siguientes unidades de información [E3.1 u1, E4 u14]. Lo anterior muestra que conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Además de mostrar su conocimiento acerca de la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde los cuerpos geométricos y derivar de ella las figuras planas (KMT 6, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica su conocimiento temporal, respecto de la secuenciación de contenidos, ya que José comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, más adelante, como profundización de estos, estudia la geometría plana (KMLS 4, secuenciación).

En este avanzar sobre el estudio de los cuerpos geométricos, el profesor trata las figuras planas (cuadrado y rectángulo) como parte de los cuerpos geométricos, ya que cuando se le pregunta a José en la entrevista [E3.2 u2] por la definición de un cuerpo geométrico concreto suele proporcionarla sobre la base de un listado de propiedades. Esto nos hace pensar que conoce las definiciones de los cuerpos geométricos como un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones). Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los alumnos a identificar y analizar sus propiedades, sabedor de que el listado de propiedades es un precursor de la construcción de la definición matemática (KPM 26, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). En este sentido, tenemos indicios de su conocimiento acerca del papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición (KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

José pretende que se fijen en las caras de los cuerpos, pero conoce que les cuesta retener muchas propiedades (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado), por lo que simplifica asociando cada cuerpo con una sola cara, la que él considera la más característica (KMT 5, estrategias). En primer lugar, simula la estampación del cubo, comentando [S1-E1.4 u9] *“Si yo cojo pinturita y la pongo por aquí o por aquí [señalando sobre una de las caras del cubo y luego sobre otra], por cualquier lado del cubo, y lo estampo, sale un cuadrado*”. Acto seguido simula la estampación de una de las caras laterales del prisma cuadrangular. Todo ello lo realiza con las piezas de madera, conocedor de que el material manipulativo facilita al alumnado el dar propiedades de estos cuerpos (KMT 2, recursos). Al mismo tiempo, podemos decir que se apoya

en las piezas de madera para que los estudiantes observen sus atributos (KMT 1, estrategias), conocedor de la dificultad que poseen los alumnos para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades).

El docente sabe que a los estudiantes les cuesta fijarse en las caras de los cuerpos geométricos como nos muestra [E1 u5] *“las caras, es una cosa que también los niños no son capaces de distinguir”* (KFLM 9, dificultades), ya que conoce que los niños a esta edad no son capaces de recordar muchas características de un cuerpo (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado), pero piensa que es un contenido a desarrollar a esta edad (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Lo anterior es consecuencia de que entiende que hay que ayudar a los estudiantes a avanzar en el conocimiento de los cuerpos, pasando de la identificación al análisis de estos (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje).

Lleva a cabo este objetivo a través de la simulación de la estampación, ya que estima que los alumnos han manipulado bastante en clases anteriores (KFLM 1, formas de interacción) y son capaces de responder a las cuestiones con la mera visualización del cuerpo (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). José utiliza la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo con sus caras (KMT 13, recurso) como nos muestra en [E3.3 u1] *“les gusta estampar [...] es un recurso muy jugoso”*, ya que conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos (KoT 9, procedimientos). En clases anteriores el profesor había hecho uso de la estampación como comprobación mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación y demostración: comprobar) como nos decía en una entrevista [E1 u8] *“vamos lo de las estampaciones es algo que para ellos es muy gráfico, lo ven. O sea, el niño puede decir lo sé, porque lo he hecho, lo he visto... no hace falta que tú me lo digas, sino que yo lo he visto, como cojo un cubo y lo estampo y lo que me queda es un cuadrado. Por eso lo hacemos, para que ellos... para que sea vivencial, que los niños estos aprenden básicamente vivenciando las cosas”*.

Además, se observa como el profesor conoce la posibilidad de usar distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo del contenido (KMT 12, estrategias), así como su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas: manipulativo (objetos de madera), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación). Además, para que los alumnos expliciten las caras de los prismas, el profesor se ayuda de la simulación de la estampación, a través del registro

manipulativo y el lenguaje verbal, para evocar la imagen mental que los niños hayan conservado de la estampación realizada en clases anteriores, conocedor de esta estrategia de enseñanza (KMT 14, estrategias). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones).

S1-E1.5 (L 113-119)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo (continúa)

José entiende que en el aprendizaje geométrico se debe avanzar de la identificación de los prismas, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje) y sabe que es adecuado para la etapa que los estudiantes aporten elementos de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Tras la asociación del cubo con el cuadrado y el prisma con el rectángulo mediante la simulación de la estampación, pasa a comentar que [S1-E1.5 u10] *“los rectángulos se parecen a los cuadrados, pero no son iguales”*, ya que conoce que los alumnos poseen dificultad para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado (KFLM 6, dificultades), como nos afirma en [E1 u4] *“les suele costar más trabajo el rectángulo [...] porque ellos no ven que este lado es más largo que éste...no discriminan aún el tamaño de los lados”*. Asimismo, José conoce que los alumnos comprenden mejor una figura plana si la comparan con otra (KFLM 10, formas de interacción). Con el objetivo de mostrar la diferenciación entre prisma y cubo, José utiliza la estrategia de comparación de la cantidad de longitud de las aristas (KMT 7, estrategias). Esto lo lleva a cabo, sabedor de la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades), pues los niños a esta edad no son capaces de identificar muchas características de un cuerpo (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado), así como la dificultad que poseen los alumnos para diferenciar cubo de prisma, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras (KFLM 4, dificultades).

José considera el cuadrado y el rectángulo como clases disjuntas (KoT 15, definiciones), ya que en la entrevista E4 lo expresa en varias ocasiones, como la que sigue: [E4 u7] *“¿Un cuadrado es un rectángulo? No, un cuadrado tiene sus cuatro lados iguales”*. Seguidamente comenta que [S1-E1.5 u11] *“los prismas son más largos que los cubos, tienen un lado más largo que otro”*, lo que refleja el conocimiento de la comparación del prisma cuadrangular con el cubo para identificar características de estos (KMT 10, estrategias). Esto es debido a que conoce que la comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5 y

KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro conocido (KFLM 8, formas de interacción). Asimismo, José muestra indicios de conocimiento acerca de que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Esta última unidad de información [S1-E1.5 u11], muestra además conocimiento de las clasificaciones con criterios de construcción (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y como estas condiciones ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: clasificar).

En este proceso observamos que parece usar el término lado como sinónimo de cara en los prismas, lo que muestra conocimiento sobre la identificación de algunos elementos de estos cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones: terminología). Por otro lado, José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal) y opina que a esta edad los niños deben ir usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo que tratan (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). Asimismo, es conocedor de que a los niños esto les cuesta pues el vocabulario geométrico (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). Hace énfasis en nombrar, con el nombre específico los entes geométricos, marcando las diferencias entre ellos. Esta forma de nombrarlos revela la importancia de nombrar con precisión a los cuerpos (cubo, prisma) y figuras manejadas (cuadrado, rectángulo), aunque suponga un énfasis de las diferencias entre ambos (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología) que puede justificarse por el conocimiento de José acerca de que el considerar el cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado (KMLS 7, nivel de desarrollo esperado: terminología).

5.2.1.3.2. Episodio 2. Cilindros

S1-E2.1 (L 120-164)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico y de algunas propiedades de este (cilindro)

El profesor comienza a trabajar el cilindro, ya que piensa que es un cuerpo que deben aprender a esta edad (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados). José toma la pieza de madera con forma de cilindro y les pregunta a los estudiantes el nombre de esta (KMT 8, estrategias: terminología), conocedor de la importancia de identificar los sólidos en el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). El apoyo en las piezas de madera nos hace pensar que es sabedor de la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan

formar la imagen del cilindro (KFLM 1, formas de interacción). José conoce que el empleo de material específico (piezas de madera) ayuda al alumnado a generar imágenes de los cuerpos (KMT 2, recursos) y le permite anticipar una posible dificultad de los estudiantes para representar los cuerpos a través de imágenes mentales (KFLM 2, dificultades), ya que a estos les resulta más fácil dar propiedades de los cuerpos si tienen delante un objeto con dicha forma que si tienen que recurrir a su imagen mental. Asimismo, conoce que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares: visualizar). Lo anterior se encuentra refrendado en la entrevista 1 [E1 u7] donde nos comenta que lo que pretende *“no es decirles las cosas “pun” y que ellos la sepan, sino que lleguen al fondo de la cuestión, ¿por qué es un cubo?, ¿por qué es un prisma? [...] que lo experimenten”*.

José se apoya en las piezas de madera para que los estudiantes observen las propiedades de los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategias), ya que opina que a esta edad son capaces de proporcionar características de estos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). José es sabedor de que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). El fragmento de entrevista anterior [E1 u7] también nos muestra su conocimiento acerca de que el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). También se observa como José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas: manipulativo (piezas de madera), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación). Asimismo, conoce la posibilidad de usar estos sistemas como medio para el desarrollo de la clase, promoviendo el cambio entre sistemas (KMT 12, estrategias).

El objetivo de José es que los estudiantes se vayan fijando en las características de los cilindros, avanzando de la identificación, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). José utiliza la definición de cilindro como un listado de elementos constituyentes de este cuerpo (KoT 8, definiciones), sin considerar la necesidad y suficiencia de estas. Esto nos hace pensar que conoce que la identificación de estas características es un precursor en el proceso de construcción de la definición de cilindro (KPM 26, prácticas particulares: identificar), pues este modo de definir dista de una definición formal, pero se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil,

que es ayudando a los alumnos a identificar sus propiedades (KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

José sabe que a los estudiantes les cuesta aprehender características de los cuerpos, por lo que pone el acento en lo que es más significativo del cilindro, conocedor de la posibilidad de utilización de la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa (KMT 5, estrategia). Mediante la formulación de preguntas como las que siguen [S1-E2.1 u12] *“Los cilindros, ¿qué es lo que hacen? [...] que ruedan [...] pero ¿ruedan por todos los lados o solamente por un lado?”* intenta aclararles que estos poseen caras planas y curvas, suministrándoles así características del cuerpo geométrico que están estudiando. También conoce la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de distinguir las caras de cualquier cuerpo geométrico (KFLM 9, dificultades), ya que conoce que los niños a esta edad no son capaces de coger muchas características de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado).

José sabe que el hecho de hacer rodar los cuerpos es una cualidad representativa de los sólidos geométricos, que se puede experimentar fácilmente y que les resulta atractivo a los niños (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje) como manifiesta en [E5 u3] *“el cilindro es de las primeras, sobre todo, porque el hecho de que rueda, a ellos les llama mucho la atención”*. Así que José lo utiliza como ayuda para expresar características de los cilindros (KMT 16, estrategias), conocedor de las clasificaciones con criterios de construcción (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y de cómo estas ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios: clasificar). Lo desarrolla en sus clases mediante la manipulación de material específico (KMT 1, estrategia), conocedor de la potencialidad del uso de material específico (KMT 2, recursos) para que los alumnos construyan la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción) y la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Además, utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones: terminología). Esto puede ser debido, por un lado, al conocimiento que José posee sobre la dificultad de los niños a la hora de retener vocabulario geométrico, por no estar dentro de su vocabulario habitual como nos comenta en las entrevistas E4 y E5 (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología) y, por otro, al conocimiento que el profesor atribuye a la experiencia de hacer rodar el cilindro como la forma en la que se comienza a construir las propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante criterios, clasificación), es

decir, como precursor de la diferenciación entre cuerpo redondo y poliedro (KoT 11, definiciones: clasificaciones). Se observa cómo José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). Además, José considera que los términos cara curva y cara plana no forman parte de este curso escolar (KMLS 8, secuenciación: terminología).

En el episodio anterior (prismas) no observamos que el profesor comente que todas las caras del prisma son planas, sin embargo, en el cilindro realiza esa puntualización, pues lo considera característico, como nos comenta en la entrevista [E4 u11] *“que no son las caras iguales y aquí si son todas sus caras iguales. Por tanto, en prisma pues no es un elemento diferenciador, y aquí [cilindro] sí es un elemento diferenciador, porque tiene dos pero el resto no es plano”*. El comentario de José [S2.1 u13] *“esta parte plana, esta parte de aquí es plana y por aquí no rueda”* evidencia su conocimiento acerca de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KMT 8, estrategias: terminología). Esto nos hace pensar que conoce que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo geométrico trabajado (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: adquisición de terminología), aunque conozca que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico pues no está dentro de su terminología (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). En este proceso observamos también cómo parece usar el vocablo lado como sinónimo de cara en el cilindro, lo que evidencia conocimiento sobre la identificación de los elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología).

José es conocedor de que el mundo que nos rodea y con el que los estudiantes interactúan, está formado, principalmente, por cuerpos más que por superficies planas, y esto lo desarrolla en sus clases, partiendo de la geometría tridimensional y derivando de ella la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza) como evidencia en la siguiente entrevista [E3.1 u1]: *“Este año hemos trabajado pirámide, cubo, prisma, cilindro, esfera... y sus correspondientes formas planas que derivan de estas formas geométricas”*. Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde las tres dimensiones a su posterior introducción de las figuras planas como parte de estas (KMLS 4, secuenciación).

S1-E2.2 (L 165-170)	Simulación de la estampación del cilindro

Con la pieza de madera con forma de cilindro en su mano, José pretende que fijen su atención en las caras de los cilindros, ya que considera que es un contenido a desarrollar a esta edad

(KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Además, José conoce que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos (KPM 1, prácticas particulares: identificar; KPM 8, prácticas particulares: visualizar) y que el estudio de los elementos que componen un cuerpo es un precursor de la construcción de la definición de este (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). El profesor conoce que a los estudiantes les cuesta fijarse en ello (KFLM 9, dificultades), ya que los niños a esta edad no son capaces de recordar muchas propiedades de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Esto lo realiza con las piezas de madera, conocedor de que el material manipulativo facilita al alumnado el dar propiedades de estos cuerpos (KMT 2, recursos) y se apoya en las piezas de madera para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias), conocedor de que los estudiantes poseen dificultad para proporcionar propiedades de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Para ello emplea la simulación de la estampación, ya que estima que los estudiantes en clases anteriores han manipulado bastante la pieza (KFLM 1, formas de interacción) y ya son capaces de responder a las cuestiones con la mera visualización del cuerpo (KPM 2, prácticas particulares: visualizar). Como hemos comentado, José conoce que a los estudiantes les cuesta aprehender características de los cuerpos, por lo que pone el acento en lo que es más significativo del cuerpo, asociando el cilindro solo con el círculo (KMT 5, estrategia). Esto lo lleva a cabo mediante la estampación (KMT 13, recursos), ya que conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos, ya que les indica que [S1-E2.2 u14] *“los círculos salen de los cilindros”* (KoT 9, procedimientos).

José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de las figuras planas (KMT 15, estrategias: terminología). El profesor es sabedor de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso para cada cuerpo que manejan (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), aunque conoce la dificultad que presentan los alumnos para retener vocabulario geométrico (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultad en terminología). Por otro lado, José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal).

En el transcurso del episodio E2, el profesor refleja conocimiento acerca de distintos sistemas de representación: manipulativo (pieza de madera), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación), así como la posibilidad de usar estos sistemas como

vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo el cambio entre distintos sistemas (KMT 12, estrategias). Además, para que los alumnos expliciten las caras de los cilindros, el profesor se ayuda de la estrategia de simulación de la estampación, a través del registro manipulativo y el lenguaje verbal, para evocar la imagen mental que los niños hayan conservado de la estampación realizada en sesiones anteriores (KMT 14, estrategias). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones).

5.2.1.3.3. Episodio 3. Esferas

S1-E3.1 (L 171-188)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico y de algunas propiedades de este (esfera)

El profesor les pregunta a los estudiantes el nombre de cada cuerpo trabajado hasta el momento tomando la pieza de madera, sabedor, por un lado, de la importancia de identificar los sólidos para el posterior trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar) y, por otro, de la potencia, en el conocimiento de los cuerpos, de la visualización (KPM 2, prácticas particulares: visualizar). Lo anterior revela su conocimiento acerca de los cuerpos que considera que deben aprender a esta edad (prismas, cilindros y esferas) (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados). En el material que dispone en clase no existen esferas, por lo que José toma una bola de plastilina y le pide al alumnado que facilite su nombre. Esto demuestra su conocimiento sobre como los objetos ayudan a dar significado a la esfera (KoT 1, fenomenología) y como intenta matematizar el entorno, aprovechando el aula para desarrollar contenidos (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados). Algunos estudiantes responden [S1-E3.1 u15] “*pelota*” y él insiste en que proporcionen el nombre geométrico correcto (KMT 8, estrategias; vocabulario), conocedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). Lo anterior muestra su pretensión de que vayan obteniendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), aunque conoce que a los niños les cuesta el vocabulario geométrico pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). Lo anterior lo refuta en una entrevista posterior cuando comenta [E4 u12] “*tienes que partir de la palabra pelota, porque es lo que ellos conocen, pero les debes de corregir, de subir un poquito el nivel, por así decirlo y que vayan adquiriendo un poquito de vocabulario*”. Este trozo de transcripción nos permite observar su conocimiento acerca de cómo el uso de vocabulario cotidiano ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategia: terminología).

Tras proporcionar los alumnos el nombre correcto, el profesor apoyado en la pieza manipulativa, les pregunta [S1-E3.1 u16] “¿Qué es lo que les pasa a las esferas?” para que los estudiantes se centren en las propiedades de las esferas (KMT 1, estrategias), conocedor de que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Además, entiende que a esta edad son capaces de suministrar características de estas (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan construir la imagen de una esfera (KFLM 1, formas de interacción), José conoce la dificultad que poseen los niños para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades).

Ante la anterior pregunta, los alumnos responden y José afirma [S1-E3.1 u17] “*que ruedan por todos los lados*” donde vuelve a usar el término lado como sinónimo de cara, lo que nos muestra conocimiento sobre la identificación de los elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones: terminología) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones: terminología). Esto puede ser consecuencia de la adaptación al nivel del grupo, es decir, debido al conocimiento que José posee sobre la dificultad de los niños a la hora de retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su vocabulario usual (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). En el caso de “rodar” también puede ser debido al carácter que el profesor atribuye a la experiencia de hacer rodar la esfera como la forma en la que se comienza a formar las propiedades de los sólidos geométricos (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante criterios, clasificación), es decir, como precursor de la diferencia entre poliedro y cuerpo redondo (KoT 11, definiciones: clasificaciones). Asimismo, José conoce que el hecho de hacer rodar los cuerpos es una cualidad representativa de los sólidos geométricos, que se puede experimentar fácilmente y que les resulta atractivo a los niños (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje). Además, José conoce que los términos cara curva y cara plana no forman parte de este curso escolar (KMLS 8, secuenciación: terminología).

José utiliza la palabra “rodar” como ayuda para expresar características de las esferas (KMT 16, estrategias), conocedor de las clasificaciones con criterios de construcción (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y de cómo estas ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios:

clasificar). Lo anterior también muestra conocimiento acerca de la teoría de partir de las tres dimensiones y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teoría de enseñanza) y ligado a esto se observa su conocimiento respecto de la secuenciación de contenidos, ya que comienza por el estudio de los sólidos geométricos y, como profundización de estos, las figuras planas (KMLS 4, secuenciación).

Su objetivo es que los estudiantes conozcan los cuerpos geométricos, es decir, que se vayan fijando en las características de estos (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). José conoce las definiciones de los cuerpos geométricos como un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones). Este modo de definir nos hace pensar que conoce que el estudio de los elementos que componen a la esfera es un precursor en el proceso de construcción de la definición de este cuerpo geométrico (KPM 1 y KPM 6, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). Y en esa idea de coger características principales de los cuerpos, acepta el criterio de rodar y no rodar, pues conoce que los niños a esta edad no son capaces de coger muchas características de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado) y es sabedor de la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de fijarse en las figuras planas que poseen los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades).

José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos (piezas de madera, verbal, y la complementariedad entre ellos) (KoT 6, registros de representación). Asimismo, el profesor conoce el uso y traslación entre sistemas como estrategia de enseñanza (KMT 12, estrategias). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones).

S1-E3.2 (L 189-191)	Comparación esfera con cilindro

Tras expresar que las esferas poseen solo superficie curva, pasa a compararlas con los cilindros mostrando ambas piezas manipulativamente y recalando la diferencia existente entre ambos cuerpos, como se muestra: [S1-E3.2 u18] *“los cilindros también rodaban, pero no rodaban por todos los lados, las esferas sí”*. José conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción) y se apoya en material manipulativo para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Al emplear este material le concede importancia al uso de material manipulativo, ya que facilita al alumnado el dar

propiedades de estos cuerpos (KMT 2, recursos didácticos). Por otro lado, José es conocedor de que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares: visualizar). Además, tenemos indicios de que conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar).

En una entrevista José nos afirma que los estudiantes están más familiarizados con la esfera que con el cilindro [E3.2 u5] *“la pirámide, el cono y la esfera no tienen problema, pero prisma, cubo y cilindro ...no saben ...con esos tienen más problemas”*, por lo que pensamos que es por ello por lo que realiza la comparación. Además, en otra entrevista posterior nos lo comenta [E4 u8] *“la palabra cilindro para ellos es ... aunque la palabra esfera tampoco, pero el concepto cilindro ... para ellos es más difícil o menos cercano que la esfera”* y [E4 u10] *“a partir de ahí pues empiezas a ver las diferencias, ¿qué le pasa a la esfera que no al cilindro? [...] Es decir, tú, para conocer algo, lo contrapones a otra cosa”*. José es conocedor de que la comparación de la esfera con el cilindro favorece el conocimiento de dichos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar). También conoce que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (marcando diferencias) (KFLM 8, formas de interacción) y por ello utiliza la estrategia de comparación (KMT 10, estrategia). José fija la atención en una propiedad de los cuerpos geométricos (cara curva) (KMT 7, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) para que se den cuenta de que la esfera no es igual al cilindro (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones), quedando implícito su conocimiento acerca de que estas condiciones ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: clasificar).

En este proceso observamos también cómo parece usar el término lado como sinónimo de cara en los cuerpos, lo que parece mostrar conocimiento en la identificación de los elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones: terminología). Esto puede ser consecuencia de la adaptación al nivel del grupo, es decir, debido al conocimiento que José posee sobre la dificultad de los niños a la hora de retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su léxico habitual (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). En el caso de “rodar” también puede ser debido a su conocimiento acerca de que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica

principal de los cuerpos (KoT 11, definiciones: clasificaciones), es decir, que con la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de propiedades de los cuerpos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar). Además, José conoce que el hecho de hacer rodar los cuerpos es una cualidad representativa de estos, que pueden experimentar fácilmente y les resulta atractiva a los estudiantes (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje). Por tanto, lo lleva a cabo en su clase, ya que sabe que ayuda a expresar características de los cilindros (KMT 16, estrategias), aunque considera que los vocablos cara curva y cara plana no son términos que deban aprender en este curso escolar (KMLS 8, secuenciación: terminología).

El objetivo de José es que los estudiantes conozcan los cuerpos geométricos, es decir, que se vayan fijando en las características de estos (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). José conoce las definiciones de los cuerpos geométricos como un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones). Lo que vuelve a poner de relieve que conoce que el estudio de los elementos que componen a los cuerpos es el inicio en el proceso de construcción de la definición de cuerpo geométrico (KPM 1 y 26, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). Entre estas características, acepta el criterio de rodar, pues conoce que los estudiantes en esta etapa no son capaces de retener muchas propiedades de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado) y es sabedor de la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de distinguir las caras de los cuerpos (KFLM 9, dificultades), aunque considera que identificar las caras de un cuerpo geométrico es un contenido a trabajar a esta edad (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados).

S1-E3.3 (L 192-238)	Identificación de objetos de la vida real con forma de esferas

José toma algunos objetos de la clase con forma de esfera y les va preguntando [S1-E3.3 u19] “¿Qué es?”. José conoce la importancia de identificar los sólidos geométricos para poder trabajar con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). Por otro lado, el profesor conoce que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2 y KPM 17, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Tras darse cuenta de la dificultad de algunos alumnos a esa pregunta, pasa a preguntarles [S1-E3.3 u21] “¿Qué forma tiene?”, lo que nos hace pensar en que conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría tridimensional (KMT 8, estrategias: terminología), así como su conocimiento acerca del papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación

matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). El profesor conoce que tomar distintos objetos de la clase con forma de esfera ayuda a dar significado a las esferas (KoT 1, fenomenología y aplicaciones). De esta forma, está aprovechando el aula para desarrollar los contenidos estudiados mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados). Asimismo, conoce como la ejemplificación potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 3, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar) y la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado (KPM 18, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar).

José conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Para ello, utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias), por lo que José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan fabricar la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción). En esta búsqueda de objetos con forma de esfera, José les comenta [S1-E3.3 u20] *“los globos son también esferas, son redondos y ruedan por todos los lados”*. José conoce que las definiciones de los cuerpos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones). Esto nos hace pensar que conoce que un precursor en el proceso de la construcción de la definición de esfera es la identificación de los elementos que la componen (KPM 26, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). José conoce que hay que ayudar a los estudiantes a avanzar de la identificación de cuerpos, propio del nivel 1. Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). Intenta proporcionarles características de las esferas, pues opina que es un contenido a desarrollar en esta etapa (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). El docente es conocedor de la dificultad que presentan los alumnos a la hora de centrar su atención en el círculo (KFLM 9, dificultades), ya que conoce que los niños a esta edad no son capaces de distinguir muchos elementos de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado).

La frase del párrafo anterior [S1-E3.3 u20] refleja vocabulario informal, ya que conoce que el uso de vocabulario cotidiano ayuda a asimilar los conceptos matemáticos (KMT 17, estrategias: terminología). También volvemos a observar cómo parece utilizar el vocablo lado como

sinónimo de cara lo que parece revelar conocimiento en la identificación de los elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones: terminología) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones: terminología). Esto puede ser consecuencia de la adaptación al nivel del grupo-clase, es decir, debido al conocimiento que José posee sobre la dificultad de los estudiantes para retener vocabulario geométrico por no pertenecer a su terminología usual (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). En el caso de “rodar” también puede ser debido al conocimiento que José posee sobre la forma en la que se comienza a construir el conocimiento de este contenido matemático, es decir, como precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar) y su conocimiento acerca de que este criterio muestra una característica principal de los cuerpos (KoT 11, definiciones: clasificaciones). José sabe que el hecho de hacer rodar los cuerpos es una cualidad representativa de estos, que los niños pueden experimentar fácilmente y les resulta muy atractiva (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje), por lo que la utiliza para expresar características de los cilindros (KMT 16, estrategias). Por otro lado, conoce que los términos cara curva y cara plana no forman parte de este curso escolar (KMLS 8, secuenciación: terminología).

Más adelante, pide a una alumna que tome esferas de entre algunas piezas, recordándole que [S1-E3.3 u22] *“las esferas son las redonditas, como pelotas”*. Aunque le da pista mediante vocabulario informal, José le marca el nombre específico (KMT 8, estrategias: terminología), ya que considera que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico del cuerpo que están tratando (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), aunque conoce que a los niños les cuesta el vocabulario geométrico pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). Para que esta alumna discrimine distintos cuerpos, le pregunta [S1-E3.3 u23] *“J: ¿Esto es una esfera? [Tomando un prisma de base cuadrada]; E 19:no; J: no, esto no rueda por todos los lados [colocando en el suelo el prisma e intentando hacerlo rodar]”* lo que muestra conocimiento acerca del uso de contraejemplos (KPM 11, formas de validación: utilizar contraejemplos) para comprobar las propiedades de las esferas mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar). Esto lo lleva a cabo, mediante la clasificación de criterios de construcción, en este caso, fijando la atención en la propiedad cara curva (KoT 3, definiciones: clasificaciones) conocedor de que ayuda a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar), así como potencia el conocimiento de las

propiedades de los entes geométricos (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). También queda implícito su conocimiento acerca de cómo el proceso de visualización potencia el conocimiento de los cuerpos (KPM 2, prácticas particulares: visualizar).

José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: situación real (objetos de la propia clase), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 5, registros de representación). Asimismo, el profesor conoce la posibilidad de usar estos sistemas como vehículo para el desarrollo del contenido (KMT 9, estrategias). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones).

S1-E3.4 (L 239-246)	Preparación para estampar esfera

En el transcurso de la sesión observamos como José sigue un mismo procedimiento para trabajar cada uno de los cuerpos geométricos. Este es: mostrar la pieza, proporcionar el nombre, dar alguna característica del cuerpo, mostrar la cara más representativa de este y facilitar el nombre de esta (KMT 18, técnica). En este subepisodio, José trata de mostrar la figura plana representativa de la esfera y conoce que si estampa la superficie le va a dar un punto, por lo que opta por otro procedimiento como vemos [S1-E3.4 u24] *“Vamos a partir la esfera, esto no lo hemos hecho nunca, habíamos estampado cilindros, pero nunca habíamos estampado esferas”*, ya que hasta ahora los cuerpos que había tomado tenían al menos una cara plana. Este procedimiento es el corte de la pieza, es decir, realizar una sección de la pieza (esfera) por la mitad para obtener una cara plana que estampar (KoT 12, procedimientos) y lo lleva a cabo en la clase (KMT 19, estrategia), conocedor del poder de la visualización (KPM 2 y 8, prácticas particulares: visualizar). Utiliza la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo con su cara (KMT 13, recursos), ya que conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar el círculo (KoT 9, procedimientos). Además de conocer el poder de la comprobación mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación y demostración: comprobar). Todo ello manifiesta conocimiento respecto a la secuenciación de contenidos (KMLS 4, secuenciación). Además, evidencia su conocimiento acerca de la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde los cuerpos geométricos, y derivar de ellos las figuras planas (KMT 6, teorías sobre enseñanza), asociando la esfera con el círculo, conocedor de la posibilidad de utilizar la asociación de cada cuerpo con la figura plana que consideren más representativa (KMT 5, estrategias). José conoce que un precursor de la

construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar).

José entiende que identificar las caras de un cuerpo geométrico es un contenido a trabajar durante esta edad (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), aunque conoce que al alumnado les resulta difícil fijarse en las caras de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades), ya que es sabedor de que los estudiantes a esta edad no son capaces de recordar muchos elementos de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Esto nos permite inferir que el profesor considera que en el aprendizaje geométrico hay que ayudar a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los cuerpos como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2, Van Hiele (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje). Para ello, utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias), conocedor de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Además, José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan construir la imagen de la esfera (KFLM 1, formas de interacción).

También, a lo largo del episodio, se observa como el profesor conoce distintos sistemas de representación sobre la esfera: situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de plastilina), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación). Asimismo, José conoce la posibilidad de usar distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 20, estrategias). Además, para que los alumnos asocien el círculo como la figura plana más representativa de la esfera, el profesor utiliza la estampación como estrategia, a través del registro manipulativo y el lenguaje verbal, para evocar la imagen mental de esfera (KMT 14, estrategias). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

5.2.1.3.4. Episodio 4. Cilindros (continúa)

S1-E4.1 (L 247-257)	Identificación de objetos de la vida real con forma de cilindro

El profesor toma distintos objetos de la clase con forma de cilindro para ayudar a entender este cuerpo (KoT 1, fenomenología y aplicaciones). De esta forma está matematizando el entorno, aprovechando el aula para desarrollar los contenidos geométricos estudiados (KMLS 1,

resultados de aprendizaje esperados). Comienza refrescando el nombre de la forma que posee el objeto, como se muestra [S1-E4.1 u25] “*J: El fiso, ¿Qué es?*”, lo que evidencia su conocimiento acerca de la importancia de identificar los sólidos geométricos para poder trabajar con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). Por otro lado, el profesor conoce que la visualización espacial potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Asimismo, conoce como la ejemplificación potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 3, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar) y la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado (KPM 18, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar).

La variedad de los ejemplos de cilindros usados en la clase evidencia su conocimiento sobre el papel de las imágenes del concepto en el aprendizaje de los alumnos y las repercusiones que genera el manejo del típico ejemplo de cilindro (KMT 3, estrategias). José conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos (KMT 2, recursos) para que los estudiantes puedan formar la imagen del cilindro (KFLM 1, formas de interacción). José conoce la dificultad que poseen los alumnos para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Asimismo, podemos decir que conoce y utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que los estudiantes observen las propiedades de los cilindros (KMT 1, estrategias), ya que considera que identificar características de un cuerpo geométrico es un contenido a desarrollar en esta etapa educativa (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados).

El objetivo de José es que avancen de la identificación del cilindro, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). También es consciente de la dificultad de los estudiantes para especificar las caras de los sólidos (KFLM 9, dificultades), ya que conoce que los niños a esta edad no son capaces de distinguir muchos elementos de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Además, tenemos indicios de que conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Por otro lado, José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: situación real (objetos de la propia clase), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 5, registros de representación). También conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de estos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 9, estrategias). En este sentido,

José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

El profesor les comenta [S1-E4.1 u26] *“el cilindro rueda por un lado, pero no por el otro”*. En esta frase observamos como José considera que los términos cara curva y cara plana no pertenecen a este curso escolar (KMLS 8, secuenciación: terminología). Además, por un lado, parece usar el término lado como sinónimo de cara en los cilindros, lo que refleja conocimiento sobre la identificación de los elementos de los cuerpos (KoT 4, definiciones: terminología) y, por otro lado, utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones: terminología). Esto puede ser debido al conocimiento que José posee sobre la dificultad de los estudiantes poseen para retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su lenguaje habitual (KFLM 7, dificultades: terminología), es decir, como consecuencia de la adaptación al nivel del grupo. El caso de la expresión “rodar” también puede ser debido al carácter que José le atribuye a la experiencia de hacer rodar los cilindros como la forma en la que se comienza a avanzar sobre las propiedades de los cuerpos geométricos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios: clasificar) y su conocimiento de que el criterio de rodar es una característica principal de los cuerpos, como precursora de la diferenciación entre cuerpo redondo y poliedro (KoT 11, definiciones: clasificaciones). José conoce que el hecho de hacer rodar los sólidos es una cualidad representativa de los cuerpos, que los niños pueden experimentar fácilmente y les resulta atractiva (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje), por lo que la utiliza para expresar características de los cilindros (KMT 16, estrategias). La unidad de información anterior [S1-E4.1 u26] además de reflejar la comprobación de la propiedad estudiada con el hecho de hacer rodar los objetos tanto por la cara curva como por la cara plana (KPM 24, formas de validación: comprobar), manifiesta implícitamente el proceso de comparación con la esfera (tratada anteriormente) (KPM 6, práctica particular: comparar).

S1-E4.2 (L 258-269)	Comparación cilindro con prisma

Tras mostrar varios objetos con forma de cilindro, toma un cilindro y, seguidamente, otro cuerpo de dimensiones parecidas, pero con forma de prisma, realizando una discriminación visual (KPM 2, prácticas particulares: visualizar). El profesor es conocedor del papel del contraejemplo en la validación del conocimiento (KPM 11, formas de validación y

demostración: utilizar contraejemplos). Esto evidencia conocimiento sobre la importancia de identificar los sólidos para el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). Además, muestra su conocimiento sobre el papel de las imágenes del concepto en el aprendizaje de los estudiantes y las consecuencias que genera el manejo de un ejemplo prototípico (KMT 3, estrategias). El profesor implícitamente está realizando una comparación entre distintos cuerpos geométricos (KMT 10, estrategias), conocedor de que la comparación favorece el conocimiento de dichos cuerpos (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar) y que los alumnos comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro trabajado anteriormente (KFLM 8, formas de interacción). En este sentido, José es consciente de la dificultad de los niños para distinguir las caras de los cuerpos (KFLM 9, dificultades) debido al desarrollo cognitivo de los estudiantes a esta edad (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Y considera que identificar propiedades de un cuerpo es un contenido a trabajar en esta etapa (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), pues su objetivo es que avancen de la identificación al análisis de los cuerpos (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje).

José toma distintos objetos de la clase para ayudar a entender este cuerpo (KoT 1, fenomenología y aplicaciones), con lo que aprovecha el aula para desarrollar contenidos geométricos, intentando matematizar el contexto de la clase mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados). El uso de objetos de la clase, manipulativos, nos muestra su conocimiento acerca de la importancia que posee la manipulación de los cuerpos (KMT 2, recursos) para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). José utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que los estudiantes observen las propiedades de los cuerpos geométricos mostrados (KMT 1, estrategias), conocedor de la dificultad que poseen los alumnos para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones), por lo que usa distintos sistemas de representación: situación real (objetos de la propia clase), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 5, registros de representación). Además, José conoce la posibilidad de usar distintos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 9, estrategias).

5.2.1.3.5. Episodio 5. Esferas (continúa)

S1-E5.1 (L 270-301)	Estampación de la semiesfera

José es conocedor de la importancia del proceso de visualización (KPM 2 y KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Tras la preparación de todos los materiales, José pasa a cortar la pieza de plastilina en dos partes iguales, ya que conoce la estrategia de cortar la esfera para obtener un círculo (KMT 19, estrategia). Esto se produce debido a su conocimiento acerca de un procedimiento para hallar la figura plana que es partiendo el cuerpo (KoT 12, procedimientos). En una entrevista le preguntamos que *por qué no partía otro de los cuerpos, por ejemplo, el cilindro* y nos respondió [E1 u13] *“porque en los otros ya en sí la cara te da la estampación”*.

A continuación, mostrándole la pieza resultante (semiesfera), pinta la cara plana de esta y les comenta: [S1-E5.1 u27] *“Si yo cojo la esfera, la parto por la mitad, le pongo pinturita y ahora la estampo, ¿qué me saldrá?”*, conocedor de la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas (KPM 26, prácticas particulares: identificar), así como su conocimiento acerca de que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Esto nos revela su conocimiento acerca de la ventaja de abordar la Geometría en Educación Infantil desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza). Además, lo anterior implica conocimiento acerca de la secuenciación de contenidos, partiendo de los cuerpos geométricos, para llegar a las figuras planas (KMLS 4, secuenciación), asociando la esfera con el círculo, conocedor de la posibilidad de utilizar la asociación de un cuerpo con la figura plana que considere más representativa (KMT 5, estrategias). Utiliza la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo con su cara (KMT 13, recursos), ya que conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar el círculo (KoT 9, procedimientos).

José les pregunta a los estudiantes que qué saldrá de estampar la sección de la esfera y algunos alumnos responden cilindro. Ante esto, José insiste preguntándoles como se muestra [S1-E5.1 u28] *“¿un cilindro me saldrá? A ver, E7, tú ¿qué me has dicho que saldrá?”*. Esto nos refleja que pese a que conoce la dificultad que presentan los estudiantes para retener vocabulario geométrico (KFLM 7, fortalezas y dificultades; dificultades en la terminología), le parece importante el uso de lenguaje geométrico correcto en el trabajo de la esfera (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología), sabedor de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). Esto lo

refuta en la entrevista [E4 u15] *“claro, es que ellos las formas planas y las formas en tres dimensiones las tienen todavía [...] están ahí en una especie de nebulosa”*. Asimismo, muestra conocimiento acerca del papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal).

Al ser la primera vez que corta la figura, no se queda con la simulación de la estampación, sino que pasa a realizarla en un papel. José es conocedor de que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental por medio de la estampación (KPM 24, formas de validación: comprobar), como nos indica en la entrevista [E5 u1] *“la estampación es como una constatación de ... los niños constatan que es real, en cierta medida, lo que le estamos diciendo”*. José conoce la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que los estudiantes observen las propiedades de las esferas (KMT 1, estrategias), la ventaja de usar material específico (KMT 2, recursos) y la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan construir la imagen de esta (KFLM 1, formas de interacción). Además, el profesor conoce que los estudiantes tienen dificultades para proporcionar características de los objetos cuando no los tienen presente (KFLM 2, dificultades). El profesor considera que en el aprendizaje geométrico hay que avanzar de la identificación de la esfera, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de esta, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje), ya que conoce que los estudiantes retienen cada vez más propiedades de un cuerpo (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Por otro lado, José es conocedor de que a los estudiantes les cuesta fijarse en las caras de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades), pero piensa que es un contenido a desplegar a esta edad (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados).

El profesor conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos: manipulativo (piezas de plastilina), gráfico (resultado de la estampación), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 14, registros de representación). También conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de estos sistemas de representación como medio en el desarrollo del episodio (KMT 21, estrategias). Además, trabaja la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje natural, para que los alumnos expliciten una propiedad de ese cuerpo (círculo), conocedor de esa estrategia (KMT 22, estrategias). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

S1-E5.2 (L 302-318)	Comparación esfera con cilindro (continúa) y estampación de cilindro

Al estampar la semiesfera, José les indica que ha salido lo mismo que cuando estampaban el cilindro, es decir, promueve la comparación entre estos dos cuerpos (KMT 10, estrategias), conocedor de que la comparación de las propiedades de los cuerpos geométricos (mostrando similitudes) favorece el conocimiento de estos (KPM 5 y 6, prácticas particulares: comparar). Además, el profesor conoce como la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos (KPM 7, formas de validar: comparar). Asimismo, muestra que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción). Pensamos que realiza esta comparación para aunar y reforzar conceptos geométricos. Aunar ya que conoce que a los niños les cuesta fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades), pues no son capaces de centrar su atención en muchas características de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado) y reforzar porque conoce que a los niños les cuesta retener el concepto de cilindro [E4 u9] (KFLM 7, dificultades: terminología). Esta ligazón nos muestra su conocimiento acerca de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos y las figuras planas (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología), sabedor de que a esta edad deben ir apropiándose de lenguaje geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). En este sentido, se muestra su conocimiento acerca de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal).

José utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que lo estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias), conocedor de la dificultad que poseen los alumnos para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan formar las imágenes de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). En este sentido, podemos decir que el profesor conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas: manipulativo (piezas de madera (cilindro) y plastilina (esfera)), gráfico (resultado de las estampaciones) y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 14, registros de representación). También conoce la posibilidad de usar distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo del contenido (KMT 21, estrategias). Además, conoce que otra estrategia es el

trabajar la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje natural, para que los alumnos expliciten que, de ambos cuerpos, sale la misma figura plana (círculo) (KMT 22, estrategias). Además, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

Tras recordarles que de un cilindro también obtenían un círculo, pasa a validarlo. José estampa físicamente el cilindro, lo que evidencia conocimiento de la práctica en lo referente a la comprobación por medio de la estampación de la pieza de madera con forma de cilindro (KPM 24, formas de validación: comprobar). Esto es debido a su conocimiento acerca de que el uso de la estampación es un recurso para trabajar la asociación del cilindro con el círculo (KMT 13, recursos) y como conoce que no son capaces de retener muchas características de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado), pues simplifica asociando cada cuerpo solo con su cara más representativa (KMT 5, estrategias). Además, José conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos (KoT 9, procedimientos).

Termina comentando [S1-E5.2 u29] “*ya sabemos de dónde vienen los círculos, vienen de las esferas y de los cilindros*”, conocedor de que hacer grupos ayuda a conocer los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar). José conoce que identificar las caras de un cuerpo geométrico es un contenido a trabajar en esta etapa (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), porque considera que hay que ayudar a los estudiantes a avanzar de la identificación de los cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje). Muestra mediante la estampación, los círculos resultantes de la proyección ortogonal de la semiesfera y del cilindro y les expresa el método por el cual lo realizan (estampación de su cara en el cilindro y corte de la pieza y estampación del corte en la esfera), lo que revela su conocimiento acerca de distintos procedimientos (KoT 9 y 12, procedimientos) y estrategias para obtener las caras planas de un cuerpo (KMT 5 y 19).

5.2.1.3.6. Episodio 6. Tarea de estampación de los distintos cuerpos trabajados

S1-E6 (L 319-366)	Estampación de distintos cuerpos trabajados formando una cara

Tras la estampación en papel de la esfera y el cilindro, los niños comentan que parecen ojos. Así que José aprovecha esto para realizar una tarea en la que formar una cara con la estampación

de todos los cuerpos trabajados (KMT 23, tarea). Primero toma el cubo y les pregunta [S1-E6 u30] *¿qué sale al estamparlo?* Tras la respuesta de los estudiantes, lo estampa y les refuerza que [S1-E6 u31] *“cuando estampamos los cubos nos salen los cuadrados”*. Seguidamente realiza el mismo procedimiento con un prisma (como el de la Figura 5.1). Todo ello manifiesta su conocimiento temporal, respecto de la secuenciación de contenidos (KMLS 4, secuenciación) y acerca de la ventaja de abordar la Geometría en la etapa de Educación Infantil desde la geometría tridimensional, y derivar de ella la plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza). Además, tenemos indicios de que conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar).

Esta tarea viene bien para reforzar y repasar lo expuesto durante la clase, a modo de resumen, conocedor de que a los alumnos les cuesta fijarse en las caras de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades), pues los niños a esta edad no son capaces de recordar muchas propiedades de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). En este ejercicio hace uso de la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con su cara (KMT 13, recursos) como comprobación mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar) y lo realiza con las piezas de madera, pues conoce que una estrategia para que los estudiantes observen las propiedades de los cuerpos es apoyándose en material manipulativo (KMT 1, estrategias), conocedor de que el material manipulativo facilita al alumnado el dar propiedades de estos cuerpos (KMT 2, recursos). José sabe que para estos estudiantes es fundamental la manipulación de los cuerpos para comprender sus propiedades y así construir una imagen rica de cada cuerpo (KFLM 1, formas de interacción), además de conocer la dificultad que poseen los alumnos para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Para ello realiza distintas estrategias (KMT 5 y 19) basado en su conocimiento acerca de distintos procedimientos (KoT 9 y 12). José considera que hay que avanzar de la identificación de los cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje) y que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los sólidos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Con esta tarea también pretende hacerles repasar vocabulario geométrico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), conocedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la Geometría (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología), aunque sabe que a los niños les cuesta retener estos vocablos pues no están dentro de su vocabulario habitual (KFLM 7, dificultades).

terminología). Además, se observa cómo José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal).

José les recuerda que [S1-E6 u32] “*han salido dos círculos, uno que lo he hecho con el cilindro y otro que lo he hecho con la esfera*”, por lo que utiliza el proceso de comparación (KPM 6, prácticas particulares: comparar), conocedor de que hacer grupos ayuda a conocer los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar).

La tarea que implementa refleja su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas: manipulativo (piezas de madera y plastilina), gráfico (resultado de las estampaciones), verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 14, registros de representación). Asimismo, conoce la posibilidad de usar distintos sistemas como vehículo para el desarrollo del episodio (KMT 21, estrategias). Además, conoce que otra estrategia es trabajar la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje natural, para que los alumnos expliciten una propiedad de cada cuerpo (KMT 22, estrategias). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

5.2.1.3.7. Episodio 7. “Pirámides”

S1-E7.1 (L 367-375)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico (“pirámide”)

Tras la realización de la tarea de la cara (KMT 23, tarea), se da cuenta de que se le ha pasado repasar uno de los cuerpos que ha trabajado durante el curso y que considera que es un sólido que deben aprender en esta etapa (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados). Esta es la pirámide.



Figura 5.3. Prisma de base triangular que utiliza José como pirámide en sus clases

José toma el prisma de base triangular apoyado en una de sus caras laterales (Figura 5.3) y les pide que den su nombre. Este prisma es de altura igual o menor longitud que la altura del triángulo de la base. Los alumnos comentan [S1-E7.1 u34] “*pirámide*” y él lo da como válido, lo que pone de relieve que José conoce algunos cuerpos con los que trabaja en clase ligados a

su posición (KoT 16, definiciones, propiedades y sus fundamentos). José conoce la importancia de identificar los sólidos para el posterior trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar), así como el poder de la visualización (KPM 2 y KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Este conocimiento está influenciado por la imagen mental que él posee de la pirámide, como un todo, solo visualmente, no diferenciando sus características y propiedades, ya que coloca este prisma siempre apoyado en una de las caras laterales, dejando vista sus bases triangulares.

Durante esta sesión, José pensaba que los prismas solo podían tener, como base, cuadriláteros (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Al comienzo de la entrevista [E3.1 u3] nos lo reafirma, pero tras realizar una clasificación de una gran variedad de cuerpos geométricos durante dicha entrevista, se dio cuenta de que la Figura 5.3 era un prisma. En otra entrevista posterior se da cuenta del error y se cerciora de que está confundiendo a los alumnos, pero se justifica, comentando que [E3.2 u3] *“a mí lo que me interesa es que cuando vean esto (Figura 5.3) es que vean el triángulo [...] porque claro, ellos lo asocian al triángulo”*. Aunque sabemos que está realizando una asociación incorrecta, esto evidencia su conocimiento acerca de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), siendo su objetivo que los estudiantes se vayan fijando en las propiedades de los cuerpos, avanzando de la identificación de la pirámide, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de esta, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje).

Además, justifica su equivocación de la siguiente forma [E3.2 u4]: *“También, como la que tengo en la clase es mucho más finita...no da el cante tanto como ésta”*. Esto último pone de manifiesto su inseguridad al referirse a este concepto, ya que no usa vocabulario matemático (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología). Con todo esto intenta explicarnos que, como en el caso del prisma con poca altura (Figura 5.2), los alumnos asocian la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo (KFLM 5, formas de interacción). Esto puede ser debido a una de sus decisiones didácticas, la de simplificar el concepto poniendo el acento en lo que es más característico, es decir, asociando la pirámide con el triángulo (KMT 5, estrategia). Esto lo hace basado en su conocimiento acerca de la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de distinguir las caras de los cuerpos (KFLM 9, dificultades), ya que conoce que los estudiantes de esta etapa no son capaces de retener muchas características de un cuerpo (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado).

José nos comenta que el error que comete es debido, en parte, al material que dispone en clase, por la escasez de poliedros: [E1 u12] *“el problema es encontrar una pirámide pirámide, es decir, una pirámide con los lados iguales... se suele encontrar estos (Figura 5.3)”*; [E4 u5] *“el material te condiciona [...] Sinceramente, no sé por qué lo hacen ... me refiero, a los que elaboran el material... no sé por qué se limitan a estos de aquí”*. Esta parte de entrevista evidencia las limitaciones del material manipulativo que posee en clase (KMT 2, recursos) y la importancia de este para que los estudiantes observen las propiedades de los cuerpos (KMT 1, estrategias), conocedor de la dificultad que poseen los alumnos para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Tanto en esta clase como en anteriores, José utiliza siempre material manipulativo al trabajar los cuerpos geométricos, lo que evidencia que conoce la importancia que posee la manipulación de los sólidos para que los estudiantes puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción).

En este subepisodio José insiste en el nombre del sólido trabajado, lo que evidencia su conocimiento acerca de la importancia de nombrar a los cuerpos manejados (KMT 8, estrategias: terminología), pues es consciente de que deben ir usando lenguaje geométrico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). Se observa cómo José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal, aunque esto les cueste a los estudiantes por no ser palabras de su vocabulario habitual (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología) como nos refleja en [E5 u2]: *“el vocabulario le cuesta mucho trabajo. Es verdad que son palabras que no están en su día a día y, entonces [...] le cuesta trabajo utilizar bien los términos”*.

S1-E7.2 (L 376-387)	Estampación de la “pirámide”

Tras el nombre, les comenta: [S1-E7.2 u35] *“si cojo la pirámide, le pongo pinturita y la estampo ¿Qué me sale?”*. Esto nos muestra que José entiende que a esta edad son capaces de suministrar algunas características de los sólidos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), siendo su objetivo que los estudiantes se vayan fijando en las propiedades de los cuerpos, avanzando de la identificación de la pirámide, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de esta, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje), haciendo uso del proceso de visualización (KPM 2, prácticas particulares: visualizar). José conoce las definiciones de los cuerpos como un listado de atributos constituyentes (KoT 8, definiciones),

sin considerar la necesidad y suficiencia de estas. Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los estudiantes a identificar las propiedades de este cuerpo geométrico (KPM 26, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16 y 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

Al comienzo, le pide que faciliten el nombre de la cara solo mediante la simulación de la estampación, pues considera que ya lo han manipulado bastante anteriormente y que son capaces de responder con la mera visualización del cuerpo. Ante esto algunos alumnos confunden vocabulario 3d con 2d. Ante esto, José insiste preguntándoles de nuevo, lo que manifiesta que pese a su conocimiento ante la dificultad que presentan los alumnos para retener vocabulario geométrico (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología), le parece importante el uso de lenguaje geométrico correcto en el trabajo de la pirámide (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología), sabedor de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados; vocabulario). Para ello se apoya en las piezas de madera, conocedor de la potencialidad del uso de material manipulativo (KMT 2, recursos), ya que ayuda al alumnado para proporcionar propiedades de los cuerpos (KMT 1, estrategias). Además, José conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción) y lo que les cuesta hacerlo sin tener los objetos presentes (KFLM 2, dificultades). Aunque José comprueba que los estudiantes son capaces de responder con la mera visualización del cuerpo, pasa a estampar la cara haciendo uso de la estampación del triángulo como comprobación (KPM 24, formas de validación: comprobar), ya que en el episodio anterior lo había realizado de los otros cuerpos.

José conoce la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de distinguir las caras de una pirámide (KFLM 9, dificultades), ya que conoce que los niños a esta edad no son capaces de identificar muchas características de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). José se centra en las caras mediante la estampación (KMT 13, recursos), asociando el cuerpo con su cara más representativa, conocedor de la posibilidad de utilizar la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa (KMT 5, estrategia), conocedor del papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar la figura que conforma la cara representativa de la pirámide (KoT 9, procedimientos). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas

particulares: uso de múltiples representaciones). Así, José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas: manipulativo (pieza de madera), gráfico (resultado de la estampación) y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 14, registros de representación). Asimismo, conoce que la posibilidad de usar distintos sistemas como medio para el desarrollo de la sesión es una estrategia (KMT 21, estrategias). Además, conoce que otra estrategia es trabajar la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje natural, para que los alumnos expliciten una propiedad de esos cuerpos (KMT 22, estrategias).

S1-E7.3 (L 388-394)	Propiedades de triángulos

Tras la proyección del triángulo, el profesor les comenta: [S1-E7.3 u36] *“Acordarse de que los triángulos, ¿cuántos lados tenían?”*, lo que revela la pretensión de que los estudiantes contabilicen los lados del triángulo como contenido para esta edad (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los alumnos a identificar y analizar sus propiedades, sabedor de que el listado de propiedades es un precursor de la construcción de la definición matemática (KPM 26, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). Lo anterior está basado en su conocimiento de que hay que ayudar a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los cuerpos como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje).

Aunque algunos estudiantes proporcionan la respuesta correcta, el profesor plantea la comprobación del resultado mediante el conteo físico de los lados del triángulo (KPM 24, formas de validación: comprobar), valorándola como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP), como se muestra [S1-E7.3 u37] *“J: los vamos a contar, 1, 2 y 3 [contando sobre el triángulo, la estampación, los lados de la figura]. El triángulo tiene tres lados”*.

5.2.1.4. Análisis interpretativo final S1

El objetivo de la sesión es la realización de un barrido por lo avanzado sobre Geometría durante todo el curso⁷⁷. El profesor trabaja los siguientes cuerpos geométricos: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), cilindro, esfera y pirámide, y conoce que estos son los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados).

José va tomando cada cuerpo mediante las **piezas de madera**, conocedor de esta estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), ya que sabe que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Además, es consciente de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, fortalezas y dificultades). Asimismo, José conoce las potencialidades del uso de estas piezas (KMT 2, recursos didácticos), sabedor de la importancia que posee la manipulación del sólido para que los alumnos puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción).

El profesor conoce un procedimiento para trabajar los sólidos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo (KMT 18, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Comienza tomando **objetos de la propia clase** con la forma del cuerpo a trabajar, ya que conoce que estos ayudan a dar significado al concepto (KoT 1, fenomenología y aplicaciones) y sabedor de la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados). Asimismo, conoce como la ejemplificación potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 3 y KPM 4, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar) y la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado (KPM 18, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar). Durante este procedimiento va ofreciendo distintos ejemplos, entre ellos algunos no prototípicos, conocedor de las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico (KMT 3, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Tras el visionado del cuerpo, formula algunas cuestiones para que proporcionen el nombre del objeto, lo que evidencia su conocimiento acerca de la importancia de identificar los sólidos geométricos para poder trabajar con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). José es

⁷⁷ Esta sesión es una de las últimas dedicadas a Geometría en un aula de Educación Infantil de 3 años

conocedor de que a esta edad deben ir adquiriendo **vocabulario geométrico específico** (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología) y la importancia que tiene este en la construcción y comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal), aunque es consciente de que es algo que les cuesta a los alumnos (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología), pues no son palabras que estén dentro de su léxico habitual como nos indica en distintas entrevistas (E4 y E5). Hace énfasis en nombrar, con el nombre específico los entes geométricos, marcando las diferencias entre ellos. Esta forma de nombrarlos revela la importancia de nombrar con precisión a los cuerpos y figuras manejadas, aunque suponga un énfasis de las diferencias entre ambos (KMT 8 y KMT 15, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: terminología).

Seguidamente, mediante la formulación de preguntas, va centrando la atención de los estudiantes en cada cuerpo, con el objetivo del estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar) como precursor de la **construcción de la definición** del cuerpo (KPM 16 y KPM 28, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). En el caso de los prismas, el profesor conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Lo anterior hace que José llame “pirámide” a un prisma de base triangular (de altura es igual o de menor longitud que la altura del triángulo de la base) cuando este reposa sobre una de sus caras laterales, pues parece que conoce este cuerpo ligado a su posición (KoT 16, definiciones, propiedades y sus fundamentos).

Uno de los ejemplos de prisma cuadrangular que utiliza José es confundido por el alumnado con un cubo. Para su aclaración, el profesor les plantea cuestiones aprovechando este contraejemplo (cubo), conocedor del papel del contraejemplo en la validación del conocimiento (KPM 11, formas de validación y demostración: utilizar contraejemplos). José plantea que fijen la atención en una propiedad de ese cuerpo y observen si la posee o no ese objeto (KMT 4, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de las **clasificaciones** con criterios de construcción (KoT 3, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y como estas condiciones ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: clasificar). En este sentido, José pasa a comprobar, a través de sus propiedades, por qué no se trata de un cubo (KPM 14 y KPM 20, formas de validación y demostración: comprobar). Asimismo, José conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las

no críticas de un concepto (KPM 19, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar).

José hace hincapié durante la marcha de la clase en la **diferenciación del cubo dentro de los prismas**, aunque es conocedor de que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada (KoT 7, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones), mostrando la jerarquización como contribución a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 21, prácticas particulares: jerarquizar). Lo anterior puede justificarse por el conocimiento de José acerca de la secuenciación de temas (KMLS 9, secuenciación con temas anteriores y posteriores), además del saber que el considerar el cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado (KMLS 7, nivel de desarrollo esperado). El profesor conoce que los estudiantes tienen dificultad para distinguir prisma de cubo, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras (KFLM 4, fortalezas y dificultades). El profesor plantea una tarea (juego) para que los estudiantes distingan cubo de prisma intentando que los estudiantes realicen una discriminación visual (KMT 11, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), ya que tenemos evidencias de que José conoce el rectángulo y el cuadrado como clases disjuntas (KoT 15, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Además, José mantiene presente la visualización de las piezas, conocedor de que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos (KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático, visualizar), así como el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar).

José conoce como la **comparación** ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos (KPM 7 Y KPM 29, formas de validación y demostración: comparar). Este utiliza la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo del prisma cuadrangular (KMT 7, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de que la comparación promueve el conocimiento de los sólidos geométricos (KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar). El profesor conoce que los estudiantes tienen dificultad para para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado (KFLM 6, fortalezas y dificultades), pero conoce que los alumnos comprenden mejor una figura plana si la comparan con otra (KFLM 10, formas de interacción). El profesor conoce la estrategia de comparación de dos cuerpos para identificar características de estos (KMT 10, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de que la

comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5, prácticas particulares: comparación) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción).

En el caso de los cilindros y esferas, tenemos indicios de que José conoce que la experiencia de hacer **rodar** estos cuerpos es la forma en la que se comienza a construir algunas propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar), ya que conoce que el concepto rodar es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros (KoT 11, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones). José sabe que, a los estudiantes, el hecho de hacer rodar los cuerpos les resulta atractivo, al ser una cualidad que pueden experimentar fácilmente (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje) y lo aprovecha para expresar características de ellos, pues es una cualidad representativa de los sólidos geométricos (KMT 16, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Aprovecha para comparar ambos cuerpos y, junto con las diferencias, también destaca similitudes entre ellos. Durante el trabajo de los distintos cuerpos, observamos cómo conoce las necesidades de sus estudiantes y se va adaptando a ellas, proporcionándole pistas. Por ejemplo, para que una alumna tome una esfera de entre los cuerpos manipulativos, utiliza **vocabulario informal**, ya que conoce que el uso de vocabulario cotidiano ayuda a asimilar los conceptos matemáticos (KMT 17, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: terminología). También observamos cómo parece utilizar el término lado como sinónimo de cara en los cuerpos geométricos lo que parece evidenciar conocimiento sobre la designación de los elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología). Observamos como José no hace hincapié en las palabras cara curva y cara plana, pues no lo considera que forme parte de este curso escolar (KMLS 8, secuenciación con temas anteriores y posteriores: terminología).

El objetivo de José es que los alumnos se vayan fijando en las características de los cuerpos geométricos, lo que se traduce en que conoce que hay que avanzar de la identificación de cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). José conoce las **definiciones** de los cuerpos geométricos como un listado de elementos o atributos constituyentes (KoT 8, definiciones, propiedades y sus

fundamentos), sin considerar la necesidad y suficiencia de estas, y así lo manifiesta cuando en una entrevista se le pregunta por definiciones de cuerpos geométricos concretos que distan de las características de una definición formal de las mismas. Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los alumnos a identificar sus propiedades (KPM 26, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar), conocedor del papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición (KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

El profesor conoce que los estudiantes en esta etapa no son capaces de retener muchas **características de un objeto** (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado), por lo que centra su atención en la forma de las caras de los cuerpos geométricos, pues sabe que es un contenido a desarrollar a esta edad (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), aunque es conocedor de que a los estudiantes les cuesta fijarse en las caras de los cuerpos (KFLM 9, fortalezas y dificultades). El profesor conoce una estrategia para **simplificar el concepto**. Esta es poner el acento en lo que es más significativo, asociando cada cuerpo con una sola cara, la que él considera la más representativa de ese cuerpo geométrico (KMT 5, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). En el transcurso de la sesión, observamos como José, conocedor que los alumnos asocian la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo (KFLM 5, formas de interacción) utiliza un ejemplo de prisma cuadrangular con poca altura (Figura 5.2), sabedor que los alumnos van a confundirlo con un cubo (KFLM 4, fortalezas y dificultades) y formula preguntas para que estos se cercioren de que se trata de un prisma.

José conoce la **estampación** como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con sus caras (KMT 13, recursos didácticos), conocedor del papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos (KoT 9, procedimientos). Todos los cuerpos trabajados poseen al menos una superficie plana excepto la esfera, por lo que para obtener una superficie plana en la esfera recurre a un procedimiento (KoT 12, procedimientos). Este es mediante el corte de la pieza, es decir, José conoce la estrategia de cortar la esfera por la mitad para obtener una cara plana que estampar (KMT 19, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Y finaliza este procedimiento con el diseño de una tarea a través de la cual asocia cada cuerpo trabajado con su cara más representativa mediante la estampación (KMT 23, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor del uso de la estampación como **comprobación** mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de

validación y demostración: comprobar). Con lo anterior, José parece valorar la comprobación como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP).

Todo el procedimiento seguido evidencia su conocimiento acerca de la ventaja de abordar la **Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana** (KMT 6, teoría sobre enseñanza). Ligado a esto se observa su conocimiento respecto de la secuenciación de contenidos, ya que José comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, como profundización de estos, la geometría plana (KMLS 4, secuenciación con temas anteriores y posteriores).

José conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos **sistemas de representación** como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 9, KMT 12, KMT 20 y KMT 21, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas y la complementariedad entre ellos (KoT 5, KoT 6, KoT 13 y KoT 14, registros de representación). Además, para que los alumnos expliciten las caras del cuerpo, el profesor se ayuda de la simulación de la estampación, a través del registro manipulativo y el lenguaje verbal, para evocar la imagen mental que los niños hayan conservado de la estampación realizada en clases anteriores, conocedor de esta estrategia de enseñanza (KMT 14, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). También ocurre lo mismo con la estampación, José conoce que esta es una estrategia con la que trabaja la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje natural, para que los alumnos expliciten una propiedad de esos cuerpos (KMT 22, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.1.

5.2.2. Informe de análisis sobre Sesión 2 [S2]

Primera clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

Organización del análisis de la sesión 2

- 5.2.2. Informe de análisis sobre Sesión 2 [S2]
 - 5.2.2.1. Resumen S2
 - 5.2.2.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S2
 - 5.2.2.3. Análisis interpretativo por episodio de S2
 - 5.2.2.3.0. Episodio 0. Actividad pizzero
 - 5.2.2.3.1. Episodio 1. Cubos
 - 5.2.2.3.2. Episodio 2. Prismas de base cuadrada
 - 5.2.2.3.3. Episodio 3. Esferas y cilindros
 - 5.2.2.3.4. Episodio 4. Pirámide
 - 5.2.2.3.5. Episodio 5. Ficha del libro
 - 5.2.2.4. Análisis interpretativo final S2

5.2.2.1. Resumen S2

Este informe se realiza a partir de la primera clase del curso que van a dedicar a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Durante casi toda la sesión, el grupo clase está⁷⁸ dispuesto en asamblea. Tan solo cuando van a realizar la ficha del libro es cuando cambian de agrupamiento, pasando a sentarse cada uno en su sitio, para poder llevar a cabo la actividad cada uno en su libro. José hace partícipe al alumnado en la construcción del conocimiento utilizando la capacidad de realizar preguntas para evocar su discernimiento.

En las clases previas a la sesión que se analiza (curso anterior), el profesor empleó⁷⁹ sólidos de madera para trabajar algunos cuerpos geométricos, identificando el nombre de algunos de ellos (cubo, prisma, cilindro, esfera y pirámide) y profundizando en algunos elementos como caras. Entre el material que disponía no se encontraba la esfera, por lo que él empleó un trozo de plastilina para formar una bola que se asemejara a ella. El estudio de estos cuerpos lo realiza aplicando distintas estrategias de enseñanza como la manipulación de los cuerpos y la estampación de alguna cara impregnándola con pintura.

El objetivo de la sesión es retomar lo trabajado por los alumnos en el curso anterior sobre cuerpos geométricos y seguir profundizando en sus características definitorias. Para ello utiliza material específico (piezas de madera y plastilina). El material está compuesto por esferas de plastilina y un conjunto de diversos cuerpos geométricos de madera entre los que se encuentran: el cubo, el prisma triangular regular, el prisma cuadrangular regular, el prisma rectangular regular y el cilindro.

Por ética de investigación, hacemos explícito que parte de esta sesión y un análisis previo al aquí realizado fue objeto de publicación en Escudero-Domínguez et al. (2017).

⁷⁸ Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

⁷⁹ Se utiliza el tiempo verbal pasado para referirnos a lo ocurrido antes de esta sesión

5.2.2.2. Episodios y subepisodios en los que se divide S2

CÓDIGO	CONTENIDO
S2-E0 (Episodio 0)	Actividad pizzero
El profesor comienza sus sesiones sobre matemáticas con el bloque números. En esta clase plantea un juego, actividad sobre números, en la que mezcla dos tipos de contenido: reconocimiento de símbolos (números) y reconocimiento de figuras planas. Mediante este juego el alumno “pizzero” debe identificar el símbolo del número de la casa y la forma que tiene dicha casa.	
S2-E0.1 (L 1-30) ⁸⁰	Actividad con figuras planas
S2-E1 (Episodio 1)	Cubos
El docente toma el material específico sobre cuerpos geométricos (piezas de madera) y coloca en el suelo de la zona de asamblea cada cuerpo trabajado en el curso anterior (esfera, prisma de base cuadrada, prisma de base triangular y cilindro) (S2-E1.1). Mediante preguntas hace que los alumnos no solo identifiquen el cubo, sino que vayan proporcionando características de este (S2-E1.2). José intenta profundizar aún más en una de sus propiedades (caras). Para ello, mediante preguntas y ayudándose de la pieza, logra que contabilicen los cuadrados que posee el cubo, es decir, el número total de caras de este cuerpo. Esto lo lleva a cabo mediante el uso de rotulador o pegatinas, asociando una marca o pegatina a cada cara para facilitar el recuento (S2-E1.3). Sigue intentando que los alumnos proporcionen características de los cubos y un alumno comenta “ <i>los cuadrados no ruedan</i> ”. El profesor lo afirma, aunque creo que ambos se refieren a los cubos (S2-E1.4). Hace que los alumnos continúen expresando características de los cubos, ayudados de la pieza de madera que tienen, y varios estudiantes comentan “ <i>que tienen picos</i> ”. José utiliza este mismo término en su discurso y les pide que cuenten los vértices que tiene el cubo. Esta vez no se apoya en rotulador ni pegatinas, sino que es su dedo el que utiliza para seguir la secuencia a contar, asignando un número cada vez que toca un vértice diferente (S2-E1.5). Continúan con el análisis del cubo y un alumno expresa que estos tienen “ <i>caminitos</i> ”, llamando así a las aristas. El profesor se sorprende gratamente, añadiendo y profundizando sobre esa propiedad. De igual forma que en las anteriores, les pide que las cuenten (S2-E1.6). Para que sea más visual, José hace uso del rotulador para marcar la contabilización de cada arista (S2-E1.8), pero antes vuelve a contabilizar los vértices, esta vez ayudado del rotulador (S2-E1.7).	
S2-E1.1 (L 31-78)	Preparación de la sesión
S2-E1.2 (L 79-110)	Descripción de cubo
S2-E1.3 (L 111-153)	Caras del cubo. Número de caras
S2-E1.4 (L 154-172)	Caras del cubo (continúa). Otra propiedad: No rueda
S2-E1.5 (L 173-186)	Vértices del cubo. Número de vértices
S2-E1.6 (L 187-203)	Aristas del cubo. Número de aristas
S2-E1.7 (L 204-214)	Número de vértices (continúa)
S2-E1.8 (L 215-234)	Aristas del cubo. Número de aristas (continúa)

Tabla 5.4. Episodios de la Sesión 2 (I)

⁸⁰ Llamamos Sx a la sesión analizada (en este caso Sesión 1=S1), llamamos Ex al episodio y subepisodio correspondiente (en este caso el episodio 1, subepisodio 1=E1.1) y, por último, llamamos Lx a las líneas de transcripción que abarca este episodio (en este caso líneas 1-28=L1-28)

CÓDIGO	CONTENIDO
S2-E2 (Episodio 2)	Prismas de base cuadrada
El profesor toma de entre las piezas de madera un prisma cuadrangular y les pide que proporcionen su nombre. Algunos alumnos responden rectángulo y una alumna les explica que no es un rectángulo sino un prisma, pero que lo que ocurre es que “ <i>si pones por el lado al prisma es un rectángulo</i> ”. José quiere profundizar sobre las propiedades de este objeto y les comenta que tiene muchas caras. Los estudiantes expresan que también tiene caminitos y piquitos (S2-E2.1). Ahí el docente aprovecha para preguntarles <i>¿Qué diferencia existe entre cubo y prisma?</i> (S2-E2.2). Tras la observación de las formas de las caras de los prismas cuadrangulares, pasa a su contabilización. Comienza con los cuadrados, mediante el apoyo visual de la pieza. Para los rectángulos, les pregunta y los alumnos no muestran consenso. Un alumno comenta que cuatro y el profesor lo afirma, pero para comprobarlo pasa a contabilizarlos haciendo uso de pegatinas, asociando una pegatina a cada cara contada (S2-E2.3). Por último, un alumno comenta “ <i>que solo rueda el cilindro</i> ”, a lo que José comenta que el prisma no rueda y lo intenta hacer rodar por el suelo, expresándoles que no ruedan, aunque sí se pueden desplazar (S2-E2.4).	
S2-E2.1 (L 235-255)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico y de algunas propiedades del prisma
S2-E2.2 (L 256-270)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo
S2-E2.3 (L 271-282)	Caras del prisma cuadrangular. Forma y número de caras de cada tipo
S2-E2.4 (L 283-286)	Otra propiedad: No rueda
S2-E3 (Episodio 3)	Esferas y cilindros (comparación)
El profesor toma una esfera y un cilindro, y le pregunta al alumnado si son iguales (S2-E3.1). A continuación, toma solo el cilindro y va lanzando preguntas para que vayan fijando su atención en las diferencias con los otros cuerpos trabajados: <i>¿esto tiene caminitos?</i> , <i>¿esto tiene piquitos?</i> , <i>¿esto tiene cuadraditos?</i> , <i>¿esto tiene rectángulos?</i> (S2-E3.2). Un alumno comenta que lo que tiene son círculos y aprovechando esto, les pregunta si la esfera tiene círculos, comparando la esfera y el cilindro. Seguidamente pasan a contar el número de círculos que posee un cilindro (S2-E3.3). De nuevo, toma la esfera y les pregunta: <i>¿este qué tiene?</i> Ante esto, un alumno comenta “ <i>si lo cortamos como un huevo</i> ”. José, sirviéndose de lo trabajado el curso pasado, les comenta: “ <i>Si lo cortamos, le ponemos pinturita y hacemos pang, ¿Qué nos sale?</i> ” y los alumnos afirman “ <i>círculo</i> ”. A continuación, el docente los anima a que proporcionen características de las esferas (S2-E3.4). También, mediante preguntas sobre propiedades, diferencia la esfera de los prismas (S2-E3.5).	
S2-E3.1 (L 287-289)	Comparación esfera y cilindro
S2-E3.2 (L 290-298)	Diferencia cilindro de prisma
S2-E3.3 (L 299-311)	Comparación esfera y cilindro (continua). Número de caras de un cilindro
S2-E3.4 (L 312-335)	Cómo obtener una cara plana en la esfera y propiedades de las esferas
S2-E3.5 (L 336-344)	Diferencia esfera de prisma

Tabla 5.5. Episodios de la Sesión 2 (II)

CÓDIGO	CONTENIDO
S2-E4 (Episodio 4)	Pirámide
El profesor les comenta a los estudiantes que ha faltado trabajar la pirámide, pero que considera que están cansados y que lo van a dejar para otra ocasión. Además, observamos como para la realización de la ficha, no es necesario.	
S2-E4.1 (L 345-346)	Pirámide
S2-E5 (Episodio 5)	Ficha del libro
El docente toma el libro de matemáticas y comienza a explicar la ficha que deben realizar. Los alumnos siguen en la zona de asamblea. La tarea consiste en asociar objetos de la vida cotidiana (pegatinas: caja de galletas, algodón azúcar, cubo de basura, canica, goma, lata de Coca-Cola y pirámide) con la forma que poseen (prismas, cilindros o esferas). El profesor va señalando uno por uno los objetos, preguntando en qué caja podría ir. En el desarrollo de la explicación sobre la actividad, algunos estudiantes confunden el nombre del cuerpo y José intenta que visualicen el error a través del visionado de sus características. A continuación, los alumnos se sientan cada uno en su sitio, tomando su libro y las pegatinas para poder llevar a cabo la actividad. El docente ahora centra su atención en la forma, comenzando por las esferas. Toma una pelota en la mano y va objeto por objeto viendo si es o no una esfera. Continúa con la caja prismas y finaliza con los cilindros.	
S2-E5.1 (L 347-535)	Explicación de la tarea del libro

Tabla 5.6. Episodios de la Sesión 2 (III)

5.2.2.3. Análisis interpretativo por episodio de S2

5.2.2.3.0. Episodio 0. Actividad pizzero

S2-E0.1 (L 1-30)	Actividad con figuras planas

El profesor plantea un juego para el reconocimiento de distintas figuras planas (KMT 24, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) en el que a través del reconocimiento de símbolos (números), el alumno debe nombrar la figura plana en la que se encuentra. Mediante esta actividad el alumno “pizzero” debe identificar el símbolo del número de la casa y la forma que tiene dicha casa, de la siguiente forma [S2-E0.1 u1]: “*Yo vivo en una casa que es el número 13*”, el alumno señala el símbolo 13 y el profesor le pregunta [S2-E0.1 u2]: “*¿y de qué tiene forma mi casa?*”. Esta actividad evidencia su conocimiento sobre la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas (KPM 26, prácticas particulares: identificar). Además, observamos como el profesor conoce las figuras planas que deben reconocer los estudiantes a esta edad (KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). En esta actividad José utiliza distintos sistemas de representación como vehículo para su desarrollo, promoviendo la conversión entre sistemas (gráfico a verbal)

(KMT 30, estrategias), conocedor de distintos sistemas de representación sobre figuras planas (KoT 19, registros de representación). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

5.2.2.3.1. *Episodio 1. Cubos*

S2-E1.1 (L 31-78)	Preparación de la sesión

El objetivo de José es seguir profundizando sobre cuerpos geométricos trabajados el curso anterior. El profesor coloca los cuerpos trabajados en el suelo de la asamblea (piezas de madera) para que los alumnos se sitúen y puedan refrescar los contenidos geométricos trabajados en el curso anterior. José conoce la importancia de identificar los sólidos geométricos en el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). Esto lo realiza mediante la visualización espacial, pues conoce que potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Asimismo, conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos geométricos para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Por ello, se apoya en material manipulativo para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). José sabe que el material manipulativo (cuerpos de madera) facilita que el alumnado pueda analizar estos cuerpos (KMT 2, recursos didácticos) y le permite anticipar una posible dificultad de los estudiantes para representar los cuerpos a través de imágenes mentales (KFLM 2, fortalezas y dificultades).

José es conocedor de que el mundo que nos rodea y con el que los estudiantes interactúan, se puede abstraer al conjunto de cuerpos geométricos, más que a superficies planas, y esto lo tiene en cuenta en la planificación de sus clases, partiendo de la geometría tridimensional y derivando de ella la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza). El profesor coloca una esfera, un cilindro, un prisma de base triangular, un cubo y un prisma de base cuadrada, ya que considera que son los cuerpos que deben aprender a esta edad, en una interpretación personal del currículo de la etapa (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados).

S2-E1.2 (L 79-110)	Descripción de cubo

El maestro piensa que ante la pregunta de [S2-E1.2 u3] “¿Quién me puede decir a mí qué era un cubo?”, los estudiantes van a responder en función del color [S2-E1.2 u4], por lo que les invita a fijarse en otras cualidades. Por un lado, consideramos que esto es debido a que conoce la dificultad de los estudiantes para centrarse en elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades). Y, por otro lado, que es conocedor de las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones (KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

En un primer momento, José solo ha proporcionado el nombre del cuerpo que quiere trabajar, pero no ha tomado el material manipulativo como, de costumbre, había hecho en clases anteriores (aunque lo tienen cerca). El profesor conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades) y les comenta [S2-E1.2 u5] “Quiero que me expliquéis que es el cubo, si queréis me decís que es el amarillo y viéndolo lo podemos [...] analizar un poquito”. Lo anterior muestra su pretensión de que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos, pues lo considera contenido a aprender en esta etapa (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Esto es debido a que conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). La unidad de información anterior también refleja su conocimiento acerca del aprendizaje geométrico en el que pretende que los estudiantes pasen de identificar los cuerpos como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje) como se observa en la unidad de información que sigue: [E3.3 u4] “mi objetivo no es que un niño conozca el nombre de... sino que el niño sea capaz de analizar, que tenga un espíritu crítico [...] pero digamos que la base de poder ser capaz de discriminar un prisma... es lo que pretendemos nosotros [...] porque a mí, sinceramente, que un niño se confunda en un nombre pues me es indiferente... bueno, me es indiferente, quiero decir, que lo entiendo [...] a mí me frustraría más como profesor si yo ahora mismo le enseño a un niño un prisma y se basa en decir que es grande y si es rojo”. Mediante la expresión “si queréis me decís que es el amarillo” hace un guiño a las piezas que tiene en el suelo de la asamblea, por lo que conoce la importancia que posee la visualización (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar) así como

la manipulación de los cuerpos (KMT 2, recursos) para que los discentes puedan hacerse con la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción).

La forma de plantear la sesión nos hace pensar que pretende llevar a los alumnos hacia la definición de cubo, ya que cuando se le pregunta a José en entrevistas (e.g.: E3.2 u1) por definiciones de cuerpos geométricos concretos, suele proporcionarlas sobre la base de un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones), que distan de las características de una definición formal de las mismas. Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los alumnos a identificar sus propiedades (KPM 1, prácticas particulares: identificar), sabedor del modo en que razonan los estudiantes (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje). Asimismo, conoce el papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). Las definiciones proporcionadas nos muestran indicios de que conoce el papel que tienen los atributos relevantes en la construcción de una definición (KPM 28, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

Un alumno expresa que [S2-E1.2 u6], “*un cubo es un cuadrado*”, el profesor lo corrobora y pide que proporcionen más características de ese cuerpo. Lo anterior también muestra conocimiento de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), así como los cuerpos y figuras planas que deben aprender en este curso (KMLS 5 y KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). Los demás alumnos siguen comentando lo mismo, por lo que José opta por preguntarles: [S2-E1.2 u7] “*¿Qué es un cubo de lo que hay aquí?*”, conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Además, José conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un sólido, así como de crear una imagen mental rica del concepto (KPM 18 y KPM 19, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar).

Un estudiante contesta “*eso amarillo*” y José toma el cubo de entre las piezas de madera, lo que refleja que conoce una estrategia para que los alumnos observen las propiedades de los cuerpos, esta es mediante el apoyo en material manipulativo (KMT 1, estrategia). José comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y como parte de estos, las figuras planas, lo que refleja su conocimiento acerca de la importancia de abordar la Geometría

en los primeros años desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza). Ligado a esto, se evidencia también conocimiento sobre la secuenciación de contenidos (KMLS 4, secuenciación).

José comenzó la clase proporcionando solo el nombre del cuerpo, pero a lo largo del subepisodio toma el cuerpo (material manipulativo), conocedor de que el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Esto muestra su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: material manipulativo y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación). José conoce usa estos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión, como estrategia de enseñanza (KMT 12, estrategias).

El curso pasado, José había trabajado la asociación de cada cuerpo solo con su cara más representativa, que puede ser debido a que conoce que al inicio de la etapa los estudiantes deben ser capaces de asociar solo esto (KMLS 9, secuenciación). José es conocedor de la posibilidad de utilizar la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa para facilitar la identificación de las figuras (KMT 5, estrategia), lo que pensamos que hace que los estudiantes comenten que el cubo es un cuadrado. Esto era debido a que José era conocedor de que a los estudiantes a esa edad les costaba retener muchas propiedades (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado), pero ya en este curso, José va a aprovechar para ampliar estos conocimientos, como se muestra en los siguientes subepisodios.

S2-E1.3 (L 111-153)	Caras del cubo. Número de caras

José insiste en “*decir cosas del cubo*”, lo que es lo mismo, en mostrar propiedades de este cuerpo, conocedor de la importancia de identificar propiedades de estos para el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). El profesor conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Asimismo, conoce que en el aprendizaje geométrico hay que avanzar de la identificación de los cuerpos al análisis de estos (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). Una alumna expresa [S2-E1.3 u8] “*que tiene cuadrados en distintos lados*” y el profesor lo confirma, conocedor del papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición (KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para

generar definiciones). Tanto aquí como en otras unidades de información [S2-E1.3 u10] y algunas entrevistas, el profesor usa lado como sinónimo de cara, lo que muestra un conocimiento limitado de la identificación de algunos elementos de los prismas (KoT 4, definiciones: terminología), así como su conocimiento sobre la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de los cuerpos geométricos (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal).

El profesor centra su atención en las caras e intenta profundizar en dicha propiedad de los cubos, conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Les pregunta: [S2-E1.3 u9] “¿cuántos tiene?”, conocedor de que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus caras (KMT 25, estrategia). Ante las diversas respuestas por parte de los estudiantes, José opta por contarlos haciendo uso de la pieza de madera y de pegatinas, conocedor de la dificultad que poseen para hacerlo de forma abstracta (KFLM 2, dificultades). Se observa como utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias), por lo que José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción). José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Ligado a esto, podemos decir que José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: material manipulativo y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación) y los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, conocedor de la posibilidad de este uso y traslación de sistemas como estrategia de enseñanza (KMT 12, estrategias).

José conoce la dificultad que le supone al estudiantado fijarse en los elementos matemáticos de los sólidos geométricos (KFLM 9, dificultades), por lo que comenta que va a cambiar de cubo, para que se distingan las pegatinas (que son amarillas), por uno naranja e insiste en que “*sigue siendo un cubo*” [S2-E1.3 u11]. A continuación, el profesor comenta: [S2-E1.3 u12] “*le vamos a pegar una pegatina a cada cuadradito y vamos a ver cuántos cuadrados tiene un cubo*”. En este recuento de caras, va colocando

una pegatina cada vez que expresan un número, conocedor del uso de pegatinas como facilitador del recuento de elementos (KMT 28, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Lo anterior muestra su conocimiento sobre la enumeración como procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos). Asimismo, esto refleja su conocimiento acerca del poder de la visualización (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares: visualizar).

Este recuento de las caras del cubo que José tiene en la mano muestra como el profesor ha querido comprobar mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación y demostración: comprobar) y como la estrategia anterior ha ayudado a proporcionar el número de caras de un cubo mediante el conteo físico de las caras sobre la pieza de madera. Este hecho nos hace pensar que José valora la comprobación como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP). Durante este proceso van contando en voz alta y José interrumpe comentando [S2-E1.3 u13] “*El, tú dijiste 4, te acuerdas [...], pues son más*”, conocedor de que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en cada una de las cualidades del objeto geométrico (KPM 20, formas de validación y demostración: comprobar). Asimismo, conoce que la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento (KPM 14, formas de validación y demostración: comprobar).

S2-E1.4 (L 154-172)	Caras del cubo (continua). Otra propiedad: No rueda

José pretende que los estudiantes proporcionen más propiedades del cubo, lo que nos hace pensar que conoce las definiciones de los cuerpos geométricos como un listado de atributos constituyentes (KoT 8, definiciones). José concibe que en Infantil se inicia el trabajo sobre la definición, ayudando a los estudiantes a identificar y analizar sus propiedades, sabedor de que el listado de propiedades es un precursor de la construcción de la definición matemática (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). En este sentido, tenemos indicios de su conocimiento acerca del papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición (KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

El profesor, con la pieza en la mano (KMT 1, estrategia), conocedor del potencial que posee el material manipulativo (KMT 2, recursos), intenta que los estudiantes faciliten otras características de este cuerpo (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Esto

es debido a que conoce que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos (KPM 8, prácticas particulares: visualizar). José se apoya en la pieza para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción), conocedor de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, derivando de ella las figuras planas (KMT 6, teoría de enseñanza) y es sabedor de que en el aprendizaje geométrico hay que avanzar de la identificación de los cuerpos como un todo, lo que se corresponde con el nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional a su posterior introducción de bidimensional, como parte de estas (KMLS 4, secuenciación).

José pretende que los estudiantes profundicen sobre las caras de los cuerpos geométricos (KMT 25, estrategias), por lo que, aprovechando que un alumno comenta [S2-E1.4 u14] *“que tiene muchos lados”*, refuerza lo aprendido de la siguiente forma: [S2-E1.4 u15] *“muy bien, tiene 6 lados, y esos lados ¿de qué tienen forma?”*. Lo anterior nos muestra su conocimiento acerca de que los estudiantes en esta etapa retienen cada vez más características geométricas de un objeto, así que pretende que los alumnos recuerden que los cubos tienen seis caras cuadradas (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Además, lo anterior revela la importancia que otorga al vocabulario geométrico, ya que pregunta sobre la forma qué tienen esas caras (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología), conocedor de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario preciso (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). En este sentido, José conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados), así como las figuras planas (KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). En el discurso de episodio observamos como el estudiante usa el término lado para referirse a caras y José también lo utiliza, lo que muestra un conocimiento limitado de la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones: terminología).

Ante la insistencia del profesor para que los estudiantes expongan más propiedades, un alumno comenta [S2-E1.4 u16] *“que los cuadrados no ruedan”* y el profesor lo reafirma. José conoce el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes a la hora de abordar

un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología). Pensamos que ambos se refieren a los cubos y no se han dado cuenta del error (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología). José conoce las necesidades de sus estudiantes y se va adaptando a ellas. En este sentido, ante el despiste de algunos estudiantes, José pide al alumno que lo repita, de la siguiente manera: [S2-E1.4 u17] “*E5, a los cubos ¿Qué les pasa?*”. Para referirse a que no tiene cara curva, José utiliza esta expresión informal “rodar” (KoT 10, definiciones: terminología), ya que conoce que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategia: terminología). Tenemos indicios de que José conoce como las clasificaciones dicotómicas ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante criterios, clasificar). Como en el caso del uso de lado como sinónimo de cara, esto puede ser debido a que José conoce que los estudiantes poseen dificultad para retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su vocabulario habitual (KFLM 7, dificultades: terminología), pero también puede ser debido a que conoce que a los estudiantes les llama la atención el hecho de hacer rodar los cuerpos (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje). Además, José conoce que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica principal de los cuerpos (KoT 11, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y que la mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de sus propiedades (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar).

S2-E1.5 (L 173-186)	Vértices del cubo. Número de vértices

José, con un cubo en su mano (pieza de madera) (KMT 1, estrategia), continúa intentando que los estudiantes proporcionen más propiedades de este cuerpo (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), conocedor de que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos (KPM 8, prácticas particulares: visualizar). Además, José conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos (KMT 2, recursos) para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción).

José insiste en que proporcionen más propiedades del cubo: [S2-E1.5 u18] “*¿Qué más se te ocurre? ¿Qué más tienen?*”, lo que nos hace pensar que conoce que las definiciones de los cuerpos geométricos se pueden construir mediante un listado de elementos (KoT 8, definiciones). José concibe que el trabajo sobre la definición en Infantil se inicia

ayudando a los alumnos a identificar y analizar sus propiedades, asimismo sabe que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes).

Un alumno comenta [S2-E1.5 u19] “*que tienen picos*” y José lo afirma, no corrigiendo al estudiante ni modificando la palabra “pico” por su vocablo geométrico correcto “vértice”. Esto es debido a su conocimiento acerca de que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategias: terminología). Además, José conoce que el término vértice no es trabajado en este curso escolar (KMLS 11, secuenciación: terminología). José conoce el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes a la hora de abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología). A esto, le sumamos que conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología).

José centra su atención en los vértices [S2-E1.5 u20] “*Un cubo tiene piquitos. Tiene muchos picos [...] ¿contamos los piquitos?*”, intentando profundizar en dicha propiedad (KMT 27, estrategias), conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). José conoce la dificultad que poseen los estudiantes para hacerlo de forma abstracta (KFLM 2, dificultades) y cuenta los vértices sobre la pieza de madera, ayudándose de su dedo, conocedor de que el seguir la pista con el dedo de los objetos contados, facilita el recuento de los vértices (KMT 29, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). También sabe que la enumeración es un procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos). Esto nos hace pensar que José conoce la importancia de la comprobación mediante una prueba experiencial (KPM 24, formas de validación: comprobar), sabedor de que la comprobación es una fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP).

En este episodio observamos como José conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo del episodio (KMT 12, estrategias), conocedor de distintos sistemas de representación sobre el cubo (material manipulativo y verbal), y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación). Pensamos que esto es debido a que José conoce como el uso

de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

S2-E1.6 (L 187-203)	Aristas del cubo. Número de aristas

José comienza el trabajo sobre Geometría con el estudio de los sólidos y como parte de estos, las figuras planas, lo que manifiesta su conocimiento acerca de la importancia de abordar la Geometría en los primeros años desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza). Ligado a ello, refleja su conocimiento sobre la secuenciación de contenidos (KMLS 4, secuenciación).

Tras el recuento de vértices, un alumno comenta [S2-E1.6 u21] *“tiene caminitos”*. José no sabe a qué hace referencia, pues no es una palabra que se utilice para designar (formal o informalmente) las aristas. El alumno aprovecha que el profesor tiene la pieza de madera en la mano para levantarse y señalar, sobre la pieza, las aristas. Lo anterior muestra indicios de conocimiento acerca de la visualización espacial como facilitador del conocimiento de los cuerpos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). José lo reconoce y así alimenta su conocimiento sobre las formas de interacción (KFLM 12, formas de interacción: terminología). Como el objetivo de José es profundizar sobre ese cuerpo geométrico (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), intenta sacar partido de ello, pasando a explorar y profundizar sobre esta nueva característica (KMLS 2, expectativa de aprendizaje).

El profesor utiliza la misma palabra que el estudiante para referirse a las aristas, lo que nos muestra su conocimiento acerca de que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategias: terminología) como muestra en [E3.3 u2] *“J: para los niños es más significativo esos conceptos... con ellos se enteran mejor”*. A esto le sumamos que conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología). Por otro lado, José conoce que el término arista no es trabajado en este curso escolar (KMLS 11, secuenciación: terminología).

José conoce la importancia de identificar propiedades de los sólidos para el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). En este sentido, comenta [S-E1.6 u22] *“Aparte de picos, tiene caminitos”*, indicando que se trata de otra propiedad que poseen

estos cuerpos (KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). También hace pensar que conoce que las aristas surgen de la unión de dos vértices (KoT 18, propiedades), que después, en la sesión 6 esto se convierte en evidencia ya que comenta [S6 u8] *“cada arista termina en un piquito”*. A continuación, José comenta [S2-E1.6 u23] *“vamos a contar, ¿Cuántos tiene?”*. De esta forma, centra su atención en las aristas e intenta profundizar en dicha propiedad (KMT 26, estrategias). El profesor, junto a los estudiantes, ayudándose de su dedo, va contando sobre la pieza de madera (KMT 29, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Se observa que utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para que los estudiantes observen las aristas (KMT 1, estrategias), por lo que José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y como este ayuda a que los discentes puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción).

José les comenta que [S2-E1.6 u24] *“tiene muchos. Para verlos, tendríamos que colorearlo [...] ¿los coloreamos y vemos cuántos tiene?”*. José conoce que a los estudiantes les cuesta hacerlo sin tener presente el sólido (KFLM 2, dificultades) y se va a ayudar de un rotulador para que sea más fácil y visual para el alumnado. El profesor va a contar las aristas sobre la pieza de madera, ayudado de un rotulador, conocedor de que esto facilitará su recuento (KMT 28, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) y que la enumeración es una forma de contar (KoT 17, procedimientos). Esto lo realiza a través de la visualización de la pieza, conocedor de que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos (KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático, visualizar). También observamos como conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Como estrategia de enseñanza José usa distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo del episodio, promoviendo la conversión entre material manipulativo y verbal (KMT 12, estrategias), conocedor de distintos sistemas de representación sobre el cubo, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación).

S2-E1.7 (L 204-214)

Número de vértices (continúa)

El profesor conoce que de la unión de dos vértices surgen las aristas (KoT 18, propiedades) como comenta en otra de las sesiones [S6 u8] “*cada arista termina en un piquito*”, por lo que antes de contar las aristas del cubo, José comenta [S2-E1.7 u25] “*primero vamos a ver los picos y, luego, los caminitos, como lo ha llamado E13*”. José conoce el vocabulario usado comúnmente por los alumnos para abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología). El docente utiliza el léxico empleado por el alumno debido a que conoce que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar los conceptos (KMT 17, estrategias: terminología), además de conocer que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su vocabulario (KFLM 7, dificultades: terminología). A su vez, José conoce que el término vértice no es trabajado en este curso escolar (KMLS 11, secuenciación: terminología).

Se observa que José utiliza la estrategia de apoyarse en material manipulativo para la observación de sus propiedades (KMT 1, estrategias), conocedor de que la visualización espacial potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Así, José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y como este ayuda a que los estudiantes puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción). Aquí se refleja también su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: material manipulativo y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6 registros de representación). José conoce como estrategia de enseñanza la posibilidad de utilizar estos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 12, estrategias). Asimismo, el profesor conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

El profesor centra su atención en los vértices e intenta profundizar en dicha propiedad de los cubos, conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Les indica: [S2-E1.7 u26] “*vamos a contarlos*”, conocedor de que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus vértices (KMT 27, estrategia). José toma el rotulador y, sobre la pieza de madera, va señalando uno a uno todos los vértices que posee el cubo, conocedor de la dificultad que

los estudiantes poseen para hacerlo de forma abstracta (KFLM 2, dificultades). José es conocedor de que el uso de rotulador ayuda a que este procedimiento sea más fácil y visual para el alumnado (KMT 28, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). En este recuento de vértices va señalando con rotulador un nuevo vértice cada vez que indican un número, lo que muestra su conocimiento sobre la enumeración como procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos). De esta forma, está comprobando el resultado mediante el conteo físico de los vértices sobre la pieza de madera (KPM 24, formas de validación y demostración: comprobar), valorándola como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP). Finaliza comentando [S2 E1.7 u27] “¿falta algún piquito?”, conocedor de que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en esa cualidad del ente geométrico (KPM 20, formas de validación y demostración: comprobar).

S2-E1.8 (L 215-234)	Aristas del cubo. Número de aristas (continúa)

Centrado en las aristas, el profesor intenta profundizar en dicha propiedad de los cubos, conocedor de la importancia de identificar las propiedades de los sólidos en el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas: identificar). José conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Sobre la pieza de madera y sin borrar los trazos de rotulador que muestran los vértices del cubo, José hace uso, de nuevo, del rotulador y va señalando una a una todas las aristas que posee el cubo [S2-E1.8 u28] “*tenemos todos los piquitos. Ahora vamos a poner los caminitos. 1,2 ...*”. En primer lugar, el profesor es conocedor de que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus aristas (KMT 26, estrategia). También se evidencia conocimiento acerca de que José conoce que las aristas surgen de la unión de vértices, como muestra explícitamente en [S6 u8] “*cada arista termina en un piquito*” (KoT 18, propiedades). Por otro lado, podemos decir que José utiliza un vocabulario cotidiano, ya que conoce que esto ayuda a asimilar los conceptos (KMT 17, estrategias: terminología), y porque es sabedor de que al estudiantado le cuesta retener vocabulario geométrico (KFLM 7, dificultades: terminología). José conoce y usa el vocablo que uno de sus estudiantes ha usado para abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología), conocedor de que el término arista no es trabajado en este curso escolar (KMLS 11, secuenciación: terminología).

José opta por contar las aristas, haciendo uso de la pieza de madera y del rotulador, conocedor de que la visualización espacial potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar), así como de la dificultad que poseen para hacerlo de sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). José utiliza la estrategia de apoyarse en las piezas de madera para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias), conocedor del valor del material manipulativo (KMT 2, recursos) y la importancia de manipular los objetos para que los estudiantes puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción). El profesor va señalando con rotulador una nueva arista (línea) cada vez que expresan un número, conocedor de que este hecho facilita el recuento de aristas (KMT 28, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), asociando una línea a cada arista para facilitar el recuento. Además de saber que la enumeración es un procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos). Asimismo, el profesor es conocedor de que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en esa cualidad del ente geométrico (KPM 20, formas de validación y demostración: comprobar). José conoce que de esta forma comprueban el resultado mediante el conteo físico de las aristas sobre la pieza de madera (KPM 24, formas de validación y demostración: comprobar), valorándola como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP).

Como estrategia de enseñanza, José ha permanecido con el cubo de madera en la mano durante todo el episodio, promoviendo la conversión entre sistemas (material manipulativo y verbal) (KMT 12, estrategias), conocedor de como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Asimismo, muestra su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación sobre el cubo y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación).

Tras el análisis de todo el episodio 1, observamos como José conoce un procedimiento para trabajar los cubos y lo utiliza en su enseñanza. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar algunas características del cuerpo, mostrar la cara más representativa de este, proporcionar su nombre y contabilizar el número de caras, aristas y vértices (KMT 18, técnica). Por otro lado, la forma de plantear la sesión nos hace pensar que pretenda llevar a los alumnos hacia la definición de cubo (KPM 16 y KPM 23,

condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), conocedor de que en la etapa de Infantil se comienza el trabajo ayudando a los niños a identificar las propiedades de los cuerpos (KPM 1, prácticas particulares: identificar), por el modo en que razonan los estudiantes (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje). Esto puede hacer que José proporcione las definiciones de los cuerpos sobre la base de un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones), debido a su conocimiento acerca de que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar).

5.2.2.3.2. Episodio 2. Prismas de base cuadrada

S2-E2.1 (L 235-255)	Identificación del nombre del cuerpo geométrico y de algunas propiedades del prisma

El profesor conoce de manera restringida el concepto de prisma, ligado solo a los que tienen como base cuatro lados (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Tras el estudio del cubo, José toma un prisma cuadrangular (de entre las piezas de madera) y pide a los estudiantes que proporcionen su nombre, ya que conoce la importancia de identificar los sólidos en el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). Esto lo realiza mediante la visualización de la pieza, conocedor de que esta potencia el conocimiento de los cuerpos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Como decimos, lo realiza mostrando el cuerpo geométrico en su mano (KMT 1, estrategia), conocedor de la importancia que posee la manipulación de los cuerpos (KMT 2, recursos) para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Además, esto le permite anticipar una posible dificultad de los estudiantes para representar los cuerpos a través de imágenes mentales (KFLM 2, fortalezas y dificultades).

José usa la identificación del término geométrico como primer paso para el trabajo con los cuerpos geométricos, conocedor de la importancia del uso de terminología geométrica correcta para el trabajo de la Geometría (KMT 8, estrategias: terminología), aunque conoce que a los niños les cuesta retener vocabulario geométrico pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología). Además, sabe que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología) pues conoce la importancia que tiene en la comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal).

En respuesta al nombre de la pieza tomada por el profesor, algunos alumnos responden rectángulo. Una alumna explica que no es un rectángulo sino un prisma, de la siguiente forma: [S2-E2.1 u29] *“si pones por el lado al prisma, es un rectángulo”*. Ante esto, José, aprovecha para refrescarles lo estudiado el curso pasado [S2-E2.1 u30] *“si lo ponemos por el lado, le ponemos pinturita y lo estampamos, nos sale un rectángulo”*, conocedor del papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición (KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). En este sentido, podemos decir que conoce la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas (KPM 26, prácticas particulares: identificar).

El profesor muestra su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: material manipulativo (pieza de madera), gráfico (resultado de la estampación) y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 14, registros de representación). Asimismo, José conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 21, estrategias). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Además, el profesor se ayuda de la simulación de la estampación para evocar la imagen mental que los niños hayan conservado de la estampación realizada en clases anteriores, conocedor de la posibilidad de usarla como estrategia de enseñanza (KMT 14, estrategias). En el curso pasado (sesión 1), José optaba por poner acento en lo más significativo del cuerpo (cara rectangular), conocedor de esta estrategia para facilitar la identificación de figuras (KMT 5, estrategia) mediante la estampación (KMT 13, recurso), conocedor del papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos (KoT 9, procedimientos). También hizo uso de la estampación como comprobación mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar).

José quiere seguir indagando sobre las propiedades del prisma cuadrangular (KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), ya que proporciona las definiciones de los cuerpos sobre la base de un listado de propiedades (KoT 8, definiciones). Esto es debido a que conoce que un precursor en la construcción de la definición de un sólido es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12,

prácticas particulares: describir y analizar). En este sentido, José pretende que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), ya que considera que en el aprendizaje geométrico se debe avanzar de la identificación de los cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). Lo anterior, también nos muestra su conocimiento acerca de la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional hacia las figuras planas como parte de estas (KMLS 4, secuenciación).

El profesor quiere seguir profundizando sobre las características del prisma cuadrangular, partiendo de las características que los estudiantes conocen, ya que comprende las dificultades que el estudiantado posee para fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades). Además de saber que los estudiantes en esta etapa poco a poco van a ir reteniendo más características de los cuerpos geométricos (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). En el inicio del trabajo con las propiedades del prisma cuadrangular, José centra su atención en las caras del cuerpo e intentar profundizar en dicha propiedad (KMT 25, estrategia), como se muestra en [S2-E2.1 u31]. Los estudiantes expresan que, también, tienen caminitos y piquitos. José lo afirma, pero se vuelve a centrar en las caras de este cuerpo, como se muestra en [S2-E2.1 u32] *“tiene caminitos, piquitos, pero tiene también caras...”*. Aquí se observa como el profesor utiliza las mismas palabras usadas por los estudiantes, lo que nos muestra su conocimiento acerca de que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategias: terminología), además de conocer que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico, por no pertenecer a su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología). José conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados), así como las figuras planas (KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). Además, conoce que los estudiantes deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (nombre de los distintos sólidos y caras trabajadas) (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), pero no el término arista ni vértice, pues considera que no es objetivo aún (KMLS 11, secuenciación: terminología). José conoce el vocabulario usado comúnmente por el

estudiantado para abordar un determinado contenido (pico, caminito) (KFLM 12, formas de interacción: terminología).

S2-E2.2 (L 256-270)	Comparación prisma de base cuadrangular con cubo

Creemos que el objetivo de José es acercar a los estudiantes hacia la definición de prisma, y un precursor para ello es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16, condiciones necesarias y suficientes). Así, el profesor considera que en el aprendizaje geométrico se debe avanzar de la identificación de los sólidos al análisis de estos (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje), conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). José comienza el trabajo sobre Geometría con el estudio de las tres dimensiones y derivado de ello, las dos dimensiones, lo que refleja su conocimiento sobre la secuenciación de contenidos (KMLS 4, secuenciación) y sobre la importancia de abordar la Geometría en los primeros años desde los cuerpos y como parte de estos, las figuras planas (KMT 6, teorías sobre enseñanza).

José quiere profundizar sobre las caras del prisma cuadrangular. Para ello va a comenzar con la comparación con el cubo, conocedor de que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de los sólidos geométricos (KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar). Asimismo, conoce que los alumnos poseen dificultad para diferenciar un prisma de un cubo, por la longitud de los lados de sus caras (KFLM 4, dificultades). El profesor toma en una de sus manos un prisma y en la otra un cubo, es decir, apoyándose en las piezas de madera como estrategia para que los estudiantes observen sus atributos (KMT 1, estrategias), conocedor de la importancia del uso de material manipulativo (KMT 2, recursos) para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Además, conoce la dificultad que poseen para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, fortalezas y dificultades). Asimismo, evidencia su conocimiento acerca de que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). En este subepisodio, como estrategia de enseñanza José utiliza material manipulativo y verbal como vehículo para su desarrollo (KMT 12, estrategias), conocedor de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos (KoT 6, registros de representación). Asimismo, José conoce como el uso de

múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

El profesor sosteniendo los dos cuerpos en sus manos, hace uso de la comparación mediante la pregunta: [S2-E2.2 u33] “¿Qué diferencia hay entre el cubo y el prisma?”, conocedor de que esta estrategia ayuda a la comprensión de ese cuerpo (KMT 10, estrategias). En su discurso, José comenta [S2-E2.2 u34] “En el cubo, hemos dicho que tenía como lado muchos, muchos ¿Qué? [...]cuadrados y el prisma ¿qué tiene? [...]cuadrados por los lados, pero también ¿Qué tiene?”. Pretende que vayan lanzando propiedades del cubo, y a través de este, enlazarlas al prisma, sabedor de que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción) y que con ello favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5, prácticas particulares: comparar). En este proceso observamos que usa el término lado como sinónimo de cara, lo que muestra un conocimiento limitado de la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones: terminología).

José pretende que los estudiantes proporcionen el nombre de las distintas caras que posee el prisma cuadrangular (KMT 15, estrategias: terminología), conocedor del papel que juega la terminología en la construcción y comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). Además, considera que a esta edad los niños deben ir usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo que manejan (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), aunque es conocedor de que a los estudiantes les cuesta bastante retener vocabulario geométrico pues no está dentro de su léxico habitual (KFLM 7, dificultades: terminología). Los estudiantes responden *cuadrados*, pero él les insiste en lo que los diferencia, como se muestra en [S2-E2.2 u34] “pero también ¿Qué tiene?”, señalando sobre uno de los rectángulos, ya que conoce que el uso de la discriminación visual contribuye a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 8 y KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Además, José sabe de la dificultad que le supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos (KFLM 9, dificultades). José conoce que una estrategia para diferenciar cubo de prisma cuadrangular regular es la utilización de la cantidad de longitud de los lados de sus caras (KMT 7, estrategia), aunque es sabedor de que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar un rectángulo de un cuadrado, por la diferencia de cantidad de longitud

de sus lados (KFLM 6, dificultades). Además, como vimos en la sesión 1, José conoce el rectángulo y el cuadrado como clases disjuntas (KoT 15, definiciones).

José termina comprobando las propiedades de ambos sólidos sobre las piezas, como se muestra [S2-E2.2 u35] *“El cubo tiene cuadrados, solo tiene cuadrados ¿hay algún rectángulo en el cubo? [...] y ¿en el prisma?”*, conocedor de que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en cada una de las cualidades del objeto geométrico (KPM 20, formas de validación y demostración: comprobación). Además, conoce la importancia de la comprobación mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar), valorándola como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP). El profesor pone énfasis en las diferencias entre ambos cuerpos, aunque conoce que un cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada (KoT 7, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones). Esto es debido a que conoce que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esa edad no han alcanzado (KMLS 7, nivel de desarrollo esperado). Además de conocer que la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos (KPM 7 y KPM 29, formas de validación: comparar). También se evidencia conocimiento sobre la importancia de identificar las figuras planas, mediante la pregunta: *“¿hay algún rectángulo en el cubo?”* (KPM 26, prácticas particulares: identificar).

S2-E2.3 (L 271-282)	Caras del prisma cuadrangular. Forma y número de caras de cada tipo

José parte de las tres dimensiones y deriva de ella la geometría bidimensional (KMT 6, teorías sobre enseñanza), así el docente pretende que los estudiantes a esta edad proporcionen características de los prismas cuadrangulares (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Tras la observación de las formas de las caras de los prismas cuadrangulares, pasa a su contabilización, conocedor de que una estrategia para profundizar sobre el prisma es hacerlo mediante el recuento de sus caras (KMT 25, estrategia). Comienza a contabilizar las caras cuadradas del prisma cuadrangular [S2-E2.3 u36] *“el prisma tiene cuadrados, tiene uno aquí [señalando sobre la figura] y otro aquí,”*, mediante el apoyo visual de la pieza (KMT 1, estrategias), lo que muestra su conocimiento acerca de la importancia del uso de material manipulativo (KMT 2,

recurso). Además, conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos geométricos para que el estudiantado pueda construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Asimismo, es conocedor de que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares: visualizar).

José, en este subepisodio muestra conocimiento acerca de que el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento sobre cuerpos geométricos (KPM 9 y 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones), por lo que conoce distintos sistemas de representación (KoT 6, registros de representación) y como estrategia de enseñanza los usa (material manipulativo y verbal) como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 12, estrategias).

En la contabilización de las caras cuadradas, al ser solo dos caras, no utiliza rotulador ni pegatinas, pero para las caras rectangulares opta por, además de usar la pieza, hacer uso de pegatinas, como se muestra: [S2-E2.3 u37] *“vamos a contar los rectángulos que tiene el cuadrado [...] Vamos a ponerle una pegatina”*, conocedor de la dificultad que posee el estudiantado para llevarlo a cabo de forma abstracta (KFLM 2, dificultades). En este recuento de caras rectangulares asociando una pegatina a cada cara para facilitar el recuento (KMT 28, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), lo que muestra su conocimiento sobre la enumeración como procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos).

En el trascurso del conteo de las caras, José pregunta [S2-E2.3 u38] *“¿cuántos rectángulos decís que tiene?”*, conocedor de la importancia de la identificación de las figuras planas en el trabajo de los sólidos (KPM 26, prácticas particulares: identificar), así como de que la comprobación es un proceso que va a potenciar la ratificación del conocimiento (KPM 14, formas de validación: comprobar). Tras la correcta respuesta de un alumno a la pregunta [S2-E2.3 u38], pasa a comprobar el resultado mediante el conteo físico de las caras sobre la pieza de madera (KPM 24, formas de validación: comprobar), valorándola como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP). Para finalizar, repasa las caras del prisma [S2-E2.3 u39] *“tiene cuatro rectángulos y ¿cuántos cuadrados?”*, conocedor de las necesidades del estudiantado, así como de que la validación suele servir para darse

cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en cada una de las cualidades del objeto geométrico (KPM 20, formas de validación: comprobar).

S2-E2.4 (L 283-286)	Otra propiedad: No rueda

Un alumno comenta que [S2-E2.4 u40] *“solo rueda el cilindro”*, a lo que José aprovecha para repasar que el prisma no rueda, sabedor de que las clasificaciones ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13 y 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar), además de ser conocedor de las necesidades del estudiantado. Lo intenta hacer rodar por el suelo, conocedor de la estrategia para que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMT 16, estrategias), expresándoles que [S2-E2.4 u41] *“se puede desplazar, pero no ruedan”*, ya que a los estudiantes les llama mucho la atención pues pueden experimentarla (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje). Esto es debido a su conocimiento acerca de que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar), así como que la comprobación suele servir para darse cuenta de algunos errores (KPM 20, formas de validación: comprobar). Asimismo, el profesor conoce que la comprobación es un proceso que va a potenciar la confirmación del conocimiento (KPM 14, formas de validación: comprobar). Como hemos dicho anteriormente José es conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Además de conocer que la visualización espacial potencia el conocimiento de los cuerpos (KPM 2, prácticas particulares: visualizar) y contribuye a la identificación de propiedades de los sólidos (KPM 8, prácticas particulares: visualizar).

El profesor se apoya en las piezas de madera (KMT 1, estrategias), conocedor de la importancia del uso de material manipulable (KMT 2, recurso), y como éste ayuda a construir la imagen de los conceptos en los estudiantes (KFLM 1, formas de interacción). Además, se observa su conocimiento acerca de la contribución a la comprensión del conocimiento de los cuerpos mediante el uso de múltiples representaciones (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Como estrategia de enseñanza José utiliza distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 12, estrategias), conocedor de distintos sistemas de representación (material manipulativo y verbal) (KoT 6, registros de representación).

Utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que no posee caras curvas (KoT 10, definiciones: terminología), ya que conoce que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategia: terminología) y que conoce que los niños tienen dificultad a la hora de retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su vocabulario habitual (KFLM 7, dificultades: terminología). Además, José conoce el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes a la hora de abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología). En entrevistas posteriores también utiliza la expresión “rodar”, lo que nos muestra que considera este criterio como precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros (KoT 11, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y aprovecha esta cualidad tan representativa de los cuerpos para expresar características de ellos (KMT 16, estrategias). José conoce que el estudio de las propiedades favorece la construcción de la definición de los cuerpos (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Asimismo, conoce las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones (KPM 16 y KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

Tras el análisis de todo el episodio 2, podemos decir que José conoce un procedimiento para trabajar los prismas cuadrangulares. En la sesión comienza por mostrar la pieza, identificar el nombre del cuerpo, determinar algunas características de estos prismas, mostrar la cara más representativa de este sólido, proporcionar su nombre (de esa figura plana) y contabilizar el número de caras (KMT 18, técnica).

5.2.2.3.3. Episodio 3. Esferas y cilindros

S2-E3.1 (L 287-289)	Comparación esfera y cilindro

El profesor toma, en una de sus manos, una esfera y, en la otra, un cilindro, conocedor de la importancia de la visualización espacial para el trabajo de los cuerpos geométricos (KPM 2, KPM 8 y KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Además, José conoce la importancia del uso de material manipulativo para mostrar sus propiedades (KMT 1, estrategias) y para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Ligado a lo anterior, podemos decir que José conoce la potencialidad del uso de material manipulativo (KMT 2, recursos). También sabe que los alumnos tienen dificultad para proporcionar propiedades de un cuerpo sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). En este sentido, José hace uso de objetos con forma de

esfera pues el material geométrico que dispone en clase no contiene esferas (KoT 1, fenomenología).

José conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar (KMLS 5). Mostrando los dos cuerpos, les pregunta: [S2-E2.4 u42] *¿estos son iguales?*, conocedor de que la comparación de cuerpos es una estrategia que ayuda a entender sus propiedades (KMT 10, estrategias) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro (KFLM 8, formas de interacción). Todo ello, conocedor de que la comparación de distintos cuerpos favorece el conocimiento de estos sólidos geométricos a través de sus propiedades (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar). José pretende que los alumnos proporcionen características de los cuerpos geométricos, conocedor de que esto es un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo geométrico (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16 y KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). Asimismo, el profesor sabe que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), conocedor de que los estudiantes deben avanzar de la identificación de los cuerpos al análisis de estos (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje).

Llama la atención que no ha pedido ni proporcionado el nombre de ninguno de los dos cuerpos geométricos utilizados, pero conocemos que José otorga importancia al uso de vocabulario geométrico, pues considera que a esta edad deben ir adquiriéndolo (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). Aunque es conocedor de que a los estudiantes esto les cuesta pues el vocabulario geométrico pues no está dentro de su léxico habitual (KFLM 7, dificultades: terminología).

S2-E3.2 (L 290-298)	Diferencia cilindro de prisma

El profesor conoce los cuerpos y figuras planas que los estudiantes deben reconocer en este curso escolar (KMLS 5 y KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). José toma en su mano el cilindro, con el propósito de comunicar información y avanzar en la comprensión sobre el cilindro, conocedor de que la visualización espacial potencia el conocimiento de los cuerpos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares: visualizar). Con el cilindro en la mano, José lanza una serie de preguntas [S2-E3.2 u43] *“¿esto tiene caminitos?, ¿esto tiene piquitos?, ¿esto tiene cuadraditos?, ¿esto tiene rectángulos?”* para que los alumnos vayan fijando su atención en las diferencias con los cuerpos ya

trabajados. Lo anterior evidencia conocimiento de como el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Además, José conoce la importancia de identificar las propiedades de los sólidos para el trabajo con ellos (KPM 1 y KPM 26, prácticas particulares: identificar) y sabe que el estudio de los elementos que componen un cuerpo es un precursor de la definición de cilindro (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16 y KPM 23, condiciones necesarias y suficientes). La forma de plantearlo nos hace pensar en que ha pretendido acercar a los estudiantes la definición de prisma y cilindro, por el modo en que razonan los estudiantes (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje). Esto puede hacer que José proporcione las definiciones de los cuerpos sobre la base de un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones).

Los estudiantes, fijándose en la pieza, van dando respuesta a esas preguntas, por lo que parece que José conoce la importancia de la comprobación mediante una prueba experiencial (KPM 24, formas de validación: comprobar). En estas preguntas observamos el vocabulario utilizado por el profesor, lo que evidencia conocimiento de los términos que deben manejar en este curso escolar (KMLS 8 y 10, secuenciación de temas: terminología). José se apoya en la pieza de madera para que los estudiantes observen sus atributos, conocedor de la dificultad del estudiantado para proporcionar características sin tener presente el objeto (KFLM 2, dificultades). José conoce la importancia que posee la manipulación del cilindro para que los estudiantes puedan construir la imagen de este (KFLM 1, formas de interacción). Por ello se apoya en la pieza de madera para que vayan observando si posee esas propiedades por las que pregunta (KMT 1, estrategias), conocedor de la importancia que otorga el material manipulativo (KMT 2, recursos).

José conoce que el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Así conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: material manipulativo y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación) y como estrategia de enseñanza los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 12, estrategias).

El docente conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje

esperados). Además, es conocedor que a los estudiantes les cuesta fijarse en elementos matemáticos de los sólidos (KFLM 9, dificultades), por lo que lo lleva a cabo mediante la comparación con otros cuerpos ya conocidos, los primas. José promueve la comparación del cilindro con el prisma, mediante preguntas sobre propiedades (KMT 10, estrategias), conocedor de que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro ya estudiado (KFLM 8, formas de interacción) y que con ello favorece el conocimiento de estos cuerpos (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar).

El profesor utiliza las palabras “piquitos” y “caminitos” para referirse a los vértices y aristas, por lo que conoce el vocabulario usado comúnmente por el estudiantado para abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología). José no utiliza vocabulario geométrico para referirse a las aristas ni a los vértices, conocedor de que estos términos no son trabajados en este curso escolar (KMLS 11, secuenciación: terminología), sino que usa vocabulario cotidiano del niño (caminito, piquito), ya que conoce que este ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategias: terminología). A esto le sumamos que conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología). Sin embargo, para nombrar la forma de las caras de los cuerpos, sí utiliza vocabulario geométrico, ya que su pretensión es que los estudiantes vayan adquiriendo algo de vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología) y conoce la importancia del uso de vocabulario geométrico correcto para el trabajo de los cuerpos geométricos (KMT 8, estrategias: terminología). También sabemos que José es conocedor de que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar un rectángulo de un cuadrado (KFLM 6, dificultades).

Durante la sesión estamos observando que José conoce la importancia de abordar la Geometría en los primeros años desde las tres dimensiones y como parte de esta, la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza), es decir, deriva las figuras planas del trabajo con los cuerpos geométricos, lo que refleja su conocimiento sobre la secuenciación de contenidos (KMLS 4, secuenciación).

S2-E3.3 (L 299-311)	Comparación esfera y cilindro (continua). Número de caras de un cilindro

José conoce los cuerpos y las figuras planas que los estudiantes deben aprender en este curso escolar (KMLS 5 y KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). Tras las preguntas anteriores, un alumno comenta que lo que tiene el cilindro son círculos, no cuadrados ni rectángulos. Aprovechando esto, José toma la esfera y les pregunta [S2-E3.2 u44] “¿este tiene círculos?”, conocedor de que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, KPM 8 y KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Por un lado, nos muestra la importancia que le otorga al material manipulativo (KMT 2, recursos) para observar las propiedades de los cuerpos (KMT 1, estrategias) y para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Como hemos comentado anteriormente, José conoce que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos y como el material geométrico que dispone en clase, no contiene esferas, hace uso de objetos de la clase con forma de esfera (KoT 1, fenomenología), conocedor de la dificultad que posee el estudiantado para proporcionar propiedades de un cuerpo sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Por otro lado, José pretende seguir proporcionando diferencias entre distintos sólidos, conocedor de que la comparación es una estrategia utilizada para comprender mejor un cuerpo geométrico (KMT 10, estrategias). Esto es debido a que conoce que la comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro (KFLM 8, formas de interacción). Además, nos llama la atención que no haya pedido ni proporcionado el nombre del cuerpo geométrico, ya que José otorga importancia al uso de vocabulario geométrico (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal), así como reconoce que a esta edad deben ir adquiriéndolo (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados; terminología).

El docente pretende iniciar a los estudiantes en la definición de los cuerpos geométricos, por lo que estudia los elementos que lo componen, conocedor de que esto es un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Lo anterior nos muestra su conocimiento acerca de la teoría⁸¹ de partir de las

⁸¹ Lo denominamos teoría ya que el profesor lo conoce debido a su asistencia a cursos específicos de Didáctica de las Matemáticas y nos comenta que la organización de la enseñanza geométrica se basa en lo aprendido en dicho curso

tres dimensiones y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teoría de enseñanza). Ligado a esto se observa su conocimiento respecto de la secuenciación de contenidos, ya que comienza por el trabajo de los sólidos geométricos y como profundización de estos, las figuras planas (KMLS 4, secuenciación).

José repite el proceso anterior con el cilindro, preguntándoles si tiene círculos [S2-E3.3 u45], conocedor de la importancia de identificar los sólidos en el trabajo con ellos (KPM 1 y KPM 26, prácticas particulares: identificar). Los alumnos responden que sí y José les comenta que tiene dos. El profesor los contabiliza señalando sobre la pieza de madera [S2-E3.3 u46] *“el cilindro tiene 2 círculos, uno aquí y otro aquí.”*, conocedor de la importancia de la comprobación mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar), así como que la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento (KPM 14 y 20, formas de validación: comprobar). José es sabedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados) y contabiliza las caras circulares de un cilindro, conocedor de que el recuento de sus caras es una estrategia para profundizar sobre los cuerpos (KMT 25, estrategia). Esto lo lleva a cabo mediante la utilización de piezas de madera en las que, por medio del uso de su dedo contabiliza el número de caras de dicho cuerpo geométrico (KMT 29, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), para que los alumnos visualicen el recuento de las caras, conocedor de la dificultad que poseen para hacerlo de forma abstracta (KFLM 2, dificultades). El profesor va señalando con su dedo cada vez que expresan un número, lo que muestra su conocimiento sobre la enumeración como procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos).

En este subepisodio se evidencia el conocimiento de José acerca de la contribución a la comprensión del conocimiento sobre cuerpos geométricos a través del uso de múltiples representaciones (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). José conoce distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera) y verbal] sobre cuerpos geométricos (KoT 13, registros de representación) y como estrategia de enseñanza los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 20, estrategias).

S2-E3.4 (L 312-335)	Cómo obtener una cara plana en la esfera y propiedades de las esferas

A continuación, uno de los estudiantes comenta que la esfera tiene círculos [S2-E3.4 u47] *“la esfera tiene círculos, si la cortamos como un huevo”*. El profesor conoce la dificultad que les supone a los estudiantes fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades), por lo que José aprovecha el comentario del alumno, para repasar lo trabajado el curso anterior, conocedor de las necesidades del estudiantado.

José pretende que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), conocedor de las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones de un cuerpo geométrico (KPM 16, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). En el curso anterior había trabajado la asociación de cada cuerpo con la cara más representativa, conocedor de que esto facilita la identificación de figuras geométricas (KMT 5, estrategia). Además, de conocer que al estudiantado de esta etapa educativa les cuesta retener muchas propiedades (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). También, el docente les recuerda que, si la parten, le ponen pinturita y la estampan, da un círculo, conocedor de que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar), así como la estrategia de cortar la esfera para obtener una figura plana (círculo) (KMT 19, estrategia). Además, se evidencia su conocimiento acerca de la importancia de identificar los entes geométricos para el trabajo con ellos (KPM 1 y KPM 26, prácticas particulares: identificar).

José conoce los cuerpos y las figuras planas que los estudiantes deben aprender en este curso escolar (KMLS 5 y KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). El docente utiliza vocabulario geométrico, conocedor del papel que juega el vocabulario la construcción y comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). En este sentido, José evidencia la importancia de nombrar con precisión a los cuerpos y figuras que maneja (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología), pues es importante que en esta etapa vayan adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando terminología correcto y preciso de cada cuerpo (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). Aunque conoce que a los alumnos les cuesta, pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología).

Un alumno comenta que las esferas ruedan y el docente aprovecha para que muestren propiedades de estas [S2-E3.4 u48] *“Vamos a decir cosas de las esferas, por ejemplo, la esfera rueda”*, sosteniendo la pieza en su mano, conocedor de que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los sólidos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Como sabemos, el material que dispone en clase no posee esferas, pero José utiliza objetos de la clase con forma de esfera, conocedor de que estos ayudan a dar significado al cuerpo (KoT 1, fenomenología), así como de la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados). Además, el profesor es conocedor de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar propiedades sin tener presente el cuerpo (KFLM 2, dificultades). Como de costumbre, José se apoya en material manipulativo para observar las propiedades de los cuerpos (KMT 1, estrategias), conocedor de la importancia del uso de material manipulativo (KMT 2, recursos) para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción).

El profesor utiliza la misma expresión que el alumno, conocedor de que poseer una cara curva se puede expresar de manera informal mediante la expresión “que rueda” (KoT 10, definiciones: terminología). José es conocedor de lo llamativo que les resulta a los estudiantes el hecho de rodar (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje) y aprovecha esta cualidad para expresar características de la esfera (KMT 16, estrategias), sabedor de que el criterio “rodar” es precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros (KoT 11, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones). Además, José conoce que mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece la construcción de propiedades de estos (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar), así como las clasificaciones dicotómicas ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar).

El docente considera que en el aprendizaje geométrico hay que avanzar de la identificación de los cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje). Todo esto nos hace pensar que pretende llevar a los alumnos hacia la definición de esfera, ya que este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se comienza a trabajar la definición en

la etapa de Infantil (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar) y que suele proporcionar las definiciones de los cuerpos sobre la base de un listado de atributos constituyentes (KoT 8, definiciones).

José insiste en las propiedades de las esferas, comentando [S2-E3.4 u49]: “De las esferas salen círculos, pero ¿aquí tiene algún círculo? [mostrando la esfera] [...] para que nos dé un círculo lo tenemos que partir y estamparlo”. En esta unidad de información intenta explicar que la esfera no posee caras planas, sino que es mediante el corte de estas, cuando se obtiene. Esto se produce debido a su conocimiento acerca de un procedimiento para hallar la figura plana, que es partiendo el cuerpo geométrico (KoT 12, procedimientos). Utiliza la estampación como recurso potente para trabajar la asociación de la esfera con el círculo (KMT 13, recursos), ya que conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar la figura plana (KoT 9, procedimientos). Conocemos como José asocia la esfera con el círculo, pues es lo más significativo para él, sabedor de que eso es una estrategia para simplificar el concepto (KMT 5, estrategias). Esto nos revela su conocimiento acerca de la ventaja de abordar la Geometría en Educación Infantil desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza). Además, lo anterior implica conocimiento acerca de la secuenciación de contenidos, partiendo de los cuerpos geométricos, para llegar a las figuras planas (KMLS 4, secuenciación). Al final del subepisodio, José evidencia conocimiento del papel que tienen los atributos irrelevantes en la construcción de una definición (KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones) como se muestra en la unidad de información [S2-E3.4 u50]: “hay esferas más grandes y esferas más chicas. Si la esfera es grande, ¿cómo nos va a salir el círculo?”

El profesor conoce como el uso de múltiples representaciones mejora la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones). José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: manipulativo (pieza de madera) y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación) y los utiliza, como estrategia de enseñanza, promoviendo la conversión entre ellos (KMT 12, estrategias). Además, José se ayuda de la simulación de la estampación, a través del registro manipulativo y verbal, para evocar la imagen mental de círculo que los niños hayan conservado de la estampación realizada en clases anteriores (KMT 14, estrategias).

S2-E3.5 (L 336-344)	Diferencia esfera de prisma

José comienza el trabajo sobre Geometría a partir de la geometría tridimensional, y derivada de ella, la geometría plana, lo que refleja su conocimiento sobre la secuenciación de contenidos (KMLS 4, secuenciación) y sobre la importancia de abordar la Geometría en los primeros años desde las tres dimensiones y como profundización de esta, las figuras planas (KMT 6, teorías sobre enseñanza).

Para finalizar el trabajo con la esfera, la diferencia de los prismas (al igual que hizo en S2-E3.2 con el cilindro). La forma de plantearlo nos hace pensar que José pretende acercar a los estudiantes la definición de prisma y esfera (KPM 16 y KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), por el modo en que razonan los estudiantes, avanzando de la identificación de cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, propio del nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). José conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). Ligado a lo anterior, conocemos que proporciona las definiciones de los cuerpos mediante un listado de propiedades (KoT 8, definiciones).

El docente conoce que a esta edad se debe pretender que el estudiantado proporcione propiedades de las esferas (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). José sabe que a los estudiantes les cuesta fijarse en elementos matemáticos de las esferas (KFLM 9, dificultades), por lo que lo lleva a cabo mediante la comparación con los prismas, que ya son conocidos, es decir, José pretende que vayan identificando diferencias con los prismas, como forma para que observen sus propiedades (KMT 10, estrategias), conocedor de que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro (KFLM 8, formas de interacción). Todo ello debido al conocimiento de José acerca de que la comparación favorece el conocimiento de los cuerpos (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar).

Los estudiantes van dando respuesta a las preguntas [S2-E3.5 u51] “¿tiene picos?, ¿tiene caminitos?, ¿tiene cuadrados?, ¿tiene rectángulos?, ¿rueda?”, fijándose en la pieza, por lo que parece que conoce la importancia de la comprobación mediante una prueba experiencial (KPM 7 y KPM 24, formas de validación: comprobar). De este modo, se evidencia su conocimiento acerca de la importancia de identificar las propiedades de los sólidos para el trabajo con ellos (KPM 1 y KPM 26, prácticas particulares: identificar),

así como la contribución de la visualización en esta identificación de propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares: visualizar). José se apoya en el material manipulativo para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias), conocedor de la importancia del uso de material específico (KMT 2, recursos) y la dificultad de los alumnos para proporcionar características de un cuerpo sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades). Además, el profesor conoce la importancia que posee la manipulación de la esfera para que los discentes puedan construir la imagen de esta (KFLM 1, formas de interacción). La unidad de información también refleja su conocimiento acerca del vocabulario usado comúnmente por el estudiantado para abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología).

También observamos como José no utiliza vocabulario geométrico para referirse a las aristas ni vértices, pues considera que no son términos para trabajar en este curso escolar (KMLS 11, secuenciación: terminología). También es conocedor de que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología) y es conocedor de que usar vocabulario cotidiano del niño, ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategias; terminología). Sin embargo, para nombrar la forma de las caras de los cuerpos, sí que utiliza vocabulario geométrico (KMT 15, estrategias: terminología), ya que pretende que los estudiantes vayan adquiriendo algo de vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología) y es conocedor de que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar un rectángulo de un cuadrado (KFLM 6, dificultades) que son las dos figuras planas por las que pregunta. José conoce los cuerpos y figuras planas que los estudiantes deben aprender en este curso escolar (KMLS 5 y 9, resultados de aprendizaje esperados).

José profesor conoce como el uso de múltiples representaciones mejora el entendimiento de las propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 9 y 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: manipulativo (pieza de madera) y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 6, registros de representación) y los utiliza promoviendo la conversión entre ellos, conocedor de que el uso y traslación de distintos sistemas es una estrategia de enseñanza (KMT 12, estrategias).

Tras el análisis del episodio 3 completo, podemos decir que José conoce un procedimiento para trabajar los cilindros y que lo utiliza en su enseñanza. Este es: mostrar la pieza, identificar su nombre (sólido), determinar algunas características de estos, mostrar la cara más representativa de estos, proporcionar su nombre (figura plana) y contabilizar el número de caras (KMT 18, técnica). Algo parecido realiza con la esfera.

5.2.2.3.4. Episodio 4. Pirámide

S2-E4.1 (L 345-346)	Pirámide

El profesor comenta que le ha faltado por trabajar la pirámide, conocedor de los cuerpos que los estudiantes deben de aprender en esta etapa educativa (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados), pero considera que los alumnos están cansados. Además, para la realización de la ficha, no es necesario.

5.2.2.3.5. Episodio 5. Ficha del libro

S2-E5.1 (L 347-535)	Explicación de la tarea del libro

El profesor toma el libro de matemáticas y comienza a explicar la ficha que deben realizar. La tarea consiste en asociar objetos de la vida cotidiana (en pegatinas) con la forma que poseen (prismas, cilindros o esferas). Comienza señalando sobre la ficha los distintos cuerpos en los que deben de clasificar los objetos, de la siguiente forma: [S2-E5.1 u52] “en la caja roja, ¿Qué tenemos aquí pintado?”. Tras esto, comienza preguntando objeto por objeto, como se muestra: [S2-E5.1 u53] “La caja de galletas, ¿qué es un prisma, un cilindro o una esfera?”, lo que muestra su conocimiento acerca de la importancia de identificar los sólidos geométricos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). José conoce la importancia del uso de terminología geométrica correcto para el trabajo de la Geometría (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). José pretende que los estudiantes proporcionen el nombre de cada uno de ellos, conocedor de su importancia para su enseñanza (KMT 8, estrategias: terminología), sabedor de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología), aunque al estudiantado le cueste ya que no son palabras habituales para ellos (KFLM 7, dificultades: terminología). José conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados).

En el desarrollo de la explicación sobre la actividad, algunos estudiantes confunden los nombres de los cuerpos y José trata de solventarlo, como se muestra, a continuación: [S2-

E5.1 u54] “¿una canica es un cilindro, E15? [...] tráeme el cilindro que hay encima de mi mesa”. Lo anterior evidencia que conoce las necesidades de sus estudiantes y se va adaptando a ellas, tomando decisiones en sus clases.

José conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características sin tener presente el sólido (KFLM 2, dificultades), por lo que el profesor toma un cilindro, conocedor de la importancia del uso de material manipulativo para mostrar sus propiedades (KMT 1, estrategias) y para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Ligado a lo anterior, podemos decir que el profesor conoce la potencialidad del uso de material manipulativo (KMT 2, recursos). Por otro lado, se evidencia el conocimiento de José sobre la contribución a la comprensión de los cuerpos geométricos a través del uso de múltiples representaciones (KPM 9 y 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones). Así, José conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y la complementariedad entre ellos (KoT 14, registros de representación) y, como estrategia de enseñanza, usa estos sistemas (situación real, gráfico y verbal) como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 21, estrategias).

En la unidad de información anterior, el profesor conoce la contribución de la ejemplificación de los cuerpos en el conocimiento de los sólidos (KPM 3 y KPM 4, prácticas particulares: ejemplificar). José conoce la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado. Asimismo, conoce el papel del contraejemplo en la validación del conocimiento (KPM 11, formas de validación: utilizar contraejemplos) y la importancia de la comprobación mediante una prueba experiencial (KPM 24, formas de validación: comprobar). Además, promueve la comparación de la esfera con el cilindro como estrategia (KMT 10, estrategias), conocedor de que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción) y que con ello favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar). Conocedor de que la visualización espacial potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares: visualizar), intenta que visualicen el error a través del visionado de alguna de sus características, como, por ejemplo: [S2-E5.1 u55] “¿las canicas ruedan por un lado solo

o por todos los lados?”. Esto pone de relieve su conocimiento acerca de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), ya que considera que para avanzar en el aprendizaje geométrico los alumnos deben pasar de la identificación del cuerpo al análisis de este (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje).

José utiliza esta expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones; terminología), conocedor de que las clasificaciones dicotómicas ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar). El profesor es conocedor de que mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de propiedades de los cuerpos (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar), sabiendo que rodar es un precursor en la construcción de cuerpo redondo (KoT 11, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones). José sabe que hacer rodar es muy significativo para los estudiantes (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje), por lo que lo aprovecha para que los estudiantes se fijen en características de los objetos (KMT 16, estrategias), conocedor de la dificultad que le supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos (KFLM 9, dificultades).

Entre las pegatinas, se encuentra una pirámide. El profesor, conocedor del poder de identificar los sólidos para el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar), les comenta que [S2-E5.1 u56] *“la pirámide no la podemos poner en ningún sitio porque no es un prisma, ni un cilindro ni una esfera”*, conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Ligado a la discriminación visual, más adelante José les comenta [S2-E5.1 u57] *“¿el bote rosa es una esfera? ¿es igual que la pelota?”*, comparando el cilindro (bote rosa) con una esfera, conocedor de que la comparación promueve el conocimiento de los sólidos geométricos (KPM 6, prácticas particulares: comparar; KPM 7 y KPM 29, formas de validación: comparar). Además, esta unidad de información refleja conocimiento sobre el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes (pelota como sinónimo de esfera) y sobre como el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a identificar las cualidades del concepto matemático (KMT 17, estrategia: terminología).

5.2.2.4. Análisis interpretativo final S2

Esta sesión es la primera del curso⁸² en la que van a tratar cuerpos geométricos. Hasta el momento⁸³ solo habían trabajado números, por lo que pienso que intenta relacionar la parte de Geometría con Números para, finalmente, centrarse en cuerpos geométricos. Esto lo realiza mediante una tarea a través de la cual identificar algunas figuras planas (KMT 24, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) mediante el reconocimiento también de números (símbolos).

El objetivo de esta sesión es retomar lo trabajado en el curso anterior sobre cuerpos geométricos y seguir indagando en los sólidos trabajados (prisma de base cuadrada, con atención especial al cubo, cilindro y esfera). José pretende profundizar en las características definitorias de los cuerpos geométricos.

Comienza el trabajo con los cuerpos geométricos colocando las piezas de madera en el suelo de la asamblea para que los alumnos se sitúen y puedan refrescar los contenidos geométricos trabajados en el curso anterior. José conoce la importancia que posee la manipulación de los sólidos para que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 1, formas de interacción). Por ello, se apoya en material manipulativo para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). José sabe que el material manipulativo (cuerpos de madera) facilita que el alumnado pueda analizar estos cuerpos (KMT 2, recursos didácticos) y le permite anticipar una posible dificultad de los estudiantes para representar los cuerpos a través de imágenes mentales (KFLM 2, fortalezas y dificultades).

José toma, de entre las piezas de madera, el cuerpo que desea trabajar y pide a los estudiantes que proporcionen su nombre, ya que conoce la importancia de identificar los sólidos en el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). José usa la identificación del término geométrico como primer paso para el trabajo con los cuerpos geométricos, conocedor de la importancia del uso de terminología geométrica correcta para el trabajo de la Geometría (KMT 8 y KMT 15, estrategias: terminología). Además, sabe que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico (KMLS 6, resultados

⁸² Curso: aula de 4 años

⁸³ El mes de clases que llevaban en este nuevo curso

de aprendizaje esperados: terminología) pues conoce la importancia que tiene en la comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). En este sentido, José conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados), así como las figuras planas (KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados).

José siempre comienza a trabajar mediante la visualización de la pieza, conocedor de que esta potencia el conocimiento de los cuerpos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Tras aportar el nombre del sólido, les pide que expresen características de ese cuerpo, conocedor de que los estudiantes de esta etapa poco a poco van a ir reteniendo más características de los cuerpos geométricos (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Esto se repite con los distintos cuerpos que trabaja en esta sesión, por lo que podemos decir que conoce un procedimiento para trabajar los sólidos geométricos (KMT 18, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). José quiere profundizar sobre los cuerpos, conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). Mediante la formulación de preguntas, va centrando la atención de los estudiantes en los elementos que componen el cuerpo (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar).

En primer lugar, José se centra en las caras que componen el sólido geométrico. En el curso pasado (sesión 1), José había trabajado la asociación de cada cuerpo solo con su cara más representativa, que puede ser debido a que conoce que al inicio de la etapa los estudiantes deben ser capaces de asociar solo esto (KMLS 9, secuenciación). Además, José es conocedor de esta estrategia para facilitar la identificación de figuras (KMT 5, estrategia). Esto lo llevaba a cabo mediante la estampación, conocedor de la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con sus caras (KMT 13, recursos didácticos), conocedor del papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos (KoT 9, procedimientos). Todos los cuerpos trabajados poseen al menos una superficie plana excepto la esfera, por lo que para obtener una superficie plana en la esfera recurre a un procedimiento (KoT 12, procedimientos). Este es mediante el corte de la pieza, es decir, José conoce la estrategia de cortar la esfera por la mitad para obtener una cara plana que estampar (KMT 19, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Como decimos, José centra su atención en las caras del cuerpo. Como primer paso les pide que nombren las figuras geométricas que componen las caras del sólido, conocedor de la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas (KPM 26, prácticas particulares: identificar). Una vez los estudiantes han nombrado las caras, les pregunta: ¿cuántos tiene?, conocedor de que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus caras (KMT 25, estrategia). José conoce la dificultad que le supone al estudiantado fijarse en los elementos matemáticos de los sólidos geométricos (KFLM 9, dificultades) y ante las diversas respuestas por parte de los estudiantes, hace uso de distintas técnicas para facilitar que los estudiantes puedan seguir la pista de los objetos contados. Utiliza marcas (pegatinas o rotulador) en el material manipulativo (KMT 28, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) o usa su propio cuerpo (dedo) (KMT 29, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) para facilitar el recuento de los elementos. Lo anterior muestra su conocimiento sobre la enumeración como procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos).

Este recuento de los distintos elementos del cuerpo que José realiza con la pieza del cuerpo en la mano muestra su conocimiento acerca de que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación y demostración: comprobar) y como esas técnicas ayudan a proporcionar el número de elementos de ese cuerpo mediante el conteo físico sobre la pieza de madera. Este hecho nos hace pensar que José valora la comprobación como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP). José conoce que la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento (KPM 14, formas de validación y demostración: comprobar), así como esta suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos (KPM 20, formas de validación y demostración: comprobar).

Además de las caras, en alguno de los cuerpos, José profundiza sobre los vértices y, seguidamente sobre las aristas, lo que nos muestra indicios de conocimiento de que sabe que las aristas surgen de la unión de dos vértices (KoT 18, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Lo anterior, en una sesión posterior [S6], lo hace explícito. Esta profundización la realiza mediante su recuento, por lo que tenemos evidencias de que conoce que una estrategia para profundizar sobre los sólidos es hacerlo mediante el recuento de sus elementos (KMT 26 y KMT 27, estrategias). El profesor utiliza las

palabras “piquitos” y “caminitos” para referirse a los vértices y aristas, por lo que conoce el vocabulario usado comúnmente por el estudiantado para abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología). José no utiliza vocabulario geométrico para referirse a las aristas ni a los vértices, conocedor de que estos términos no son trabajados en este curso escolar (KMLS 11, secuenciación: terminología), sino que usa vocabulario cotidiano del niño (caminito, piquito), ya que conoce que este ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategias: terminología). A esto le sumamos que conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico, pues no está dentro de su léxico (KFLM 7, dificultades: terminología). Sin embargo, para nombrar la forma de las caras de los cuerpos, sí utiliza vocabulario geométrico, ya que su pretensión es que los estudiantes vayan adquiriendo algo de vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). Llama nuestra atención cómo parece utilizar el término lado como sinónimo de cara en los cuerpos geométricos lo que parece evidenciar conocimiento sobre la designación de los elementos de los cuerpos geométricos (KoT 4, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 10, definiciones, propiedades y sus fundamentos: terminología). Observamos como José no hace hincapié en las palabras cara curva y cara plana, pues no lo considera que forme parte de este curso escolar (KMLS 8, secuenciación con temas anteriores y posteriores: terminología).

El material que dispone en clase no posee esferas, pero José utiliza objetos de la propia clase con forma de esfera, conocedor de que estos ayudan a dar significado al cuerpo (KoT 1, fenomenología), así como de la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados). Asimismo, conoce como la ejemplificación potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 3 y KPM 4, prácticas particulares: ejemplificar) y la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado (KPM 18, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar). Además, José conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un sólido (KPM 19, prácticas particulares del quehacer matemático: ejemplificar) y el papel de estos en la validación del conocimiento (KPM 11, formas de validación: utilizar contraejemplos).

José conoce que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica principal de los cuerpos (KoT 11, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y que mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de sus propiedades (KPM 25, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar). Además, tenemos indicios de que José conoce como las clasificaciones dicotómicas ayudan a clasificar los sólidos (KPM 13, prácticas particulares: agrupar mediante criterios, clasificar). Por otro lado, José sabe que, a los estudiantes, el hecho de hacer rodar los cuerpos les resulta atractivo, al ser una cualidad que pueden experimentar fácilmente (KFLM 11, aspectos emocionales del aprendizaje) y lo aprovecha para expresar características de ellos, pues es una cualidad representativa de los sólidos geométricos (KMT 16, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

El profesor conoce como la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos (KPM 7 Y KPM 29, formas de validación y demostración: comparar). Este utiliza la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo del prisma cuadrangular (KMT 7, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar), ya que conoce que los alumnos poseen dificultad para diferenciar un prisma de un cubo, por la longitud de los lados de sus caras (KFLM 4, dificultades). Parece interesante dejar constancia de que el profesor conoce de manera restringida el concepto de prisma, ligado solo a los que tienen como base cuatro lados (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Por otro lado, tenemos indicios de que es conocedor del papel que tienen los atributos relevantes en la construcción de una definición (KPM 28, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), así como que la comparación promueve el conocimiento de los sólidos geométricos (KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar). El profesor conoce que los estudiantes tienen dificultad para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado (KFLM 6, fortalezas y dificultades). El profesor conoce la estrategia de comparación de dos cuerpos para identificar características de estos (KMT 10, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de que la comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5, prácticas particulares: comparación) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción).

El profesor pone énfasis en las diferencias entre ambos cuerpos (KoT 15, definiciones), aunque conoce que un cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada (KoT 7, definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones). Esto es debido a que conoce que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esa edad no han alcanzado (KMLS 7, nivel de desarrollo esperado).

La forma de plantear la sesión nos hace pensar que José pretende llevar a los alumnos hacia la construcción de la definición del cuerpo (KPM 16 y KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), ya que cuando se le pregunta a José en entrevistas por definiciones de cuerpos geométricos concretos, suele proporcionarlas sobre la base de un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones), que distan de las características de una definición formal de las mismas. Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los alumnos a identificar sus propiedades (KPM 1, prácticas particulares: identificar), sabedor del modo en que razonan los estudiantes (KFLM 3, teoría sobre aprendizaje).

Todo el procedimiento seguido evidencia su conocimiento acerca de la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teoría sobre enseñanza). Ligado a esto se observa su conocimiento respecto de la secuenciación de contenidos, ya que José comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, como profundización de estos, la geometría plana (KMLS 4, secuenciación con temas anteriores y posteriores).

José conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación como vehículo para el desarrollo de la sesión (KMT 12, KMT 20, KMT 21 y KMT 30, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos y figuras planas y la complementariedad entre ellos (KoT 6, KoT 13, KoT 14 y KoT 19, registros de representación). Además, para que los alumnos expliciten las caras del cuerpo, el profesor se ayuda de la simulación de la estampación, a través del registro manipulativo y el lenguaje verbal, para evocar la imagen mental que los niños hayan conservado de la estampación realizada en clases anteriores, conocedor de esta estrategia de enseñanza (KMT 14, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Lo anterior muestra su conocimiento acerca de que el uso de múltiples

representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.2.

5.2.3. Informe de análisis sobre Sesión 3 [S3]

Segunda clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

5.2.3.1. Resumen S3

La sesión analizada es la segunda clase de este⁸⁴ curso que dedican a trabajar Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Comienzan a trabajar dispuestos en asamblea y cambian de agrupamiento cuando pasan a trabajar la ficha del libro, pasando a sentarse cada uno en su sitio con su libro. José emplea la formulación continuada de preguntas, con el fin de que los estudiantes construyan su conocimiento.

En esta sesión observamos que, por una parte, enlaza con lo trabajado en la sesión anterior, donde quiere profundizar sobre las aristas. José va trabajando sobre qué cuerpos poseen aristas, trabaja la longitud de estas en los prismas e incluso les desvela el nombre geométrico de estas, pues en la clase anterior le habían llamado caminitos. Por otra parte, en esta sesión comienza el trabajo con las construcciones, donde los alumnos tienen que reproducir el contenido de una fotografía (representación gráfica en 2d) con material específico, respetando la selección de los cuerpos, su posición respecto de la base sobre la que se sustentan y su ubicación en la composición. El material está compuesto por esferas de plastilina y un conjunto de diversos cuerpos geométricos de madera entre los

⁸⁴ Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

que se encuentran: el cubo, el prisma triangular, el prisma cuadrangular, el prisma rectangular y el cilindro.

Por ética de investigación, hacemos explícito que parte de esta sesión y un análisis previo al aquí realizado fue objeto de publicación en Muñoz-Catalán et al. (2019a).

5.2.3.2. Episodios por analizar de S3

Antes de comenzar les recuerda que: [S3 u1] “El año pasado no sabíamos lo que era un prisma, ni qué era un cubo, ni sabíamos que los rectángulos salían de los prismas, ni que los cuadrados salían de los cubos, ni que los círculos salían de las esferas” y les explica en qué va a consistir el problema en el que se tienen que fijar en lo que ven “qué está arriba, qué hay abajo en todo lo que veamos en la tarjetita para después poderlo hacer nosotros”.

En un primer episodio se desarrolla el trabajo con la primera tarjeta (Figura 5.4), donde José les pide que identifiquen los cuerpos involucrados en la composición y valida la respuesta: [S3 u2] “*pirámide, prisma y cilindro*”. Después, pide a un alumno que salga a reproducir la imagen sobre una silla ubicada debajo de la tarjeta, aclarando que: [S3 u3] “*E13, la tienes que poner igual que está puesta ésta -señalando el prisma-. Fíjate bien*”. Y, por último, vuelve a dirigirse al grupo para pedirles que comprueben si lo construido por el compañero es igual a lo que se encuentra representado en la tarjeta.



Figura 5.4. Primera tarjeta



Figura 5.5. Segunda tarjeta

En un segundo episodio, dejando la primera tarjeta en la pizarra, muestra la foto de la misma composición desde otra perspectiva (Figura 5.5), y pregunta: “*¿es igual?*”. Al comprobar las dificultades de los alumnos para identificar la igualdad de ambas composiciones coge en peso a varios alumnos para que observen la composición desde distintas perspectivas, pero sigue prevaleciendo la imagen habitual que contiene la Figura 5.4. A continuación, saca a varios alumnos para que miren a otro compañero desde distintos puntos de vista (por ejemplo, tumbándose en el suelo o subiéndose a una silla),

preguntándoles en cada ocasión: [S3 u9] “¿lo ves igual que antes o distinto?” Como los alumnos responden que lo ven igual, José reinterpreta lo ocurrido: [S3 u10] “*Cuando estabas antes tumbado en el suelo ¿le veías el pelo como ahora (que está subido en una silla)? [...] E3 siempre ha visto a E7 igual, pero lo ha visto desde sitios diferentes*”.

A continuación, pega las dos fotografías en paralelo en la pizarra, reproduce la composición en una silla debajo de ellas y les invita a que respondan si lo ven como en la tarjeta 1 (Figura 5.4) o la 2 (Figura 5.5) estando sentados en asamblea, aunque también les hace salir, por grupos de tres, para que vean la composición desde distintos puntos de vista.

En un tercer episodio, se presenta el trabajo con otra tarjeta (Figura 5.6) siguiendo el mismo procedimiento que anteriormente. En el reconocimiento de los cuerpos involucrados, José les hace hincapié en la posición de algunos cuerpos. Acto seguido, el profesor le pide a un estudiante que salga a realizar la construcción, subrayando [S3 u 12] “*E18, te tienes que fijar muy bien en las figuras geométricas que tenemos aquí para tú ponerlas aquí. ¿Qué es lo primero que tienes que coger?*”. El alumno va tomando las piezas y realizando la composición, pero confunde una de ellas y no se da cuenta (Figura 5.7). José se dirige al grupo clase para pedirles que comprueben si lo construido por el compañero es igual a lo que se encuentra representado en la tarjeta. Casi todos responden que sí, que son iguales, tan solo un alumno, señalando al prisma de la composición, comenta [S3 u13] “*que está plano*”. Entonces, José enfatiza de la siguiente forma: [S3 u14] “*¿tú me estás diciendo a mí que este prisma no es igual a este prisma? (señalando sobre los prismas que están apoyados sobre su base)*”. Tomando el prisma comenta [S3 u15] “*Sus caras, ¿Qué son?*”, los alumnos comentan que rectángulos y en la foto esas caras son cuadrados. Así que, para finalizar, toma la pieza correcta y la sustituye en la construcción, preguntándoles [S3 u16] “*¿es ahora igual?*”.



Figura 5.6. Tercera tarjeta



Figura 5.7. Construcción formada por el alumno

5.2.3.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S3

José formula un problema de construcción geométrica con el que pretende que los alumnos enriquezcan su imagen mental de los cuerpos geométricos (KMT 31, tarea), abordando de manera interrelacionada dos aspectos clave del trabajo geométrico: la forma de las figuras, su posición y sus transformaciones⁸⁵ (KoT 20, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Parece sabedor de la importancia de que en esta etapa desarrollen imágenes mentales ricas de los cuerpos (KMLS 12, resultados de aprendizaje esperados) que vienen trabajando desde el curso anterior, por lo que podemos decir que conoce los cuerpos que los estudiantes deben manejar en esta etapa (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados). Para tal fin, promueve la visualización como proceso geométrico que potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar), asociando esta visualización a la perspectiva, elemento caracterizador del enfoque geométrico proyectivo (KSM 1).

El profesor comienza la sesión pidiendo que proporcionen el nombre de los cuerpos geométricos que aparecen en la fotografía. El modo en que valida el nombre de los sólidos pone de relieve que su concepto de prisma excluye la primera figura de la composición, ya que conoce el concepto de prisma ligado solo a los que poseen como base un polígono de cuatro lados (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Lo anterior evidencia que su definición de prismas y pirámides no descansa en atributos relevantes, sino en la imagen de prismas habituales y en una posición determinada (KoT 16, definiciones, propiedades y sus fundamentos).

El tipo de tarea que aquí implementa refleja su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación en el ámbito de la Geometría (gráfico, verbal y manipulativo) y la complementariedad entre ellos (KoT 21, registros de representación). Usa dichos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre distintos sistemas de representación (KMT 32, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) y para el diseño de las tarjetas y la selección del material utilizado (KMT 2 y KMT 33, recursos didácticos). Asimismo, tenemos indicios de que José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9, prácticas

⁸⁵ Entendemos la transformación de una manera amplia, integrando las que trabajan relaciones proyectivas

particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones), así como que el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de un cuerpo geométrico (KPM 10, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones). José utiliza elementos de distintos sistemas de representación (fotografías, material manipulativo y lenguaje oral) para describir distintas características de una composición geométrica vista desde distintos puntos de vista (KoT 22, registros de representación). Además, trabaja la conversión del registro gráfico al manipulativo y viceversa, ayudándose del lenguaje natural oral, para que los alumnos expliciten las propiedades de los cuerpos (KMT 34, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) y como ayuda para solventar las posibles dificultades en esas conversiones (KFLM 13, fortalezas y dificultades).

En un primer episodio, José conoce las características relevantes del problema geométrico planteado (tipo de figura y posición respecto de la base y de las demás figuras) y lo utiliza para explicar la consigna de este. Les proporciona estrategias concretas para su resolución, animándolos a que visualicen atentamente la fotografía (KPM 30, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas) y a que sean ordenados al realizar la composición (KPM 31, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas), siguiendo el orden de izquierda a derecha, como se hace en la lectoescritura (lo que podría considerarse como un elemento de conocimiento de carácter pedagógico general no ligado a la materia). El profesor plantea la validación del problema, preguntándoles si [S3 u4] *“¿es igual el dibujo que teníamos en la tarjeta a lo que ha construido E13?”*, con lo que está promoviendo la comparación entre la tarjeta (Figura 5.4) y la composición realizada por el alumno como una estrategia de validación (KPM 32 y KPM 29, formas de validación: comparar; KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar). Asimismo, conoce como la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento (KPM 14 y KPM 24, formas de validación: comprobar). El profesor contempla la validación como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP).

En el segundo episodio, anticipando las dificultades que sus alumnos pueden presentar para identificar como iguales representaciones gráficas en dos dimensiones desde diferentes puntos de vista o perspectivas del mismo objeto tridimensional (KFLM 14, dificultades), parte de la vista frontal de una composición pero a continuación utiliza otra

tarjeta con la misma composición, pero fotografiada desde una vista cenital (Figura 5.5) y la pone en paralelo a la anterior, sabiendo el papel que la comparación posee en el establecimiento de relaciones entre objetos (KPM 33, prácticas particulares: comparar) y lo utiliza como estrategia de enseñanza (KMT 35, estrategia). Todo ello conocedor de habilidades de la visualización espacial (conservación de la percepción y reconocimiento de posiciones en el espacio) que potencian el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 35 y KPM 53, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). A continuación, les pregunta uno a uno a los estudiantes: [S3 u5] “¿es igual?” Y después al grupo entero: [S3 u6] “¿Hay alguien que piense que esto es igual a esto (señalando cada tarjeta)?” ante la respuesta unánime de que no son iguales, comienza a precisar la pregunta, señalando cada una de las fotos: [S3 u7] “¿Aquí hay las mismas figuras geométricas que aquí?” Los alumnos dicen que sí y uno, en particular, indica que en una tarjeta las figuras están tumbadas y en la otra están de pie, que le sirve a José para matizar: [S3 u8] “Aquí se ven de una forma y aquí se ven de otra, pero ¿son las mismas?”. En el diálogo que mantiene con sus alumnos, su discurso se va mostrando cada vez más preciso tanto a la hora de preguntar por la igualdad, como cuando parafrasea los descubrimientos de sus alumnos (KMT 8, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: terminología). Percibiendo las dificultades de los alumnos y sabedor de la importancia de que los alumnos de estas edades actúen directamente sobre objetos (se podría considerar como un elemento de conocimiento de carácter pedagógico general no ligado a la materia) y, en particular, sobre recursos específicos para un contenido (KFLM 1, formas de interacción), plantea las dos situaciones descritas anteriormente para que experimenten cómo se ve un objeto desde distintas perspectivas (KMT 36, tarea). Con ello trata de hacer emerger aspectos proyectivos de la situación: que el niño que es observado no cambia y que lo que cambia es el foco (el punto de mira), y, por lo tanto, la forma de la imagen resultante de dicha proyección – vista del niño observado (KPM 34, prácticas particulares: identificar). A continuación, debajo de ambas tarjetas, realiza la composición con el material y les pregunta, desde sus puestos, con qué tarjeta la identifican y, por tríos, se van acercando a la composición para visualizarla desde arriba y José descubre que, a pesar de la experimentación, la mayoría sigue asociándola con la Figura 5.4, que se corresponde con la imagen mental que los alumnos tienen de las figuras (KFLM 15, formas de interacción con un contenido). Esto último nos muestra indicios de que conoce como el reconocimiento de posiciones en el espacio potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 36, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar).

En el tercer episodio José les hace hincapié en la posición de algunos cuerpos [S3 u11] *“Son los dos prismas, pero uno está apoyado de una manera y otro de otra”* como estrategia de enseñanza para identificar como iguales cuerpos geométricos que se encuentran en una posición diferente (KMT 37, estrategias), conocedor de distintas formas de apilamiento de los prismas (KoT 23, definiciones, propiedades y sus fundamentos), así como de la dificultad de los estudiantes para identificar como iguales cuerpos geométricos que se encuentran en una posición diferente (KFLM 16, fortalezas y dificultades). A continuación, José pide a un alumno que salga a realizar la construcción, conocedor de una tarea a través de la cual enriquecer la imagen mental de los sólidos (KMT 31, tarea) y sabedor de que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos es apoyándose en las conversiones de distintos registros de representación (KMT 34, estrategia). Como en la anterior tarjeta, les proporciona estrategias concretas para su resolución, alentándolos a que visualicen la tarjeta atentamente (KPM 30, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas) y a que sean ordenados al realizar la composición (KPM 31, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas), como se muestra en [S3 u12]. El alumno realiza una composición (Figura 5.7) que dista ligeramente de la construcción que aparece en la tarjeta (Figura 5.6). El profesor le pregunta si piensa que su composición es igual a la que aparece en la tarjeta y el alumno responde que sí, así que José se dirige al grupo clase para pedirles que comprueben si lo construido por el compañero es igual a lo que se encuentra representado en la tarjeta, por lo que tenemos evidencias de que José conoce que la comparación puede ayudar en la comprobación (KPM 32 y KPM 29, formas de validación: comparar; KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar). Asimismo, conoce como la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento (KPM 14 y KPM 24, formas de validación: comprobar). El profesor contempla la validación como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP). Asimismo, José conoce que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos (KPM 20, formas de validación: comprobar). Casi todos responden que sí, que son iguales, tan solo un alumno, señalando al prisma de la composición, comenta [S3 u13] *“que está plano”*. Entonces, José enfatiza de la siguiente forma: [S3 u14] *“¿tú me estás diciendo a mí que este prisma no es igual a este prisma? (señalando sobre los prismas que están apoyados sobre su base)”*, lo que muestra indicios de conocimiento de la dificultad de los estudiantes para diferenciar un prisma de base cuadrada de uno de base rectangular (KFLM 17, fortalezas y dificultades),

lo que está relacionado con su conocimiento acerca de que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado (KFLM 6, dificultades). También tenemos evidencias de su conocimiento acerca de la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 9, fortalezas y dificultades), ya que, tomando el prisma utilizado por el alumno en la composición, les pregunta: [S3 u15] “*Sus caras, ¿Qué son?*”. Lo anterior está relacionado con su conocimiento acerca de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los sólidos geométricos (KLMS 2, resultados de aprendizaje esperados).

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.3.

5.2.4. Informe de análisis sobre Sesión 4 [S4]

Tercera clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

5.2.4.1. Resumen S4

La sesión analizada es la tercera clase de este⁸⁶ curso que dedican a trabajar Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Comienzan a trabajar dispuestos en asamblea y cambian de agrupamiento cuando pasan a trabajar la ficha del libro, pasando a sentarse cada uno en su sitio con su libro. José emplea la formulación continuada de preguntas, con el fin de que los estudiantes construyan su conocimiento.

El objetivo de la sesión es seguir profundizando sobre los cuerpos geométricos, utilizando los sólidos geométricos de madera que posee de la caja de construcciones (cubo, prisma triangular regular, prisma cuadrangular regular, prisma rectangular regular y cilindro). La profundización sobre las caras de estos cuerpos geométricos la realiza en esta clase mediante dos partes diferenciadas: la primera donde presenta algunas proyecciones de

⁸⁶ Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

prismas de base cuadrada y les pide a los estudiantes que, además de proporcionar el nombre de estas figuras, demuestren de qué cuerpos vienen estas figuras y la segunda, estampando con pintura las distintas caras de estos prismas para comprobar qué efectivamente salen esas figuras de ellos. Tras esto, pasa a realizar la ficha del libro.

Por ética de investigación, hacemos explícito que esta sesión y un análisis previo al aquí realizado fue objeto de publicación en Escudero-Domínguez et al. (2021a).

5.2.4.2. Episodios por analizar de S4

En la sesión el profesor comienza presentando algunas proyecciones de prismas de base cuadrada dibujadas en un folio (Figura 5.8) y les pide que nombren las figuras geométricas dibujadas.

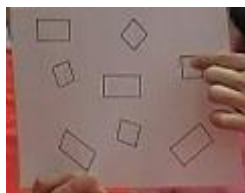


Figura 5.8. Lámina con rectángulos y cuadrados en distintas posiciones

Cuando José señala un cuadrado, uno de los alumnos responde: [S4 u1] “*cubo*” y el profesor le responde: [S4 u2] “*No, esto no es un cubo, es un cuadrado. Se parecen porque el cuadrado viene del cubo*”. Tras esto, coloca todas las piezas de madera en el suelo (prismas de base triangular, cuadrada y rectangular, cilindros y esferas) y comenta: [S4 u3] “*¡Chicos! Mi amigo E11 nos va a demostrar de dónde vienen los cuadrados y rectángulos*”. José señala sobre un cuadrado de la tarjeta y le pregunta al alumno [S4 u4] “*¿Qué es?*” Este le responde correctamente y José le comenta: [S4 u5] “*Pues ahora E11 vas a coger la figura de la que creas que sale ese cuadrado. Por ejemplo, esta [cogiendo un cilindro de las piezas de madera], ¿De aquí sale un cuadrado?*” El alumno responde que no y el profesor se lo confirma, insistiendo en que coja [S4 u6] “*la figura geométrica que creas que nos va a dar el cuadrado*”. Y el alumno coge un cubo y lo coloca encima de un cuadrado.

A continuación, José describe los cuadrados y rectángulos así: [S4 u7] “*Te recuerdo que los rectángulos [señalando sobre el papel uno de ellos] no son iguales por todos los lados*

y que los cuadrados [señalando sobre uno de ellos] son iguales por todos los lados, pero los rectángulos tienen dos lados que son más largos” y pide a otro alumno que señale un rectángulo en la lámina. Acto seguido, le pide que busque de qué cuerpo se puede sacar un rectángulo. Por último, el docente toma un prisma y un cubo de las piezas de madera y les pregunta: [S4 u8] “Mira este cubo está lleno de... ¿Qué son sus caras, chicos?”. Los chicos responden correctamente y él les insiste: [S4 u9] “Cuadrados, sus caras son cuadrados. Muy bien. Y del prisma, sus caras ¿Qué son? Tiene caras que son cuadrados, como ésta y ésta [tomando el prisma], pero sus otras caras ¿Qué son?” El alumno le responde correctamente [S4 u10] “rectángulos” y José le indica que coloque [S4 u11] “la cara del rectángulo en el rectángulo”. El alumno coloca el prisma correctamente sobre la tarjeta, apoyado sobre un rectángulo (Figura 5.9).



Figura 5.9. El alumno colocando correctamente el prisma sobre el rectángulo

Seguidamente el docente le pide: [S4 u12] “Ahora vamos a coger otro prisma y vas a ponerlo sobre otra figura. ¿En qué otra figura podemos colocar el prisma?” El alumno responde [S4 u13] “por el cuadrado” y él perfila: [S4 u14] “el prisma por la cara del cuadrado. Muy bien”. Finalmente, José concluye que [S4 u15] “de los prismas no solamente salen los rectángulos, sino que también salen los cuadrados”.

5.2.4.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S4

El profesor conoce la importancia de trabajar Geometría desde distintos enfoques (KMLS 13, resultados de aprendizaje esperados). En esta sesión trabaja el enfoque proyectivo promovido por su conocimiento acerca de la dificultad que tienen los alumnos para distinguir y reconocer las caras de los prismas (KFLM 9, fortalezas y dificultades) como nos expresa en una entrevista: [E1 u5] “*Las caras son una cosa que los niños no son capaces de distinguir*”. De ese conocimiento deriva el esbozo de la tarea planteada para que conozcan las propiedades de determinados cuerpos geométricos (KMT 38, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). José ha diseñado una tarea en la que ha

representado proyecciones de distintas caras de algunas piezas de madera, en concreto, de algunos prismas. Este diseño está sustentado en su conocimiento acerca de las características de la geometría proyectiva (KoT 24, definiciones, propiedades y sus fundamentos). También se muestran indicios de que el profesor reconoce la importancia de trabajar las distintas posiciones de las figuras geométricas (no solo la posición prototípica ya que eso impone ciertas limitaciones) (KMLS 14, resultados de aprendizaje esperados). Asimismo, con el diseño de esta actividad el docente pretende que los alumnos, además de proporcionar el nombre de los cuerpos geométricos, sean capaces de proporcionar propiedades de estos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados) como se muestra en este fragmento: [S4 u3] *“Mi amigo El1 nos va a demostrar de dónde vienen los cuadrados y rectángulos”*.

El docente parte de la identificación de las figuras planas en el papel, ya que conoce la importancia de identificar las figuras planas para el estudio de ellas (KPM 26, prácticas particulares: identificar). En la tarea propuesta trata estas figuras geométricas como parte de los cuerpos geométricos sabedor de que es una característica clave en el proceso de construcción de la definición de cuerpo geométrico (KPM 37 y KPM 28, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). La tarea también refleja su conocimiento acerca de una estrategia didáctica (estampación) para trabajar el paso de las figuras de 3d a 2d (KMT 14, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), conocedor del papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos (KoT 9, procedimientos). Observamos además cómo José sabe la tendencia natural de los alumnos de esta edad a actuar y manipular los objetos para poder realizar las actividades (KFLM 1, formas de interacción con un contenido matemático). Relacionado con lo anterior, encontramos indicios de que reconoce que el utilizar material manipulativo y generar la estampación de las caras es más potente que realizarlo de forma abstracta (KMT 13, recursos didácticos). José utiliza ejemplos para mostrar las figuras planas (cuadrado y rectángulo) partiendo del material tridimensional del que dispone (cubo y prisma de base cuadrada), lo que indica que este profesor piensa que los cuerpos utilizados son ejemplos potentes (KoT 2 y KoT 7, definiciones, propiedades y sus fundamentos) y cómo su conocimiento matemático respalda las decisiones tomadas en clase (KMT 34, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). El tipo de tarea refleja su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación (manipulativo, verbal y gráfico), y la complementariedad entre ellos (KoT 14, registros de representación).

También conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de estos sistemas de representación como medio en el desarrollo del episodio (KMT 21, estrategias). En el desarrollo de la sesión, va promoviendo el paso desde lo manipulativo hasta otros sistemas de representaciones más abstractos (KMT 22, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y KPM 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

En el transcurso de la sesión, José toma un cilindro y lo coloca encima de un cuadrado a modo de contraejemplo para indicar que todos los cuerpos geométricos no son válidos (KMT 10, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Para su aclaración, el profesor les plantea cuestiones aprovechando este contraejemplo (cilindro), conocedor del papel del contraejemplo en la validación del conocimiento (KPM 11, formas de validación y demostración: utilizar contraejemplos). José promueve la comparación del cilindro con el prisma cuadrangular, conocedor de que la comparación ayuda a demostrar que no son iguales (KPM 29, formas de validación: comparar). En esta comparación identifica diferencias entre ellos (KPM 1 y 26, prácticas particulares: identificar), mediante el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). El profesor conoce la estrategia de comparación con otro cuerpo geométrico para identificar características de estos (KMT 10, estrategias). Esto es debido a que conoce que la comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5 y 6, prácticas particulares: comparar). También tenemos evidencias de que el profesor otorga importancia a la precisión y corrección del lenguaje matemático para promover el conocimiento geométrico cuando les comenta: [S4 u2] “*No, esto no es un cubo, es un cuadrado*” (KPM 22, papel del uso del lenguaje formal). Hace énfasis en nombrar, con el nombre específico los entes geométricos, marcando las diferencias entre ellos. Esta forma de nombrarlos revela la importancia de nombrar con precisión a los cuerpos y figuras manejadas, aunque suponga un énfasis de las diferencias entre ambos (KMT 8 y KMT 15, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: terminología). El docente utiliza vocabulario geométrico lo que nos hace pensar que considera que en este nivel educativo deben adquirir vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). José conoce que a los estudiantes les cuesta dar nombre a las figuras geométricas (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). En la sesión el profesor describe los cuadrados y rectángulos, haciendo

hincapié en que [S4 u7] *“los rectángulos tienen dos lados que son más largos”*, conocedor de la utilización de la cantidad de longitud de sus lados como estrategia de enseñanza (KMT 40, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), basado en su conocimiento acerca de que la comparación favorece el conocimiento de los cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5, prácticas particulares: comparar). Además, refleja su conocimiento acerca de la dificultad que los alumnos poseen con el rectángulo en particular, por la diferencia de cantidad de longitud de sus lados (KFLM 6, fortalezas y dificultades). Además, esto es refrendado a través de la entrevista: [E1 u4] *“le suele costar más trabajo el rectángulo... porque ellos no ven que este lado es más largo que éste... no discriminan aún el tamaño de los lados”*. Todo ello apoyándose en la lámina, conocedor de esa estrategia de enseñanza (KMT 39, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

José insiste en la descripción y comparación del cuadrado y el rectángulo, por lo que conoce propiedades de distintas figuras planas (cuadrado y rectángulo) (KoT 25, definiciones, propiedades y sus fundamentos). En su explicación observamos como éste señala continuamente los cuadrados y rectángulos sobre la lámina (KMT 2, recursos materiales y virtuales), consciente de que al alumnado le resulta más fácil dar propiedades de las figuras y cuerpos geométricos si tienen delante un objeto con dicha forma (KFLM 1, formas de interacción con un contenido matemático). Además, tenemos evidencias de que conoce que la distinción entre cuadrado y rectángulo es contenido de esta etapa educativa (KMLS 15, nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado). Esta comparación de figuras geométricas que realiza el profesor muestra su conocimiento acerca de que el comparar distintas figuras geométricas resalta las propiedades de cada una de ellas. José fomenta la comparación de figuras como modo de identificar las características del cuadrado y del rectángulo (KPM 33, 38 y 39, prácticas particulares: comparar). Ligado a lo anterior tenemos evidencia de que el profesor conoce que el establecer relaciones entre distintas figuras geométricas es una estrategia de enseñanza (KMT 41, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Este conocimiento matemático (KPM) respalda la estrategia de enseñanza utilizada (KMT) con lo que estamos ante una relación de dependencia de distintos subdominios de conocimiento.

Acto seguido comienza a comparar los cubos y los prismas de base cuadrada, por lo que también podemos decir que José usa la comparación como estrategia de enseñanza (KMT 7, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), respaldado en su conocimiento matemático de

la comparación como modo de identificar las características de los prismas (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares del quehacer matemático: comparar). El profesor siempre toma el prisma de base cuadrada en sus explicaciones (KMT 42, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) ya que conoce que si les muestras varios tipos de prisma se pueden liar (KFLM 18, fortalezas y dificultades), como nos muestra en este fragmento de entrevista: [E3.3 u3] “*Son niños más chiquitillos y es que los liamos... son muchos conceptos los que se les mete a los pobres... creo que un prisma, con que conozcan el prisma característico es suficiente*”. Asimismo, conoce que es mejor usar el prisma prototípico que otro a esta edad (KMLS 16, nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado). Así el conocimiento de este ejemplo de prisma (prisma de base cuadrada) (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos) nos sirve para entender mejor las razones que hay detrás de la manera de enseñar de este profesor.

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.4.

5.2.5. Informe de análisis sobre Sesión 5 [S5]

Cuarta clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

5.2.5.1. Resumen S5

La sesión analizada es la cuarta sesión de este⁸⁷ curso que dedican a trabajar Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Comienzan a trabajar dispuestos en asamblea y cambian de agrupamiento cuando pasan a trabajar la ficha del libro, pasando a sentarse cada uno en su sitio con su libro. José emplea la formulación continuada de preguntas, con el fin de que los estudiantes construyan su conocimiento.

⁸⁷ Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

La sesión tiene tres partes diferenciadas. La primera en la que continua el trabajo con las construcciones, mostrando distintas tarjetas y pidiendo a algún estudiante la reproducción del contenido de la fotografía con material específico⁸⁸. En la segunda parte de la sesión trabaja la simulación de la estampación de los distintos cuerpos geométricos trabajados, dibujando las figuras planas en la pizarra. Y la tercera es el trabajo de la ficha del libro.

Por ética de investigación, hacemos explícito que parte de esta sesión y un análisis previo al aquí realizado fue objeto de publicación en Escudero-Domínguez et al. (2019).

5.2.5.2. Episodios por analizar de S5

José les presenta a los estudiantes una nueva tarea con la que trabajar los cuerpos geométricos. En ella trabaja la simulación de la estampación de distintos sólidos, representando las figuras planas en la pizarra. Comienza tomando un prisma de base cuadrangular de entre las piezas de madera y les comenta: [S5 u2] *“si yo cojo un prisma y lo estampo por aquí [señalando una de las bases del prisma] ¿qué me quedaría?”* Tras la respuesta correcta de un estudiante, representa un cuadrado en la pizarra. A continuación, repite el mismo procedimiento, pero ahora con una cara lateral del prisma (rectángulo). Seguidamente pasa a recordar propiedades de estas figuras planas, igualdad o no de sus lados y recuento de estos.

Tras esto, busca otros cuerpos geométricos (cilindro y prisma de base triangular) para que le indiquen qué figuras planas salen de la estampación de sus bases. Seguidamente trabaja propiedades de los triángulos, indicando que ese triángulo tiene todos sus lados iguales [S5 u6] *“pero pueden ser distintos”* y dibuja en la pizarra un triángulo isósceles para demostrar que no siempre los lados de los triángulos son todos iguales.

Seguidamente les indica que estas figuras (cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo) que podemos tener en la pizarra o en un papel se llaman [S5 u7] *“formas planas”* y que cuando las podemos coger con las manos, se llaman [S5 u8] *“tridimensional”*. Para

⁸⁸ El material está compuesto por esferas de plastilina y un conjunto de diversos cuerpos geométricos de madera entre los que se encuentran: el cubo, el prisma triangular, el prisma cuadrangular, el prisma rectangular y el cilindro.

terminar, de nuevo toma las piezas de madera solicitándoles el nombre de la figura plana que saldría de ella al estamparla, pero esta vez les pide que salgan ellos a dibujarla a la pizarra. En el caso del triángulo, presentan dificultades y José para solventarlo, les realiza una semejanza con la letra A.

5.2.5.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S5

José les presenta una tarea con la que trabajar los cuerpos geométricos [S5 u1] “hoy vamos a hacer, como si hiciéramos las estampaciones, pero en vez de hacerlo con la pintura, lo vamos a hacer nosotros en la pizarra, que es más divertido, aunque es más difícil.” (KMT 43, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Con este fragmento el profesor manifiesta conocer dos estrategias didácticas para trabajar el paso de las figuras de 3d a 2d, la estampación y la representación en la pizarra de alguna cara del cuerpo geométrico trabajado (KMT 44, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). José conoce la oportunidad de utilizar la simulación de la estampación para evocar la imagen mental de los cuerpos (KMT 14, estrategias). Por otro lado, el profesor menciona la dificultad de la representación en la pizarra con respecto a la estampación, lo que revela indicios de que conoce que los estudiantes poseen dificultad en la realización de conversiones entre distintos sistemas de representación (KFLM 13, fortalezas y dificultades), así como de la dificultad que presentan los estudiantes para dibujar figuras planas (KFLM 19, fortalezas y dificultades).

Comienza tomando un prisma de base cuadrangular de entre las piezas de madera, conocedor del poder del material manipulativo como estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), ya que sabe que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Además, es consciente de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, fortalezas y dificultades). Asimismo, José conoce las potencialidades del uso de estas piezas (KMT 2, recursos didácticos), sabedor de la importancia que posee la manipulación del sólido para que los alumnos puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción).

Con la pieza en la mano, les comenta: [S5 u2] “*si yo cojo un prisma y lo estampo por aquí [señalando una de las bases del prisma] ¿qué me quedaría?*”, lo que muestra conocimiento sobre la secuenciación de contenidos. José comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, como profundización de estos, la geometría plana (KMLS 4, secuenciación con temas anteriores y posteriores). Este procedimiento evidencia conocimiento acerca de la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana (KMT 6, teoría sobre enseñanza). A continuación, repite el mismo procedimiento, pero ahora con una cara lateral del prisma (rectángulo), por lo que el objetivo de José es que los alumnos se vayan fijando en las características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), lo que se traduce en que conoce que hay que avanzar de la identificación de cuerpos, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje). En este sentido, pensamos que conoce las figuras planas que deben reconocer los estudiantes a esta edad (KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). Además, José conoce que los estudiantes en esta etapa retienen cada vez más características geométricas de un objeto, como nos expresa en la entrevista E1 u3, por lo que no solo asocia una cara a un cuerpo (la más representativa), sino que asocia los distintos tipos de caras (cuadrado y rectángulo) (KMLS 3, nivel de desarrollo).

La petición del nombre de las distintas formas planas que componen el cuerpo geométrico evidencia su conocimiento sobre la importancia del uso de terminología geométrica (KMT 8 y 15, estrategia: terminología) debido a que en esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: terminología). Aunque conoce que el lenguaje matemático preciso es efectivo para promover el conocimiento geométrico (KPM 22, papel del uso de lenguaje formal), es consciente de que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico (KFLM 7, dificultades). Todo lo anterior hace pensar en que es conocedor de la importancia de identificar los sólidos geométricos para poder trabajar con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar), así como de la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas (KPM 26, prácticas particulares: identificar).

Tras la respuesta correcta de los estudiantes a la identificación de las figuras planas de ese cuerpo, pasa a realizar la simulación de la estampación mediante la representación de estas figuras en la pizarra (KMT 45, estrategias), conocedor de distintos sistemas de

representación sobre cuerpos: manipulativo (piezas de madera), gráfico (representación en pizarra) y verbal, y la complementariedad entre ellos (KoT 26, registros de representación). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de figura plana y cuerpo geométrico (KPM 9, KPM 10 y KPM 40, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones).

Seguidamente, señalando sobre las figuras representadas en la pizarra, pasa a repasar propiedades de estas formas, como se muestra: [S5 u3] *“los cuadrados, sus lados ¿cómo eran?”*. Lo anterior muestra evidencias de que conoce que una estrategia para observar las propiedades de las figuras planas es apoyándose en representaciones de estas (KMT 46, estrategias), conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). José sigue indagando en las propiedades de estas figuras planas, preguntando: [S5 u4] *“En el rectángulo ¿son todos iguales?”*. Esta cuestión muestra conocimiento de una estrategia de enseñanza para profundizar sobre las figuras planas es hacerlo mediante la igualdad o no de sus lados (KMT 47, estrategias), apoyado en la importancia a la igualdad o no de los lados de las figuras planas como forma de clasificarlas (KPM 41, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar). Todo ello basado en su conocimiento acerca de que la longitud de los lados es una propiedad de las figuras planas (KoT 27, definiciones).

José pretende que los estudiantes proporcionen características de las figuras planas (KMLS 17, resultados de aprendizaje esperados), por lo que compara las dos figuras tratadas (cuadrado y rectángulo) en relación con sus lados: [S5 u5] *“En el cuadrado son todos iguales. En el rectángulo no”*. José es conocedor de que los estudiantes tienen dificultad cuando tienen que diferenciar cuadrado y rectángulo (KFLM 6, dificultades), por lo que intenta establecer relaciones entre distintas figuras geométricas como estrategia de enseñanza (KMT 48, estrategias). Así utiliza la comparación de la cantidad de longitud de los lados como estrategia para diferenciarlos (KMT 49, estrategias), conocedor de que los estudiantes comprenden mejor una figura plana a través de la comparación con otra (KFLM 10, formas de interacción). Todo ello conocedor de que el comparar distintas figuras geométricas resalta las propiedades de cada una de ellas (KPM 33, KPM 38, KPM 39 y KPM 42, prácticas particulares: comparar). En este objetivo de José por profundizar sobre las figuras planas, pasa a contabilizar los lados que poseen ambas (KMT 50,

estrategia), pues conoce distintas propiedades de las figuras planas (KoT 25, definiciones). José es conocedor de que un precursor de la construcción de la definición de una forma plana es el estudio de los elementos que la componen (KPM 43, prácticas particulares: describir y analizar). En este recuento de lados, va ayudándose de su dedo, conocedor de que el seguir la pista con el dedo de los objetos contados, facilita el recuento (KMT 29, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Lo anterior muestra su conocimiento sobre la enumeración como procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos).

Tras el trabajo con el prisma de base cuadrangular pasa a trabajar, de la misma forma, el cilindro y la “pirámide” (prisma de base triangular). Las figuras que trabaja en esta sesión son: cuadrado, rectángulo, círculo y triángulo, lo que muestra conocimiento acerca de las figuras planas que deben reconocer los estudiantes a esta edad (KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados). En el trabajo con el triángulo, José indica que el triángulo dibujado tiene todos sus lados iguales, pero que estos pueden ser distintos [S5 u6], lo que nos evidencia conocimiento acerca de distintos tipos de triángulos (KoT 28, definiciones). Para demostrar que existen triángulos que no tienen todos los lados iguales, dibuja en la pizarra un triángulo isósceles, lo que evidencia su conocimiento sobre el uso de contraejemplos para indicar que no todas las longitudes de los lados de un triángulo tienen por qué ser iguales (KPM 44 y 11, formas de validación: contraejemplo). Asimismo, José conoce la contribución de la ejemplificación de las figuras planas en el conocimiento de estas (KPM 45, prácticas particulares: ejemplificar) y como el uso de ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un concepto, creando una imagen mental rica del ente geométrico trabajado (KPM 18 y KPM 19, prácticas particulares: ejemplificar).

Seguidamente les indica que estas figuras (cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo) que podemos tener en la pizarra o en un papel se llaman [S5 u7] “*formas planas*” y que cuando las podemos coger con las manos, se llaman [S5 u8] “*tridimensional*”, lo que muestra el papel que posee el lenguaje en la comunicación matemática (KPM 22, papel del uso de lenguaje formal). Además, podemos decir que conoce que el proceso de jerarquizar contribuye a la construcción de conocimiento de los entes geométricos (KPM 21, prácticas particulares: agrupar mediante criterios: jerarquizar) y esto lo puede hacer gracias a su conocimiento de que las figuras empleadas se pueden agrupar en dos dimensiones (formas planas) o en tres dimensiones (cuerpos geométricos) (KoT 29,

definiciones: clasificaciones). Además, al comentar que la palabra “tridimensional” es una palabra difícil para el alumnado, se muestran indicios de que se trata de un concepto demasiado complejo para este nivel educativo (KMLS 19, secuenciación: terminología), por lo que podemos considerar que acepta el concepto “forma plana” como contenido para este curso (KMLS 18, secuenciación: terminología).

Para terminar, de nuevo toma las piezas de madera solicitándoles el nombre de la figura plana que saldría de ella al estamparla, pero esta vez les pide que salgan ellos a dibujarla a la pizarra, conocedor de la dificultad que poseen estos para representar figuras 2d en la pizarra (KFLM 19, dificultades y fortalezas). Ante las dificultades de los alumnos para dibujar un triángulo, José para solventarlo les realiza una semejanza con la letra A, lo que muestra indicios de que conoce que una estrategia para ayudar a construir un triángulo (KPM 46, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas).

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.5.

5.2.6. Informe de análisis sobre Sesión 6 [S6]

Quinta clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

5.2.6.1. Resumen S6

La sesión analizada es la quinta sesión de este⁸⁹ curso que dedican a trabajar Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Comienzan a trabajar dispuestos en asamblea y cambian de agrupamiento cuando pasan a trabajar la ficha del libro, pasando a sentarse cada uno en su sitio con su libro. José emplea la formulación continuada de preguntas, con el fin de que los estudiantes construyan su conocimiento.

⁸⁹ Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

La sesión tiene dos partes diferenciadas, la primera en la que trabajan en la asamblea sobre las piezas de madera y, la segunda, donde trabajan la ficha del libro. El objetivo de José es profundizar acerca de los distintos sólidos (cubo, prisma de base cuadrangular, esfera y cilindro). En esta profundización el profesor muestra, a modo de tabla, en la pizarra la contabilización del número de caras, así como el número de caras rectangulares y cuadradas que poseen los distintos cuerpos geométricos trabajados.

Por ética de investigación, queremos hacer explícito que esta sesión y un análisis previo al aquí realizado fue objeto de publicación en Escudero et al. (2021b).

5.2.6.2. Episodios por analizar de S6

En esta sesión José trabaja las características de los cuerpos geométricos e intenta profundizar sobre el número de caras y las figuras geométricas que los conforman. El profesor comienza repasando algunas características: [S6 u1] *“Vamos a sacar piezas y me tenéis que decir qué son. Vamos a recordar cuántas caras tienen, cuántas aristas tienen. Vamos a recordar si ruedan, cuáles se parecen, cuáles son sus características...”*. Como es habitual en sus clases, el profesor utiliza un material manipulativo (piezas de madera) seleccionando los cuerpos de la Figura 5.10, sin dar su nombre.

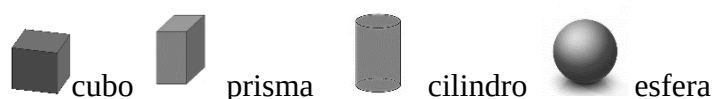


Figura 5.10. Piezas y nombres específicos de los cuerpos utilizados durante la sesión

José pregunta en forma de juego [S6 u2] *“¿En qué mano está? ¿Izquierda o derecha?”* y cuando visualizan la pieza, les pregunta [S6 u3] *“¿Qué es?”*. Comienza sacando un cubo y, una vez verbalizado el nombre por los alumnos, pasa a escribirlo en la pizarra. A través de preguntas, José centra su atención en las caras de estos: [S6 u4] *“vamos a poner una pegatina a cada cara para poder contar más fácil”*. Lo hace cada vez que dicen un número y al finalizar, les comenta: [S6 u5] *“¿Cuántas caras hemos dicho que tiene? Vamos a ponerlo aquí (señalando la pizarra). Para saber que pone cara, le vamos a poner una cara”* y dibuja una cara en la pizarra y coloca debajo el número seis, comenzando así a realizar una tabla para su registro. A continuación, indica: [S6 u6] *“En un cubo, las*

caras ¿Qué son?... ¿Cuántos cuadrados tiene?... ¿Tiene algún rectángulo?”. En la tabla, para cada cuerpo, indica número de caras (lo designa con un pictograma) y el número de caras que son cuadrados y rectángulos (designado con cuadrados y rectángulos, respectivamente, en forma estándar). En el curso de la sesión hay alumnos que se fijan en las aristas, pero José les indica [S6 u7] “*efectivamente, aristas sí tiene, pero no las vamos a contar. Tiene muchas*”. El profesor prosigue contando los lados de un cuadrado. A continuación, le ocurre lo mismo con los vértices, donde José les comenta [S6 u8] “*cada arista termina en un piquito, como nosotros lo llamamos. ¿Cuántos piquitos tiene cada cuadrado?*”.

	CUADRADOS	RECTÁNGULOS	TOTAL
CUBO	6	0	6
PRISMA	2	4	6
PIRAMIDE	1	5	6

Figura 5.11. Representación en la pizarra realizada por el profesor

Mediante el mismo procedimiento, José se centra en el prisma. Una vez los alumnos visualizan la pieza, la nombran y el profesor escribe el nombre en la pizarra, contabilizan el número de caras que posee, plasmándolo también en la tabla. Tras esto, el profesor destaca: [S6 u9] “*Seis, igual que el cubo, pero ahora vamos a ver cuántos cuadrados tiene y cuántos rectángulos. El cubo tenía seis cuadrados, pero no tenía rectángulos. Vamos a ver cuántos cuadrados tiene el prisma. Vamos a ponerle una pegatina a cada cuadrado*”. Tras el conteo de los cuadrados y su registro en la tabla, José les propone un reto: [S6 u10] “*Ahora pregunto, a ver quién sabe esto, porque es súper difícil [...] El prisma tiene seis caras, vamos a poner las seis caras, como si fueran niños (mediante pictogramas representa en la pizarra las seis caras, Figura 5.12) y ¿Cuántas caras son cuadrados?*”. Un alumno responde dos y el profesor tacha dos caras de la representación en la pizarra, y les pregunta: [S6 u11] “*¿Cuántas caras tendrá que son rectángulos?*”. Ante la respuesta incorrecta de los estudiantes, José insiste: [S6 u12] “*Dos son cuadrados, las demás, hasta llegar a seis, son rectángulos. A ver chicos, ¿Cuántos rectángulos tiene*

un prisma?”. Los estudiantes responden correctamente y, seguidamente, cuenta las caras rectangulares sobre el prisma de madera. Por último, realiza un repaso apoyado en la tabla, dónde, a través de preguntas, compara el cubo y el prisma, haciéndoles ver las similitudes y diferencias entre estos basándose en lo consignado en la tabla.

CUBO	6	6	0
PRISMA	6	2	

○	○	○	○	○	○

Figura 5.12. Representación en la pizarra de las seis caras (como si fueran caras de niños)

A continuación, centra la atención de los estudiantes en la esfera preguntándoles si tiene caras, cuadrados y rectángulos, reflejándolo todo en la tabla. A continuación, aclara [S6 u13] *“porque si no tiene caras no puede tener ni rectángulos ni cuadrados, ¿Tiene aristas?”* y tras la negativa del alumnado, les cuestiona: [S6 u14] *“Entonces, ¿Qué es lo único que podemos decir de la esfera?”*, respondiendo estos que rueda.

Para finalizar la asamblea, centra su atención en el cilindro, aunque ya esto no lo representa en la pizarra, pues los alumnos se encuentran cansados. Tras la identificación del cuerpo, les pide que indiquen algunas características de estos. Lo primero que destacan es que ruedan, con lo que el profesor interviene preguntándoles [S6 u15] *“pero, ¿por dónde?”*. A continuación, uno de los estudiantes indica que tiene círculos y el docente incide en ello: [S6 u16] *“tiene dos círculos”*. Inmediatamente, José les pregunta por el número de caras de los cilindros y si estas son cuadrados o rectángulos. Por último, José pregunta sobre las figuras geométricas que componen las caras de estos.

5.2.6.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S6

José continua con su objetivo de pasar de la identificación del cuerpo a la observación de algunas propiedades: tipo y número de caras, aristas y vértices, por lo que conoce que en

este curso de Infantil se debe avanzar hacia la identificación de propiedades (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados), basándose en su conocimiento de que hay que ayudar a los alumnos a avanzar de su conocimiento de las figuras como un todo a un análisis de estas (KFLM 3, teoría aprendizaje).

En sus clases José trabaja con cuerpos habituales en esta etapa (prisma, cilindro y esfera) ya que considera que son los que deben aprender (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados). Para él su noción de prisma está ligado a tres tipos: cubo, prismas de base cuadrada y rectangular), por tanto, considera que solo el cuadrado y rectángulo pueden formar parte de las caras de estos (KoT 2, definiciones, propiedades). De esos tres, en clase usa solo los dos primeros: a uno le expresa su nombre particular (cubo) y, al otro, por el nombre genérico de la clase que representa (prisma), lo que se corresponde con el hecho de que acentúe más las diferencias entre las dos figuras que las semejanzas. Para José, es importante a esta edad trabajar sobre un número pequeño de cuerpos para buscar sus propiedades (KMLS 20, nivel de desarrollo esperado), conocedor de la dificultad que presentan los estudiantes si se le muestra varios tipos de prisma (KFLM 18, dificultades).

José conoce que para estos estudiantes es fundamental la manipulación de los cuerpos para comprender sus propiedades (KFLM 1, formas interacción) y para ello realiza distintas estrategias, orientado a construir una imagen rica de cada cuerpo geométrico y utiliza un material específico de madera (KMT 2, recursos). Comienza por la manipulación directa, pasando por la estampación y proyección, es decir, utilizando distintos tipos de abordaje (KMT 51, estrategia) hasta que considera que ya los alumnos pueden trabajar sobre ellos sin necesidad de manipulación directa (KFLM 20, teoría aprendizaje). Esto ocurre en la sesión analizada, donde observamos como es el docente quien manipula los cuerpos y los muestra a los estudiantes, ya que considera que los alumnos han manipulado bastante a través de las distintas estrategias usadas y ya son capaces de responder a las cuestiones con la mera visualización del cuerpo (KFLM 21, formas interacción) debido a su conocimiento sobre la contribución de la visualización en la identificación de propiedades de los cuerpos (KPM 8, prácticas particulares: visualizar).

Plantea la actividad para ayudar a los estudiantes a avanzar de Nivel 1 a Nivel 2 de Van Hiele (Jaime et al., 1990), ya que conoce que fijarse, distinguir y reconocer las caras de un cuerpo es algo que les cuesta a los alumnos (KFLM 9, dificultades), comentándolos

en una entrevista que, cuando mostraba un cuerpo a sus alumnos, estos no se fijaban en si tenía cuadrados o rectángulos, sino que se fijaban en el color, en la apariencia, por lo que [E1 u5] *“las caras son una cosa que los niños no son capaces de distinguir”*.

El profesor pretende que los estudiantes repasen propiedades como aristas y vértices y, sobre todo, que enriquezcan su conocimiento acerca de las caras de los cuerpos. Para ello José formula una tarea en la que, para cada tipo de cuerpo geométrico, contabilizan el número total de caras y el número de caras en función del tipo de figura plana (cuadrado y rectángulo) (KMT 52, tarea). José pretende que los estudiantes a esta edad sean capaces de conocer cuántas caras tiene cada cuerpo trabajado (KMLS 21, resultados de aprendizaje esperados) y la forma que tiene cada cara (KMLS 22, resultados de aprendizaje esperados). Además, en este procedimiento pretende que los discentes se vayan acostumbrando a los vocablos trabajados (nombres de los cuerpos), tanto mediante un registro de representación oral como escrito, ya que lo considera contenido a trabajar para esta edad (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: adquisición de terminología).

El tipo de tarea que implementa refleja su conocimiento acerca del uso de diferentes formas de representación como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre distintos sistemas de representación y usándolo como estrategia de enseñanza (KMT 53, estrategia). José muestra su conocimiento de distintos registros de representación en el ámbito de la geometría (manipulativo [piezas de madera], verbal, escrito, simbólico [cuando escribe el número 6] y gráfico [tabla]) y la complementariedad entre ellos (KoT 30, registro representación). Además, valora la tabla como un registro útil para recoger información de manera ordenada y promover una posterior interpretación (KPM 47, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas). En este sentido, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

En la tabla utiliza distintos tipos de designación (pictograma y símbolo “6”) (KoT 31, definiciones, propiedades y sus fundamentos) sabedor de la importancia que tiene la designación en la génesis de contenidos matemáticos (KPM 48, prácticas particulares: uso de múltiples representaciones). Estos aspectos suponen un indicio de que el profesor conoce que el uso de pictogramas y lenguaje cotidiano le acerca al concepto matemático,

ayudándole en su aprendizaje matemático (KMT 54, estrategia y KMT 17, estrategias: terminología). Tenemos indicios de que José trata las figuras geométricas como parte de los cuerpos conocedor de que es una característica clave en el proceso de construcción de la definición de cuerpo geométrico (KPM 37, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones), ya que en una entrevista [E3.2 u2] le preguntamos acerca de cada una de las definiciones de los cuerpos que él trabajaba y nos proporcionaba la definición como suma de una serie de propiedades, lo que nos hace pensar que conoce las definiciones de los cuerpos geométricos como un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones). Una vez registrada de información, el profesor promueve, mediante preguntas, la comparación de las propiedades de los cuerpos e identifiquen así sus semejanzas y similitudes (KMT 10, estrategia), favoreciendo el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 5 y 6, prácticas particulares: comparar). El profesor conoce que es más fácil para ellos partir de un objeto que ellos ya conocen, sacando similitudes y diferencias con el nuevo objeto (KFLM 8, formas interacción). José conoce la importancia de mostrar el tipo de caras de los cuerpos (KMT 55, estrategia) pues es lo que les ayuda a diferenciar el cubo del otro prisma (KFLM 22, formas interacción), conocedor de la dificultad que poseen algunos estudiantes para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos (KFLM 4, dificultades).

José comienza utilizando vocabulario propio del niño para referirse a algunas propiedades de los cuerpos como, por ejemplo, llama “caminito” a la arista, “piquito” al vértice y comenta “que rueda” cuando se refiere a que posee una cara curva (KMT 17, estrategias: terminología). En el curso de la sesión pretende que los alumnos utilicen el lenguaje formal para indicar el nombre apropiado de los conceptos trabajados, lo que pone en evidencia el valor que le da a adquirir vocabulario geométrico específico (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: adquisición de terminología) y al uso de lenguaje correcto y preciso en el aprendizaje geométrico (KPM 22, papel del uso de lenguaje formal).

Como hemos dicho, en la sesión José plantea el estudio de los cuerpos geométricos mediante el conteo de sus caras. El profesor pretende trabajar las caras de distintos cuerpos (cubo, prisma, esfera y cilindro) mediante un mismo procedimiento de enseñanza, comenzando por mostrar la pieza, colocar el nombre en la pizarra, contar el total de caras y contar el número de caras que son cuadrados y rectángulos (KMT 56,

técnica). El profesor conoce las necesidades de sus estudiantes y se va adaptando a ellas, por lo que va tomando decisiones en sus clases en función del conocimiento que posee sobre su alumnado. Por ejemplo, para el trabajo del cilindro opta por no representar en la pizarra pues encuentra al alumnado ya bastante cansado (esto lo consideramos CPG⁹⁰). José conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus caras (KMT 25, estrategia). Asimismo, tenemos indicios de que conoce que el recuento de caras de los cuerpos es promotor de un proceso de razonamiento espacial para construir un modelo mental (KPM 49, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas). Para el recuento de caras va colocando una pegatina cada vez que dicen un número, lo que nos refleja su conocimiento sobre la enumeración como procedimiento para contar (KoT 17, procedimientos). Y, por otro lado, conoce que el pegar pegatinas sirve como estrategia para contar el número de caras iguales en un cuerpo geométrico (KPM 50, procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas), con lo que podemos decir que de estos conocimientos nace parte de tarea planteada para que comprendan una de las propiedades de los cuerpos (KMT), en la que haciendo uso de las piezas manipulativas, va colocando una pegatina a cada cara para poder contar más fácilmente, conocedor de que el uso de pegatinas sobre las caras facilita la labor (KMT 28, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

En el recuento de las caras del prisma, usa pegatinas para contabilizar la totalidad de caras y las caras cuadradas, pero para el recuento de caras rectangulares deja de lado el material manipulable, animándolos a la abstracción. Lo primero que les dice es que es algo difícil, por lo que conoce que los estudiantes tienen dificultades a la hora de manejar cantidades numéricas sin el apoyo de material manipulativo (KFLM 23, dificultades). José conoce de la importancia de la resolución de problemas en la actividad matemática (KPM 51, resolución de problemas) y lo utiliza como estrategia de enseñanza (KMT 57, estrategia) al plantear un problema aditivo parte-todo (KoT 32, definiciones) con la incógnita en una de las partes, colocando las seis caras y tachando dos de ellas, para encontrar el número de caras rectangulares que posee el prisma (KMT 58, tarea). Con este planteamiento también podemos decir que conoce de la importancia de utilizar distintos contextos (KoT 33, fenomenología). Seguidamente, el profesor plantea la comprobación del resultado mediante el conteo físico de las caras rectangulares en la pieza de madera (KPM 14 y

⁹⁰ CPG - Conocimiento Pedagógico General

KPM 24, formas de validación: comprobar), valorándola como como fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP).

Aunque el docente pretende trabajar en esta sesión solo las caras, los alumnos están acostumbrados a tratar también aristas y vértices cuando trabajan los cuerpos, por lo que ellos intentan centrarse en estos. En el caso de las aristas, el profesor les dice [S6 u7] “*no las vamos a contar. Tiene muchas*”, posiblemente porque considera que los números que se manejan a estas edades no sobrepasan la decena (KMLS 23, nivel de desarrollo esperado). Por otro lado, podemos decir que sea debido a que no pretende dedicar esta sesión a profundizar sobre ello, sino que lo van a trabajar posteriormente, pudiendo ser solo una decisión de enseñanza (KMLS 24, secuenciación). Acto seguido les pregunta por la cantidad de lados que tiene un cuadrado, haciendo de nuevo referencia a las caras, lo que nos hace pensar que lo realiza, no porque tiene muchas sino porque no le interesa centrarse en esas propiedades. Esta forma de redirigir la clase hacia lo que le interesa, nos muestra otra estrategia de enseñanza (KMT 59, estrategia). Con la expresión [S6 u8] “*cada arista termina en un piquito*” observamos como la manera de enfocar la arista es dinámica porque hace referencia a la magnitud longitud (KoT 18, propiedades) y esto a su vez lo lleva a la enseñanza (KMT 26, estrategia).

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.6.

5.2.7. Informe de análisis sobre Sesión 7 [S7]

Sexta clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

5.2.7.1. Resumen S7

La sesión analizada es la sexta sesión de este⁹¹ curso que dedican a trabajar Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Se corresponde con la primera clase del 2º trimestre dedicada a Geometría. Como de costumbre, comienzan a trabajar dispuestos en asamblea y cambian de agrupamiento cuando pasan a trabajar las fichas del libro, pasando a sentarse cada uno en su sitio con su libro.

Al ser la primera sesión tras las vacaciones, el objetivo de José es repasar las propiedades de los distintos cuerpos geométricos trabajados hasta el momento. El procedimiento utilizado es la presentación del cuerpo mediante material manipulativo y mediante la formulación continuada de preguntas, repasar los contenidos ya trabajados (propiedades de los sólidos). Tras la asamblea, pasan a realizar dos fichas del libro, donde, la segunda trata de la posibilidad de apilamiento de los distintos cuerpos geométricos trabajados. José se percata de que no ha trabajado esto en la asamblea y pasa a explicarlo, tomando objetos de la propia clase para manifestar su posible apilamiento.

Por ética de investigación, hacemos explícito que esta sesión y un análisis previo al aquí realizado fue objeto de publicación en Escudero-Domínguez et al. (2021d).

5.2.7.2. Episodios por analizar de S7

En esta sesión José comienza repasando las propiedades de los distintos cuerpos geométricos trabajados hasta el momento. El procedimiento utilizado es la presentación del cuerpo mediante material manipulativo y tras la identificación del nombre del sólido, José va formulando preguntas como las que siguen: [S7 u1] *“los prismas, ¿rodaban o no rodaban?”*, [S7 u2] *“si al cilindro le ponemos pintura por aquí [señalando una de*

⁹¹ Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

las bases], ¿Qué nos sale?”, [S7 u3] “los cubos tenían muchas... ¿Cómo se llamaba esto? [señalando las caras del cubo]”, [S7 u4] “y las caras del cubo, ¿Qué eran?”, [S7 u5] “a ver quién se acuerda de cuántas caras tenía”.

Los cuerpos geométricos que trabaja son: cubo, prisma de base cuadrada, prisma de base rectangular, cilindro y esfera. Como de costumbre José compara el cubo con el prisma de base cuadrada. La novedad aquí es la presentación del prisma de base rectangular y su comparación con el prisma de base cuadrada.

Tras esto, pasan a la explicación y realización de la primera ficha del libro. A continuación, en la presentación de la segunda ficha del libro que deben realizar a los estudiantes, les dice [S7 u6] “Bueno, en el trabajito que tenemos ahora, tenéis que estar atento, porque se me ha olvidado explicarlo cuando estábamos sentados [asamblea]. Chicos, las figuras que hemos estado viendo antes, hay algunas que las podemos poner unas encima de las otras”. Con esto José está anunciando implícitamente la idea de cara plana de un sólido. Para ello José va tomando objetos de la propia clase con el objetivo de manifestar el posible apilamiento de los distintos cuerpos geométricos trabajados. José comienza tomando un objeto con forma de cilindro colocado sobre una de sus bases y les pregunta [S7 u7] “¿yo puedo poner algo encima del cilindro?”. Este no se queda con la afirmación o negación por parte de los estudiantes, sino que lo lleva a cabo, acomodando un objeto con forma de prisma cuadrangular sobre el cilindro, comprobando la afirmación de los estudiantes. Tras esto, realiza el proceso inverso, toma un prisma y encima coloca un cilindro por una de sus bases. Los cuerpos que va usando son de diferentes tamaños y tipos; en el caso del prisma, algunos de base cuadrada y otros de base rectangular. También utiliza una esfera e intenta colocarla encima de un prisma. En ese momento, el profesor evidencia que sobre la esfera no se puede poner ningún objeto. Aprovechando esto, el profesor aclara lo que les ocurre a los cilindros, pues antes solo había usado estos apoyados sobre una de sus bases y, por tanto, podía apilarse. Demuestra ambas situaciones tomando un objeto con forma de cilindro e intentando apilar objetos sobre este. Tras la explicación, pasa a explicar la ficha, en la que tienen que colorear los cuerpos sobre los cuales se puede apilar (Figura 5.13).

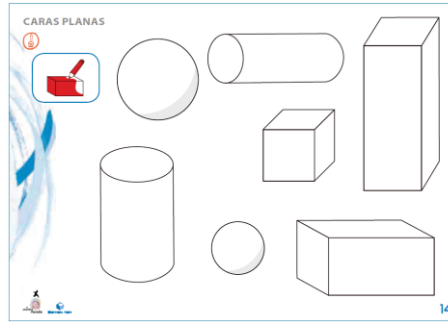


Figura 5.13. Ficha a trabajar

5.2.7.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S7

José comienza la sesión repasando las propiedades de los distintos cuerpos geométricos trabajados hasta el momento, siguiendo el mismo procedimiento en cada cuerpo (KMT 60, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). José conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados). La novedad que se presenta en esta sesión, con respecto a las anteriores, es la presentación del prisma de base rectangular y su comparación con el prisma de base cuadrada (KMT 10, estrategias), donde se pone de manifiesto su conocimiento acerca de que la comparación de las propiedades de distintos cuerpos favorece el conocimiento de estos (KPM 5 y KPM 6, prácticas particulares: comparar). La comparación entre sólidos también ayuda a demostrar que no se trata del mismo cuerpo geométrico (KPM 29, formas de validación: comparar). Todo ello lo lleva a cabo apoyado en material manipulativo, conocedor de esta estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), ya que sabe que la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 2, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). Además, es consciente de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, fortalezas y dificultades). Además, José conoce las potencialidades del uso de estas piezas (KMT 2, recursos didácticos), sabedor de la importancia que posee la manipulación del sólido para que los alumnos puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción).

Tras la realización de la primera ficha del libro, José tiene como objetivo mostrar la posibilidad de apilamiento de algunos cuerpos geométricos. El profesor toma objetos de

la clase con forma de prisma, cilindro y esfera, aprovechando el aula para desarrollar los contenidos estudiados, intentando matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados), sabedor de que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos (KoT 1, fenomenología). José conoce que la visualización contribuye tanto a la identificación de cuerpos como de propiedades de estos sólidos (KPM 2 y KPM 8, prácticas particulares del quehacer matemático: visualizar). José es conocedor de que el mundo que nos rodea y con el que los alumnos interactúan, está formado, principalmente, por cuerpos más que por superficies planas, y esto se refleja en sus clases, partiendo de la geometría tridimensional y derivando de ella la geometría plana (KMT 6, teorías sobre enseñanza). En una entrevista posterior, dice: [E3.1 u1] *“este año hemos trabajado pirámide, cubo, prisma, cilindro, esfera... y sus correspondientes formas planas que derivan de estas formas geométricas”*, lo que indica su conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS 4, secuenciación temas).

El docente conoce que a los alumnos les cuesta fijarse en las caras de los cuerpos geométricos (KFLM 9, dificultades), ya que conoce que los niños a esta edad no son capaces de retener muchas características de un objeto. Lo anterior se evidencia en la siguiente entrevista: [E1 u3] *“ahora mismo estos niños son todavía muy chicos y no son capaces de identificar más de una cualidad o dos características de cada forma geométrica”*. Por otro lado, en esa unidad de información José indica como objetivo [E1 u3] *“intentamos que vayan observando más las figuras y que sean capaces cada vez de coger más características de los objetos”* (KMLS 3, nivel de desarrollo esperado). Tenemos indicios de que José conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen (KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar). El docente piensa que en el aprendizaje geométrico los alumnos tienen que avanzar de la identificación de cuerpos como un todo, lo que se corresponde con el nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990) (KFLM 3, teorías sobre aprendizaje) y sabe que es adecuado para la etapa que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados).

José toma un objeto con forma de cilindro y pregunta a los discentes su nombre, conocedor de la importancia de identificar los sólidos geométricos en el trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar). Además, José conoce de la importancia del

uso de lenguaje geométrico correcto para el trabajo de los cuerpos geométricos (KMT 8, estrategias: terminología). Asimismo, sabe que a esta edad el alumnado debe ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso para cada cuerpo que manejan (KMLS 6, resultados de aprendizaje esperados: adquisición de terminología), conocedor de la importancia que tiene en la comunicación matemática (KPM 22, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal). Sin embargo, conoce la dificultad que presentan los alumnos para retener vocabulario geométrico (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología) como manifiesta en varias entrevistas, por ejemplo: [E5 u2] *“el vocabulario le cuesta mucho trabajo. Es verdad que son palabras que no están en su día a día y, entonces, pues le cuesta trabajo utilizar bien los términos”*. Por otro lado, José conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados), así como las figuras planas (KMLS 10, resultados de aprendizaje esperados).

Seguidamente, colocando un objeto con forma de cilindro apoyado sobre una de sus bases, les pregunta: [S7 u7] *“¿yo puedo poner algo encima del cilindro?”*. Como hemos comentado, el objetivo de José es que los alumnos vayan profundizando en las propiedades de los cuerpos geométricos (KMLS 25, resultados de aprendizaje esperados). Para ello aprovecha el hecho de apilar los cuerpos para expresar características de los cuerpos geométricos como disponer de una cara curva (KMT 61, estrategias), conocedor de que poseer una cara plana se puede expresar de manera informal mediante la expresión “poner algo encima” (KoT 34, definiciones, propiedades: terminología). Además, conoce cómo el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 17, estrategia: terminología). Asimismo, podemos decir que conoce que el criterio de apilamiento muestra una característica principal de los cuerpos (KoT 35, definiciones, propiedades) y que esta experiencia de apilar los cuerpos favorece el conocimiento de los sólidos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros (KPM 52, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar).

Tras la pregunta [S7 u7], José no se queda con la afirmación o negación por parte de los estudiantes, sino que lo lleva a cabo, ya que es una cualidad que a los estudiantes les llama la atención y pueden experimentar fácilmente (KFLM 24, aspectos emocionales). El profesor que conoce que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (KPM 24, formas de validación: comprobar), acomoda un objeto con forma

de prisma cuadrangular sobre el cilindro, comprobando la afirmación de los estudiantes. Lo anterior, además de mostrar su conocimiento acerca de que la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento (KPM 14, formas de validación: comprobar), refleja que conoce que la comprobación es una fase relevante en la resolución de problemas (KPM 27, jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP).

Se observa como José realiza el mismo procedimiento anterior. Toma la pieza (objeto de clase con forma de prisma cuadrangular donde la altura del cuerpo es considerablemente menor que la longitud del lado del cuadrado de la base), les pregunta el nombre de la forma que tiene ese objeto, le pregunta si se puede apilar y, finalmente, lo intenta apilar, por lo que conoce una técnica para trabajar el apilamiento (KMT 62, técnica). José pregunta a sus alumnos por el nombre de los cuerpos, debido a la importancia que le otorga al vocabulario geométrico, y a que conoce que al estudiantado les cuesta diferenciar cubo de prisma cuando no se trata del prisma prototípico (KFLM 4, dificultades), pues se fijan en la cara de mayor dimensión (KFLM, formas de interacción). Este conocimiento es movilizado en este fragmento de entrevista: [E4 u16] *“aquí lo más significativo es el cuadrado, por tanto, ellos te lo van a asociar más a un cubo, es por, digamos, por establecer la relación lógica ... o sea, más lógica para ellos al menos... de la forma plana a la forma geométrica”*. Para solventar esto, José comenta a los dicentes que [S7 u8] *“no es un cubo porque si fuera un cubo todas sus caras serían cuadrados”* e intenta evocar la respuesta correcta mediante preguntas sobre las propiedades de este cuerpo (KMT 7, estrategias), como sigue: [S7 u9] *“¿esto qué es? [señalando sobre una de sus caras rectangulares]”*. Los alumnos responden [S7 u10] *“rectángulo”* y, de nuevo, el profesor insiste en el nombre, de la siguiente manera: [S7 u11] *“Chicos, esta [señalando la caja] ¿Qué figura es? Mirad, tiene unas caras que son cuadrados y otras que son rectángulos. ¿Cómo se llama esta figura? ¿Se llama cilindro? ¿Se llama prisma?”*.

José continua la sesión tomando otro objeto con forma de cilindro (con altura de dimensión menor a la medida del diámetro de sus bases), lo que supone un indicio de su conocimiento acerca del papel de las imágenes del concepto en el aprendizaje de los estudiantes y las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico (KFLM 25, teoría sobre aprendizaje). José está utilizando distintos ejemplos del mismo cuerpo

geométrico, conocedor de la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado (KPM 18, prácticas particulares: ejemplificar) y de la contribución de la ejemplificación de los cuerpos en el conocimiento de estos (KPM 3 y KPM 4, prácticas particulares: ejemplificar). Cuando le pide el nombre de este objeto, algunos alumnos responden [S7 u12] “*esfera*” y mediante preguntas sobre sus propiedades, el profesor trata de acercarlos a la respuesta correcta: [S7 u13] “*¿Rueda por todos los lados?*”. Sigue tomando objetos con distintas formas (prisma rectangular, prisma cuadrangular prototípico, esfera y cilindro), lo que nos muestra que conoce los cuerpos que los discentes deben aprender en este curso escolar (KMLS 5, resultados de aprendizaje esperados) e insiste en el nombre de cada uno de ellos. Seguidamente, intenta apilarlos y comprobar el posible apilamiento. En el caso de la esfera, tras la comprobación, comenta a los alumnos [S7 u14] “*encima de la esfera no puedo poner nada*” y pasa a tomar otro objeto con forma de cilindro, con el que afirma: [S7 u15] “*encima de los cilindros puedo poner cosas, pero si lo pongo por las caras [señalando una de sus bases], es decir, si lo pongo por las caras que son planas, pero ¿y por aquí?*”. El profesor promueve la comparación de la esfera con el cilindro, identificando diferencias y también similitudes entre ellos (KMT 10, estrategias), conocedor de que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar). Esto es debido a que conoce que los alumnos comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción). Asimismo, el profesor conoce como la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos (KPM 7 Y KPM 29, formas de validación y demostración: comparar).

Durante toda la sesión se observa como José conoce de la importancia de utilizar distintos contextos (KoT 33, fenomenología). Para finalizar, José explica la ficha del libro (Figura 5.13) que deben realizar [S7 u16] “*vamos a colorear aquellas figuras que sí podemos ponerlas una encima de la otra*”. Va preguntando cuerpo por cuerpo y afirmando si tienen o no que colorearlo. En la ficha aparecen dos esferas, dos cilindros (uno apoyado sobre una de las bases y otro apoyado en la cara curva) y tres prismas (un cubo, un prisma de base cuadrada apoyado sobre una de sus bases y otro prisma de base cuadrada apoyado sobre una de sus caras laterales). Se observa como el docente conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: situación real (objetos de la propia clase),

gráfico (ficha del libro) y verbal (Kot 36, registros de representación). Usa estos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 63, estrategias). Además, trabaja la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje natural, para que los alumnos expliciten este criterio de los cuerpos (KMT 64, estrategias). Asimismo, José conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento (KPM 9 y 10, prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones).

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.7.

5.2.8. Informe de análisis sobre Sesión 8 [S8]

Séptima clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

5.2.8.1. Resumen S8

La sesión analizada es la séptima sesión de este⁹² curso que dedican a trabajar Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Se corresponde con la segunda clase del 2º trimestre dedicada a Geometría. Como de costumbre, comienzan a trabajar dispuestos en asamblea y cambian de agrupamiento cuando pasan a trabajar las fichas del libro, pasando a sentarse cada uno en su sitio con su libro.

En esta sesión repasa alguna de las propiedades de los cuerpos geométricos trabajados. Como novedad trabaja todas las caras del prisma de base triangular al cual llama pirámide. Ligada a la pirámide, incluye un nuevo sólido, el cono. Este sólido no está entre el material que posee, por lo que pasa a construirlo. Tras la construcción de este, les comenta que digan a qué les recuerda. Seguidamente les desvela el nombre de este cuerpo geométrico y les solicita que vayan comentando propiedades de este sólido. Por último,

⁹² Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

realiza una ficha del libro donde aparecen conos. La ficha del libro se queda en el reconocimiento de estos sólidos geométricos.

5.2.8.2. Episodios por analizar de S8

En esta sesión comienza tomando un prisma de base cuadrangular de entre las piezas de madera que dispone en la caja de cuerpos geométricos que posee, repasando las propiedades de los prismas, pretendiendo ahondar, especialmente, en la forma de las caras de estos. A continuación, saca un cubo y les comenta que las caras de estos cuerpos son todas iguales, en cambio las del prisma no. Continúa con el cilindro, indicando la forma de la cara que poseen estos y realizando un resumen de lo comentado hasta el momento: [S8 u1] *“del prisma sale el cuadrado y el rectángulo. Del cubo sale el cuadrado y del cilindro sale el ?”*. Seguidamente pasa a trabajar la esfera, indicando que este cuerpo puede rodar por todos los lados, que de esta puedo sacar un círculo y que esta no tiene caras. Luego pasa a expresar un objeto con forma de esfera y les invita a que indiquen otros objetos con esta forma. Por último, en este repaso, saca el prisma de base triangular indicando que se trata de una pirámide. En esta sesión es la primera vez que trabaja todas las caras de ese cuerpo [S8 u3] *“las caras son triángulos, aunque también tiene caras ¿qué son?”*. De este ejemplo, prisma de base triangular indica que posee dos caras con forma de triángulo, dos caras con forma de cuadrado y una cara con forma de rectángulo.

A continuación, pasa a trabajar un nuevo cuerpo geométrico. José desde el curso anterior en una entrevista [E1 u14] comentó que le gustaría trabajarlo, pero que el libro no lo hacía por lo que él no insistía, que creía que más adelante aparecería (KMLS, secuenciación). Lo primero que les comenta es que se parece mucho a una pirámide. Además, les indica que no la tiene entre el material que dispone, que [S8 u5] *“la tenemos que hacer nosotros”* y muestra el proceso: [S8 u7] *“Aquí la tengo [mostrando un folio con el desarrollo plano de un cono...la tengo que recortar...y pegar”*. Seguidamente, les comenta que digan a qué les recuerda, lo que es lo mismo, que piensen qué objetos conocen que poseen esa forma: [S8 u8] *“parece un cucurucho, si lo pongo así... [colocando el círculo para arriba]”*, [S8 u9] *“gorro de fiesta”*, [S8 u10] *“capirote”* y [S8 u11] *“un cono como el que ponen en la carretera los policías o como también ha dicho E9 los que ponen para que pasen los niños o las niñas con la pelota”*. Tras comentar este último, les desvela el nombre de este cuerpo geométrico y les solicita que vayan comentando propiedades de

este cuerpo. José quiere hacer hincapié en las caras de este nuevo sólido, por lo que les dice: [S8 u12] *“el prisma, yo lo puedo poner así [tomando un prisma de base cuadrada y apoyándolo sobre su mano sobre una de sus bases]. Lo puedo poner así [poniendo el prisma apoyado sobre una de sus caras laterales]. Lo puedo poner de muchas formas, ¿verdad? Porque tiene caras. El cono, solamente ¿cómo lo puedo poner? ¿Lo puedo poner así? [apoyado sobre su vértice]”*. Tras este primer acercamiento, les pregunta: [S8 u13] *“¿el cono rueda entonces?”* y ante la respuesta afirmativa de los discentes, pregunta: [S8 u14] *“pero ¿rueda por todos los lados como la esfera?”*. Un alumno responde que [S8 u15] *“el cilindro y el cono ruedan por el mismo lado”* y José intenta aclararlo de la siguiente forma: [S8 u16] *“E7, maravilloso, al cono le pasa igual que al cilindro, que rueda por el medio, no rueda ni por aquí [señalando sobre el círculo] ni por aquí [señalando sobre el vértice]”*. Un alumno indica que pincha y el profesor lo aclara expresando [S8 u17] *“tiene un pincho [señalando sobre el vértice], un pico”*. En relación con esto, José indica [S8 u18] *“El cono, para ponerlo de pie, ¿cómo lo tengo que poner?”*. Un estudiante le dice que es como una pirámide, el profesor lo afirma y les comenta: [S8 u19] *“Lo tengo que poner por la ... ¿cómo se llama esto? [señalando sobre la base del cono], por la base. La base es una ...”*. Un estudiante contesta cara y les vuelve a preguntar [S8 u20] *“¿y qué forma tiene la cara del cono?”*. Los estudiantes contestan círculo y José comenta su apilamiento de esta forma [S8 u21] *“el cono tiene una cara que es la base, que es sobre lo que hay que ponerla para que se quede de pie”*. Tras esto, para finalizar el estudio de este cuerpo, repasa sus propiedades [S8 u22] *“Hemos dicho que rueda por un lado, que tiene una base, que la base es un círculo, ¿tiene caras por aquí? [señalando la superficie curva]”*.

5.2.8.3. Análisis interpretativo de aspectos que aportan información novedosa, S8

José comienza la sesión repasando las distintas caras de los cuerpos geométricos que ha trabajado en todas las sesiones dedicadas a Geometría: prisma de base cuadrangular, cubo, cilindro y esfera.

A continuación, José toma el prisma de base triangular apoyado en una de sus caras laterales (Figura 5.14) y les pide que den su nombre. Este prisma es de altura igual que la altura del triángulo de la base. Los alumnos comentan [S8 u2] *“pirámide”* y él lo da como válido (KoT 4, definiciones: terminología), lo que pone de relieve que José conoce

algunos cuerpos con los que trabaja en clase ligados a su posición (KoT 16, definiciones, propiedades y sus fundamentos). Este conocimiento está influenciado por la imagen mental que él posee de la pirámide, como un todo, solo visualmente, no diferenciando sus características y propiedades, ya que coloca este prisma siempre apoyado en una de las caras laterales, dejando vista sus bases triangulares. En una entrevista [E 4] José comenta que pensaba que los prismas solo podían tener cuadriláteros como base (KoT 2, definiciones, propiedades y sus fundamentos). José conoce la importancia de identificar los sólidos para el posterior trabajo con ellos (KPM 1, prácticas particulares: identificar), así como el poder de la visualización (KPM 2, prácticas particulares: visualizar).

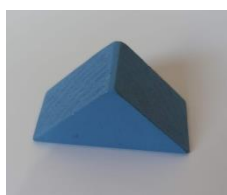


Figura 5.14. *Cuerpo geométrico al que José llama pirámide*

José conoce que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos es apoyarse en material manipulativo (KMT 1, estrategias), por lo que José utiliza siempre material manipulativo al trabajar los cuerpos geométricos, lo que evidencia que conoce la importancia que posee la manipulación de los sólidos para que los estudiantes puedan construir la imagen del concepto (KFLM 1, formas de interacción). Además, el profesor conoce la dificultad que poseen los alumnos para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 2, dificultades), así como la dificultad que les supone fijarse en las caras de los cuerpos (KFLM 9, fortalezas y dificultades). En esta sesión es la primera vez que trabaja todas las caras de ese cuerpo (Figura 5.14), conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos (KMLS 2, resultados de aprendizaje esperados) y de que los estudiantes de esta etapa retienen cada vez más características geométricas de un objeto (KMLS 3, nivel de desarrollo). Esto puede ser debido a que conoce que las definiciones de los cuerpos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes (KoT 8, definiciones), sin considerar la necesidad y suficiencia de estas. Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los estudiantes a identificar las propiedades de este cuerpo geométrico (KPM 26, prácticas particulares: identificar; KPM 12, prácticas particulares: describir y analizar; KPM 16 y KPM 23, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones).

Seguidamente, pasa a trabajar el nuevo cuerpo geométrico (cono), indicándole: [S8 u4] *“os voy a presentar a una amiguita de la pirámide”*, [S8 u6] *“se parece mucho a una pirámide”*, lo que nos evidencia su conocimiento acerca de que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 8, formas de interacción) y propone la comparación con la pirámide para identificar características de los sólidos (KMT 10 y KMT 35, estrategia). Todo ello apoyado en su conocimiento sobre que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de los sólidos (KPM 6 y KPM 33, prácticas particulares: comparar).

José considera que el cono es un sólido que deben aprender en esta etapa (KMLS 26, resultados de aprendizaje esperados). El profesor les explica que no posee este cuerpo entre las piezas de madera, por lo que *“la tenemos que hacer nosotros”* y muestra el proceso: [S8 u7] *“Aquí la tengo [mostrando un folio con el desarrollo plano de un cono...la tengo que recortar...y pegar”*, lo que evidencia su conocimiento acerca de las limitaciones del material manipulativo que posee en clase (KMT 2, recursos). Esto ya lo comentó en la entrevista E1 u15 donde indicó que no poseía conos para poder estamparlos. Además, les comenta que piensen qué objetos conocen que poseen la forma de ese cuerpo, ya que conoce que estos ayudan a dar significado al concepto (KoT 1, fenomenología y aplicaciones) y sabedor de la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS 1, resultados de aprendizaje esperados). Además, conoce la contribución de la ejemplificación de los sólidos en el conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 3 y KPM 4, prácticas particulares: ejemplificar), así como la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del sólido (KPM 18, prácticas particulares: ejemplificar). Los alumnos van mencionando objetos y José lo va confirmando: [S8 u8] *“parece un cucurucho, si lo pongo así... [colocando el círculo para arriba]”*, [S8 u9] *“gorro de fiesta”*, [S8 u10] *“capirote”* y [S8 u11] *“un cono como el que ponen en la carretera los policías o como también ha dicho E9 los que ponen para que pasen los niños o las niñas con la pelota”*.

Tras el último ejemplo [S8 u11], José les desvela el nombre de este sólido y les solicita que vayan observando propiedades de este cuerpo geométrico. Los alumnos van expresando alguna de ellas, cuando José saca un prisma y les recuerda que: [S8 u12] *“el prisma, yo lo puedo poner así [tomando un prisma de base cuadrada y apoyándolo sobre*

su mano sobre una de sus bases]. Lo puedo poner así [poniendo el prisma apoyado sobre una de sus caras laterales]. Lo puedo poner de muchas formas, ¿verdad? Porque tiene caras. El cono, solamente ¿cómo lo puedo poner? ¿Lo puedo poner así? [apoyado sobre su vértice]”. Lo anterior muestra que José quiere centrar la atención sobre la parte plana del cuerpo, pero lo hace de forma implícita, pues pretende que los estudiantes sean los que construyan su propio conocimiento. Esto revela su conocimiento acerca de que el trabajo con otro cuerpo puede ayudar a fijar la atención en la cara plana del nuevo cuerpo (KMT 66, estrategias, tareas, técnicas y ejemplos), apoyado en su conocimiento sobre el poder del uso de la discriminación visual en la construcción de conocimiento geométrico (KPM 17, prácticas particulares: visualizar) y de la visualización para la identificación de propiedades de los sólidos (KPM 8, prácticas particulares: visualizar). Además, podemos decir que conoce que a esta edad se pretende que los estudiantes sean capaces de conocer cuantas caras tiene cada cuerpo geométrico (KMLS 21, resultados de aprendizaje esperados).

Una vez ha dado a entender que los conos poseen solo una cara plana, pasa a trabajar la superficie curva de este mediante la pregunta: [S8 u13] *“¿el cono rueda entonces?”* y ante la respuesta afirmativa de los discentes, pregunta: [S8 u14] *“pero ¿rueda por todos los lados como la esfera?”*. Un alumno responde que [S8 u15] *“el cilindro y el cono ruedan por el mismo lado”* y José intenta aclararlo de la siguiente forma: [S8 u16] *“E7, maravilloso, al cono le pasa igual que al cilindro, que rueda por el medio, no rueda ni por aquí [señalando sobre el círculo del cono] ni por aquí [señalando sobre el vértice del cono]”*. De nuevo aquí podemos apreciar que se apoya en otros cuerpos conocidos para el trabajo con el nuevo sólido. Esto hace que tengamos evidencias de que conoce un procedimiento para trabajar un cuerpo geométrico nuevo. Este es: mostrar la pieza, comentar que se parece a otro cuerpo geométrico ya conocido, poner ejemplos de la vida cotidiana que posean dicha forma, identificar el nombre y determinar alguna característica del cuerpo mediante la comparación con otros sólidos ya conocidos (KMT 65, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Seguidamente un alumno indica que pincha y el profesor lo aclara expresando [S8 u17] *“tiene un pincho [señalando sobre el vértice], un pico”*. José utiliza vocabulario cotidiano, conocedor de que al alumnado le cuesta retener vocabulario cotidiano (KFLM 7, fortalezas y dificultades: dificultades en la terminología). Además, conoce el

vocabulario usado comúnmente por los estudiantes a la hora de abordar un determinado contenido (KFLM 12, formas de interacción: terminología), así como que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a identificar las cualidades del concepto (KMT 17, estrategias: terminología). Todo ello apoyado en su conocimiento sobre la identificación de algunos elementos de los cuerpos mediante vocabulario informal (KoT 4, definiciones: terminología). Además, José es conocedor del papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática (KPM 22, papel del uso de lenguaje formal), aunque conoce que el término vértice no pertenece a este curso escolar (KMLS 11, secuenciación).

Tras esto, vuelve a llevar a los alumnos a lo que le interesa, las superficies del cuerpo. Esta vez lo trabaja mediante el posible apilamiento [S8 u18] *“El cono, para ponerlo de pie, ¿cómo lo tengo que poner?”*, conocedor de que es una estrategia para expresar si posee cara plana (KMT 61, estrategia) y de que es una cualidad que pueden experimentar fácilmente los estudiantes (KFLM 24, aspectos emocionales). Asimismo, podemos decir que conoce que poseer una cara plana se puede expresar mediante la expresión informal *“poner de pie”* (KoT 38, definiciones: terminología). Todo ello relacionado con su conocimiento sobre como el criterio de apilamiento muestra una característica principal de los cuerpos (KoT 35, definiciones, propiedades) y que esta experiencia de apilar los cuerpos favorece el conocimiento de los sólidos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros (KPM 52, prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar). José les indica que para apilar el cono deben apoyarlo sobre su base, conocedor de algunos elementos de los cuerpos (KoT 37, definiciones: terminología) y de que el término base forma parte de esta etapa educativa (KMLS 27, secuenciación: terminología), ya que, poco a poco, los estudiantes deben adquirir mayor vocabulario geométrico (KMLS 6, resultados de aprendizaje: adquisición de terminología).

Para una consulta sintética de los indicadores de MTSK identificados en esta sesión, consultar el Anexo 5.8.

5.3. Análisis conjunto de todas las observaciones de aula y entrevistas

Tras la finalización del análisis pormenorizado de cada una de las observaciones de aula y entrevistas, necesitamos realizar un análisis a nivel macro que abarque todos los aspectos del conocimiento de José sobre la enseñanza de los cuerpos geométricos que son relevantes.

Este informe de análisis conjunto global pretende mostrar el conocimiento del profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas, es decir, el conocimiento de José que está determinado por la matemática. Partiendo del análisis pormenorizado realizado de las distintas observaciones de aula y entrevistas, hacemos un esfuerzo por organizar y describir el conocimiento del profesor desde las categorías e indicadores de los distintos subdominios de conocimiento, siguiendo la estructura natural de MTSK. Como apoyo en la elaboración de este análisis global, recopilamos todos los indicadores encontrados en el análisis realizado de las distintas sesiones y entrevistas a José (Anexo 6).

5.3.1. Conocimiento Matemático (MK)

El dominio de *Conocimiento Matemático* tiene importancia desde tres perspectivas: desde el conocimiento disciplinar propio de los profesores de matemáticas (Conocimiento de los Temas, KoT), desde el conocimiento de las conexiones entre contenidos matemáticos (Conocimiento de la Estructura de la Matemática, KSM) y desde el conocimiento sobre las formas de proceder en matemáticas (Conocimiento de las Prácticas Matemáticas, KPM).

En primer lugar, fijamos nuestra atención en la comprensión de los aspectos de conocimiento disciplinar que posee José (*Conocimiento de los Temas-KoT*). Los conceptos matemáticos manejados en la etapa de Infantil son simples⁹³, lo que hace que tomemos la decisión de considerar solo aquellos aspectos que sirven para comprender la enseñanza de los cuerpos geométricos, es decir, el cómo conoce José los temas que enseña. Las Tablas 5.7, 5.8 y 5.9 recogen todos los indicadores de conocimiento que han emergido de nuestro análisis. Estas tablas se encuentran ordenadas por categorías de conocimiento, dejando ver que las categorías que poseen mayor peso en nuestro estudio son la de registros de representación y definiciones, propiedades y sus fundamentos.

⁹³ Ver nota al pie de página número 9

Además, es de resaltar que en el análisis de nuestro profesor han emergido dos concreciones en la categoría de definiciones, propiedades y sus fundamentos: una en relación con la terminología y otra sobre clasificaciones.

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 5	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 6		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 13		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 14		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 19		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [gráfico y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 21		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [gráfico (fotografía), verbal y manipulativo (piezas de madera o plastilina)] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 22		Conoce elementos de distintos sistemas de representación que sirven para describir características de una composición geométrica desde distintos puntos de vista
KoT 26		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), gráfico (representación en pizarra) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 30		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), verbal, escrito, simbólico (cuando escribe el número 6) y gráfico (tabla)] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 36		Conoce acerca de distintos sistemas de representación [objetos de la propia clase, gráfico (ficha del libro) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 1	Fenomenología y aplicaciones	Conoce que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos geométricos
KoT 33		Conoce la importancia de utilizar distintos contextos

Tabla 5.7. Tabla de indicadores de KoT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 2	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados
KoT 8		Conoce que las definiciones de los cuerpos geométricos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes (caras, aristas y vértices)
KoT 16		Conoce algunos cuerpos trabajados en clase ligados a su posición. Cuando el prisma de base triangular (de altura menor o igual longitud que la altura del triángulo de la base) reposa sobre una de sus caras rectangulares, lo considera pirámide
KoT 18		Conoce que las aristas surgen de la unión de vértices
KoT 20		Conoce los aspectos clave de la Geometría (forma, posición y cambios de forma o posición)
KoT 23		Conoce distintas formas de apilamiento de los prismas
KoT 24		Conoce las características de la geometría proyectiva
KoT 25		Conoce propiedades de distintas figuras planas (cuadrado y rectángulo)
KoT 27		Conoce que la longitud de los lados es una propiedad de las figuras planas
KoT 28		Conoce distintos tipos de triángulos
KoT 31		Conoce distintos tipos de designación (pictograma y símbolo “6”)
KoT 32		Conoce problemas aditivos parte-todo
KoT 3	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones	Conoce distintas clasificaciones con criterios de construcción
KoT 7		Conoce que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada
KoT 11		Conoce que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros
KoT 15		Conoce el rectángulo y el cuadrado como clases disjuntas
KoT 29		Conoce que las figuras empleadas se pueden agrupar en dos dimensiones (formas planas) o en tres dimensiones (cuerpos geométricos)
KoT 35		Conoce que el criterio de apilamiento o no apilamiento muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros

Tabla 5.8. Tabla de indicadores de KoT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 4	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, combinando el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
KoT 10		Conoce que poseer una cara curva se puede expresar de manera informal mediante la expresión “que rueda”
KoT 34		Conoce que poseer una cara plana se puede expresar de manera informal mediante la expresión “poner algo encima”
KoT 37		Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos (e.g., base)
KoT 38		Conoce la que poseer una cara plana se puede expresar de manera informal mediante la expresión “ponerla de pie”
KoT 9	Procedimientos	Conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos geométricos
KoT 12		Sabe que puede cortar los cuerpos geométricos para obtener una figura plana
KoT 17		Conoce la enumeración como procedimiento para contar
KSM 1	Conexiones de simplificación-complejización	Conoce que la perspectiva es un elemento caracterizador del enfoque geométrico proyectivo

Tabla 5.9. Tabla de indicadores de KoT y KSM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José

En el trabajo sobre cuerpos geométricos, José considera esencial la relación de los conceptos matemáticos con la realidad mundana. El profesor conoce la importancia de matematizar el entorno y suele comenzar el trabajo de los sólidos tomando objetos de la propia clase con dicha forma, utilizando estos objetos como modelos que ayudan a dar significado a esos conceptos. Se observa aquí una relación entre su KMLS (resultados de aprendizaje esperado) y su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), debido a su conocimiento de los temas (KoT, fenomenología y aplicaciones). Además de situaciones reales, José va utilizando otros sistemas de representación⁹⁴ en sus clases dependiendo de cuál sea su objetivo, buscando la complementariedad entre ellos. Lo anterior refleja como

⁹⁴ Los sistemas de representación pueden ser: situaciones reales (objetos de la propia clase), verbal, manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (representación en 2d de objetos 3d, ya sea mediante ficha libro o fotografía; representación en 2d de figuras planas, ya sea como resultado de la estampación, representación en pizarra o ficha libro), escrito, simbólico (escritura del número mediante su símbolo, e.g. 6)

la utilización en clase del uso y conversión de distintos sistemas de representación está apoyado en su conocimiento sobre distintos registros de representación (y la conversión entre ellos) y como estos ayudan a la adquisición de la imagen del concepto, lo que muestra una fuerte relación entre su KoT (registros de representación), su KPM (prácticas particulares: hacer conversiones de múltiples representaciones) y su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Aunque José sepa usar y formular definiciones formales, su conocimiento de lo que sabe está muy ligado a cómo lo trabaja en clase. Normalmente en clase no utiliza una definición formal, sino que trabaja los cuerpos mediante un listado de elementos constituyentes (caras, aristas y vértices) como precursor de la construcción de la definición de los cuerpos. Un ejemplo interesante de ello es que José conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados, lo que hace que José llame “pirámide” a un prisma de base triangular, disponiéndolo siempre apoyado en una de las caras laterales, dejando visibles sus bases. Esto revela que el profesor conoce algunos cuerpos trabajados en clase ligados a su posición. Este ejemplo de pirámide no es acertado, lo que repercute en su enseñanza, pudiendo generar obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes. Lo anterior muestra relación entre su KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos) y su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Con respecto a las caras de los cuerpos geométricos, José conoce distintos criterios para establecer grupos dentro del material manipulable, ya que, al ser una etapa generadora de conocimiento, las clasificaciones que se realizan son aquellas que conectan con la realidad, es decir, están basadas en cualidades perceptivas, que les llama la atención a los estudiantes. Estos criterios son “hacer rodar” o “apilar” cuerpos geométricos, precursores para la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros. Aquí, observamos una relación entre su KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones) y su KPM (“prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios” y “prácticas particulares del quehacer matemático: comparar”), que se hace patente en su enseñanza (“KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos” y “KFLM, aspectos emocionales”). Por otro lado, podemos decir que José es conocedor del papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática, pero, a su vez, es consciente de que es algo que les cuesta a los alumnos, por lo que usa expresiones informales como “rueda por aquí” o “no se puede apilar por aquí” como estrategia para ayudar a asimilar el concepto matemático, conocedor de que estas expresiones permiten referirse a estos elementos de los cuerpos

geométricos. José pretende que a esta edad vayan adquiriendo vocabulario geométrico específico, por lo que combina el uso de vocabulario formal, informal, e incluso, incorrecto⁹⁵ como muestra de su conocimiento sobre la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos. Lo anterior evidencia una relación de todos los subdominios de conocimiento: KoT (definiciones: terminología), KPM (papel del uso de lenguaje formal), KFLM (dificultades en la terminología), KMT (estrategias: terminología) y KMLS (resultados de aprendizaje esperados: adquisición terminología).

José conoce distintos procedimientos gráficos (e.g., estampación⁹⁶ o corte de la pieza) que permiten clasificar tanto a poliedros como a cuerpos redondos y los utiliza en clase, mostrando así relación entre su KoT (procedimientos) y su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Otro procedimiento que conoce y utiliza en clase es la enumeración. Este último le permite contar elementos de los cuerpos geométricos, ya sea marcando los componentes ya contados o situando el cuerpo en una disposición espacial que permita identificar todas las partes a contar. También, en sus últimas clases, para el recuento de las caras rectangulares de un prisma de base cuadrada propone un problema aditivo parte-todo con la incógnita en una de las partes, colocando las seis caras (pictograma) y tachando dos de ellas, para encontrar el número de caras rectangulares que posee el prisma, lo que evidencia conocimiento acerca de la importancia de utilizar distintos contextos para conocer el número de elementos de un cuerpo geométrico. Lo anterior evidencia una relación entre distintas categorías de KoT (procedimientos y fenomenología) y su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

Con respecto al conocimiento de las conexiones entre contenidos matemáticos, *Conocimiento de la Estructura Matemática* (KSM), no hemos observado evidencias ni indicios de conocimiento de conexiones transversales ni auxiliares, tan solo una pequeña muestra de conexiones de simplificación-complejización (Tabla 5.9), lo cual nos sorprende, ya que consideramos que la tarea de simplificar y traducir los conceptos matemáticos debe exigir un peso importante en ese subdominio respecto del profesor de Infantil. Sin embargo, el *Conocimiento de la Práctica Matemática* (KPM) que se pensaba que podría tener poca presencia en la etapa de Infantil, ha resultado ser, junto a KoT, el conocimiento especializado que habitualmente moviliza el profesor analizado. Además,

⁹⁵ Un ejemplo sobre vocabulario incorrecto sería el que José parece usar el término lado como sinónimo de cara en los prismas

⁹⁶ Proyección ortogonal

observamos como el conocimiento matemático tiene implicaciones significativas en el resto de los subdominios, siendo habitual en nuestro estudio utilizar como estrategias de enseñanza, el conocimiento que posee sobre la práctica matemática. Las prácticas matemáticas desarrolladas por el profesional de Infantil difieren de las trabajadas en otras etapas educativas, por lo que, en nuestro estudio, al usar los indicadores propuestos por Carrillo et al. (2018), emergen una serie de concreciones a la etapa en alguno de estos. Por un lado, en el indicador de prácticas particulares del quehacer matemático surgen algunos procesos matemáticos que sirven para generar conocimiento como: identificar, describir, analizar, clasificar, visualizar, usar y hacer conversiones de múltiples representaciones, comparar y ejemplificar. Y, por otro lado, aparecen algunos precursores de la validación del conocimiento como comprobar, comparar y ejemplificar, que son recogidos en el indicador de formas de validación y demostración. Las Tablas 5.10, 5.11, 5.12 y 5.13 muestran los numerosos indicadores hallados en el análisis pormenorizado.

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 14	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce como la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento
KPM 20		Conoce que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en cada una de las cualidades del objeto geométrico
KPM 24		Conoce que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (e.g., por medio de la estampación, por medio del conteo físico de las caras o lados)
KPM 7	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos
KPM 29		Conoce que la comparación puede ayudar en la demostración de que no se trata del mismo cuerpo geométrico
KPM 32		Conoce que la comparación puede ayudar en la comprobación de la tarjeta y la composición realizada
KPM 11	Formas de validación: <i>utilizar contraejemplos</i>	Conoce el papel del contraejemplo en la validación del conocimiento
KPM 44		Conoce el uso de contraejemplos para indicar que no todas las longitudes de los lados de un triángulo tienen por qué ser iguales

Tabla 5.10. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 1	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>identificar</i>	Conoce la importancia de identificar los sólidos geométricos o propiedades de estos en el trabajo con ellos
KPM 26		Conoce la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas
KPM 34		Conoce el papel de la identificación de una representación gráfica desde diferentes puntos de vista para hacer emerger aspectos proyectivos
KPM 17	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico
KPM 2		Conoce que la visualización espacial potencia la identificación de los cuerpos geométricos
KPM 8		Conoce que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos
KPM 35		Conoce que la conservación de la percepción en la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos
KPM 36		Conoce que el reconocimiento de posiciones en el espacio potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos
KPM 10	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>uso de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de un cuerpo geométrico
KPM 40		Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de una figura plana
KPM 48		Conoce la importancia que tiene la designación en la génesis de contenidos matemáticos
KPM 9		Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento
KPM 4	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce la importancia de la ejemplificación de los cuerpos geométricos para el conocimiento de los sólidos
KPM 3		Conoce la contribución de la ejemplificación de los cuerpos geométricos en el conocimiento de los sólidos
KPM 18		Conoce la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado
KPM 19		Conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas ⁹⁷ de las no críticas de un concepto
KPM 45		Conoce la contribución de la ejemplificación de las figuras planas en el conocimiento de estas

Tabla 5.11. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II)

⁹⁷ En otras ocasiones son llamados atributos relevantes

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 5	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación de las propiedades de distintos cuerpos (e.g., caras, vértices, ...) favorece el conocimiento de estos
KPM 33		Conoce el papel que la comparación posee en el establecimiento de relaciones entre objetos
KPM 38		Conoce como la comparación de las propiedades de distintas figuras planas (e.g., lados) favorece el conocimiento de estos
KPM 6		Conoce que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de los sólidos geométricos, ya sea para identificar, describir, clasificar o comprobar
KPM 39		Conoce que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de las figuras geométricas, ya sea para identificar, describir, clasificar o comprobar
KPM 42		Conoce como el comparar distintas figuras geométricas resalta las propiedades de cada una de ellas
KPM 12	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>describir y analizar</i>	Conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen
KPM 43		Conoce que un precursor de la construcción de la definición de una forma plana es el estudio de los elementos que la componen
KPM 13	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce como las clasificaciones dicotómicas (o clasificaciones con criterios de construcción) ayudan a clasificar los sólidos
KPM 25		Conoce que mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de propiedades de los cuerpos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros
KPM 41		Conoce como las clasificaciones dicotómicas ayudan a clasificar las figuras planas
KPM 52		Conoce que mediante la experiencia de apilar los cuerpos se favorece el conocimiento de los sólidos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros
KPM 21		Conoce que el proceso de jerarquizar contribuye a la construcción de conocimiento de los entes geométricos

Tabla 5.12. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (III)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 22	Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	Conoce el papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática
KPM 16	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones
KPM 23		Conoce el papel que tienen los atributos relevantes ⁹⁸ , irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición
KPM 28		Conoce el papel que tienen los atributos relevantes en la construcción de una definición
KPM 37		Conoce que el estudio de las caras (figuras planas) son una característica clave en el proceso de construcción de la definición de cuerpo geométrico
KPM 27	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos	Conoce que la comprobación es una fase relevante en la resolución de problemas
KPM 51		Conoce de la importancia de la resolución de problemas en la actividad matemática
KPM 30	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es la visualización atenta de la fotografía o tarjeta
KPM 31		Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es actuar con orden, es decir, ser ordenado al realizar la composición teniendo en cuenta las relaciones de posición (delante, detrás, encima, debajo)
KPM 46		Conoce que una estrategia para ayudar a construir un triángulo es asemejarlo a la construcción de la letra A
KPM 47		Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es la utilización de una tabla para recoger información de manera ordenada y promover una posterior interpretación
KPM 49		Conoce que el recuento de caras de los cuerpos es promotor de un proceso de razonamiento espacial para construir un modelo mental
KPM 50		Conoce que el pegar pegatinas sirve como estrategia para contar el número de caras iguales en un cuerpo geométrico

Tabla 5.13. Tabla de indicadores de KPM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (IV)

⁹⁸ En otras ocasiones son llamadas características críticas

El conocimiento de la práctica matemática o conocimiento sobre las formas de proceder en matemáticas de los profesores de Educación Infantil difiere de los de otras etapas educativas, ya que se trata de una etapa generadora de conocimientos donde el conocimiento del docente está ligado a las matemáticas que desarrolla en su aula. Al ser un periodo donde se generan los cimientos del conocimiento, observamos como José presta especial atención al lenguaje, ya que conoce el papel que juega en la construcción y comunicación matemática. Así, José suele hacer afirmaciones precisas desde el punto de vista matemático, aunque en estas conviva el uso de vocabulario informal con el formal geométrico. El profesor conoce y usa expresiones informales como estrategia para ayudar a los estudiantes a asimilar conceptos geométricos, consciente de que el vocabulario formal geométrico es algo que les cuesta a los estudiantes de infantil por no estar dentro de su léxico habitual. Lo anterior evidencia una relación de todos los subdominios de conocimiento: KMLS (resultados de aprendizaje esperados: adquisición terminología), KPM (papel del uso de lenguaje formal), KoT (definiciones: terminología), KMT (estrategias: terminología) y KFLM (dificultades en la terminología). Lo anterior nos refleja como el valor de la terminología se hace patente en todos y cada uno de los subdominios de conocimiento, viendo así el lenguaje como un elemento transversal al uso del conocimiento.

El conocimiento sobre las prácticas matemáticas se encuentra ligado a las matemáticas que desarrolla en su aula. Así, aunque el profesional de Infantil no genera definiciones en su clase, resulta clave su conocimiento acerca del papel que tienen las características críticas, no críticas e incorrectas en la construcción de una definición, ya que este conocimiento impacta sobre su enseñanza. Por ejemplo, José muestra conocimiento acerca de que el estudio⁹⁹ de las caras que componen el cuerpo es una característica clave en el proceso de construcción de la definición de dicho cuerpo geométrico. Podemos ver aquí una relación entre elementos de su MK: KPM (“prácticas particulares: describir y analizar” y “condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones”) y KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos), ya que, José conoce las definiciones de los cuerpos como un listado de elementos constituyentes, sin considerar la necesidad y suficiencia de estas. Por otro lado, encontramos relación entre su KPM (condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones) y su KFLM (teorías sobre aprendizaje),

⁹⁹ Identificación de las caras y número de estas

ya que José conoce que hay que ayudar a los estudiantes a avanzar de la identificación de cuerpos al análisis de estos, planteando tareas para ello (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos).

El profesor parece conocer que la resolución de problemas es algo esencial en matemáticas. Ante un problema, José conoce distintas estrategias para ayudar en su resolución, como, por ejemplo, la utilización de una tabla para recoger la información (número de caras, recuento de distintos tipos de caras, ...) del cuerpo geométrico de manera ordenada, o bien, la visualización atenta de la tarjeta a la hora de realizar una composición geométrica. Además de estrategias, José conoce los distintos pasos a la hora de abordar un problema. Así, se muestra la relación entre distintos subdominios de conocimiento: KPM (“procesos asociados a la RP” y “jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP”) y KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Por otro lado, en la etapa de Infantil la demostración suele ser entendida como una validación y el último paso en la resolución de un problema matemático es examinar¹⁰⁰ su solución, por lo que encontramos una relación entre dos indicadores de KPM: “jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP” y “formas de validación y demostración”.

Es de reseñar el valor que José otorga en sus clases sobre el conocimiento acerca de formas de validación, utilizando distintos procesos matemáticos como la comprobación, la comparación o el uso de contraejemplos, ya que conoce que suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos. Lo anterior deja ver una relación entre su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), su KFLM (fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas), su KPM (formas de validación y demostración) y su KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos). En el trabajo de los elementos de los cuerpos geométricos, José suele usar la estampación como modo de validación de las figuras que conforman las caras de los sólidos, conocedor de las potencialidades del uso de material específico, así como de que la estampación es una cualidad que a los estudiantes les llama la atención y pueden experimentarla fácilmente. Todo ello apoyado en su conocimiento sobre el papel que tiene la proyección ortogonal como procedimiento para evidenciarlo. Lo anterior muestra una relación entre indicadores de su KPM (“formas de validación y demostración: comprobar” y “prácticas particulares: usar y hacer

¹⁰⁰ Comprobar el resultado

conversiones de múltiples representaciones”), su KMT (“recursos didácticos asociados a un contenido matemático” y “estrategias, técnicas, tareas y ejemplos”), su KFLM (aspectos emocionales) y su KoT (procedimientos y registros de representación).

Con respecto a la construcción del conocimiento matemático aparecen indicadores que recogen distintos procesos para el desarrollo del conocimiento geométrico. Todos ellos se albergan dentro del indicador de prácticas particulares del quehacer matemático en el presente trabajo. Con respecto a los procesos, resaltamos la comparación, que resulta ser el proceso de razonamiento por excelencia en Infantil (Muñoz-Catalán et al., 2021a) pues se da también en otros bloques de contenidos. El conocimiento sobre la comparación, en el bloque de Geometría, permite al profesor identificar propiedades que comparten algunos cuerpos y otras que los diferencian de los demás, describir los atributos de un ente geométrico, realizar una segregación o comprobar algún aspecto de los cuerpos (Escudero et al., 2021b). José en sus clases utiliza distintos criterios para comparar cuerpos geométricos, siendo los más frecuentes: forma de las caras, longitud de las aristas y número de caras. Por ejemplo, frente a las dificultades de los estudiantes para la distinción entre un prisma de base cuadrada con poca altura y un cubo, José utiliza la comparación de la forma de sus caras, así como la longitud de sus aristas, conocedor de la utilidad de este proceso a la hora de fomentar la búsqueda de relaciones entre distintos cuerpos, sabedor de que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo si lo comparan con otro. Lo anterior muestra relaciones entre distintos subdominios de conocimiento: KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), KPM (“prácticas particulares del quehacer matemático: comparar” y “formas de validación: comparar”), KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos) y KFLM (“fortalezas y dificultades” y “formas de interacción con un contenido matemático”). Con el fin de estudiar con más facilidad las características de los sólidos, José comienza a realizar agrupaciones. El profesor conoce distintos criterios de clasificación para los cuerpos geométricos, usando normalmente clasificaciones con criterios de construcción (e.g., rodar; apilar).

Nuestro estudio refleja que otra práctica matemática utilizada por José es la ejemplificación. El profesor, con la finalidad de crear una imagen rica del concepto, hace uso de ejemplos y contraejemplos para ayudar a distinguir las características críticas de las no críticas de un concepto (Montes et al., 2022) y, por otro, los contraejemplos se pueden usar para refutar una proposición.

El primer paso para construir conocimiento es la identificación, por lo que José parte siempre del reconocimiento y nombramiento de los cuerpos, sabedor de que se necesita reconocer correctamente un cuerpo geométrico para seguir profundizando sobre este. Tras el reconocimiento, José pasa a lanzar propiedades, conocedor del poder de los procesos describir y analizar.

Para el estudio de las propiedades, José utiliza su conocimiento acerca del uso y conversión de múltiples representaciones como ayuda en la comprensión de los conceptos geométricos. Por ejemplo, durante el trabajo sobre las propiedades de los prismas, José presenta algunas proyecciones de prismas de base cuadrada dibujadas en un folio y, volcando en el suelo las piezas de madera, les pide a sus alumnos que demuestren de dónde vienen los cuadrados. Así, el ejemplo anterior refleja como José conoce que el uso y conversión de múltiples representaciones potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos y lo usa como estrategia de enseñanza. Por otro lado, José resalta la visualización como proceso de razonamiento geométrico que ayuda a la comprensión de un nuevo concepto. Así, el profesor conoce algunos elementos de la visualización espacial (conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio, reconocimiento de relaciones en el espacio y discriminación espacial) que potencian el conocimiento de los sólidos geométricos.

5.3.2. Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)

El dominio de *Conocimiento Didáctico del Contenido* se divide en tres subdominios: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS).

Con respecto al *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)* hay que indicar que este subdominio posee gran peso en el conocimiento del profesional de Infantil, destacando la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Además, en el análisis desarrollado en este trabajo ha emergido una concreción con respecto al lenguaje en dicha categoría. En las Tablas 5.14, 5.15, 5.16, 5.17 y 5.18 se recogen todos los indicadores de conocimiento que han emergido de nuestro análisis.

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 6	Teorías sobre enseñanza	Conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana
KMT 2	Recursos didácticos	Conoce las limitaciones y potencialidades del uso de material específico (objetos de clase y piezas de madera con forma de cuerpos geométricos)
KMT 13		Conoce la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con sus caras
KMT 33		Conoce las limitaciones y potencialidades del uso de material específico (fotografías, tarjetas con la representación gráfica en 2d de algunos cuerpos geométricos)
KMT 1	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es apoyándose en material manipulativo
KMT 3		Conoce las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico
KMT 4		Conoce la estrategia de clasificación a través de criterios de construcción, donde los criterios que se usan son condiciones que se imponen para establecer grupos dentro del material manipulable
KMT 5		Conoce la posibilidad de utilizar la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa para facilitar la identificación de las figuras
KMT 7		Conoce la oportunidad de utilizar la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo de un prisma cuadrangular
KMT 9		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 10		Conoce la estrategia de comparación con otro cuerpo para identificar características de los sólidos geométricos
KMT 11		Conoce una tarea para que los estudiantes distingan un cubo de un prisma, intentando que los estudiantes realicen una discriminación visual
KMT 12		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión

Tabla 5.14. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 14	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la posibilidad de usar la simulación de la estampación para evocar imágenes mentales asociadas a los cuerpos mediante la conversión del registro manipulativo al verbal
KMT 16		Conoce la estrategia de hacer rodar a los cuerpos para que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos
KMT 18		Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar la cara más representativa de este y proporcionar el nombre de esta
KMT 19		Conoce la estrategia de cortar la esfera por la mitad para obtener la figura plana que contiene
KMT 20		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 21		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 22		Conoce la oportunidad de utilizar la estampación para la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje verbal para evocar la imagen mental de los cuerpos
KMT 23		Conoce una tarea a través de la cual asocia cada cuerpo trabajado con su cara más representativa mediante la estampación
KMT 24		Conoce una tarea a través de la cual identificar algunas figuras planas
KMT 25		Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus caras
KMT 26		Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus aristas
KMT 27		Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus vértices
KMT 28		Conoce una técnica para facilitar el seguimiento de los objetos contados. Esta es mediante la utilización de una marca en el material manipulativo, ya sea mediante un rotulador y/o pegatinas

Tabla 5.15. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 29	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una técnica para seguir la pista de los objetos contados es mediante el uso del su propio cuerpo (e.g., facilitar el recuento de los elementos señalando con el dedo sobre cada cara-arista-vértice)
KMT 30		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [gráfico y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas
KMT 31		Conoce una tarea a través de la cual enriquecer la imagen mental de los cuerpos geométricos
KMT 32		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [gráfico (fotografía), verbal y manipulativo (piezas de madera o plastilina)] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 34		Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos es apoyándose en las conversiones de distintos registros de representación
KMT 35		Conoce la comparación como estrategia de enseñanza para el establecimiento de relaciones entre objetos
KMT 36		Conoce una tarea para la observación de un mismo objeto desde distintas perspectivas
KMT 37		Conoce una estrategia de enseñanza para identificar varios cuerpos geométricos que son iguales. Esta es haciéndole hincapié en que se fijen en la posición de los distintos sólidos
KMT 38		Conoce una tarea a través de la cual pretende profundizar en las caras de distintos cuerpos geométricos
KMT 39		Conoce que una estrategia para observar las propiedades de las figuras planas es apoyándose en material
KMT 40		Conoce la oportunidad de utilizar la comparación de la cantidad de longitud de los lados como estrategia para diferenciar el cuadrado del rectángulo
KMT 41		Conoce que el establecer relaciones entre distintas figuras geométricas es una estrategia de enseñanza
KMT 42		Conoce que una estrategia para explicar el concepto de prisma es usar un solo tipo de prisma
KMT 43		Conoce una tarea a través de la cual profundizar en los cuerpos geométricos
KMT 44		Conoce dos estrategias didácticas para trabajar el paso de las figuras de 3d a 2d, la estampación y la representación en la pizarra de alguna cara del cuerpo geométrico trabajado

Tabla 5.16. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (III)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 45	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), gráfico (representación en pizarra) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 46		Conoce que una estrategia para observar las propiedades de las figuras planas es apoyándose en representaciones de estas
KMT 47		Conoce que una estrategia de enseñanza para profundizar sobre las figuras planas es hacerlo mediante la igualdad o no de sus lados
KMT 48		Conoce que el establecer relaciones entre distintas figuras geométricas es una estrategia de enseñanza
KMT 49		Conoce la comparación de la cantidad de longitud de los lados como estrategia de enseñanza para diferenciar los rectángulos de los cuadrados
KMT 50		Conoce que una estrategia para profundizar sobre las figuras planas es hacerlo mediante el recuento de sus lados
KMT 51		Conoce distintos tipos de abordaje para profundizar en las propiedades de los cuerpos geométricos (e.g., manipulación directa, estampación y proyección)
KMT 52		Conoce una tarea a través de la cual profundizar sobre los cuerpos geométricos, contabilizando el número total de caras y el número de caras en función del tipo de figura plana (cuadrado y rectángulo)
KMT 53		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), verbal, escrito, simbólico (cuando escribe el número 6) y gráfico (tabla)] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 54		Conoce el uso de pictogramas como estrategia de enseñanza para acercarse al concepto matemático
KMT 55		Conoce que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es fijarse en el tipo de caras de estos cuerpos
KMT 56		Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de estos. Este es: mostrar la pieza, colocar el nombre en la pizarra, contar el total de caras y contar el número de caras que son cuadrados y rectángulos
KMT 57		Conoce que la resolución de problemas puede ser entendida como estrategia de enseñanza
KMT 58		Conoce una tarea para encontrar el número de caras rectangulares que posee el prisma
KMT 59		Conoce distintas estrategias para redirigir la clase hacia lo que le interesa

Tabla 5.17. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (IV)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 60		Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar las caras de este, proporcionar el nombre de estas figuras planas y contar el número de caras
KMT 61		Conoce el hecho de apilar los cuerpos como estrategia para expresar si poseen cara curva
KMT 62		Conoce una técnica para trabajar el apilamiento. Esta es: toma una pieza (objeto de clase), les pregunta el nombre de la forma que tiene ese objeto, le pregunta si se puede apilar y, finalmente, lo intenta apilar
KMT 63		Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [objetos de la propia clase, gráfico (ficha del libro) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 64		Conoce la posibilidad de usar la conversión de las 3d (objetos de la propia clase) a las 2d (representación de cuerpos geométricos en la ficha del libro) para evocar imágenes mentales asociadas a los cuerpos
KMT 65		Conoce un procedimiento para trabajar un cuerpo geométrico nuevo. Este es: mostrar la pieza, comentar que se parece a otro cuerpo geométrico ya conocido, poner ejemplos de la vida cotidiana que posean dicha forma, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo mediante la comparación con otros sólidos ya conocidos
KMT 66		Conoce que una estrategia para ayudar a fijar la atención sobre las caras del cuerpo geométrico, es realizarlo sobre otro cuerpo geométrico
KMT 8	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: terminología	Conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría tridimensional
KMT 15		Conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría plana
KMT 17		Conoce como el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a identificar las cualidades del concepto matemático

Tabla 5.18. Tabla de indicadores de KMT correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (V)

En el trabajo sobre cuerpos geométricos, observamos como José conoce una teoría sobre enseñanza basada en la importancia de partir de una situación real (objetos tridimensionales) para, de forma gradual, acompañar a los estudiantes hacia la abstracción, es decir, hacia el reconocimiento los elementos que componen el cuerpo

geométrico (figuras planas, aristas y vértices). Así, utiliza constantemente material manipulativo para hacer tangible las ideas matemáticas, sabiendo las potencialidades del uso de material específico para lograr una mejor comprensión de los conceptos. Además, José sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es apoyándose en material manipulativo, lo que muestra relación entre dos categorías de su KMT (“recursos didácticos” y “estrategias, técnicas, tareas y ejemplos”). Asimismo, José conoce la importancia que posee la observación y manipulación de distintos ejemplos de un mismo cuerpo para que los estudiantes puedan construir una imagen rica de este, lo que nos muestra otra relación existente entre su KPM (prácticas particulares: ejemplificar), KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos), KMT (estrategia) y KFLM (formas de interacción).

El objetivo de sus clases es la comprensión de los cuerpos geométricos, es decir, que los estudiantes sean capaces de ir proporcionando características de los sólidos. Para ello, José utiliza distintos procedimientos según la característica que quiera profundizar, pero siempre lo hace partiendo de la pieza tangible, ya sea mediante un objeto real o mediante material específico. Podemos decir que aprovecha el aula para desarrollar los contenidos estudiados, intentando matematizar el entorno mediante la visualización espacial, utilizándolos los objetos como modelos que ayudan a dar significado al concepto estudiado, lo que nos muestra una relación entre su KMT (estrategias), KMLS (resultados de aprendizaje esperados), su KPM (prácticas particulares: visualizar) y su KoT (fenomenología y aplicaciones). Como ya hemos comentado, el profesor considera esencial la conexión de los conceptos matemáticos con el mundo real, pero tras este primer paso, José va utilizando distintos sistemas de representación¹⁰¹ como vehículo para el desarrollo del contenido.

Mediante la manipulación del cuerpo, José “hacer rodar” la pieza, lo que evidencia su conocimiento acerca de esa estrategia para que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos y que llama la atención a los estudiantes, conocedor de que la experiencia de hacer rodar los cuerpos geométricos es la forma en la que se comienzan

¹⁰¹ Los sistemas de representación pueden ser: situaciones reales (objetos de la propia clase), verbal, manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (representación en 2d de objetos 3d, ya sea mediante ficha libro o fotografía; representación en 2d de figuras planas, ya sea como resultado de la estampación, representación en pizarra o ficha libro), escrito, simbólico (escritura del número mediante su símbolo, e.g. 6)

a construir algunas propiedades de los cuerpos, concretamente la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros. Lo anterior muestra la relación existente entre su KMT (estrategias), su KFLM (aspectos emocionales), su KPM (“prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios”, “prácticas particulares del quehacer matemático: comparar”, “prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones” y “formas de validación y demostración: comprobar”) y su KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones). Lo mismo ocurre con la estrategia de “apilar” los objetos. Con respecto al uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría tridimensional y plana, José es conocedor de su importancia y pretende que a esta edad vayan adquiriendo vocabulario geométrico específico, pero sabe que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico que no está dentro de su léxico, por lo que hace uso de vocabulario cotidiano del niño como estrategia para ayudar a asimilar el concepto matemático. Lo anterior muestra una relación entre distintos subdominios: KPM (uso del lenguaje formal), KMLS (resultados de aprendizaje esperados: adquisición terminología), KoT (definiciones: terminología), KMT (estrategias: terminología) y KFLM (dificultades: terminología).

Una vez realizada la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros, el profesor pasa a plantear distintas tareas para profundizar en las caras de los distintos cuerpos geométricos. José, conocedor del papel que tiene la proyección ortogonal como procedimiento para evidenciar las figuras que conforman las caras de los sólidos, suele usar la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con sus caras y la utiliza como estrategia de enseñanza, realizando la conversión de un registro manipulativo a uno gráfico, conocedor de que es una cualidad que los estudiantes les pueden experimentar fácilmente. Lo anterior muestra una relación entre su KoT (procedimientos y registros de representación), KPM (prácticas particulares: usar y hacer conversiones de múltiples representaciones), su KMT (“recursos didácticos asociados a un contenido matemático” y “estrategias, técnicas, tareas y ejemplos”) y su KFLM (aspectos emocionales).

En estos tipos de abordajes para profundizar sobre las propiedades de los cuerpos geométricos, José utiliza la comparación como estrategia de enseñanza, ya sea para conocer la cantidad de longitud de las aristas o para el establecimiento de relaciones entre

distintos objetos¹⁰². El profesor sabe que la comparación es un proceso que permite identificar propiedades que comparten algunos cuerpos y otras que los diferencian de los demás. Además, José sabe que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo nuevo si lo comparan con otro ya conocido, por lo que se observa la relación entre distintos subdominios de conocimiento anteriormente descrita: KPM (“prácticas particulares del quehacer matemático: comparar” y “formas de validación: comparar”), KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos), KFLM (formas de interacción con un contenido matemático) y KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Otra estrategia que José utiliza para profundizar sobre los cuerpos geométricos es hacerlo mediante el recuento de sus caras, aristas y vértices. José es conocedor de que la enumeración es un procedimiento para contar, lo que muestra relación entre KMT y KoT. Para facilitar este recuento José conoce varias técnicas. Una de ellas es mediante la utilización de una marca en el material manipulativo, ya sea mediante un rotulador y/o pegatinas. Otra técnica para seguir la pista de los objetos contados es mediante el uso del su propio cuerpo (e.g., facilitar el recuento de los elementos señalando con el dedo sobre cada cara-arista-vértice). Podemos ver una relación entre su KMT (estrategias), su KPM (condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones) y su KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos) pues conoce que un precursor de la construcción de la definición de cuerpo geométrico es el estudio de los elementos que lo componen.

Íntimamente ligado al conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, encontramos el *Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)*. El peso de este subdominio, en nuestro estudio, recae en las categorías de formas de interacción con un contenido matemático y fortalezas-dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Además, en estas categorías han emergido concreciones con respecto al lenguaje. Las Tablas 5.19 y 5.20 muestran todos los indicadores que han aparecido en nuestro análisis.

¹⁰² El establecimiento de relaciones puede darse entre objetos diferentes, pero con la misma forma geométrica (prototípico-no prototípico) o entre distintos cuerpos geométricos

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 11	Aspectos emocionales del aprendizaje	Conoce que el hecho de hacer rodar los cuerpos geométricos les resulta atractivo a los estudiantes, pues pueden experimentarlo fácilmente
KFLM 24		Conoce que el hecho de apilar/poner de pie los cuerpos les resulta atractivo a los estudiantes y pueden experimentarlo fácilmente
KFLM 1	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce la importancia de que los alumnos manipulen los cuerpos geométricos para que construyan la imagen de los conceptos
KFLM 5		Conoce que los estudiantes consideran la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo
KFLM 8		Conoce que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido
KFLM 10		Conoce que los estudiantes comprenden mejor una figura plana través de la comparación con otra (e.g., rectángulo de cuadrado)
KFLM 15		Conoce que los estudiantes consideran la vista frontal como imagen mental de cualquier composición en 3D
KFLM 21		Conoce que los estudiantes ya son capaces de responder cuestiones sin tener presente el cuerpo geométrico
KFLM 22		Conoce la importancia de mostrar el tipo de caras de los cuerpos como ayuda para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos
KFLM 12	Formas de interacción: <i>terminología</i>	Conoce el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes a la hora de abordar un determinado contenido
KFLM 3	Teorías sobre aprendizaje	Conoce que el paso de la identificación de los cuerpos geométricos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes
KFLM 20		Conoce que el trabajo con los cuerpos geométricos hace que poco a poco los alumnos pueden trabajar sobre ellos sin necesidad de manipulación directa
KFLM 25		Conoce las repercusiones que genera en los estudiantes el manejo de ejemplos prototípicos

Tabla 5.19. Tabla de indicadores de KFLM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 2	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente
KFLM 4		Conoce la dificultad que poseen algunos alumnos para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras
KFLM 6		Conoce que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado
KFLM 9		Conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (e.g., caras)
KFLM 13		Conoce que los estudiantes poseen dificultad en la realización de conversiones entre distintos sistemas de representación
KFLM 14		Conoce que los estudiantes poseen dificultad para identificar como iguales representaciones gráficas en dos dimensiones desde diferentes puntos de vista o perspectivas del mismo objeto tridimensional
KFLM 16		Conoce la dificultad de los estudiantes para identificar como iguales cuerpos geométricos que se encuentran en una posición diferente
KFLM 17		Conoce la dificultad que presentan los estudiantes para diferenciar un prisma de base cuadrada de uno de base rectangular
KFLM 18		Conoce la dificultad que presentan los estudiantes si se le muestran varios tipos de prisma
KFLM 19		Conoce la dificultad que presentan los estudiantes para dibujar figuras planas
KFLM 23		Conoce que los estudiantes tienen dificultades a la hora de manejar cantidades numéricas sin el apoyo de material manipulativo
KFLM 7	Fortalezas y dificultades: <i>dificultades en la terminología</i>	Conoce que a los niños les cuesta retener vocabulario geométrico

Tabla 5.20. Tabla de indicadores de KFLM correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II)

En lo concerniente al conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas, observamos que José conoce que el paso de la identificación de los cuerpos geométricos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes. José es conocedor de la dificultad de los niños en fijar su atención en los elementos matemáticos de los cuerpos, por lo que busca su motivación e interés, lo que

muestra la relación existente entre distintas categorías de su KFLM (“teorías sobre aprendizaje”, “aspectos emocionales del aprendizaje” y “dificultades en el aprendizaje de las matemáticas”). José conoce hechos que les resultan atractivos a los estudiantes y pueden experimentarlo fácilmente (e.g., hacer rodar, apilar/poner de pie) con el objetivo de profundizar en las propiedades de los cuerpos geométricos, conocedor de la dificultad que le supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los sólidos. El hecho de hacer rodar los cuerpos permite establecer grupos dentro del material como estrategia que da a conocer si se trata de un poliedro o un cuerpo redondo, que es la forma en la que se comienzan a construir algunas propiedades de los cuerpos. Aquí, observamos una relación entre su KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos: clasificaciones), su KPM (“prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios” y “prácticas particulares del quehacer matemático: comparar”), su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) y su KFLM (“teorías sobre aprendizaje”, “aspectos emocionales del aprendizaje” y “dificultades en el aprendizaje de las matemáticas”).

El profesor hace que los estudiantes observen y manipulen distintos ejemplos de un mismo cuerpo geométrico para ayudarlos a obtener una imagen rica de estos, por lo que entendemos que comprende el desarrollo de los conceptos matemáticos en los estudiantes de esa edad, así como el conocimiento que está estipulado que aprenda un estudiante. Todo ello debido al conocimiento de José sobre la importancia de la ejemplificación de los cuerpos geométricos para el conocimiento de los sólidos y su conocimiento sobre el cuerpo geométrico en cuestión. En lo anterior encontramos una relación entre distintos subdominios de su conocimiento: KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos), KPM (prácticas particulares: ejemplificar), KMT (estrategia), KFLM (formas de interacción) y KMLS (resultados de aprendizaje esperados). Asimismo, José conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente, así que trabaja bastante los cuerpos manipulativamente para ayudarles a superar esta dificultad, con el objetivo de que, poco a poco, los alumnos puedan trabajar sobre ellos sin necesidad de la manipulación directa, conocedor del papel del uso y conversión de distintos sistemas de representación. Lo anterior relaciona distintos subdominios de PCK: KFLM (“dificultades” y “teorías de aprendizaje matemático”) y KMT (estrategias), debido a su MK: KoT (definiciones) y KPM (prácticas particulares: hacer conversiones de múltiples representaciones).

Al inicio de la etapa, José pretende que los estudiantes sean capaces de asociar cubo con cuadrado y prisma con rectángulo, es decir, que conozcan la cara más representativa de cada cuerpo, pues sabe de la dificultad de los estudiantes para fijarse en varios elementos matemáticos de los cuerpos. El profesor, para potenciar los atributos relevantes de estos cuerpos, proporciona distintos ejemplos, ya que conoce el papel de los atributos no críticos como distractores (Tsamir et al., 2015) y que los estudiantes suelen considerar la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo geométrico. Se observa aquí la relación entre su KMT (estrategia), su KFLM (“formas de interacción” y “dificultades”), KoT (definiciones) y KPM (“condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones” y “prácticas particulares: ejemplificar”). Así, otro elemento importante de su conocimiento sobre las características de aprendizaje de los cuerpos geométricos es la repercusión que los ejemplos prototípicos pueden generar en el aprendizaje de estos. Por lo que intenta mostrar distintos ejemplos de un mismo cuerpo geométrico (e.g., diferente anchura o altura), distintos tipos de un mismo cuerpo (e.g., distinta base) o el mismo cuerpo en distinta posición para ayudar a superar esas dificultades que los estudiantes muestran en la comprensión de determinados conceptos geométricos. Lo anterior refleja como su conocimiento acerca de la ayuda de los ejemplos para distinguir los atributos críticos de las no críticos de un concepto (KPM, prácticas particulares: ejemplificar) repercute en su conocimiento enseñanza (KMT, estrategias) intentando solventar las dificultades que poseen los estudiantes (KFLM, fortalezas y dificultades), mostrando una teoría de aprendizaje matemático (KFLM, teoría aprendizaje).

Con respecto al lenguaje, José pretende que a esta edad vayan adquiriendo terminología geométrica específica, pero sabe que el vocabulario geométrico es algo que les cuesta a los estudiantes, por lo que en sus clases utiliza vocabulario usado comúnmente por los alumnos a la hora de abordar un determinado contenido (e.g., pico para referirse a vértice), sabedor de que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático. Todo ello no sería posible sin su conocimiento sobre distintas expresiones que permiten referirse a elementos de los cuerpos geométricos ni la importancia del papel que juega el lenguaje en la comunicación matemática, lo que refleja relación entre los distintos subdominios de conocimiento: KMLS (resultados de aprendizaje esperados: adquisición terminología), KFLM (“formas de interacción:

terminología” y “dificultades en la terminología”), KMT (estrategias: terminología), KoT (definiciones: terminología) y KPM (papel del uso de lenguaje formal).

Por último, fijamos la atención en el *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)*, donde, en nuestro estudio, recae el peso sobre la categoría de resultados de aprendizaje esperados. En este subdominio se vuelve a matizar el uso del lenguaje, emergiendo aquí una concreción en cada una de las categorías. Todos los indicadores relativos a este subdominio se encuentran en las Tablas 5.21 y 5.22.

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 4	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce respecto de la secuenciación de contenidos, comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, más adelante, como profundización de estos, estudia las figuras planas
KMLS 9		Conoce que al inicio de la etapa los estudiantes deben ser capaces de asociar cubo con cuadrado y prisma con rectángulo
KMLS 24		Conoce que la contabilización del número de aristas y vértices no son contenidos en este curso escolar
KMLS 8	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que los términos cara curva y cara plana no forman parte de esta etapa escolar (o este curso escolar)
KMLS 11		Conoce que el término arista y vértice no son trabajados en este curso escolar
KMLS 18		Conoce que el término “forma plana” forma parte de esta etapa educativa
KMLS 19		Conoce que el término “tridimensional” no forma parte de esta etapa educativa
KMLS 27		Conoce que el término “base” forma parte de esta etapa educativa
KMLS 3	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado	Conoce que los estudiantes en esta etapa retienen cada vez más características geométricas de un objeto
KMLS 15		Conoce que la distinción entre cuadrado y rectángulo es contenido de esta etapa educativa
KMLS 16		Conoce que es mejor usar el prisma prototípico que otro en esta etapa educativa
KMLS 20		Conoce que a esta edad es importante trabajar sobre un número pequeño de cuerpos para buscar sus propiedades
KMLS 23		Conoce que los números que se manejan a estas edades no sobrepasan la decena

Tabla 5.21. Tabla de indicadores de KMLS correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (I)

CÓDIGO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 7	Nivel de desarrollo esperado: <i>terminología</i>	Conoce que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado
KMLS 1	Resultados de aprendizaje esperado	Conoce la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial
KMLS 2		Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (e.g., figuras geométricas de las caras que lo componen, número de caras, número de lados de cada cara)
KMLS 5		Conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), cilindro, esfera y pirámide
KMLS 10		Conoce las figuras planas que deben reconocer los estudiantes a esta edad
KMLS 12		Conoce la importancia de que en la etapa se desarrollen imágenes mentales ricas de los cuerpos
KMLS 13		Conoce la importancia de trabajar la Geometría desde distintos enfoques
KMLS 14		Conoce la importancia de trabajar las distintas posiciones de las figuras geométricas (no solo la posición prototípica ya que eso impone ciertas limitaciones)
KMLS 17		Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de las figuras planas
KMLS 21		Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes sean capaces de conocer cuántas caras tiene cada cuerpo trabajado
KMLS 22		Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes sean capaces de conocer la forma que tiene cada cara de un cuerpo geométrico
KMLS 25		Conoce que a esta edad es importante que vayan profundizando en las propiedades de los cuerpos geométricos
KMLS 26		Conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), prisma de base rectangular, cilindro, esfera, pirámide y cono
KMLS 6	Resultados de aprendizaje esperados: <i>adquisición de terminología</i>	Conoce que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo que manejan

Tabla 5.22. Tabla de indicadores de KMLS correspondiente a indicios y evidencias en el conocimiento especializado de José (II)

Respecto al conocimiento de los estándares de aprendizaje de las Matemáticas, destacamos su conocimiento acerca de que el trabajo de las tres dimensiones precede al trabajo de las dos dimensiones, conocedor de la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde los cuerpos geométricos y derivar de ella las figuras planas. Todo ello debido a su conocimiento sobre los elementos constituyentes de los cuerpos geométricos, así como de estrategias¹⁰³ para ayudar a su comprensión, lo que refleja una relación entre su KMLS (secuenciación), su KMT (teoría de enseñanza), su KoT (definiciones: clasificaciones) y su KPM (“condiciones necesarias y suficientes”, “procesos asociados a la RP” y “prácticas particulares”).

El objetivo de José es que sus estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (e.g., figuras geométricas de las caras que lo componen y número de caras), aunque es conocedor de la dificultad que le supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos. Para ello plantea el diseño de tareas y la utilización de determinadas estrategias que permitan descubrir, profundizar o establecer relaciones entre las propiedades de los cuerpos, utilizando distintos procedimientos según la característica sobre la que quiera profundizar. Lo anterior refleja relación entre los subdominios de su PCK: KMLS (resultados de aprendizaje esperados), su KFLM (dificultades), su KMT (estrategias), así como su MK: KoT (“definiciones, propiedades y sus fundamentos” y “procedimientos”) y su KPM (“condiciones necesarias y suficientes”, “procesos asociados a la RP” y “prácticas particulares”).

El profesor conoce los cuerpos y figuras planas que los discentes deben aprender en este curso escolar. También, es interesante su conocimiento sobre lo que está estipulado que aprenda un estudiante sobre cuerpos geométricos, recalando su interés por que desarrollen imágenes mentales ricas de los cuerpos. Para ello José conoce la importancia de matematizar el entorno, así como el trabajo de las distintas posiciones en los cuerpos geométricos, conocedor de la dificultad de los estudiantes para fijarse en elementos matemáticos de los sólidos. Esto lo lleva a cabo mediante tareas, conocedor de la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado. Esto desvela la relación entre su KMLS (resultados de aprendizaje esperados), su KMT (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) y su KFLM (dificultades), debido a su

¹⁰³ heurísticos

MK: KPM (“prácticas particulares: ejemplificar” y “formas de validación: utilizar contraejemplos”) y KoT (“definiciones” y “fenomenología”).

Respecto al conocimiento sobre la profundidad y extensión con la que debe ser abordado un determinado contenido matemático en la etapa, José es consciente de que es importante trabajar con números inferiores a la decena, así trabaja en clase el número de caras de los sólidos, pero no el número de aristas o vértices. Esto relaciona su KMLS (nivel de desarrollo esperado) con su KMLS (secuenciación con temas anteriores y posteriores). Asimismo, relacionado con la amplitud y precisión del lenguaje formal utilizado en la etapa, José sabe que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado. Ligado al lenguaje, podemos decir que, José pretende que a esta edad vayan adquiriendo lenguaje preciso de cada cuerpo que manejan, aunque sabe que hay algunos términos que no forman parte de esta etapa educativa. Como es conocedor de la dificultad que les supone manejar un léxico que no es habitual para ellos, en sus clases utiliza vocabulario usado comúnmente por los alumnos a la hora de abordar un determinado contenido, sabedor de que el uso de vocabulario informal usado por los estudiantes ayuda a asimilar el concepto. Todo lo anterior, respaldado por su conocimiento sobre la importancia del papel que juega el uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la Geometría, así como el conocimiento de expresiones que permitan referirse a elementos de los cuerpos geométricos. Lo anterior refleja una fuerte relación entre los distintos subdominios de conocimiento: KMLS (“resultados de aprendizaje: adquisición de terminología” y “secuenciación con temas anteriores y posteriores: terminología”), KFLM (“dificultades en la terminología” y “formas de interacción: terminología”), KMT (estrategias: terminología), KPM (papel del uso de lenguaje formal) y KoT (definiciones: terminología).

“Nuestro trabajo futuro debería orientarse en los siguientes sentidos: seguir desarrollando el modelo, pero, sobre todo, aproximarnos a responder a preguntas esenciales de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, y realizar aportaciones a la formación (inicial y continua) del profesorado” (Carrillo, 2017, p. 9)

Capítulo 6. Discusión de Resultados y Conclusiones

Organización del capítulo

6.1. Introducción

6.2. Discusión de los resultados

6.3. Principales aportes de la investigación

6.3.1. Aportaciones sobre el Conocimiento Especializado del Profesor de Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos

6.3.1.1. El dominio de Conocimiento Matemático (MK) desde la perspectiva de la enseñanza de los cuerpos geométricos en Educación Infantil

6.3.1.1.1. Reflexión sobre el Conocimiento de los Temas (KoT) para la etapa de Infantil

6.3.1.1.2. Reflexión sobre el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) para la etapa de Infantil

6.3.1.2. El dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) desde la perspectiva de la enseñanza de los cuerpos geométricos en educación Infantil

6.3.1.2.1. Reflexión sobre el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) para la

etapa de Infantil

6.3.1.2.2. Reflexión sobre el Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) para la etapa de Infantil

6.3.1.2.3. Reflexión sobre el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) para la etapa de Infantil

6.3.2. Aportaciones a la formación del profesorado

6.4. Limitaciones y prospectiva del estudio

6.1. Introducción

Para cerrar el ciclo de la investigación que se desarrolla en esta Tesis Doctoral, se discuten los resultados según los objetivos planteados al inicio del trabajo y se muestran las conclusiones de este estudio, revelando aportes de la investigación tanto al modelo MTSK como a la formación del profesor de Infantil sobre la enseñanza de los cuerpos geométricos. Además, este apartado recoge tanto las limitaciones del estudio como las posibles líneas futuras de investigación.

6.2. Discusión de los resultados

En este apartado vamos a discutir los resultados examinando hasta qué punto se han alcanzado los objetivos propuestos para esta investigación.

El primer objetivo específico era *obtener elementos de conocimiento especializado de un profesor de Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos*. Las ideas que se manejan en la etapa de Infantil son simples, lo que hace que, en la comprensión del conocimiento de este profesional, cobre bastante peso el cómo conoce los temas que enseña. El conocimiento del profesor de Infantil para enseñar Geometría es diferente al requerido para enseñar cualquier otro bloque de contenidos. Con respecto a los cuerpos geométricos, José conoce bastante variedad de sólidos, normalmente estereotipados, ya que utiliza material manipulativo específico (piezas de madera o plastilina) para el trabajo con estos, aunque, a veces, también utiliza distintos objetos de la clase para dar significado a esos entes geométricos. En el trabajo con los cuerpos observamos como José conoce algunos cuerpos ligados a una posición concreta, así como que restringe el concepto de prisma a los que tienen como base un polígono de cuatro lados. Sorprende la variedad de cuerpos geométricos que trabaja, que va en consonancia con las apreciaciones que aparecen en el nuevo currículo, no vigente aun cuando se realizó la investigación.

El profesor tiene en cuenta el desarrollo de sus estudiantes, por lo que reviste los contenidos con un enfoque lúdico y manipulativo. En sus clases siempre parte de material tangible para, poco a poco, guiar a los estudiantes hacia el reconocimiento de los elementos que componen los cuerpos geométricos. Asimismo, este material tangible ayuda a que los estudiantes construyan la imagen de los conceptos. Además, José conoce

la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente. El objetivo del profesor es la comprensión de los sólidos, por lo que utiliza distintos procedimientos para lograr que los estudiantes proporcionen características de estos, sabedor del avance que supone el paso de la identificación al análisis de los cuerpos. Además, José es conocedor de la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de fijar su atención en elementos matemáticos de los cuerpos, por lo que busca la motivación e interés de los estudiantes, por ejemplo, haciendo rodar los cuerpos. José conoce los cuerpos geométricos que los estudiantes deben aprender en esta etapa, así como las características de estos. Por ejemplo, no siendo contenido de este curso escolar la contabilización de vértices o aristas.

Para José es importante que, además de reconocer los cuerpos geométricos, los estudiantes aprecien sus propiedades. El profesor pone énfasis en distintas propiedades de los cuerpos geométricos como la forma de las caras y el número de caras. Con respecto a la forma de las caras, José conoce que mediante la experiencia de hacer rodar o apilar los cuerpos se favorece el conocimiento de estos. Asimismo, conoce como estos criterios (rodar y apilar) son precursores de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros. Asimismo, podemos ver como José parte del vocabulario cotidiano de los estudiantes, con expresiones como rodar o apilar, para llegar al concepto geométrico que pretende enseñar, es decir, comienza utilizando vocablos no convencionales para hacer referencia a conceptos geométricos, con el fin de que, poco a poco, cuando tengan asimilado el concepto, poder utilizar lenguaje geométrico preciso en sus clases.

El objetivo de José es avanzar en el análisis de los cuerpos geométricos. Para ello, utiliza una serie de procesos matemáticos, de entre los que destacamos la comparación, ya que a esta edad los estudiantes entienden los cuerpos geométricos como un todo y una forma potente de que lo rompan es mediante la comparación, observando el número de caras, la forma de sus caras, la longitud de sus aristas, entre otros elementos. Además de la comparación, José también utiliza las clasificaciones con criterio de construcción. José pretende crear una imagen mental rica de los cuerpos geométricos trabajados, por lo que hace uso de procesos matemáticos que ayudan a la descripción de los elementos de los cuerpos geométricos, como la ejemplificación o el uso de múltiples representaciones. Así, el profesor conoce que una estrategia para profundizar sobre las caras de los cuerpos es apoyándose en las conversiones de distintos registros de representación. Por ejemplo,

estampando con pintura las distintas caras del cuerpo para reflejar las distintas figuras planas que lo componen. José, a veces, utiliza la estampación como comprobación, pues es algo que les resulta atractivo a los estudiantes, pues pueden experimentarlo fácilmente. Lo anterior también refleja como José conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos geométricos. Los registros que aparecen en mayor medida son: material manipulativo, verbal y gráfico (e.g., resultado de la estampación, representaciones en pizarra, fotografías). En esta profundización sobre los cuerpos geométricos, José también plantea el recuento de las caras, aristas y vértices de alguno de los cuerpos. A veces, pretende que respondan sin tener presente el cuerpo geométrico, por lo que, tras recibir una respuesta, pasa a comprobarlo sobre material tangible. Para ello utiliza la enumeración como procedimiento para contar, usando pegatinas para seguir la pista de los elementos contados.

Estas apreciaciones, que sintetizan lo expresado en el capítulo de análisis y resultados, nos llevan a considerar que se ha alcanzado el primer objetivo específico de la investigación. Aquí debemos destacar que, del análisis de este trabajo sobre el profesor de Infantil enseñando cuerpos geométricos, han emergido muchos precursores de prácticas matemáticas, lo que hace que se torne importante el KPM en la etapa de Infantil. Asimismo, reseñar la importancia que nuestro informante le confiere al lenguaje.

El segundo objetivo específico es *obtener relaciones entre elementos de conocimiento especializado*. El conocimiento del profesor es algo integrado, que no es separado por subdominios, y así lo muestran las relaciones entre los distintos indicadores de conocimientos observado en José. En el análisis se ha identificado que la mayoría de las decisiones didácticas tomadas en su aula (KMT) están respaldadas en su conocimiento matemático, especialmente en su conocimiento de cómo se comunica, cómo se construye y cómo se valida conocimiento matemático en un contexto educativo (KPM), reafirmando la necesidad de un sólido conocimiento especializado en el dominio matemático (Escudero et al., 2021b).

Esta investigación refuerza que el profesional de Infantil debe poseer conocimiento geométrico profundo, es decir, no solo debe conocer aquello que va a explicar, sino que debe conocer los contenidos o ideas matemáticas en las que se basan esos conceptos, algo refrendado por investigadores como Pitta-Pantazi y Christou (2011). Además, nuestro

estudio revela la importancia de la comprensión del profesor sobre aquellas formas de producir y validar conocimiento geométrico, y como este conocimiento es usado como estrategia de enseñanza. A continuación, intentamos explicar esta relación: En consonancia con Wasserman (2022), parece que, en la etapa de Infantil, se pueden llegar a identificar las prácticas matemáticas con las prácticas didácticas, por la alta identificación que hay entre la estrategia de enseñanza y la practica matemática que está detrás, pues el conocimiento del profesor sobre cómo se produce y valida en matemática es recogido a través de distintos procesos matemáticos, como precursores de las prácticas matemáticas.

En nuestro estudio de caso destacamos la importancia de la comparación como una manera de generar y validar conocimientos geométricos a esta edad y que es usada como estrategia de enseñanza. Un ejemplo sobre esto podría ser cuando en una actividad, los estudiantes confunden un prisma de base cuadrangular de pequeña altura con un cubo y para su aclaración, el profesor les plantea cuestiones comparando ambos objetos, haciendo hincapié en sus diferencias (e.g. S1-E1.1 u2 ¿son todos sus lados iguales o son unos más largos que otros?). En este sentido, consideramos que un buen conocimiento de las prácticas matemáticas puede proporcionar más profundidad en el diseño de tareas y la gestión de la actividad matemática que se produce en el aula. Por otro lado, resaltamos el conocimiento sobre el uso y conversión de múltiples representaciones como una forma de generar conocimiento geométrico en la etapa y que es usada como herramienta de enseñanza. Un ejemplo relativo a nuestro informante podría ser cuando José formula un problema de construcción geométrica donde le pide a un alumno que reproduzca con material tangible la imagen que aparece en la tarjeta. En este ejemplo se observa como el conocimiento de los registros de representación junto al conocimiento de la potencialidad del uso y conversión de múltiples representaciones se muestra como un sustento del conocimiento de estrategias de enseñanza.

Por último, queremos resaltar el papel que juega el lenguaje en nuestro estudio. Nuestro profesor es conocedor de la importancia del lenguaje en la construcción y comunicación matemática en la etapa de Infantil y pretende que los estudiantes vayan adquiriendo vocabulario geométrico específico, pero sabe que les cuesta retener dichos vocablos porque no están dentro de su léxico, por lo que hace uso de un vocabulario cotidiano del niño como estrategia en la asimilación el concepto matemático.

Las observaciones anteriormente expuestas que nos llevan a considerar que se ha alcanzado el segundo objetivo específico de la investigación. Estas, junto a las apreciaciones del alcance del primer objetivo específico mostradas al inicio de este apartado, dan respuesta al objetivo general propuesto para este estudio: *describir e interpretar el conocimiento especializado de un profesor de Infantil sobre la enseñanza de cuerpos geométricos*.

El análisis del quehacer del profesor en el aula usando el MTSK nos ha revelado los conocimientos puestos en juego por José, permitiendo conseguir una comprensión profunda del conocimiento del profesor de Infantil sobre la enseñanza de cuerpos geométricos. Gracias a la utilización del modelo MTSK hemos sido capaces de observar la importancia del conocimiento sobre las prácticas matemáticas (KPM) en este profesional, defendiendo así la idea de que el profesor de Infantil debe poseer un sólido y cohesionado conocimiento matemático, “en contra de lo que cabría esperar por la aparente sencillez de las matemáticas de la etapa” (Muñoz-Catalán et al., 2022, p. 238). Por otro lado, este trabajo pone de relieve la limitación de la caracterización de alguna de los indicadores y categorías existentes para identificar y expresar aspectos propios del conocimiento del profesor de Infantil, algo que ya afirmaban trabajos como el de Muñoz-Catalán et al., (2022). Además, nuestros resultados destacan la importancia que se le confiere al lenguaje en esta etapa, haciéndose patente en todos y cada uno de los subdominios de conocimiento, por lo que podemos decir que el lenguaje se muestra como un elemento transversal al uso del conocimiento. Así, este estudio de caso, además de permitirnos una comprensión profunda del conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil, nos ofrece la oportunidad de debatir la validez del modelo MTSK para esta etapa, ya que éste ha sido creado a partir de estudios realizados con profesores de Primaria y Secundaria. En el apartado siguiente describimos las adaptaciones al modelo que se han realizado para el profesor de Infantil enseñando cuerpos geométricos.

6.3. Principales aportes de la investigación

En este apartado se muestran las aportaciones al modelo MTSK, así como las aportaciones a la formación del profesorado de la etapa de Educación Infantil respecto de la enseñanza de los cuerpos geométricos.

6.3.1. Aportaciones sobre el conocimiento especializado del profesor de Infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos

Para esta investigación se parte de los dominios, subdominios y categorías existentes en el modelo (Carrillo et al., 2018; Carrillo et al., 2022), mostrando cómo este es útil para analizar la etapa de Infantil mediante la emergencia de algunos matices que brotan de la teoría y del análisis de nuestro caso. Por tanto, nuestro trabajo, además de dar respuesta a los objetivos propuestos, supone una contribución al modelo MTSK desde la perspectiva de la enseñanza de los cuerpos geométricos. Esta contribución plantea la adaptación de algunos de los subdominios mediante la concreción en categorías con el fin de recoger aspectos particulares de la etapa sobre cuerpos geométricos.

En la Tabla 6.1 se presentan las categorías asociadas a cada subdominio que finalmente han sido útiles para la comprensión del conocimiento especializado de José. Hemos incorporado los cambios utilizando diferentes códigos en la tabla: por un lado, se representan las aportaciones a las categorías mediante subrayado y, por otro, se expresa mediante el tachado aquellas categorías que no han aparecido en nuestro estudio. A continuación de la tabla, mostramos el proceso emergente de la formulación de los indicadores que pretenden poner de relieve el matiz exacto con el que se ha revelado en la práctica del profesor. Esta tabla es el instrumento de investigación que ha emergido de esta investigación para identificar el conocimiento especializado del profesor de Infantil respecto de la enseñanza de los cuerpos geométricos. Consideramos que esta propuesta debe ser revisada en una investigación continuada.

SUBDOMINIO	CATEGORÍAS ASOCIADAS AL SUBDOMINIO
	Conocimiento sobre:
Conocimiento de los temas (KoT)	Procedimientos
	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <u>Terminología</u> <u>Clasificaciones</u>
	Registros de representación
	Fenomenología y aplicaciones
Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM)	Conexiones de complejización-simplificación
	~~Conexiones transversales~~
	~~Conexiones auxiliares~~
Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	<i>Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal</i>
	<i>Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones</i>
	<i>Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos</i>
	<i>Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas</i>
	<i>Prácticas particulares del quehacer matemático: <u>Identificar, Describir, Analizar, Clasificar, Visualizar, Usar y hacer conversiones de múltiples representaciones, Comparar y Ejemplificar</u></i>
	<i>Formas de validación: <u>Comprobar, Comparar y Ejemplificar</u></i>
Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)	Teorías de enseñanza de las matemáticas
	Recursos didácticos (físicos y digitales)
	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: <u>Terminología como herramienta de enseñanza</u>
Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	Teorías de aprendizaje matemático
	Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: <u>Dificultades en la terminología geométrica</u>
	Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático: <u>Terminología como herramienta de aprendizaje</u>
Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas
	Resultados de aprendizaje esperados: <u>Adquisición de terminología geométrica</u>
	Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado: <u>Terminología geométrica utilizada por el alumnado en la etapa</u>
	Secuenciación de temas: <u>Terminología geométrica que aprender en esta etapa educativa</u>

Tabla 6.1. Instrumento de Análisis Específico para el Profesor de Educación Infantil sobre Cuerpos Geométricos emergente de esta investigación

6.3.1.1. El dominio de Conocimiento Matemático (MK) desde la perspectiva de la enseñanza de los cuerpos geométricos en educación Infantil

El conocimiento matemático que cimienta el aprendizaje futuro se adquiere en las primeras edades y, para facilitar su construcción, es necesario que el profesor posea un conocimiento matemático sólido y cohesionado (Muñoz-Catalán et al., 2017). En este sentido, el dominio del *Conocimiento Matemático* se torna importante para el profesor de Educación Infantil, siendo entendido desde los rasgos propios de la etapa. Por un lado, se debe tener presente que el conocimiento del profesor está ligado a las matemáticas que desarrolla en su aula. Por otro lado, se debe considerar que se trata de una etapa generadora de los cimientos del conocimiento y razonamiento matemático (Muñoz-Catalán et al., 2022).

6.3.1.1.1. Reflexión sobre el Conocimiento de los Temas (KoT) para la etapa de Infantil

El conocimiento de los temas (KoT) abarca el conocimiento del profesor sobre los contenidos matemáticos en sí. Es importante aclarar que los conceptos matemáticos que se manejan en la etapa de Infantil son simples, por lo que solo codificamos aquellos conocimientos que son relevantes para comprender decisiones de su práctica (Muñoz-Catalán et al., 2022). Para el análisis del conocimiento del profesor de Educación Infantil se considera adecuada tanto la caracterización como las categorías de este subdominio, aunque la literatura de investigación junto a los aspectos emergentes de este propio trabajo nos hace afirmar que la etapa de Infantil posee una serie de particularidades¹⁰⁴ con respecto a otras etapas educativas. Así, de nuestro estudio surgen dos concreciones a la etapa sobre la categoría de *definiciones, propiedades y sus fundamentos* (Tabla 6.2).

Una de las concreciones de esta categoría la hemos codificado como *terminología*. La etapa de Infantil es una etapa generadora de lenguaje (Chamorro, 2005) y en nuestro trabajo observamos como José muestra una importancia especial al vocabulario que utiliza en clase, ya que, por ejemplo, para indicar propiedades de un cuerpo geométrico hace uso de expresiones cercanas al alumnado. Este matiz se repite bastante durante el

¹⁰⁴ De acuerdo con Escudero et al. (2021b, p.2) las particularidades de la práctica profesional del docente de Educación Infantil son: “que los contenidos escolares se plantean de forma lúdica”, “que debe tener presente que se trata de una etapa generadora de lenguaje” y “que el tratamiento de conceptos que se va trabajando en la etapa se realiza de forma helicoidal”.

proceso de análisis, por lo que consideramos necesaria que esta categoría recoja la convivencia del uso de vocabulario geométrico formal con el no convencional en las definiciones y/o propiedades que proporciona. Así, un indicador de esta subcategoría sería que el profesor conociera que poseer una cara curva se puede expresar de manera informal mediante la expresión “que rueda”.

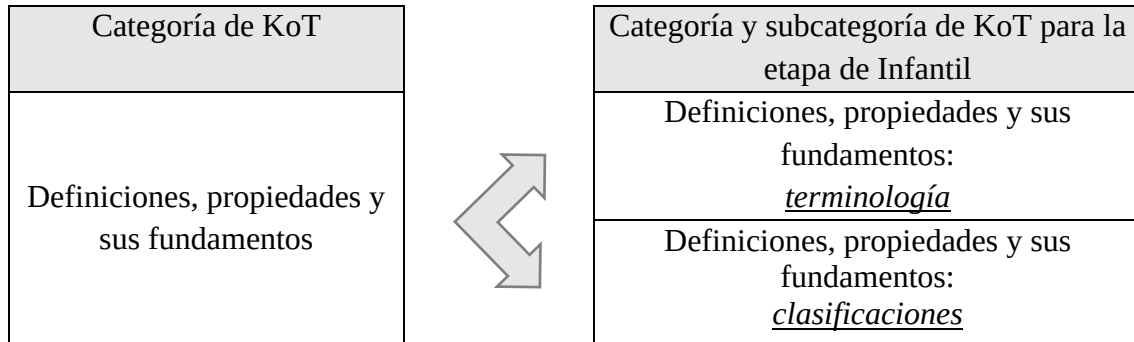


Tabla 6.2. Concreciones de KoT para la etapa de Educación Infantil

Hay que aclarar que normalmente un profesor de Educación Infantil no enseña definiciones precisas y formales, sino que suele proporcionar las definiciones de los cuerpos geométricos mediante un listado de elementos constituyentes. Pensamos que esto puede ser debido a que el conocimiento de lo que sabe está muy ligado a cómo lo trabaja en clase, ya que nuestros resultados revelan que José pretende que los estudiantes conozcan los cuerpos geométricos a partir de la observación de sus propiedades en distintos ejemplos. José hace uso de algunas propiedades de los cuerpos geométricos de forma intuitiva, de forma visual o manipulando objetos con esa forma. En ese estudio de las propiedades de los sólidos, José presta especial atención a la clasificación de los cuerpos geométricos, lo que puede ser entendido como punto de partida hacia las definiciones de estos (De Villiers et al., 2009). Lo anterior, junto a la consideración de que en esta etapa precursora de conocimiento se torna importante que los profesores posean conocimiento sobre la identificación de cualidades a través de las propiedades de los sólidos, nos lleva a proponer la concreción *clasificaciones* dentro de la categoría de definiciones, propiedades y sus fundamentos. José suele trabajar clasificaciones con criterios de construcción (Guillén, 2005), es decir, clasificaciones dicotómicas¹⁰⁵. Las clasificaciones con criterios de construcción están basadas en observaciones, donde los criterios que se usan son condiciones que se imponen para establecer grupos dentro del material manipulable (op. Cit.). El profesor busca relacionar objetos para crear familias

¹⁰⁵ La clasificación dicotómica es aquella que da lugar solamente a dos grupos

de sólidos, es decir, genera la clasificación y a partir de ella, define las clases generadas. Por ejemplo, José para diferenciar cilindros de prismas, toma material manipulativo con estas formas y fija la atención en una propiedad del objeto, que rueda, y observa los objetos que la poseen y los objetos que no la poseen. Así, un indicador de esta concreción sería el conocer que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros. En estas clasificaciones con criterios de construcción se fija la atención en una propiedad del objeto y se observan los objetos que la poseen y los objetos que no la poseen. Además, este profesional debe conocer que los objetos geométricos pueden ser descritos, analizados, compuestos/descompuestos y/o transformados, según se consideren distintos modos de ver la realidad. En función de las relaciones que podemos establecer entre los diferentes elementos geométricos nos encontramos con tres enfoques geométricos: topológico, proyectivo y euclídeo (Clements & Battista, 1992). Por otro lado, también podemos establecer otros criterios de clasificación, que no necesariamente sean dicotómicos, como el número de caras de los cuerpos, etc. Estos pueden llevarnos a clasificaciones¹⁰⁶ (ya sean dicotómicas o no) y a jerarquizaciones¹⁰⁷ o categorizaciones de clases (Chamorro, 2005). Asimismo, los criterios de estas clasificaciones pueden ser convencionales (e.g., cara curva-cara plana) o no convencionales (e.g., rodar-no rodar; apilar-no apilar).

6.3.1.1.2. Reflexión sobre el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) para la etapa de Infantil

El subdominio de la práctica matemática (KPM) abarca el conocimiento del profesor sobre cómo se produce y valida en matemáticas. El docente de la etapa de Infantil posee una serie de particularidades con respecto a los docentes de otras etapas educativas que exigen una nueva mirada de este subdominio. La naturaleza de la etapa, reflejada en investigaciones realizadas en el área, hace que, si bien la nomenclatura de los indicadores pueda seguir siendo coincidente con la propuesta en el modelo MTSK, nos planteemos la necesidad de proponer ciertas concreciones para la etapa de Infantil. Así, apoyados en la literatura de investigación y en el análisis del conocimiento especializado de José, hemos

¹⁰⁶ Siempre disjuntas sus clases

¹⁰⁷ Las clases son disjuntas, pero están relacionadas, es decir, permite la inclusión de conceptos más particulares como subconjuntos del concepto más general (Chamorro, 2005)

incluido en algunos indicadores los cambios que mostramos en la Tabla 6.3. Asimismo, en nuestro análisis observamos como el conocimiento de José sobre las prácticas matemáticas le lleva a utilizarlos como estrategias de enseñanza, poniendo de relieve la íntima relación entre KPM-KMT.

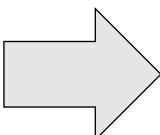
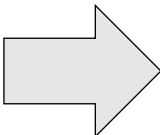
Indicador de KPM		Indicador de KPM para la etapa de Infantil
<i>Prácticas particulares del quehacer matemático</i>		<i>Prácticas particulares del quehacer matemático:</i> <u>Identificar¹⁰⁸, Describir, Analizar, Clasificar, Visualizar, Usar y hacer conversiones de múltiples representaciones, Comparar y Ejemplificar</u>
<i>Formas de validación y demostración</i>		<i>Formas de validación:</i> <u>Comprobar¹⁰⁹, Comparar y Ejemplificar</u>

Tabla 6.3. Concreciones de KPM para la etapa de Educación Infantil

Una de las concreciones que se propone en el subdominio de la práctica matemática para la etapa de Infantil tiene que ver con el conocimiento de cómo promover la construcción del conocimiento matemático. En concreto, dentro del indicador *prácticas particulares del quehacer matemático*, ya que, en nuestro trabajo, este indicador abarca también los precursores de las prácticas encargadas de generar conocimiento, como decíamos en el apartado 3.3.1.3.5 del marco teórico. Al ser Infantil una etapa en la que se crean los apoyos en los que sostener todo el conocimiento futuro, vemos conveniente contemplar aquí el conocimiento que posee el profesor de infantil sobre los procesos matemáticos involucrados en el razonamiento matemático, aprovechando la transcendencia que tienen estos en este nivel educativo. Al hablar de procesos matemáticos nos fijamos “en las características que estas acciones tienen como componentes de la práctica matemática” (Puig, 1996, p.15). Los procesos no son lineales ni van ligados a una práctica matemática concreta, por lo que distintos procesos considerados establecen diferentes niveles de profundización de esta construcción del conocimiento.

^{108,7} Estas concreciones a los indicadores de KPM se colocan en gris para diferenciarlas del indicador

Con respecto a los procesos matemáticos para el desarrollo del conocimiento de la Geometría, tomamos como base las propuestas de Gutiérrez (2007)¹¹⁰ y Climent (2011)¹¹¹. En el análisis del conocimiento especializado de nuestro informante encontramos la justificación de la emergencia del conocimiento sobre los siguientes procesos: *Identificar, Describir, Analizar, Clasificar, Visualizar, Usar y hacer conversiones de múltiples representaciones, Ejemplificar y Comparar*.

José utiliza el proceso de *identificar*, conocedor de que la identificación es el primer paso para generar conocimiento, pues se necesita reconocer correctamente un ente geométrico para poder seguir profundizando sobre este. En Geometría, sería en el sentido de reconocer y nombrar los cuerpos geométricos o los elementos que los constituyen¹¹². Además, conoce que la Geometría escolar debe servir para ayudar a describir y analizar el espacio, así consideramos *describir y analizar* como procesos de prescripción del significado de un objeto en términos de una lista de características y propiedades. Con el fin de estudiar las propiedades de los objetos, José comienza a realizar agrupaciones. Con respecto a los procesos que implican cualificar (agrupar mediante elección de criterios) distinguimos *clasificar*¹¹³ y *jerarquizar*¹¹⁴. El profesor de Infantil debe conocer ambos procesos, aunque en su práctica solo trabajará la clasificación, ya que la jerarquización requiere un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado (Guillén, 2005). Por lo que un ejemplo sobre clasificar sería el conocimiento de José sobre la experiencia de hacer rodar los cuerpos como contribución a la generación de propiedades de los cuerpos y un ejemplo sobre jerarquizar sería su conocimiento sobre el hecho de que las figuras tridimensionales están compuestas por figuras planas. Canals (2009) indica que, a través de las clasificaciones, se impulsa a los estudiantes a observar distintos objetos a la vez. Cuando le damos la consigna: “poner juntos los que tienen el mismo ...” tratamos de mostrar “una cualidad común a diferentes objetos o grupos de objetos” (op. Cit., p.

¹¹⁰ Los procesos que Gutiérrez (2007) establece para la enseñanza/aprendizaje de la Geometría son: observar, describir, analizar, definir, comparar, clasificar, explicar, demostrar, imaginar y visualizar.

¹¹¹ Los procesos que Climent (2011, p. 175) establece para el desarrollo del conocimiento de la Geometría son: identificar, describir, representar, componer-descomponer, definir, analizar, demostrar, clasificar y calcular medidas de forma indirecta.

¹¹² Identificación de formas; tamaños; color; caras de los sólidos; número de caras; número de aristas; número de vértices.

¹¹³ Una clasificación representa una simple distribución de los objetos en clases (Chamorro, 2005, p. 127). La clasificación es una relación de equivalencia entre varios elementos que se hace siguiendo un criterio establecido (Canals, 2009, p. 21)

¹¹⁴ Una jerarquización contiene, además de las clases (relación de equivalencia), las relaciones entre las clases (Chamorro, 2005)

21). Así, podemos decir que, en Infantil, no solo se pretenden clasificaciones dicotómicas, sino que también podemos establecer otros criterios de clasificación como el número de caras de los cuerpos. Este último genera múltiples clases de equivalencia, no solo dos. Además de esto, podemos decir que encontramos relación del precursor clasificar con la concreción a la categoría de definiciones, propiedades y sus fundamentos, clasificaciones (ver apartado 6.3.1.1.1).

Además de lo anterior, uno de los aspectos relevantes en el desarrollo del pensamiento espacial en la etapa de Infantil es la *visualización*¹¹⁵ entendida como:

la capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre dibujos, imágenes, diagramas, en nuestra mente, en el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y avanzar en la comprensión (Arcavi, 2003, p. 217).

José conoce que el proceso de visualización ayuda a la comprensión de un nuevo concepto (Gutiérrez, 2018), es decir, a identificar propiedades de los cuerpos geométricos, a definir o clasificar ese sólido, e incluso, a la hora de demostrar que ese cuerpo posee una propiedad en concreto. De acuerdo con Climent (2011) consideramos que la visualización debe jugar un papel fundamental en lo que se refiere al acercamiento al espacio. Según Gutiérrez (1996), la visualización consta de cuatro elementos principales: las imágenes mentales, las representaciones externas, el proceso de visualización y las habilidades de visualización. Dentro de este último, Gutiérrez (1991) distingue distintas habilidades de visualización espacial: conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio, reconocimiento de relaciones y discriminación espaciales. Definimos brevemente cada una de ellas, siguiendo el artículo de Suárez y León (2016) que tiene de base el trabajo de Del Grande (1990):

- Conservación de la percepción: Habilidad para reconocer que un objeto mantiene su forma, aunque no se vea totalmente o deje de verse parcialmente.

¹¹⁵ El uso de la visualización suele estar asociado a la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Sin embargo, la visualización también es útil para comprender y aprender cualquier otra área de contenido de las matemáticas escolares, ya que todos ellos pueden beneficiarse del uso de algún tipo de representación visual como gráficos, diagramas o esquemas (Gutiérrez, 2018).

- Reconocimiento de posiciones en el espacio: Habilidad de relacionar la posición¹¹⁶ de un objeto, con el observador o con otro objeto/punto de referencia.
- Reconocimiento de relaciones espaciales: Habilidad que permite identificar correctamente las características de relaciones entre diversos objetos situados en el espacio.
- Discriminación espacial: Habilidad de distinguir semejanzas y diferencias entre objetos.

A la hora de visualizar un concepto, las representaciones juegan un papel importante en la etapa de Infantil (Arcavi, 2003) debido a que, con la suma de distintos sistemas de representación, se llega a una imagen mental más rica del concepto. Cada sistema de representación es limitado, por lo que ofrece la realidad desde una perspectiva, sin embargo, mediante el cambio de sistema de representación, a veces, se pueden observar algunas características que quedan invisibles en otro registro. Además, González-Ruiz y Molina (2015) citando a Rico et al. (2008), señalan que la comprensión de un concepto matemático es más completa cuanto mayor sea el conocimiento que tengamos sobre sus sistemas de representación, de las propiedades que destaca cada representación, así como de la equivalencia entre ellas. José sabe que el *uso y conversión de múltiples representaciones* potencia el conocimiento de los sólidos, ya que ayuda a identificar propiedades de los cuerpos geométricos, a definir o clasificar ese sólido, e incluso, a la hora de demostrar que ese cuerpo posee una propiedad en concreto. Por ejemplo, el pasar de un gráfico (representación en 2d de un cuerpo geométrico) a material manipulativo permite la observación de algunas características que antes permanecían ocultas. También podemos decir que encontramos relación entre el precursor *uso y conversiones de múltiples representaciones* con la categoría de registros de representación del subdominio de conocimiento de los temas (apartado 3.3.1.1.3).

Nuestro informante también hace uso de la *ejemplificación* con la finalidad de crear una imagen mental rica de un determinado cuerpo geométrico, es decir, José conoce la potencialidad de los ejemplos y contraejemplos en la comprensión de los entes geométricos, como veíamos en el apartado 3.3.1.3.5 del marco teórico. Por ejemplo, José

¹¹⁶ Estas situaciones que involucran la orientación espacial requieren conocer un lenguaje verbal espacial que comprende términos como: arriba/abajo, delante/detrás, derecha/izquierda, dentro/fuera, encima/debajo, aquí, allí, ahí, entre, cerca/lejos...

conoce la utilidad de los ejemplos y contraejemplos para distinguir características críticas de las no críticas en un concepto.

Otro de los procesos matemáticos utilizados por nuestro informante para generar conocimiento es *comparar*. Como se indica en el apartado 3.3.1.3.5 del marco teórico, este proceso ya ha aparecido en otras investigaciones sobre el profesor de la etapa (e.g., Policastro et al., 2017; Muñoz-Catalán et al., 2021a; Escudero et al., 2021b), por lo que no es un proceso específico para enseñar Geometría. Gutiérrez (2007) indica que, además de visualizar, el proceso de razonamiento geométrico más frecuente en la etapa de Infantil es comparar. Esto es debido a que los estudiantes a esta edad ven los cuerpos geométricos como un todo y la forma en que lo rompen es mediante la comparación. A lo largo de esta investigación ha sido significativo el papel de la comparación, ya que se observan distintos criterios para comparar cuerpos geométricos como la comparación con respecto a la forma de las caras; al número de caras; a la longitud de sus aristas; al número de aristas y al número de vértices.

La otra concreción que proponemos en el subdominio de la práctica matemática para la etapa de Infantil tiene que ver con la validación del conocimiento matemático, es decir, dentro del indicador *formas de validación y demostración*, en el sentido de precursores de la práctica de demostrar en la etapa de Infantil. Nuestros resultados reflejan distintos procesos que ayudan a la validación del conocimiento geométrico. Por un lado, nuestro informante utiliza la *comprobación* como último paso en la resolución de un problema, es decir, para verificar la solución de este. Uno de los métodos más utilizados por nuestro informante para esta verificación es la *comprobación mediante la realización de una prueba experimental* (Carrillo et al., 2016). Por ejemplo, el profesor utiliza la estampación con material manipulativo para comprobar que un cuerpo geométrico está compuesto por una determinada figura geométrica. Por otro lado, nuestro informante hace uso de otros procesos como la *comparación o el uso de contraejemplos*, ambos recogidos en la anterior concreción, pero ahora con otra función. En este sentido, hace uso de la *comparación* para dar cuenta de algunos errores cometidos en la resolución de un problema, centrando la atención en una de las cualidades del objeto geométrico. Y, en esa misma línea, utiliza los *contraejemplos* para refutar una proposición. Un ejemplo de ello sería: En el estudio de los cubos, entre los ejemplos de cubo, José saca un prisma cuadrangular de poca altura y los estudiantes lo confunden con un cubo. Ante la confusión de los estudiantes al considerar un como cubo, José, conocedor de la comparación en la validación del

conocimiento, les plantea cuestiones como: ¿son iguales todas sus caras? ¿miden igual todas sus aristas?

6.3.1.2. El dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) desde la perspectiva de la enseñanza de los cuerpos geométricos en educación Infantil

Para el análisis del conocimiento del profesor de Educación Infantil se consideran adecuadas tanto las caracterizaciones como las categorías de los distintos subdominios dentro del *Conocimiento Didáctico del Contenido*, pero la literatura de investigación junto a los aspectos emergentes de este propio trabajo nos hace afirmar que la etapa de Infantil posee una serie de particularidades respecto a la terminología que debemos tener presente. Así, presentamos concreciones en los distintos subdominios que reflejan la especificidad del conocimiento del profesor de Educación Infantil.

6.3.1.2.1. Reflexión sobre el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) para la etapa de Infantil

El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) abarca el conocimiento del profesor sobre cómo enseñar un contenido matemático. En este sentido, el profesor analizado presta especial atención a la terminología utilizada en clase, por lo que consideramos pertinente añadir ese matiz (Tabla 6.4) en la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos que es la encargada del conocimiento del profesor sobre distintos elementos didácticos para enseñar un contenido matemático.

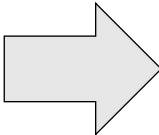
Categoría de KMT		Categoría y subcategoría de KMT para la etapa de Infantil
Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos		Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: <u>terminología como herramienta de enseñanza</u>

Tabla 6.4. Concreciones de KMT para la etapa de Educación Infantil

La concreción *terminología*¹¹⁷ como *herramienta de enseñanza* recoge una particularidad del docente de la etapa de Infantil referida al conocimiento que posee este acerca de la

¹¹⁷ Entendemos terminología como tipo de palabras que usa en su registro o la adecuación del vocabulario que utiliza. Distinguimos entre terminología convencional, aquel vocabulario formal geométrico (e.g.,

terminología utilizada en su enseñanza. El docente de infantil utiliza tanto vocabulario no convencional como vocabulario formal geométrico en sus clases. Esto es debido a que, al ser una etapa inicial, el docente conoce que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a identificar las cualidades del concepto matemático. Por ejemplo, el profesor comenta que ese cuerpo geométrico permite poner otro encima (apilamiento) para referirse a que contiene caras planas.

6.3.1.2.2. Reflexión sobre el Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) para la etapa de Infantil

El subdominio de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM) contiene el conocimiento que posee el profesor sobre cómo aprenden los estudiantes un determinado contenido matemático. Para un mejor entendimiento del profesional de Infantil, consideramos relevante prestar especial atención al vocabulario en las categorías de fortalezas y dificultades, así como en la de formas de interacción (Tabla 6.5).

Categoría de KFLM		Categoría y subcategoría de KFLM para la etapa de Infantil
Fortalezas y dificultades	→	Fortalezas y dificultades: <u>dificultades en la terminología geométrica</u>
Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático	→	Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático: <u>terminología como herramienta de aprendizaje</u>

Tabla 6.5. Concreciones de KFLM para la etapa de Educación Infantil

La concreción a la categoría fortalezas y dificultades, *dificultades en la terminología geométrica*, da respuesta al conocimiento que tiene el profesor acerca de las dificultades que poseen los estudiantes para usar vocabulario geométrico. Guillén (1997) refleja que esta dificultad que poseen los estudiantes es debida a varios factores: los términos geométricos tienen un significado diferente en el lenguaje corriente (e.g., cubo); por la dificultad de pronunciar y recordarlos (e.g., ortoedro, paralelepípedo); así como por la complejidad de estos (nombres compuestos: caras laterales).

vértice, arista) y terminología no convencional, aquel que procede del vocabulario cotidiano del niño (e.g., pico, caminito).

Por otro lado, la concreción a la categoría formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático, *terminología como herramienta de aprendizaje*, recoge el matiz que reflejan Clements y Sarama (2014) de que los profesores de Educación Infantil tienen que comprender el desarrollo de los conceptos matemáticos en los niños de esta edad, utilizando una combinación de vocabulario cotidiano y matemático. Siendo un ejemplo de ello el uso de pico como sinónimo de vértice. Normalmente, una vez los estudiantes tienen asimilado el concepto, se pasa a utilizar el vocablo formal.

6.3.1.2.3. Reflexión sobre el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) para la etapa de Infantil

El conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) es referido al conocimiento del profesor sobre distintos estándares curriculares, así como las recomendaciones curriculares que provienen de la investigación. En este subdominio incorporamos varias concreciones relacionadas con la terminología, como queda reflejado en la Tabla 6.6.

Categoría de KMLS		Categoría y subcategoría de KMLS para la etapa de Infantil
Resultados de aprendizaje esperados de un contenido matemático en un nivel específico	→	Resultados de aprendizaje esperados de un contenido matemático en un nivel específico: <u>adquisición de terminología geométrica</u>
Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado para un contenido en un determinado momento escolar	→	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado: <u>terminología geométrica utilizada por el alumnado en la etapa</u>
Secuenciación con temas anteriores y posteriores	→	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <u>terminología geométrica que aprender en esta etapa educativa</u>

Tabla 6.6. Concreciones de KMLS para la etapa de Educación Infantil

La concreción a la categoría de resultados de aprendizaje esperados va en el sentido de recoger el matiz que da respuesta al conocimiento que tiene el profesor acerca de la ganancia de algunos términos geométricos por el alumnado de Infantil, y la hemos denominado *adquisición de terminología geométrica*. En este sentido, en la literatura de investigación encontramos como Edo (1999) indica la importancia de utilizar la

terminología geométrica correcta, aunque coexista con el vocabulario natural propio de la edad. Un ejemplo de sobre este matiz sería cuando el profesor comenta a sus estudiantes que las pelotas se llaman esferas, conocedor de que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo que manejan.

Otra concreción a este subdominio la encontramos en la categoría de nivel de desarrollo esperado, para hacer referencia al conocimiento que posee el profesor acerca del vocabulario geométrico que los estudiantes poseen en un determinado curso, por lo que la hemos llamado *terminología geométrica utilizada por el alumnado en la etapa*. Un indicador de esta subcategoría sería el conocimiento que posee el profesor de que el considerar un cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado.

Por último, en la categoría de secuenciación con temas anteriores y posteriores colocamos el matiz *terminología geométrica a aprender en esta etapa educativa* para dar respuesta al conocimiento que tiene el profesor acerca de la terminología geométrica que deben aprender los estudiantes en Infantil. De acuerdo con Canals (1997) afirmamos que al inicio de la etapa este vocabulario geométrico será reducido y conforme vayan avanzando este se irá ampliando. Por ejemplo, el profesor conoce que el término arista y vértice no son trabajados en este curso escolar.

6.3.2. Aportaciones a la formación del profesorado

En este subapartado se muestran las aportaciones a la formación del profesorado de la etapa de Educación Infantil respecto de la enseñanza de los cuerpos geométricos. Esta investigación, en la misma línea que Alsina (2016), muestra como el conocimiento matemático que posee el profesor hace que pueda ofrecer determinadas oportunidades de aprendizaje a sus alumnos. Por ejemplo, en Infantil no se trabajan las definiciones geométricas, pero hay que proporcionar a los estudiantes una imagen rica del concepto para evitar que estos conviertan atributos no críticos en atributos críticos.

Un ejemplo interesante sobre esto en nuestro trabajo podría ser el hecho de que José conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados, lo que hace que llame “pirámide” a un prisma de base triangular,

disponiéndolo siempre apoyado en una de las caras laterales, dejando visibles sus bases, lo que revela que nuestro informante conoce algunos cuerpos trabajados en clase ligados a su posición. Este ejemplo de pirámide no es acertado, lo que repercute en su enseñanza, pudiendo generar obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes. El ejemplo anteriormente considerado sirve para reflexionar acerca de la necesidad de una comprensión profunda de las matemáticas fundamentales por los profesores de Educación Infantil, ya que así es más probable que estos profesionales puedan ofrecer momentos de aprendizaje, algo que se ve refrendado en la misma línea por otros investigadores como Perry y Dockett (2002).

Nuestro informante estaba especialmente comprometido con la mejora de su práctica docente y observaba que poseía una formación muy escasa sobre matemáticas. Esta preocupación por la mejora de la enseñanza de las matemáticas le llevó a realizar cursos de formación específica en Didáctica de las Matemáticas en el CEP, unos años antes de ser nuestro informante. Esta formación iba en línea con las orientaciones actuales de cómo trabajar Geometría, pero el hecho de tener algunas lagunas conceptuales hacía que siguiera cometiendo algunos errores en su enseñanza al intentar incorporar aspectos de esta formación a su práctica docente. Sin embargo, estos cursos le han ayudado a mejorar considerablemente su instrucción geométrica, guiando a los estudiantes hacia el análisis de los cuerpos geométricos, así como a comprender las características definitorias de estos, entre otros aspectos. Así, nuestro trabajo revela algunas características para tener en cuenta tanto en la formación inicial como en la continua.

Uno de estos aspectos más interesantes de nuestra investigación es que José comienza a trabajar la Geometría a partir de los cuerpos geométricos, estudiando las figuras planas como parte de estos. Para el estudio de los distintos cuerpos geométricos, toma objetos de la propia clase, así como material específico, para ayudar a dar significado a los sólidos, por lo que es importante que se insista, tanto en las asignaturas del grado como en los cursos de formación continua, en el uso de material manipulativo durante las explicaciones para que los alumnos puedan observar los cuerpos, así como sus propiedades. En estas explicaciones utiliza lenguaje cercano al estudiantado, conviviendo el uso de vocabulario no convencional con la terminología geométrica formal en las definiciones y/o propiedades que proporciona. Para el estudio de los cuerpos geométricos, José utiliza distintos procesos matemáticos como la visualización, la comparación con otros cuerpos, el uso de múltiples representaciones y la ejemplificación, entre otros. José

conoce como estos procesos contribuyen a la comprensión del conocimiento y los usa como estrategia de enseñanza. En esta ayuda hacia la definición de los cuerpos geométricos, que en Infantil se suele realizar mediante un listado de propiedades significativas, consideramos pertinente que se preste especial atención a estos procesos matemáticos para el desarrollo del conocimiento de la Geometría en la formación del profesorado de Infantil. En ese afán por crear una imagen mental rica de un determinado cuerpo geométrico, José utiliza distintos sistemas de representación y hace cambios entre ellos, siendo los más utilizados el registro manipulativo, verbal y gráfico. También presta especial atención a la comparación entre cuerpos, aplicando distintos criterios para analizar las propiedades de los cuerpos geométricos.

En resumen, este trabajo revela que la formación matemática de los profesionales de Infantil es escasa, por lo que consideramos necesario mejorar y apoyar la formación inicial de estos profesores, así como perfeccionarla cuando ya se es profesor. Es importante que el profesor de Infantil domine el contenido matemático a impartir, es decir, no solo debe ser capaz de responder a las tareas que se llevan a cabo en la etapa, sino que debe conocer en qué contenidos o ideas matemáticas se basan (Pitta-Pantazi & Christou, 2011).

6.4. Limitaciones y prospectiva del estudio

En este apartado se presentan las limitaciones que hemos observado a lo largo de este estudio de caso, así como las líneas futuras de investigación sobre las que dar continuidad a nuestros resultados y conclusiones derivadas de estos.

Para comenzar este apartado quisiera hacer notar que el investigador es una herramienta para comprender al profesor, por lo que tengo parte de responsabilidad en este proceso cualitativo. A lo largo de este proceso, he ido ganando madurez sobre el modelo, así como he aprendido a abordar de mejor manera las entrevistas. Con respecto a las entrevistas, durante el análisis he sido consciente de las limitaciones y, ahora, en una futura entrevista intentaría ahondar sobre el conocimiento que posee José sobre los recursos que usa, pues me he dado cuenta de que, a veces, los profesores usan recursos, pero sin intención. En este sentido, Zhang (2015) señala que no debemos suponer que los profesores conocen la importancia o potencialidad para trabajar un determinado contenido de los recursos utilizados. Por otro lado, plantearía entrevistas para poder recabar información sobre la

caracterización del subdominio KSM desde la óptica de Infantil. Así, se podría indagar acerca de si la escasa evidencia de este subdominio es debido a que no suele presentarse en la observación de aula, sino que requiere de preguntas y objetivos específicos, o bien, es debido a la formación que han recibido estos profesionales.

Nuestro interés por el desarrollo del modelo MTSK hace que, como agenda de investigación futura, nos planteemos continuar la concreción del modelo para la etapa de Infantil. A través de nuevas entrevistas se podrían refinar y afianzar las concreciones a la etapa que han surgido en este trabajo. Además, para el caso de KPM, que aún no cuenta con un sistema de categorías propio, sugerimos que se realice una propuesta de categorización que se ajuste a los distintos niveles educativos, teniendo presente los precursores de prácticas matemáticas que han emergido de nuestro estudio de caso. Por otro lado, nuestra investigación no abarcaba el análisis del dominio de las creencias y concepciones del profesor de Educación Infantil, sin embargo, de nuestro informante, tenemos muchos indicios que, sin un análisis exhaustivo y formal, parecen apuntar a que este dominio de conocimiento tiene un papel relevante en este profesional. Así, me parece interesante plantear un posible trabajo sobre el análisis de las creencias y concepciones del profesor de Educación Infantil y de cómo permean al resto de elementos de conocimiento.

En nuestro trabajo observamos como los aspectos pedagógicos y psicológicos generales (CPG) desempeñan un papel importante en el conocimiento de este profesional, debido a las características madurativas en las que se encuentran los estudiantes de la etapa. En nuestro estudio de caso observamos que hay veces que las estrategias de enseñanza pueden venir influenciadas por su CPG u otras veces que, incluso, cuesta saber hasta qué punto es PCK o CPG. Por lo que, como trabajo futuro, planteo la indagación sobre el PCK y su frontera con el CPG, ya que existe una frontera difusa entre ellos en la etapa de Infantil.

La etapa de Educación Infantil tiene unas características particulares que hace que el profesional de esta etapa deba adaptar sus conocimientos, simplificando y traduciendo los conceptos matemáticos mediante la utilización de palabras cercanas al vocabulario del alumnado. Esa simplificación debe asentarse en ideas matemáticas correctas para prevenir, o al menos, minimizar el desarrollo de conceptos erróneos más adelante. En nuestro caso observamos como esta adaptación del lenguaje puede ser consciente, como

decisión docente (KMT) o inconsciente, por desconocimiento del tema (KoT). A continuación, coloco un ejemplo de cada tipo: decisión docente, el profesor usa piquito como sinónimo de vértice; desconocimiento docente, el profesor usa cara y lado indistintamente.

Otro futuro trabajo podría ser el estudio del conocimiento del profesor para abordar la Geometría desde diferentes enfoques. Esto está basado en la importancia que hemos percibido que nuestro informante le otorga al enfoque proyectivo en sus clases, haciendo referencia alguna vez también al métrico. Esto nos lleva a plantearnos si los distintos enfoques pudieran ser considerados como una práctica matemática (KPM), o bien, como ya iniciamos en una de nuestras investigaciones, pertenecer a KSM como conexión, usando la idea de Gran Idea en matemáticas (Clements, 2004), considerando que “articulan el conocimiento geométrico en todos los niveles educativos” (Muñoz-Catalán et al., 2019a, p. 67).

También consideramos relevante plantear como línea de trabajo futuro el estudio del conocimiento del profesor acerca de cuerpos cóncavos y convexos desde la proyección. Nuestro informante trabaja bastante la estampación en clase, pretendiendo con este procedimiento que los alumnos conozcan las caras que conforman un determinado cuerpo geométrico. Normalmente en la etapa solo se trabajan figuras convexas, por lo que la estampación es válida para conocer las figuras por las que está compuesta. Así, la estampación puede ser entendida como un precursor de la proyección, teniendo en cuenta que está relacionada con la proyección ortogonal. Sin embargo, la estampación no permite ver la figura cóncava, por lo que consideramos interesante el estudio del conocimiento del profesor acerca de ambos cuerpos.

Partiendo de las grabaciones que poseo sobre cuatro profesores distintos, me planteo que otro posible trabajo podría ser el análisis de todos ellos, ya que al haber usado un solo informante no puedo decir que todos los profesores de Infantil se porten igual, es decir, no puedo generalizar. Además, se podría analizar cualitativa y cuantitativamente el conocimiento de estos profesores, de forma que se podrían establecer grados de conocimiento geométrico en los profesores de Infantil, incluso se podría construir una escala para medir su conocimiento.

El presente estudio muestra que la formación geométrica del profesor de Infantil es deficiente, lo que se ve refrendado por otros investigadores (Ginsburg & Golbeck, 2006;

Clements & Sarama, 2011; entre otros). Así, una línea de trabajo futuro puede ser el estudio de los conocimientos necesarios para la enseñanza del profesor de infantil. Esto puede realizarse a partir de este estudio, así como de otros similares, para poder realizar cursos de mejora para estos profesionales, es decir, que los conocimientos necesarios para la enseñanza puedan ser conceptualizados con la finalidad de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de estos profesionales, siguiendo la idea de Ginsburg et al, (2008). El conocimiento especializado del profesor de Educación Infantil se puede emplear para el diseño de tareas para la formación inicial, así como para diseñar cursos de capacitación para construir conocimiento especializado en los profesores en activo.

Referencias

- Abrate, R., Delgado, G. y Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9.
- Aguilar, A. (2016). *El conocimiento especializado de una maestra sobre la clasificación de las figuras planas. Un estudio de caso* [Tesis doctoral, Universidad de Huelva]. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/12006>
- Aguilera, L. (2014). *Conocimientos lógicos, geométricos y espaciales en Educación Infantil*. [Trabajo Fin de Grado, Universidad de Jaén].
- Aguilar-González, A., Rodríguez-Muñiz, L.J. y Muñiz-Rodríguez, L. (2022). Las creencias y su papel en la determinación de relaciones entre elementos del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 109-120). Editorial Dykinson
- Almeida, A. R., Policastro, M. S., Couto, S., y Ribeiro, C. M. (2017). Conhecimento matemático especializado do professor que ensina geometria na Educação Infantil e nos Anos Iniciais: um caso de estimação de(e) medida de comprimento. *VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática*.
- Almeida, R. y Strina, P. (2014). *Espago e tempo na Educação Infantil*. Contexto.
- Alsina, A. (2020). La matemática y su didáctica en la formación de maestros de Educación Infantil en España: Crónica de una ausencia anunciada. *La Gaceta de la RSME*, 23 (2), 373-387. <https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1588>
- Alsina, A. (2016). Contribuciones de la investigación en educación matemática infantil para el diseño, gestión y evaluación de buenas prácticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp.19-38). SEIEM.
- Alsina, Á. y Delgado-Rebolledo, R. (2022). ¿Qué conocimientos necesita el profesor de Educación Infantil para enseñar matemáticas? *Matemáticas, Educación y sociedad*, 5 (1), 18-37 <https://journals.uco.es/mes/article/view/14153>

- Alsina, Á. y Delgado-Rebolledo, R. (2021). Identificando los conocimientos para enseñar matemáticas en Educación Infantil: un primer paso para el desarrollo profesional. *Revista Sergipana de Matemáticas e Educacao Matemática*, 6 (2), 1-23. <https://doi.org/10.34179/revisem.v6i2.16003>
- Alsina, C., Burgés, C. y Fortuny, J.M. (1987). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Síntesis.
- Anders, Y. y Rossbach, H. (2015) Preschool Teachers' Sensitivity to Mathematics in Children's Play: The Influence of Math-Related School Experiences, Emotional Attitudes, and Pedagogical Beliefs. *Journal of Research in Childhood Education*, 29(3), 305-322. <https://doi.org/10.1080/02568543.2015.1040564>
- Aravena, M. y Caamaño, C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la región del Maule. Talca, Chile. *RELIME*, 16, 139-178. <https://relime.org/index.php/relime/article/view/219>
- Aravena, M., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016). Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile. *Enseñanza de las Ciencias*, vol 34 (1), pp. 107-128. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/306639>
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241. <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1024312321077>
- Arzarello F., Ascari, M. y Sabena, C. (2011). A model for developing students' example space: the key role of the teacher. *ZDM Mathematics Education*, 43, 295–306. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-011-0312-y>
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241–247. <https://doi.org/10.1177/0022487100051003013>
- Ball, D. L. (1990). The Mathematical Understandings That Prospective Teachers Bring to Teacher Education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449–466. <https://www.jstor.org/stable/1001941>
- Ball, D.L. y Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: knowing and using mathematics. En Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics*. Ablex, Westport (CT), pp. 83-104.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29 (1), 14–22. <http://hdl.handle.net/2027.42/65072>
- Ball, D.L., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 399-406. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>

- Baroody, A. J., Cibulskis, M., Lai, M., y Li, X. (2004). Comments on the Use of Learning Trajectories in Curriculum Development and Research. *Mathematical Thinking & Learning*, 6(2), 227–260. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_8
- Baroody, A., Lai, M., y Mix, K. (2006). The development of young children's number and operation sense and its implications for early childhood education. In B. Spodek y O. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (pp. 187–221). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Open university press.
- Battista, M. (2009). Highlights of Research on Learning School Geometry. In Understanding Geometry for a Changing World. In T. V. Craine (Ed.), *Seventy-first Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, pp.91-108. Reston, Va.
- Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M. (2017). Características de la comprensión de figuras geométricas en estudiantes de 6 a 12 años. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 157-166). SEIEM.
- Berthelot, R. y Salin, M. H. (1993). Conditions de l'apprentissage des plans et cartes dans l'enseignement élémentaire. En Bessot et Varillon (Eds.), *Espaces graphiques et graphiques d'espaces* (pp. 87-115). La Pensée Sauvage. Grenoble.
- Bills, L. y Rowland, T. (1999). Examples, Generalisation and Proof. In L. Brown (Ed.) *Making Meaning in Mathematics: a collection of extended and refereed papers from the British Society for Research into Learning Mathematics*, Visions of Mathematics 2, Advances in Mathematics Education 1 (pp.103-116) York: QED.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid, España: La Muralla.
- Blanco, L. J. (1992). Aproximación al conocimiento práctico personal de los profesores de Matemáticas de E.G.B. *Enseñanza de las Ciencias*, 10 (2), 195-200 <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/39821>
- Blanco, L. J. y Barrantes, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. *RELIME*, 6 (2), 107-132. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2092516>
- Blanco, L. y Contreras, L.C. (2002). Un modelo formativo de maestros de primaria en el área de matemáticas en el ámbito de la geometría. En L.C. Contreras, y L.J. Blanco (Eds.), *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente* (pp. 93-124). Publicaciones de la Universidad de Extremadura.

- Blevins-Knabe, B., Austin, A., Musun-Miller, L., Eddy, A., y Jones, R. M. (2000). Family home care providers' and parents' beliefs and practices concerning mathematics with young children. *Early Childhood Development and Care*, 165, 41-58. <https://doi.org/10.1080/0300443001650104>
- Blumer, H. (1969). *Symbolic Interactionism. Perspective and Method*. Englewood Cliffs: N. J. Prentice Hall.
- Boule, F. (2005). *Reflexiones sobre la Geometría y su enseñanza*. México: Correo del Maestro y Ediciones La Vasija.
- Boaler, J. y Greeno, J. G. (2000). Identity, agency, and knowing in mathematics worlds. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning: International perspectives on mathematics education* (pp. 171-200). Westport, CT: Ablex Publishing.
- Bowman, B.T., Donovan, M.S., y Burns, M.S. (Eds.) (2001). *Eager to learn: Educating our preschoolers*. Washington, DC: National Academy Press.
- Brousseau, G. (1983). Etude de quiestions d' enseignement un exemple: la geometrie. *Seminaire de didactique des mathematiques et de l'informatique*. Laboratoire LSD, Institut IMAG.
- Brophy, J. (2004). Using video in teacher education. In J. Brophy (Ed.), *Advances in research on teaching*, Vol. 10, pp. 259-286. Elsevier.
- Brunheira, L. y Ponte, J. P. (2015). Prospective teachers' development of geometric reasoning through an exploratory approach. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9)* (pp. 515-521). Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME. <https://hal.science/hal-01286995/document>
- Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la geometría, *Revista Colombiana de Educación*, 60, pp. 41-60. <https://www.redalyc.org/pdf/4136/413635253003.pdf>
- Campos-Cano, M., Flores-Medrano, E. (2019). Prácticas matemáticas: un avance en su caracterización. En J. Carrillo, M. Codes y L. C. Contreras (Eds.), *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 87-94). Universidad de Huelva Publicaciones.
- Canals, M.A. (2009). *Lógica a todas las Edades. Los dossiers de María Antonia Canals*. Facultad de Ciencias de la Educación de la UdG.
- Canals, M.A. (1997). La geometría en las primeras edades escolares. *Suma 25, revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, 31-44

- Cárdenas, J. A. y Cáceres M. J. (2018). Concepciones de los estudiantes para maestro de educación infantil sobre el conocimiento profesional del docente de matemáticas. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 191- 200). SEIEM.
- Carreño, E. y Climent, N. (2009). Polígonos: conocimiento especializado del contenido de estudiantes para profesor de matemáticas. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 187-196). SEIEM.
- Carrillo, J. (2017). Idiosincrasia del MTSK, investigaciones realizadas y utilidades. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 7-10). CGSE.
- Carrillo, J. (2015). Estudio personal compartido sobre conocimiento y desarrollo profesional del profesorado y resolución de problemas. En Nuria planas (Coord.), *Avances y realidades de la Educación Matemática* (pp. 133-152), Colección crítica y fundamentos, 46. Serie Didáctica de las Matemáticas. Editorial Graó
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Defining specialized knowledge for mathematics teaching. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceeding of CERME8* (pp. 2985-2994). Middle East Technical University.
- Carrillo, J., Climent, N., Gorgorió, N., Rojas, F. y Prat, M. (2008). Análisis de secuencias de aprendizaje matemático desde la perspectiva de la gestión de la participación. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(1), 67-76. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3690>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M; Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco-Mora, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalan, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education* 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Montes, M. A., Escudero, D., y Flores, E. (Coords.) (2016). *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación primaria*. Paraninfo
- Carrillo, J., Contreras, L.C. y Flores, P. (2013b). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Libro homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193-200). Comares.

- Carrillo, J. y Martín, J.P. (2019). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas como fruto del cambio. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*. Vol. 100, p. 147-152. https://drive.google.com/file/d/1r8pku_agpLnTyhYAs7e7WX2wxmQj8IMq/view
- Carrillo, J., Montes, M.Á. y Climent, N. (2022). *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) 10 años de camino*. Dykinson
- Carrillo, J., Montes, M. A., Contreras, L.C. y Climent, N. (2017). Les connaissances du professeur dans une perspective basée sur leur spécialisation: MTSK. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 22, 185-205. <https://doi.org/10.4000/adsc.748>
- Carpenter, T.P. y Moser, J. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.). *Acquisition for mathematic concepts and processes* (pp. 7-44). Academic Press.
- Castelnuevo, E. (1981). La matemática. La geometría. Kettres Editorial.
- Castro, J. (2004). El desarrollo de la noción de espacio en el niño de educación inicial. *Acción pedagógica*, vol. 13-2, pp. 162-170
- Castro, E. y Castro, E. (Coords.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil*. Pirámide.
- Chamorro, M. C. (Coord). (2005). *Didáctica de las matemáticas. Educación Infantil*. Pearson
- Charalambous, C. y Pitta-Pantazi, D. (2016). Perspectives on Priority Mathematics Education: Unpacking and Understanding a Complex Relationship Linking Teacher Knowledge, Teaching, and Learning. In L.D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 19-59). Routledge.
- Chiang, P.C., y Stacey, K. (2015). Geometric concepts of two-dimensional shapes by primary school teachers in Taiwan. *Proceedings of PME 39,2*, 161-168
- Clarke, D. y Hollingsworth, H. (2000). Seeing is understanding. *Journal of Staff Development* 21(4), 40-43.
- Clements, D. H. (2004). Preface. In D.H. Clements, J. Sarama y A.M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in Mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. ix–xv). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Clements, D.H. (2004). Part 1: Major themes and recommendations. In D.H. Clements, J. Sarama y A.M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in Mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 7–76). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum
- Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. En, D.H. Clements, J. Sarama y A.M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in Mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 267-297). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

- Clements, D.H., Baroody, A.J. y Sarama, J. (2013). *Background research on early mathematics*. Washington, DC: National Governors Association. Background Research for the National Governor's Association (NGA) Center Project on Early Mathematics. Recuperado de: <https://www.nga.org/files/live/sites/NGA/files/pdf/2013/1311SEME-Background.pdf>
- Clements, D. H., y Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). Macmillan.
- Clements, D.H. y Sarama, J. (2014). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203520574>
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 133-148. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9173-0>
- Clements, D. y Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math. The learning trajectories approach*. Routledge,
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 136-163. <https://www.jstor.org/stable/30034954>
- Climent, N. (2011). *Proyecto Docente e Investigador para optar a concurso de acceso para el Cuerpo Docente Universitario de Profesor Titular de Universidad en el Área de Didáctica de la Matemática*. Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía. Universidad de Huelva.
- Climent, N. Montes, M.A., Contreras, L.C., Carrillo, J., Liñán, M.M., Muñoz-Catalán, M.C., Barrera, V.J., León, F. (2016). Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las matemáticas a través del análisis de vídeos. *AIEM-Avances de investigación en Educación Matemática*, 9, pp. 85-103. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i9.108>
- Codes, M. y Contreras, L.C. (2022). El conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 95-108). Editorial Dykinson. <https://doi.org/10.14679/1457>
- Cohen L., y Manion L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla. (Traducción de Francisco Agudo López de la obra original de Cohen L. y Manion L. (1989). *Research Methods in Education*, 3rd. Ed., Routledge).
- Contreras, L.C. (1999). *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Contreras, L.C., y Blanco, L.J. (2001). ¿Qué conocen los maestros sobre el contenido que enseñan? Un modelo formativo alternativo. XXI, *Revista de Educación*, 3, 211-220.

- Copley, J. V. (2010). *The young child and mathematics* (2nd ed.). Washington, DC: National Association for the Education of Young Children
- Corbin, J. y Strauss, A.L. (2008). *Basics of qualitative Research* (3rd edition). Sage Publications.
- Corrales, J., M. Sanduay, G. Rodríguez, C. Malik y A. Poblete (2001). ¿Es posible dotar de alguna dinámica a los conceptos de geometría y a las propiedades de las figuras en el aula?, *Revista Números*, 48, 13–24. <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2309080>
- Craine, T. V., y Rubenstein, R. N. (1993). A quadrilateral hierarchy to facilitate learning in geometry. *The Mathematics Teacher*, 86(1), 30-36.
- De Castro, C., López, D. y Escorial, B. (2011). Posibilidades del juego de construcción para el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Revista Pulso*, 34, 103-124. <https://doi.org/10.58265/pulso.5012>
- De Moya, M.V. y Rotondaro, F. (2015). La Educación Infantil que queremos: investigaciones y experiencias. *ENSAYOS, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 30(2), p.1-9. <https://revista.uclm.es/index.php/ensayos/article/view/934/798>
- De Villiers, M. (1994). The role of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11-21.
- De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Epsilon*, 26, 15-30.
- De Villiers, M., Govender, R., y Patterson, N. (2009). Defining in Geometry. En T. Craine, y R. Rubinstein (eds.), *Understanding Geometry for a Changing World* (pp. 189-203). NCTM.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic teacher*, 37(6), 14-20.
- Delgado, R., Zakaryan, D. y Alfaro, Ch. (2022). El conocimiento de la Práctica Matemática. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 57-70). Editorial Dykinson. <https://doi.org/10.14679/1454>
- Delgado-Rebolledo, R. y Zakaryan, D. (2020). Relationships between the knowledge of practices in mathematics and the pedagogical content knowledge of a mathematics lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18 (3), 567-587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Delors, J. (1994). Los cuatro pilares de la educación en la educación encierra un tesoro. *Informe a la UNESCO de la Comisión internacional sobre la educación para el siglo XXI*, Santillana/UNESCO. pp. 91-103.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Labor y Centro de Publicaciones del MEC.

- Döhrmann, M., Kaiser, G. y Blömeke, S. (2012). The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM Mathematics Education*, 44 (3), 325-340. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0432-z>
- Douaire, J. y Emprin, F. (2015). Teaching geometry to students (from five to eight years old). En K. Krainer y N. Vondrová (Eds.). *Proceedings of the CERME 9* (pp.529-535). ERME.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. [Semiosis and human thought. Semiotic registers and intellectual learning]*. Peter Lang.
- Edo, M. (2018). De la identificación al análisis de figuras geométricas. En M.C. Muñoz-Catalan, J. Carillo (Eds.) *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 243-285). Paraninfo.
- Edo, M. (2012). Ahí empieza todo. Las matemáticas de cero a tres años”, *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 2012, vol. 80, pp. 71-84. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3987007>
- Edo, M. (2012). Situaciones interdisciplinarias para el desarrollo del pensamiento matemático en Educación Infantil en la formación de maestros. En M. MarínRodríguez; N. Climent-Rodríguez (eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 427- 453). SEIEM.
- Edo, M. (1999). Reflexiones para una propuesta de geometría en el parvulario. *Suma* 32, revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, 53-60
- Escudero, D., Flores, E., y Carrillo, J. (2012). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Sosa, E. Aparicio, y Flor M. Rodríguez (Eds.), *Memoria de la XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 35-42). Cinvestav.
- Escudero, I., Gavilán, J.M. y Sánchez-Matamoros, G. (2014). Una aproximación a los cambios en el discurso matemático generados en el proceso de definir. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17, 1, pp. 7-32
- Escudero-Ávila, D. (2022). Conocimiento de las características del aprendizaje matemático. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 83-94). Editorial Dykinson DOI: 10.14679/1456
- Escudero-Ávila, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Tesis doctoral, Universidad de Huelva]. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11456>

- Escudero-Ávila, D., Vasco, D. y Aguilar-González, A. (2017). Relaciones entre los dominios y subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (vol 1, pp. 109-116). CIBEM. ISSN/ISBN: 978-84-945722-2-7.
- Escudero-Domínguez, A., Escudero-Ávila, D., Aguilar-González, A., y Vasco-Mora, D. (2019). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas en Educación Infantil para la enseñanza de Geometría. En J. Carrillo, M. Codes y L.C. Contreras (Eds.), *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 219-227). Universidad de Huelva, Publicaciones.
- Escudero-Domínguez, A., Muñoz-Catalán, M. C. y Carrillo, J. (2021a). Caracterizando el conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil enseñando prismas. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 237 – 244). SEIEM.
- Escudero, A. M., Muñoz-Catalán, M. C., y Carrillo, J. (2021b). Conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil al enseñar cuerpos geométricos. *Zetetike*, 29, 1-16
e021005. <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8661819>
- Escudero-Domínguez, A., Muñoz-Catalán, M.C. y Codes, M. (2021c). ¿Qué conocimiento especializado moviliza un profesor de Infantil a través de una tarea de estampación de figuras geométricas? En G. Gómez, C. Rodríguez, M.N. Campos y M. Ramos (Eds.), *Nuevos escenarios educativos: hacia el horizonte 2030* (pp. 617-629). Dykinson.
- Escudero-Domínguez, A.M., Muñoz-Catalán, M.C. y Montes, M.A. (2021d). Conocimiento didáctico del contenido de un profesor de infantil para la enseñanza de cuerpos geométricos. En J. G. Moriel-Junior (Ed.), *Anais do V Congresso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 192-199). Congressseme.
- Escudero-Domínguez, A., Muñoz-Catalán, M.C. y Carrillo, J. (2017). MTSK: Conocimiento especializado para la enseñanza de la geometría en la etapa infantil. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 119-124). CGSE.
- Espina, E., y Novo. M.L. (2019). Análisis de la presencia de la geometría en los proyectos editoriales de Educación Infantil. *Educación Matemática*, 31, (3), 81-112. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7504985>
- Espinoza-Vásquez, G. (2022). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre funciones. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 165-177). Editorial Dykinson DOI: 10.14679/1462

- Estepa Giménez, J. (2000). El conocimiento profesional de los profesores de Ciencias Sociales. En: Pagès i Blanch, J., Estepa Giménez, J., Travé González, G. (Eds.). *Modelos, contenidos y experiencias en la formación del profesorado de Ciencias Sociales*. Universidad de Huelva: Asociación Universitaria de Profesorado de Didáctica de las Ciencias Sociales, p. 313-335. ISBN 84-95089-51-3
- Fernández, J.C., Mercado, F. y Sánchez, M. (2003). Teoría y práctica psicomotora de la orientación y localización espacial, *EF Deportes-Revista Digital*, vol 59. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=317688>
- Flewitt, R. (2006). Using video to investigate preschool classroom interaction: Education research assumptions and methodological practices. *Visual Communication*, 5(1), 25–50. <https://doi.org/10.1177/1470357206060917>
- Flick, U. (2007). *An introduction to qualitative research* (3rd edition). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Flores-Medrano, E. (2022). Conocimiento de la estructura de las matemáticas. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 47-55). Editorial Dykinson DOI: 10.14679/1453
- Flores-Medrano, E. (2016). Conocimiento de la práctica matemática (KPM). En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 30-34). CGSE.
- Flores-Medrano, E. (2015). *Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)*. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva] <http://hdl.handle.net/10272/11503>
- Flores, E., Escudero, D. I., y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). SEIEM.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, A., y Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras, N. Climent, D. Escudero-Ávila, E. Flores-Medrano, y M.A. Montes (Eds.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 57-72). Universidad de Huelva Publicaciones.
- Fourez, G., Englebert-Lecompte, V., y Mathy, P. (1997). *Saber sobre nuestros saberes*. Buenos Aires: Colihue.
- Galvez, G. (1985). *Aprendizaje de la orientación espacial en el espacio urbano. Una propuesta para la enseñanza de la geometría en la enseñanza primaria* [Tesis doctoral, Centro de investigación del IPN]

- Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, vol. XIV, 2, 125-142. Universidad Nacional Heredia. <https://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>
- Gasteiger, H., y Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 109-117. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.002>
- Gasteiger, H., Bruns, J., Benz, C., Brunner, E. y Sprenger, P. (2020). Mathematical pedagogical content knowledge of early childhood teachers: a standardized situation-related measurement approach. *ZDM*, 52(2), 193-205. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01103-2>
- Gelman, R. (2000). The epigenesis of mathematical thinking. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 21(1), 27-37. [https://doi.org/10.1016/S0193-3973\(99\)00048-9](https://doi.org/10.1016/S0193-3973(99)00048-9)
- Giménez, J. (1997). Aprendiendo a enseñar geometría en primaria. Análisis de simulaciones sobre la intervención, *Revista electrónica de investigación y evaluación educativa*, vol. 3-2, p.1-19
- Ginsburg, H. P. (2002). Little children, big mathematics: Doing, learning and teaching in the preschool. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the Twenty sixth Psychology of Mathematics Education, PME26* (Vol. 1, pp. 1-3 – 1-14).
- Ginsburg, H. P., y Golbeck, S. L. (2006). Thoughts on the future of research on mathematics and science learning and education. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 190–200. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.013>
- Ginsburg, H. P., Kaplan, R. G., Cannon, J., Cordero, M. I., Eisenband, J. G., Galanter, M., et al. (2006). Helping early childhood educators to teach mathematics. In M. Zaslow & I. Martinez-Beck (Eds.), *Critical issues in early childhood professional development* (pp. 171–202). Paul H. Brookes.
- Ginsburg, H. P., Lee, J. S., y Boyd, J. S. (2008). Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Social Policy Report of the Society for Research in Child Development*, 22(1), 3–23. <https://doi.org/10.1002/j.2379-3988.2008.tb00054.x>
- Glenn Commission. (2000). *Before It's Too Late: A Report to the Nation from the National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century*. National Commission on Mathematics and Science Teaching.
- Godino, J. D., Carrillo, J., Castro, W. F., Lacasta, E., Muñoz-Catalán, M. C., Wilhelmi, M.R (2011). Métodos de investigación en educación matemática. Análisis de los trabajos publicados en los Simposios de la SEIEM. En M. Marín et al (Eds.), *Investigación en educación matemática XV* (pp. 33-46). SEIEM.

- González-Ruiz, I. y Molina, M. (2015). Representaciones y fenómenos que organizan la relación de equivalencia. Un estudio experimental con maestros en formación inicial en el contexto de la geometría básica. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 309-316). SEIEM
- Gonzato, M., Díaz Godino, J. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, vol. 23, núm. 3, diciembre de 2011, pp. 5-37
- Greenes, C., Ginsburg, H. P., y Balfanz, R. (2004). Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 159–166. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.010>
- Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: A mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 173–180. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.012>
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿y en la investigación? En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 69-85). SEIEM
- Guillén, G. (2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos. *Educación Matemática*, 17(2), pp. 117-152. Grupo Santillana. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40517206>
- Guillén, G. (1997). *El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje*. [Tesis doctoral, Universitat de València] (Publicada en 1999 en la Col·lecció Tesis doctorals en Microfitxes. Universitat de València)
- Gutiérrez, A. (2010). Introducción al Seminario I sobre Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 17-19). SEIEM
- Gutiérrez, A. (2007): *Procesos matemáticos en la enseñanza/aprendizaje de la geometría*. Conferencia en el 16º Congreso Nacional de Matemáticas (Medellín, Colombia).
- Gutiérrez, Á.; Jaime, A. (1998): On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(2/3), 27-46 <http://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/GutJai98.pdf>
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. *Proceedings of the 20th international conference of the PME*, 1, 3-19
- Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (1996) Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. En Giménez, J., Llinares, S. y Sánchez, V. (Eds.). *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática* (pp. 140-170). Publicaciones de la Universidad de Granada.

- Gutiérrez-Rubio, D., Maz-Machado, A., León-Mantero, C. y Jiménez-Fanjul, N. (2018). Estudio de la percepción de la utilidad de la geometría en futuros profesores de educación primaria. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 261-269). SEIEM.
- Hernández-Sampieri, R. Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. (McGraw Hill).
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological Aspects of Learning Geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.) (1990). *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95).
- Huerta, P. (1997): Didáctica de la Geometría en la formación de maestros. En Blanco, L. y Cruz, C. (Eds.) *Aportaciones al curriculum en la formación inicial de los profesores de primaria en el área de matemáticas* (pp. 111-115). ICE de León. Universidad de León.
- Hundeland, P.S., Erfjord, I. and Carlsen, M. (2017). A kindergarten teacher's revealed knowledge in orchestration of mathematical activities. In T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 10). TWG13: Early years mathematics, (pp. 1853 – 1860).
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. [Tesis doctoral, Universidad de Valencia]
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele. En S. Llinares y M. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Alfar.
- Joglar-Prieto, N. y Ramírez-García, M. (2018). Una visión de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil desde la práctica. En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 299-318). Editorial Paraninfo.
- Jones, K. (2000). Teacher Knowledge and professional development in geometry. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 20(3), 109-114. <http://eprints.soton.ac.uk/id/eprint/41293>
- Jones, K., Mooney, C., & Harries, T. (2002). Trainee primary teachers' knowledge of geometry for teaching. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 22(2), 95–100.
- Jones, K., & Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. In A. Gutiérrez, G. Leder & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 109-149). Rotterdam: Sense. The published version is available at: http://dx.doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_4

- Kamii, C., & DeVries, R. (1978). *Physical knowledge in preschool education: Implications of Piaget's theory*. Prentice Hall
- Karsenty, R., y Arcavi, A. (2017). Mathematics, lenses and videotapes: A framework and a language for developing reflective practices of teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(5), 433-455. <http://dx.doi.org/10.1007/s10857-017-9379-x>
- Kilpatrick, J. y Spangler, D.A. (2016). Educating future mathematics education professors. In L. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education (Third Edition)* (pp. 297-309). Routledge.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., y Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Klein, F. (2006). *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Tres Cantos: Nivola.
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Kurz-Milcke, E., Siller, H.S., & Winbourne, P. (2011). Professional knowledge related to big ideas in mathematics - an empirical study with preservice teachers. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Actas del CERME 7*. (pp. 2717-2726).
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitative research interviewing*. SAGE
- Latorre, A., del Rincón, D., y, Arnal, J. (1997). *Bases Metodológicas de la Investigación Educativa*. Hurtado.
- Lee, J. E. (2017). Preschool Teachers' Pedagogical Content Knowledge in Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 49, 229-243. <https://doi.org/10.1007/s13158-017-0189-1>
- Lee, J. (2010). Exploring kindergarten teachers' pedagogical content knowledge of mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 42, 27-41. [http://refhub.elsevier.com/S0742-051X\(16\)30079-8/sref40](http://refhub.elsevier.com/S0742-051X(16)30079-8/sref40)
- Leikin, R. y Zazkis, R. (2010). On the content-dependence of prospective teachers knowledge: a case of exemplifying definitions, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41: 4, 451-466. <http://dx.doi.org/10.1080/00207391003605189>
- Leinhardt, G. (1993) 'On teaching', in Glaser, R. (ed.), *Advances in instructional psychology*, 4, Erlbaum, pp. 1-54.
- Lesh, R., Post, T., y Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. En C. Janiver (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum

- Liljedahl, P., Durand-Guerrier, V., Winslow, C., Bloch, I., Huckstep, P., Rowland, T., Thwaites, A., Grevholm, B., et al. (2009). Components of mathematics teacher training. In R. Even & D. L. Ball (Eds.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: the 15th ICMI study* (pp.25-33). Springer. <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8>
- Liñán, M.M. (2017). *Conocimiento especializado en Geometría en un aula de 5º de Primaria*. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva] <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/14230>
- Lorenzato, S. (1995). Por que não ensinar Geometria? *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. São Paulo, 3(4), 3–13.
- Lorenzato, S. (1993). Os "por qués" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. *Pro-Posicoes*, 4 (1), 73-77
- Luis, M. (2021). *O Conhecimento Especializado do Professor quando ensina Tópicos de Biologia*. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva]
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the US*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Markezich, A. (1996). Learning windows and the child's brain. *SuperKids Educational Software Review*. Knowledge Share LLC.
- Martín, J.P. y Carrillo, J. (2017). Las oportunidades de aprendizaje y el dominio de conocimiento matemático del MTSK en Educación Infantil. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 97-101). CGSE.
- Martín Díaz, J. P., Montes Navarro, M., Codes, M., & Carrillo Yáñez, J. (2020). Characterisers of Teaching in a Mathematics Problem Posing Lesson in Preschool Education. *Sustainability*, 12(15), 6148. <https://doi.org/10.3390/su12156148>
- McCallum, W. (2015). The Common Core State Standards in Mathematics. En Cho, S. (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer (pp. 547-560). https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_31
- McCray, J. S. (2008). *Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Relationships to teaching practices and child outcomes* [Tesis doctoral, Erikson Institute/Loyola University]
- McCray, J.S., y Chen, J-Q. (2012). Pedagogical Content knowledge for preschool mathematics: construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in Childhood Education*, 26, 291-307. <https://doi.org/10.1080/02568543.2012.685123>
- McMillan, J.H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa. Una introducción conceptual*. (Pearson).

- Miles, M.B. y Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Sage.
- Montes, M.A. (2014). *Conocimiento especializado del profesor de matemáticas acerca del infinito. Un estudio de caso*. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva] <http://goo.gl/nIxbKq>
- Montes, M. Á., Climent, N., & Contreras, L. C. (2022). Construyendo conocimiento especializado en geometría: un experimento de enseñanza en formación inicial de maestros. *Aula Abierta*, 51(1), 27–36. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.27-36>
- Moriel-Junior, J.G. (2014). *Conhecimento especializado para ensinar divisão de frações*. [Tesis doctoral, Universidade Federal de Mato Grosso]
- Moriel-Junior, J. G., Carrillo, J. (2014). Explorando indícios de conhecimento especializado para ensinar matemática com o modelo MTSK. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 465-474). SEIEM.
- Moriel-Junior, J.G., Escudero-Ávila, D. y Flores-Medrano, E. (2022). Producción MTSK en la web of science hasta 2020: focos, abordajes, aportes complementarios y alcances. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 305-315). Editorial Dykinson DOI: 10.14679/1472
- Moriel-Junior, J., Wielewski, G.D. y Carrillo, J: (2019). Metanálisis de conocimientos para la enseñanza de la división de fracciones. *Bolema: Boletín de Educación Matemática*, v. 33, núm. 65, pág. 988-1026. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a02>
- Moseley, B. (2005). Pre-service early childhood educators' perceptions of math-mediated language. *Early Education & Development*, 16(3), 385-396. http://dx.doi.org/10.1207/s15566935eed1603_5
- Mosvold, R., Bjuland, R., Fauskanger, J., y Jakobsen A. (2011). Similar but different-investigating the use of MKT in a Norwegian kindergarten setting. En M. Pytlak, T. Rowland, y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1802-1811). University of Rzeszów.
- Muñoz-Catalán, M. C. (2021b). Reflexiones para una fundamentación del estudio de caso como diseño metodológico en Educación Matemática. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 65 – 80). SEIEM.
- Muñoz-Catalán, M. C. (2018). Las matemáticas en Educación Infantil. En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.). *Didáctica de matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 1-20). Editorial Paraninfo.

- Muñoz-Catalán, M.C. (2012). *El desarrollo profesional de una maestra novel. Un estudio de caso en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las Matemáticas* (Tomos I-V). LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG.
- Muñoz-Catalán, M.C. (2009). *El desarrollo profesional en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas: el caso de una maestra novel*. Universidad de Huelva: Repositorio Arias Montano: <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/2949>.
- Muñoz-Catalán, M.C., Contreras, L.C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M.A. y Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La gaceta de la RSME*, vol. 18, nº3, pp. 589-605. <http://hdl.handle.net/11441/51501>
- Muñoz-Catalán, C., Joglar, N., Ramírez, M., Escudero, A.M., Aguilar, A., y Ribeiro, M. (2019a). El conocimiento especializado del profesor de infantil desde el aula de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 63-84). Ediciones Universidad Salamanca. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7446522>
- Muñoz-Catalán, M.C., Joglar-Prieto, N., Ramírez, M. y Codes, M. (2022). El modelo MTSK desde la perspectiva del profesor de Educación Infantil: foco en el dominio matemático. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 235-250). Editorial Dykinson. <http://dx.doi.org/10.14679/1467>
- Muñoz-Catalán, M.C., Joglar-Prieto, N., Ramírez-García, M., y Liñán-García, M.M. (2019b). MTSK en Educación Infantil. En J. Carrillo, M. Codes y L.C. Contreras (Eds.), *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Muñoz-Catalán, M. C., Liñán-García, M. M. y Ribeiro, M. (2017). El conocimiento especializado para enseñar la operación de resta en Educación Infantil. *Cuadernos de Pesquisa*, 24, 4-19. <http://dx.doi.org/10.18764/2178-2229.v24nespecialp4-19>
- Muñoz-Catalán, M.C., y Monteiro, R. (2016). Afrontando la controversia en la investigación cualitativa. Discusión sobre la naturaleza de elementos metodológicos desde la investigación en educación. *Omnia*, 4, 23-30. <http://hdl.handle.net/11441/49766>
- Muñoz-Catalán, M.C., Montes, M.A., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., y Aguilar, A. (2013). *La clasificación de las figuras planas en Primaria: una visión de progresión entre etapas y ciclos*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Muñoz-Catalán, M. C., Ramírez, M., Joglar-Prieto, N. y Carrillo, J. (2021a). Early childhood teachers' specialised knowledge to promote algebraic thinking as from a task of additive decomposition. *Journal for the Study of Education and Development*. <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>

- NAEYC, National Association for the Education of Young Children. (2012). *The Common Core State Standards: Caution and opportunity for early childhood education*.
- NAEYC, National Association for the Education of Young Children. (2005). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. A joint position statement of the National Association for the Education of Young Children (NAEYC) and the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). www.naeyc.org/about/positions.asp
- NAEYC y NCTM (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4836764>
- NAEYC & NCTM, National Association of for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics (2010). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. A joint position statement of the National Association for the Education of Young Children (NAEYC) and the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). NAEYC/NCTM.
- NAEYC y NCTM, National Association of for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics. (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. A joint position statement of the National Association for the Education of Young Children (NAEYC) and the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). NAEYC/NCTM.
- NCTM, National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Council. Traducción SAEM Thales (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. SAEM Thales.
- NRC, National Research Council (2009). *Mathematics learning in early childhood: Path toward excellence and equity*. National Academies Press.
- Oppermann, E., Anders, Y. y Hachfeld, A. (2016). The influence of preschool teachers' content knowledge and mathematical ability beliefs on their sensitivity to mathematics in children's play. *Teaching and Teacher Education*, 58, 174-184. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.05.004>
- Palau, J. (1934). *Geometría, Estudio de las formas*. Seix y Barral.
- Palmér, H. y Björklund, C. (2017). How do preschool teachers characterize their own mathematics teaching in terms of design and content? In T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceeding of the tenth congress of the European society for research in mathematics education (CERME10, February 1-5, 2017)* (pp. 1885-1892). DCU Institute of Education y ERME.
- Parks, A. N., y Schmeichel, M. (2014). Children, mathematics and videotape: Using multimodal analysis to bring bodies into early childhood assessment interviews. *American Educational Research Journal*, 51(3), 505-537. <https://doi.org/10.3102/0002831214534311>

- Parks, A. N. y Wager, A.A. (2015). What Knowledge is Shaping Teacher Preparation in Early Childhood Mathematics? *Journal of Early Childhood Teacher Education*, 36(2), 124-141. <https://doi.org/10.1080/10901027.2015.1030520>
- Perry, B., y Dockett, S. (2002). Young children's access to powerful mathematical ideas. In L.D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 81-112). Lawrence Erlbaum Associates
- Pitta-Pantazi, D. y Christou, C. (2011). The structure of prospective kindergarten teachers' proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 149-169. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9175-y>
- Policastro, M., Almeida, A. y Ribeiro, M. (2017). Conhecimento especializado revelado por professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais no tema de Medida e Comprimento e sua Estimativa. *Revista Plural*, 17(36).
- Polya (1945). *How to solve it*, Princeton, University Press.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Quiroga, F. y Gamboa, M. (2017). Contribución del MTSK en la elaboración del plan de formación de profesores de matemática. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 125-130). CGSE.
- Ramírez-García, M., Belmonte, J.M., Pizarro, N. y Joglar-Prieto, N. (2021). Aproximación al conocimiento especializado del maestro de Educación Infantil sobre la longitud y su medida en un contexto colaborativo de desarrollo profesional. *Acta Sci. (Canoas)*, 23(7), 120-147.
- Ribeiro, C. M., y Carrillo, J. (2012). Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring data analysis. *PNA*, 6(3), 105-114. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6141/5457>
- Ribeiro, M. y Carrillo, J. (2011). Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring data analysis. In: *35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2011*, p. 41-48, B. Ubuz.
- Ribeiro, C. M., Monteiro, R. y Carrillo, J. (2009). ¿De qué nos informan los objetivos del profesor sobre su práctica? Análisis e influencia en la práctica de una maestra. En M. J. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 415-423). SEIEM
- Ribeiro, C.M., Muñoz-Catalán, M.C. y Liñán, M. M. (2015). Discutiendo el conocimiento matemático Especializado del profesor de infantil como Génesis de aprendizajes futuros. En I. Gómez-chacón; J. Escribano; A. Kuzniak y P.R. Richard (Eds.). *Mathematical Working Space, Proceedings Fourth ETM Symposium* (p. 575-589). Publicaciones del Instituto de Matemática Interdisciplinar, Universidad Complutense de Madrid.

- Rojas, N. (2014). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: un estudio de casos*. [Tesis doctoral, Universidad de Granada]
- Rojas, N. y Flores, P. (2022). Relacionando referentes teóricos: MTSK y análisis didáctico. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 251-263). Editorial Dykinson DOI: 10.14679/1468
- Rowland, T., Huckstep, P., y Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: The Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 255-281. <http://dx.doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5>
- Ruesga, M. P. (2003). *Educación del razonamiento lógico matemático en educación infantil*. Dpto de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, 1
- Sack, J., Vazquez, I. and Moral, R. (2010). Elementary children's 3-D visualization development: Representing top-views. *Proceedings of PME 34*(4), 113-120.
- Salvador, A. y Molero, M. (2019). La enseñanza de la geometría vista por Grace Chisholm Young. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 175-179. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6939774>
- Sánchez-Ramírez, S. y Sandoval, I. (2021). Cambios en el conocimiento geométrico especializado y el papel de la reflexión colaborativa: el caso de un docente de primaria. En J.G. Moriel-Junior (Ed.), *Anais do V Congresso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 145-152). Congresseme.
- Santos, L. (2002). A investigação e os seus implícitos: contributos para uma discussão. *Actas del VI Simposio de la SEIEM*, pp. 157-170.
- Sarama, J., y Clements, D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children*. Routledge.
- Sarama, J., y Clements, D. H. (2004). *Building Blocks for early childhood mathematics. Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 181-189. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.014>
- Sarama, J., Clements, D. H., Wolfe, C. B. y Spitler, M. E. (2016). Professional development in early mathematics: effects of an intervention based on learning trajectories on teachers' practices. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(4), 29-55. <http://ncm.gu.se/node/8561>
- Sarama, J., Lange, A. A., Clements, D. H., y Wolfe, C. B. (2012). The impacts an early mathematics curriculum on oral language and history. *Early Childhood Research Quarterly*, 27(2), 489-502. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.12.002>

- Scheiner, T., Montes, M.A., Godino, J.D., Carrillo, J. & Pino-Fan, L.R. (2019). What Makes Mathematics Teacher Knowledge Specialized? Offering Alternative Views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153-172. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>
- Schoenfeld, A. (2010). *How we think*. Routledge.
- Schoenfeld, A. (2000). Models of the Teaching Process. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 243-261.
- Schoenfeld, A.H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal for Mathematical Behavior*, 13, 55-80
- Segarra, L., Femenia, L., Martínez, L., Torres, L. y Verdiell, D. (2014). *Mi pequeño mundo. 3 años. Guía didáctica Matemáticas. Educación Infantil*. Editorial Teide, S.A.
- Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva (2016). *Categorías del modelo MTSK*. Documento interno. SIDM.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New reform. *Harvard Education Review*, 57(1), 1-22.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sierra, T. A. y Gascón, J. (2011). Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación infantil y primaria. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco, y M.M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 125-164). SEIEM.
- Simon, M.A. (2004). Raising Issues of Quality in Mathematics Education Research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(3), 157-163. <https://doi.org/10.2307/30034910>
- Sinclair, H., y Sinclair, A. (1986). Children's mastery of written numerals and the construction of basic number concepts. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 59-74). Lawrence Erlbaum.
- Siraj-Blatchford, I., Sylva, K., Muttock, S., Gilden, R., y Bell, D. (2002). *Researching effective pedagogy in the early years*. Department for Education and Skills.
- Skott, J., van Zoest, L., & Gellert, U. (2013). Theoretical frameworks in research on and with mathematics teachers. *ZDM*, 45(4), 501-505
- Sosa, L. (2010). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos*. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva] <http://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=24295>
- Sosa-Guerrero, L. y Reyes-Camacho, A.M. (2022). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 71-82). Editorial Dykinson DOI: 10.14679/1455

- Stake, R.E. (2005). *Multiple Case Study Analysis*. Guilford Press.
- Strauss, A., y Corbin, J. (1994). Grounded Theory Methodology. En N.K. Denzin y Y.S. Lincoln (Eds.) *Handbook of Qualitative Research* (pp. 217-285). Sage Publications.
- Suárez, W. A. y León, O. L. (2016). La visualización espacial en niños y en niñas. *Revista Horizontes Pedagógicos Vol. 18*(2) 110-119.
- Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking*. Springer.
- Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Tirosh, D., Tsamir, P. y Levenson, E. (2015). Fundamental issues concerning the sustainment and scaling up of professional development programs. *ZDM Mathematics Education*, 47(1), 153–159. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0665-8>
- Tirosh, D., Tsamir, P. y Levenson, E. (2011). Using theories to build kindergarten teachers' mathematical knowledge for teaching. In K. Ruthven & T. Rowland (Eds.), *Mathematical knowledge in teaching* (pp. 231–250). Springer.
- Torres, E. (2015). *El conocimiento del profesor de Matemáticas en la práctica: enseñanza de la proporcionalidad*. [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]
- Tsamir, P., Tirosh, D. y Levenson, E. (2011). Windows to early childhood mathematics teacher education. *J Math Teacher Education*, 14, p. 89-92. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9174-z>
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R. y Tabach, M. (2015). Early-years teachers' concept images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM*, 47, p. 497-509. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0641-8>.
- Turégano, P. (2006). Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula. *Ensayos*, 21, 35-48. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2280879>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. y Buys, K. (Eds.) (2005). *Young children learn Measurement and Geometry. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in Primary School*. Freudenthal Institute, Utrecht University. (Pp. 115-144: Domain description Geometry).
- Vanegas, Y. (2018). Percepción, interpretación y representación del espacio. En M. C. Muñoz y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 213-240). Paraninfo.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of Mathematics Education*. Academic Press

- Van Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la Geometría*. Universidad Real de Utrecht.
- Vasco, D. L. (2015). *Conocimiento especializado del profesor de álgebra lineal: un estudio de casos en el nivel universitario* [Tesis doctoral, Universidad de Huelva] <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11901>
- Vasco-Mora, D. y Moriel-Junior, J. (2022). Conocimiento de los temas. En J. Carrillo, M. A. Montes y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 35-46). Editorial Dykinson DOI: 10.14679/1452
- Vasco, D., Moriel, J.Jr. y Contreras, L.C. (2017). Subdominios del mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK). En Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 29-37). CGSE.
- Vecino, F. (2003). Didáctica de la geometría en la educación primaria. En M.C. Chamorro (Coord.). *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 301-328). Pearson-Prentice Hall.
- Vendeira, C. y Coutat, S. (2017). Shape recognition in early school: how to develop the dimensional deconstruction? En Dooley, T. & Gueudet, G. (Eds.). *Proceedings of the CERME 10* (pp.515-521). DCU Institute of Education & ERME.
- Vinner, S. y Hershkowitz, R. (1983). On concept formation in geometry. *ZDM, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 83(1), 20-25.
- Wasserman, N. H. (2022). Re-Exploring the Intersection of Mathematics and Pedagogy. *For the Learning of Mathematics*, 42(3), 28–33.
- Watson, A., y Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Erlbaum
- Watson, A. y Mason, J. (2002). Extending Example Spaces as a Learning/Teaching Strategy in Mathematics. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.). *Proceedings of the Psychology of Mathematics Education. Norwich: University of East Anglia*. 2, p. 377-385.
- Wernberg, A., Larsson, K. y Riesbeck, E. (2010). Matematik i förskolan (Mathematics in preschool). In B. Riddersporre, y S. Persson (Eds.), *Utbildningsvetenskap för förskolan (Educational sciences for preschool)* (pp. 157–171). Natur y Kultur.
- Winicki-Landman, G. y Leikin, R. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part I. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 17–21.
- Young, G. (1970): *Beginners Book of Geometry*. Chelsea Publishing.

- Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E., y Carrillo, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las ciencias*, 36 (2), 105-123. <http://hdl.handle.net/10272/15247>
- Zakaryan, D. & Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetiké, Cempem /FE/Unicamp*, v. 24, n. 3, p. 301-321. <https://doi.org/10.20396/zet.v24i3.8648095>
- Zazkis, R. y Leikin, R. (2007). Generating examples: From pedagogical tool to a research tool. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 15-21. <https://www.jstor.org/stable/40248566>
- Zhang, Y. (2015). Pedagogical Content Knowledge in Early Mathematics: What Teachers Know and How It Associates with Teaching and Learning. *Dissertations*. Paper 1499. http://ecommons.luc.edu/luc_diss/1499

Anexos

Los siguientes anexos están incluidos en la memoria USB que acompaña a este trabajo:

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula

A1.1. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 3 años del profesor José [S1]

A1.2. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S2]

A1.3. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S3]

A1.4. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S4]

A1.5. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S5]

A1.6. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S6]

A1.7. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S7]

A1.8. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S8]

Anexo 2. Guiones de las distintas entrevistas

A2.1. Guion de Entrevista 1

A2.2. Guion de Entrevista 2

A2.3.1. Guion de Entrevista 3.1

A2.3.2. Guion de Entrevista 3.2

A2.3.3. Guion de Entrevista 3.3

A2.4. Guion de Entrevista 4

A2.5. Guion de Entrevista 5

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas

A3.1. Transcripción de la entrevista a José sobre la sesión S1 [E1]

A3.2. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales [E2]

A3.3.1. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Primera parte [E3.1]

A3.3.2. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Segunda parte [E3.2]

A3.3.3. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Tercera parte [E3.3]

A3.4. Transcripción de la entrevista a José sobre la sesión S1 [E4]

A3.5. Transcripción de la entrevista a José sobre tarea, algunos fragmentos de sesiones o entrevistas y otros aspectos generales [E5]

Anexo 4. Informe de análisis sobre Sesión 3

Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados

A5.1. Tabla de indicadores MTKS encontrados en S1

A5.2. Tabla de indicadores MTKS encontrados en S2

A5.3. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S3

A5.4. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S4

A5.5. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S5

A5.6. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S6

A5.7. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S7

A5.8. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S8

Anexo 6. Tabla completa de indicadores MTSK agrupados por subdominio

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula

Este anexo recoge las transcripciones de cada una de las observaciones de aula involucradas en el presente estudio.

Organización del anexo

- A1.1. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 3 años del profesor José [S1]
- A1.2. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S2]
- A1.3. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S3]
- A1.4. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S4]
- A1.5. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S5]
- A1.6. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S6]
- A1.7. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S7]
- A1.8. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José [S8]

A1.1. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 3 años del profesor José.

[S1]

J: José (profesor)

Ex: Estudiante x

Es: todos los estudiantes

INV: Investigadora

Comienza la clase pasando lista, y adivinando cuántos son si han faltado dos alumnos. El profesor aprovecha esto y repasan los números del 20 al 29. Después ya en asamblea, repasan la grafía de los números 1 y 2, además les va comentando los errores más comunes que suelen cometer. A continuación, se centra en geometría, repasando todo lo que conocen hasta este momento¹.

[Se encuentran todos sentados en asamblea]

1 J: Sh, sh, vamos a repasar las formas geométricas a ver quién es el que mejor se las

2 sabe. A ver chicos y chicas, ¿esto qué es?  (Figura 1) [Tomando un objeto de la clase con forma de prisma de base cuadrada]

4 Es: Prisma

5 J: un prisma, muy bien. Fantástico.

6 J: Chicos, ¿esto qué es?  (Figura 2) [Tomando un objeto de la clase con forma de prisma de base cuadrada. En este objeto las bases cuadradas tienen mayor tamaño que los rectángulos que forman las caras laterales]

10 Es: un cubo

11 J: un ¿qué?

12 Es: un cubo

13 J: ¿esto es un cubo? [Mirando el objeto (figura 2)]

14 E6: prisma

15 J: ¿un prisma o un cubo? ¿Qué será?

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

16 E6: un prisma

17 J: un prisma. E13 no estás atendiendo. **Esto es un prisma**  [Señalando con el
18 **dedo sobre las caras de la figura 2] ¿son todos sus lados iguales o son unos**
19 **más largos que otros?** [Colocando la figura 2 por la base, de forma que
20 **los alumnos ven una de sus caras laterales, y luego colocando la**
21 **figura sobre una de sus caras laterales, de forma que los alumnos ven**
22 **una de sus bases]**

Comentado [AMED1]: Unidad de información 1
S1-E1.1 u1

Comentado [AMED2]: Unidad de información 2
S1-E1.1 u2

23 E1: unos más largos que otros

24 J: [Señalando con los dedos sobre las caras de la figura 2] **¿Este lado es**
25 **más largo que éste o es igual? ¿Éste es igual de largo que éste?**

26 Es: No

27 J: No son iguales. Cuando no son iguales, ¿Cómo se llama?

28 Es: Prisma

29 J: **Prisma. Para que sea un cubo, acordarse ¿cómo tienen que ser todos sus lados?**

Comentado [AMED3]: S1-E1.2 u3

30 Es: Iguales

31 J: Iguales. Vamos a coger un cubo, para que veamos bien como es un cubo [Tomando
32 el recipiente de figuras 3d, que es un cilindro de cartón donde hay
33 cuerpos geométricos de madera, entre los que podemos encontrar:
34 prismas de base cuadrada, prismas de base rectangular, prismas de base
35 triangular, cubos y cilindros]. Acordarse de que el cubo tenía igual todos sus
36 lados. **Vamos a ver, vamos a coger un cubo, por ejemplo, éste** [Sacando del
37 **recipiente un prisma de base cuadrada de color naranja]**

38 **E10: eso no es un cubo**

39 **J: ¿cómo que no es un cubo?**

Comentado [AMED4]: Inidad de información u4
S1-E1.2 u4

40 Es: No

41 J: [Mira la figura que ha sacado] ¡Ah! es verdad, esto no es un cubo. Es verdad,
42 efectivamente me he confundido. ¿Esto qué es entonces? [Señalando sobre la
43 figura que ha sacado (prisma de base cuadrada)]

44 E6: un prisma

45 J: Un prisma **¿son sus lados iguales?**

Comentado [AMED5]: Inidad de información u5
S1-E1.2 u5

46 Es: no

47 J: [Señalando con el dedo sobre la base y sobre una de las caras
48 laterales del prisma de base cuadrada] **¿Este lado de aquí es igual que éste?**

Comentado [AMED6]: Inidad de información u6
S1-E1.2 u6

49 E9: no, es más chico

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

50 J: es más chico. **Este lado de aquí es mucho más chico que éste [Señalando con el**
51 **dedo sobre la base del prisma cuadrangular].** Mirar, éste lo cortito que es y
52 éste lo largo que es [Señalando con el dedo sobre una de las caras
53 laterales]. No me vale. Es un prisma, hemos dicho. A ver, donde está el cubo. Un
54 cubo, quiero cubo [Buscando en el recipiente]. Aquí tengo el cubo [Tomando
55 del recipiente, donde guarda las formas 3d de madera, otro prisma de
56 base cuadrada de color verde]

Comentado [AMED7]: S1-E1.2 u7

57 Es: No

58 J: ¿Tampoco? ¿Esto es un cubo? [Mirando el último prisma sacado]

59 Es: No

60 J: No, me he vuelto a equivocar. [Señalando con el dedo sobre una cara
61 lateral del prisma (apoyado sobre una de sus bases) y luego sobre la
62 base del prisma] Mirar, este lado es mucho más largo que éste. No me vale. Éste es
63 un prisma también. Esperarse, lo voy a echar aquí [Vuelca el recipiente en el
64 suelo]. A ver, dame uno.

65 E7: [Coge un cubo de color amarillo y se lo da]

66 J: Muchas gracias. Yo sabía que E7...

67 E21: [Coge un cubo de color verde y se lo da]

68 J: Gracias E21. Venga, ya está, ya está. Muy bien, mirar me habéis dado 3 cubos.
69 Estupendo. [Señalando sobre uno de los cubos que le han dado]. Esto sí es
70 un cubo porque sus lados, ¿cómo son?

71 E10: iguales

72 J: son iguales. Este lado es igual que éste y que éste... [Señalando sobre las caras
73 del cubo] Son todos los lados iguales.

74 E20: Ahí hay otro [Señala hacia el montón de cuerpos geométricos de
75 madera (cuerpos que ha volcado en el suelo, que son las que estaban en
76 el recipiente)]

77 J: Si, es verdad, hay más cubos [Tomando el cubo que le señalaba E20].

78 Es: Ahí, ahí... [Salen varios alumnos a darle más cubos]

79 J: un momento, un momento. Sentaros, sentaros.

80 ES: [Siguen varios alumnos buscando cubos]

81 J: Bueno, venga, darme los que faltan [Los alumnos le dan todos los cubos al
82 profesor]. Venga, estupendo. Todo el mundo para atrás. Para atrás. Mirar todos los
83 cubos que tengo [Muestra todos los cubos que le han dado los alumnos,
84 cubos de distintos colores, pero del mismo tamaño]

85 E8: ¿los vas a repartir?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

86 J: ¿Qué si los voy a repartir? No lo sé. [Vuelca los cubos en el recipiente
87 quedándose solo con uno. Este cubo lo va a mostrar durante la
88 explicación]. **Los cubos son prismas, pero que tienen todos sus lados iguales [Le**
89 **da vueltas al cubo en su mano, para que observen que todas sus caras**
90 **son iguales]. Si yo cojo aquí ahora pinturita, [Señalando sobre una de las**
91 **caras del cubo] tikiti- tikiti y hago paf, [Golpeando la cara sobre su otra**
92 **mano] la estampo en un papel, que ahora lo vamos a hacer, ¿Qué es lo que me sale? Un**
93 **¿qué?**

Comentado [AMED8]: UNIDAD DE INFORMACION 8
S1-E1.3 u8

94 Es: un cuadrado

95 J: un cuadrado, muy bien.

96 E8: un cuadrado del cubo

97 J: un cuadrado del cubo, muy bien. **Si yo cojo pinturita y la pongo por aquí o por**
98 **aquí [Señalando sobre una de las caras del cubo y luego sobre otra], por**
99 **cualquier lado del cubo, y lo estampo, sale un cuadrado.**

Comentado [AMED9]: UNIDAD DE INFORMACION 9
S1-E4.1 u9

100 E10: para hacer un castillo

101 J: un cubo vale para hacer un castillo, muy bien. Sale un cuadrado. Pero si yo lo que
102 cojo es un prisma [Tomando un prisma de base cuadrada del montón del
103 suelo] y yo le pongo pinturita por aquí [Señalando sobre una de las caras
104 laterales del prisma, sosteniendo éste con los dedos apoyados sobre
105 cada una de sus bases], tiquitiquiti- tiquiti y hago pang, y lo estampo en un papel,
106 ¿qué es lo que me sale? Un... ¿Qué?

107 E7: un rectángulo

108 J: lo ha dicho E7, ¿qué me sale E7?

109 Es: un rectángulo

110 J: un rectángulo, fantástico. Si yo cojo ahora pintura y lo pinto por este lado de aquí
111 [Señalando una de las caras laterales del prisma de base cuadrada, de
112 nuevo apoyado sobre una de sus bases] y lo estampo en un papel, me sale un
113 rectángulo. **Los rectángulos se parecen a los cuadrados, pero no son iguales.**
114 **Acordarse de que los rectángulos [Es interrumpido por E7]**

Comentado [AMED10]: UNIDAD DE INFO 10
S1-E1.5 u10

115 E7: son como los móviles

116 J: sí, es verdad, los móviles parecen rectángulos, son prismas. E13 atiende.

117 **Los prismas [Señalando sobre el rectángulo del prisma de base cuadrada**
118 **que tiene en la mano] son más largos que los cubos, tienen un lado más largo**
119 **que otro, es por lo que se diferencian de los cubos.**

Comentado [AMED11]: UNIDAD DE INFO 11
S1-E1.5 u11

120 A ver, chicos, sigo cogiendo por aquí, [Coge, del montón del suelo, de las
121 piezas de madera, un cilindro] ¿Qué tengo por aquí?

122 Es: un cilindro

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

123 J: ¿cómo?

124 Es: un cilindro

125 J: Un cilindro, muy bien. ¿Qué les pasa a los cilindros? [Sigue con el cilindro de
126 madera en la mano] A ver ...

127 Es: que....

128 J: no, no, no. Todo el mundo callado. Nos lo va a explicar...E22, ¿nos quieres explicar
129 que les pasa a los cilindros?

130 E22: sí

131 J: a ver, E22, explícanoslo [Coloca el cilindro apoyado en una de sus bases].
132 A ver ... **Los cilindros, ¿qué es lo que hacen?**

133 **E22: que ruedan**

134 **J: que ruedan** [Coloca el cilindro entre sus manos, haciéndolo rodar,
135 frotando las manos], **pero ¿ruedan por todos los lados o solamente por un lado?**
136 **[Dejando el cilindro en una de sus manos, apoyado sobre la parte**
137 **curva]**

138 E22: por todos lados

139 J: ¿Por todos lados? Es decir, que si yo pongo este cilindro por aquí [Colocando el
140 cilindro sobre una de sus bases y desplazándolo], rueda, ¿no?

141 E22: no

142 J: no

143 E21: rueda...

144 J: sh, sh, E21. Entonces, ¿qué les pasa a los cilindros, E22? Que ruedan, pero ¿por
145 dónde?

146 E22: [No contesta]

147 J: ¿por un lado solo o por todos lados?

148 E22: por un lado

149 J: Muy bien E22. Los cilindros ruedan solo por un lado [Pone en el suelo el
150 cilindro de madera y lo comienza a rodar]. **Son esos objetos que ruedan solo**
151 **por un lado. Por ejemplo, este cilindro** [Señalando sobre la figura 3d de
152 madera] **rueda por este lado, no rueda por aquí** [Señalando las bases del
153 cilindro]. **Por arriba y por abajo no rueda. Esta parte plana, esta parte de aquí**
154 **[Señalando sobre las bases de la figura 3d] es plana y por aquí no rueda**
155 **[Colocándolo en el suelo y apoyado sobre una de sus bases. Arrastra el**
156 **cilindro]. Mirar, no rueda. Ahora, por aquí, sí** [Colocándolo el cilindro sobre
157 la parte curva]. Y si yo cojo este cilindro [Refiriéndose al cilindro de

Comentado [AMED12]: Unidad de info 12
Usado en S1-E2.1 u12

Comentado [AMED13]: Unidad de info 13
S1-E2.1 u13

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

158 madera]... bueno, vamos a buscar ahora más cilindros que haya en la clase, por
159 ejemplo...

160 E3: aquí [Señalando otro cilindro de las figuras de madera]

161 J: todo el mundo para atrás. E3, para atrás. Me va a dar el cilindro...eh, papapapapa. E2,
162 búscame un cilindro y me lo das.

163 E2: [Le busca el cilindro y se lo da]

164 J: fantástico E2, muy bien.

165 Si yo cojo ahora pinturita y la pongo por aquí [Señalando sobre una de las bases
166 del cilindro que le ha dado E2], tacatacata- tacatá y hago en un papel, pang,
167 ¿qué es lo que me sale? Un ¿qué?

168 Es: un círculo

169 J: un círculo, muy bien. **Los círculos salen de los cilindros** [Mostrando la figura
170 de madera con forma de cilindro], fantástico, muy bien.

171 E7: ¿y las pelotas?

172 J: Ahora vamos a ver las **pelotas**. Chicos, hemos visto los cubos [Cogiendo del
173 montón un cubo], hemos visto los prismas [Cogiendo del montón un prisma],
174 hemos visto los cilindros [Cogiendo del montón un cilindro] y ahora vamos a
175 ver... [Cogiendo una esfera]

176 E5: la pelota de fútbol

177 J: no, de pelota nada. Una ¿qué?

178 Es: esfera

179 J: fuerte. Una ¿qué?

180 Es: esfera

181 J: una esfera, muy bien. Esto es una esfera [Mostrando la figura con forma de
182 esfera que ha cogido del montón] (Las esferas no venían en este material
183 manipulativo, pero él las ha introducido, son objetos de la clase). Y me va a contar lo que
184 les pasa a las esferas...Me lo va a contar mi amigo E14. E14 cuéntame, **¿Qué es lo que**
185 **les pasa a las esferas?** [Mostrando la figura con forma de esfera que ha
186 cogido del montón]

187 E14: que rueda por todos los lados

188 J: Maravilloso E14. **Que las esferas ruedan por todos los lados.**

189 **Los cilindros también rodaban** [Tomando de nuevo una figura con forma de
190 cilindro] **pero no rodaban por todos los lados, las esferas sí** [Tomando la figura
191 con forma de esfera].

Comentado [AMED14]: UNIDAD DE INFO 14
S1-E2.2 u14

Comentado [AMED15]: UNIDAD INFO 15
S1-E3.1 u15

Comentado [AMED16]: UNIDAD DE INFO 16
S1-E-3.1 u16

Comentado [AMED17]: UNIDAD DE INFO 17
s1-E-3.1 u17

Comentado [AMED18]: UNIDAD INFO 18
1-E-3.2 u18

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

192 A ver, por ejemplo, vamos a decir cosas que sean esferas. Por ejemplo, la pelota. ¿Qué
193 más?

194 E9: el mundo

195 J: el mundo [Coge la bola del mundo que tienen en la clase]. Bueno, el
196 mundo no, la tierra. La tierra es una esfera. Esta tierra que la trajo E7, esta tierra ¿qué
197 es?

Comentado [AMED19]: UNIDAD INFO 19
S1-E3.3 u19

198 E2: que tiene un globo

199 E5: un globo

200 J: pero ¿qué es? ¿Es un cilindro? ¿Es un cubo? Es un ¿qué?

201 E10: esfera

202 J: es una esfera... esto lo trajiste tú E7, que dentro está el globo... todavía no se puede
203 sacar el globo... ¿los globos son también esferas?

204 Es: sí

205 J: los globos son también esferas, son redondos y ruedan por todos los lados.
206 [Buscando por la clase el maestro coge los planetas, material que
207 trajo una alumna cuando han estado trabajando los planetas. Había
208 construido los planetas con bolas de plastilina] A ver, esto que trajo E9, los
209 planetas. Los planetas, ¿qué son?

Comentado [AMED20]: Unidad info 20
S1-E3.3 u20

210 E10: esferas

211 E7: esas son de plasti

212 J: son plastilina, pero la plasti, ¿Qué forma tiene? ¿Tienen forma de cubo?

Comentado [AMED21]: UNIDAD INFO 21
S1-E3.3 u21

213 Es: no

214 J: ¿Tienen forma de cilindro?

215 Es: de esfera

216 J: de esfera, muy bien. Los planetas también son esferas [Coge uno de los
217 planetas, es decir, toma una de las bolas de plastilina]. Y qué pasa si
218 yo cojo una esfera [Tomando la bola de plastilina]... y me va a traer un
219 cuchillito de la cocinita E3. E3, tráeme un cuchillo.

220 E5: pero ¿de verdad?

221 J: de verdad, no, de juguete. La pelota blanca se ha perdido por ahí detrás, ¿no? Búscala
222 E7, no vaya a ser que la pise y nos quedemos sin esfera.

223 E7: [Le da la esfera]

224 E3: [Trae el cuchillito]

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

225 J: Gracias. A ver, antes de partir, E19, ahí hay dos esferas más, dame una de las esferas
226 que quedan. Vente para acá, E19.

227 E19: [Se acerca y mira los cuerpos que hay]

228 J: **acuérdate, E19, las esferas son las redonditas, como pelotas.**

Comentado [AMED22]: Unidad info 22
S1-E3.3 u22

229 E19: [está pensativa]

230 J: E19, ¿me das una esfera? **E19, ¿esto es una esfera? [Tomando un prisma de base**
231 **cuadrada del montón]**

232 **E19: no**

233 **J: no, esto no rueda por todos los lados [Colocando en el suelo el prisma e**
234 **intentando hacerlo rodar]. ¿Esto es una esfera, E19? [Tomando una esfera]**

Comentado [AMED23]: Unidad info 23
S1-E3.3 u23

235 E19: sí

236 J: sí, muy bien. A ver, me va a dar la otra esfera que queda E16.

237 E16: [Se levanta y se la da]

238 J: muy bien E16, fantástico. La guardamos

239 E5: ¿para qué es el cuchillo?

240 J: pues verás, te lo voy a decir. Vamos a coger la esfera [Tomando la bola de
241 plastilina] y la vamos a partir... (esto no lo hemos hecho nunca INV). Esto no lo
242 hemos hecho nunca. **Vamos a partir la esfera, esto no lo hemos hecho nunca,**
243 **habíamos estampado cilindros, pero nunca habíamos estampado esferas.** Vamos a
244 coger el papel y vamos a coger la pintura, vale, para ver qué es lo que nos queda cuando
245 partimos una esfera. Vamos a ver, un momentito [Se levanta por un papel y
246 pintura]. Tráeme el plato, E6, por favor.

Comentado [AMED24]: Unidad info 24
S1-E3.4 u24

247 [Tomando el celo les pregunta] **El fiso ¿qué es? Un ¿qué?**

Comentado [AMED25]: S1-E4.1 u25

248 Es: un cilindro

249 J: un cilindro, está claro. Rueda por aquí pero no rueda por aquí [Mostrándoles que
250 el celo rueda por una parte y no por la otra]. Y el pincel ¿qué es?
251 [Mostrándoles el pincel]

252 Es: un cilindro

253 J: **un cilindro también. Rueda por un lado, pero no por el otro** [Mostrándoles que
254 el pincel rueda por una parte y no por la otra]. [Se levanta para tomar
255 otro objeto, coge un palo que con forma de cilindro]. A ver, chiquis, el palo
256 ¿qué es?

Comentado [AMED26]: UNIDAD INFO 26
S1-E4.1 u26

257 Es: otro cilindro

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

258 J: otro cilindro. Y este palo [Mostrándoles el palo con forma de prisma de
259 base rectangular] ¿Qué es?

260 Es: un prisma

261 J: Fuerte todos

262 Es: un prisma

263 J: Un prisma, muy bien.

264 E6: [Viene con el plato]

265 J: gracias E6. Ahora, solamente va a responder a quien yo le pregunte, vale. E1, ¿esto
266 qué es? [Mostrándole el recipiente donde vienen las piezas de madera,
267 que es un cilindro]

268 E1: un cilindro

269 J: un cilindro, fantástico.

270 Vamos a coger y vamos a partir la esfera [Tomando de nuevo la esfera de
271 plastilina]. Nunca hemos partido esferas. Vamos a partirla por la mitad. Vamos a
272 partir la esfera por la mitad. Tatatatata... [Partiendo con el cuchillo la esfera
273 de plastilina por la mitad]. Mirar chicos, he partido la esfera en dos.

274 E7: se parece a un huevo en 2 partes

275 J: He partido la esfera en dos, en dos partes iguales. Hemos partido la esfera en dos
276 partes iguales. Si yo cojo esta esfera [Tomando una semiesfera de plastilina,
277 una de las dos partes de la esfera que ha partido] y...

278 E7: y la estapa

279 J: y la estampo. E7 se dice “estampar”. La estampo...y le vamos a poner pinturita
280 [Pinta la cara plana de la semiesfera]... **Si yo cojo la esfera, la parto por la**
281 **mitad, le pongo pinturita y ahora la estampo, ¿qué me saldrá?** [Mostrando la
282 **semiesfera pintada]** Un ¿qué?

283 Es: un cilindro

284 J: ¿cómo?

285 E1: un cilindro

286 E7: círculo

287 J: **¿un cilindro me saldrá? A ver, E7, tú ¿qué me has dicho que saldrá?**

288 E7: un círculo

289 J: un círculo. E1 dice que saldrá un cilindro, ¿qué creéis por aquí que saldrá? E11, ¿qué
290 crees que saldrá cuando yo estampe esto? [Mostrándole la semiesfera pintada,

Comentado [AMED27]: UNIDAD DE INFO 27
S1-E5.1 u27

Comentado [AMED28]: Unidad info 28
S1-E5.1 u28

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

291 mostrándole el círculo pintado] Un ¿qué? ¿Qué saldrá cuando yo estampe la
292 mitad de la esfera en un papel?

293 E5: un planeta

294 J: no E5 un planeta no sale ¿qué saldrá?

295 E6: estámpalo

296 J: ¿lo estampamos y lo vemos?

297 Es: sí

298 J: vamos a estamparlo chicos [Estampa la parte plana de la semiesfera en un
299 papel] ¿qué ha salido?

300 Es: un círculo

301 E7: un círculo lo que he dicho yo

302 J: muy bien E7. Nos ha salido un círculo. Nos ha salido lo mismo que nos pasaba
303 cuando estampábamos un cilindro [Toma de las figuras del montón un cilindro
304 y se lo muestra]. Cuando estampamos un cilindro ¿qué nos sale? Vamos a estampar
305 el cilindro [Echa pintura en la base del cilindro y lo estampa]. Lo
306 estampamos y ¿qué nos sale?

307 Es: otro círculo

308 J: Chicos, los círculos...

309 E5: parecen dos ojos

310 J: sí, parecen ojos, pues ahora vamos a hacer una cara. Chiquis, si estampamos un
311 cilindro [Mostrándoles el cilindro de las piezas de madera] nos sale un
312 círculo. Si estampamos una esfera, la tenemos que partir por la mitad, nos sale otro
313 círculo. Tenemos que partirla por la mitad.

314 E5: y la cara

315 J: sí, ahora vamos a hacer una cara. **Ya sabemos de dónde vienen los círculos**
316 **[Mostrándoles el papel donde tienen dos círculos que han salido de las**
317 **estampaciones de un cilindro y una semiesfera], vienen de las esferas y de**
318 **los cilindros.**

319 Ahora vamos a coger... [Toma un cubo de las piezas de madera y se lo
320 enseña], ¿qué vamos a coger?

321 Es: el cubo

322 J: el cubo y lo vamos a estampar. Vamos a hacer una carita. Cojo el cubo, le pongo
323 pinturita [Pone pintura sobre una de las caras del cubo] y... **¿qué me sale**
324 **cuando estampo un cubo?**

Comentado [AMED29]: UNIDAD INFO 29
S1-E5.2 u29

Comentado [AMED30]: Unidad info 30
S1-E6 u30

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

325 E10: un cuadrado
326 E5: una nariz
327 J: no, una nariz, no
328 E8: una cara
329 J: no, ¿qué me sale E10?
330 E10: un cuadrado
331 J: vamos a verlo [Estampa el cubo]
332 E5: pero es una nariz
333 J: es un cuadrado que nos va a servir de nariz. Mirar, ¿qué ha salido? Un ¿qué?
334 Es: una nariz
335 J: no, una nariz, no. Un ¿qué?
336 Es: un cuadrado
337 J: un cuadrado, nos ha salido un cuadrado. **Cuando estampamos los cubos nos salen**
338 **los cuadrados,** muy bien. Y ahora vamos a estampar, un rect...un... prisma.
339 Es: una boca
340 J: Ahora, vamos a estampar un prisma. Cogemos éste que es muy grande [Toma un
341 prisma de base rectangular del montón]. Mirar qué grande es éste [Les
342 muestra el prisma], mirar qué grande es este prisma, y nos va a servir de boca, lo
343 vamos a estampar. Lo pintamos, así pintaba, así así, así pintaba, así así, así pintaba, que
344 yo lo vi. Pintar, pintar, pintar sin parar... A ver, cojo el prisma [Les muestra a los
345 alumnos la cara del prisma pintada] y lo voy a estampar. Y ¿qué me sale? No
346 me digáis una boca. ¿Qué me sale? Un re..
347 E10: pris
348 E9: rectángulo
349 J: fuerte
350 Es: rectángulo
351 J: vamos a verlo, vamos a ver el rectángulo. A ver, lo estampo [Estampa la figura
352 sobre el papel] así, bien estampado
353 Es: una boca
354 J: ¿Qué me ha salido?
355 Es: la boca

Comentado [AMED31]: Unidad info 31
S1-E6 u31

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

356 J: la boca, pero la boca ¿qué es? Un ¿qué?

357 Es: rectángulo

358 J: un rectángulo, muy bien. [Les muestra el papel con la cara, es decir, con
359 las estampaciones]. **Me han salido dos círculos [Señalando sobre estos], uno**
360 **que lo he hecho con el cilindro y otro que lo he hecho con la esfera,** un cuadrado
361 [Señalando sobre el cuadrado], que lo he hecho con el cubo y un rectángulo
362 [Señalando sobre el rectángulo] que lo he hecho con el prisma.

Comentado [AMED32]: S1-E6 u32

363 E5: la nariz parece la de bob esponja

364 J: si, la nariz parece la de bob esponja. Y mirar, tiene un ojo más grande que otro
365 [Señalando sobre los círculos] porque uno lo he hecho con un cilindro y otro con
366 la esfera, y **la esfera era más grande que el cilindro.**

Comentado [AMED33]: S1-E6 u33

367 Y ahora, por último, chicos, por último, que se nos ha quedado atrás. **Aquí, ¿qué nos**
368 **ha quedado?** [Tomando un prisma de base triangular de las piezas de
369 madera. Les muestra el prisma de base triangular apoyado sobre una de
370 sus caras laterales quedándoles a ellos un triángulo, es decir, una de
371 sus bases]

372 Es: pirámide

Comentado [AMED34]: S1-E7.1 u34

373 Es: el triángulo de una pirámide

374 J: fuerte, una ¿qué?

375 Es: pirámide

376 J: una pirámide. **Si cojo la pirámide y le pongo pinturita [Señalando sobre una de**
377 **las bases] y la estampo, ¿qué me sale?**

Comentado [AMED35]: S1-E7.2 u35

378 E10: otra pirámide

379 E5: pirámide

380 J: no, si yo cojo la pirámide [Les muestra el prisma de base triangular de
381 nuevo, en la misma posición que antes], le pongo pinturita y lo estampo, ¿qué
382 me queda?

383 Es: un triángulo

384 J: Vamos a ver [Coge pintura y le pone pintura a una de las bases del
385 prisma de base triangular] he cogido la pirámide, la vamos a estampar, vale Así
386 [Estampa la base del prisma triangular]. ¿Qué me ha quedado?

387 Es: un triángulo

388 J: Triángulo. **Acordarse de que los triángulos, ¿cuántos lados tenía el triángulo?**

Comentado [AMED36]: Unidad de info 36
S1-E7.3 u36

389 Es: 3

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.1. Transcripción S1

390 J: fuerte ¿cuántos lados tenía el triángulo?

391 Es: 3

392 J: **los vamos a contar, 1, 2 y 3** [Contando sobre el triángulo, la estampación,
393 **los lados de la figura**]. **El triángulo tiene tres lados.** Muy bien. Chiquis, un
394 aplauso fuerte para todos.

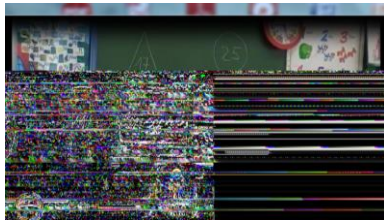
Comentado [AMED37]: UNIDAD DE INFO 37
S1-E7.3 u37

A1.2. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José.

[S2]

J: José (profesor)
Ex: Estudiante x
Es: todos los estudiantes
INV: Investigadora

Comienza la clase pasando lista y adivinando cuantos son si ha faltado un alumno. Después, ya en asamblea, repasan los números con tarjetas y el cálculo mental. Siguen repasando el bloque de números mediante un juego en el que los alumnos tienen que reconocer los números y decir dentro de qué forma geométrica se encuentra dicho número. El juego consiste en Telepizza: él llama a la pizzería y un alumno hace de repartidor de pizzas, hablan..., ponen un precio a la pizza y el alumno la tiene que llevar a la casa que tiene el número que él le dice. Después el estudiante tiene que decir la forma que tiene la casa a la que ha llevado la pizza (las casas tienen forma de óvalo, de cuadrado, de rectángulo, de triángulo y de círculo. Estas casas fueron pintadas por el profesor en la pizarra)¹. Lo que pretende con esta actividad es que reconozcan los números, pero a la vez que también reconozcan las distintas formas planas.



- 1
- 2 J: Va a salir E5.
- 3 Es: Bien
- 4 J: Buenos días ¿es usted el pizzero?
- 5 E5: sí
- 6 J: ¿usted vende pizzas?
- 7 E5: sí
- 8 J: ¿y de qué las tiene?
- 9 E5: de albóndigas, jeje

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

- 10 J: ¿de qué?
- 11 E5: de albóndigas, jeje
- 12 J: uff, ¿y no tienes de otra cosa?
- 13 E5: de chorizo
- 14 J: venga, pues de esas. ¿usted sabe donde vivo yo?
- 15 E5: no
- 16 J: venga, pues te lo voy a decir. **Yo vivo en una casa que es el número 13.** En el viso,
17 en el viso. Tienes que buscar la casa del número 13. Venga, señor pizzero, ven a
18 repartirme la pizza.
- 19 E5: vale, pero vale 50€
- 20 J: 50€, eso es muy caro, yo le doy 5€, eh
- 21 E5: vale, bueno, pues 5€
- 22 J: pero recuerde, la casa número 13.
- 23 Es: la número 13
- 24 E5 coloca una pegatina en la pizarra en la casa número 13
- 25 J: E5 **¿y de qué tiene forma mi casa?**
- 26 E5: de óvalo
- 27 J: de óvalo, muy bien. Un aplauso a mi pizzerro
- 28 Es aplauden
- 29 Repite lo mismo con cada número que tiene escrito en la pizarra. A
30 continuación, comienza la parte de geometría.
- 31 J: ¡Chicos! Vamos a ver quién se acuerda bien del año pasado
- 32 Es: ¡yo!
- 33 J: eso decís todos
- 34 E1: yo me acuerdo del año pasado de la seño(INV)
- 35 J: bueno, se acordáis de la seño (INV), pero ahora nos tenemos que acordar de los
36 cilindros, de los prismas, de los cubos,...
- 37 E1: yo también me acuerdo de eso
- 38 J: bueno, de tantas cosas no, pero...vamos a organizarnos bien [organiza en la
39 asamblea como sentar a los alumnos]. Bueno, mucho silencio y concentración...

Comentado [AMED1]: UNIDAD DE INFO 1

Comentado [AMED2R1]: S2-E0.1-u1

Comentado [AMED3]: UNID INFO 2

Comentado [AMED4R3]: S2-E0.1-u2

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

40 E1 te importa cerrar esa puerta y E2 te importa abrir esa otra, porque por aquí entra
41 ruido y por allí no. Ahora vamos a ir poniendo cositas y vamos a ir recordando

42 E3: ei, E4 que no veo

43 J: No, no...pero que hemos dicho...que no queremos a nadie que se mueva de su sitio.
44 Si os ponéis de pie o de rodillas, ¿Qué pasa? Pues que los niños que están detrás no ven.
45 Así que por favor nos quedamos quietecitos [el profesor va poniendo en el
46 suelo las distintas figuras geométricas en 3 dimensiones. Ha sacado
47 esfera, prisma de base triangular, prisma] cada uno en su sitio, como
48 estamos. [el profesor sigue sacando figuras de la caja (cubo) donde las
49 tiene guardadas, saca el puente]

50 E5: ¡el puente!

51 J: Un momento, un momento, ahora ... hablando de eso, hablando del puente del río
52 Guadalquivir ¿Cómo llamaban los Tartessos al río Guadalquivir?

53 E6: Espalis

54 E7: Yo lo he traído [los niños en sus casas, si quieren, pues investigan
55 sobre lo que están trabajando. Esta alumna había traído un folio...con
56 información sobre los Tartessos]

57 J: Tráelo E7, tráelo. ¿cómo lo llamaban?

58 Es: Hispalis

59 J: No, al río Guadalquivir no lo llamaban Hispalis

60 E5: Tharsis

61 J: Eso sí. ¿Cómo llamaban al río Guadalquivir los Tartessos?

62 Es: Tharsis

63 E5: ¿por qué antes yo no me acordaba?

64 J: Pues no pasa nada...E7, fantástico. Bueno, esto mañana lo vemos [refiriéndose a
65 lo que le ha llevado E7 sobre los Tartessos].

66 E8: Maestro, ¿por qué no hacemos este puzzle? [señalando el cubo
67 (recipiente) donde vienen los cuerpos geométricos de madera].

68 J: no es un puzzle, pero esto lo vamos hacer!. INV esto es lo que tenemos pensado hacer

69 INV: ¿las construcciones?

70 J: Sí, las construcciones...una foto y que ellos pues la construyen...Bueno, E7 dejamos
71 aquí la información de los Tartessos vale y mañana que vamos a ver los Tartessos la
72 repasamos. [mira las piezas de madera que ha ido sacando del recipiente
73 de los cuerpos geométricos]. Me falta algo y no sé que es. [continúa buscando
74 en el recipiente]. ¡Ya lo tenemos todo! [sacando el cilindro]. Chicos, nos

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

75 tenemos que acordar de todas las piezas que tenemos aquí, vale. Cada una tenía una
76 forma, una característica, vale. Por ejemplo

77 E5: rombo

78 J: sh,sh,... Rombo, no tenemos ninguno aquí. Por ejemplo, por ejemplo, ¿quién se
79 acuerda ...? **¿quién me puede decir a mí que era un cubo?**

80 E8: yo, yo [levantando la mano]

81 E6: yo

82 J: sh, sh,...para empezar, primero, no quiero a niños que hablen sin haber levantado la
83 mano y segundo, no estoy preguntando que es de aquí [señalando los objetos que
84 ha sacado] un cubo. **No quiero que me digáis “el amarillo”, no. Quiero que me**
85 **expliquéis que es el cubo, si queréis me decís que es el amarillo y viéndolo lo**
86 **podemos ver, o sea, lo podemos analizar un poquito.** Bueno, por ejemplo, E9 ¿qué es
87 un cubo?

88 E9: [no contesta]

89 E10: no lo sabe

90 J: no lo sabe, pero no pasa nada. E8, ¿qué es un cubo?

91 **E8: un cuadrado**

92 **J: Un cubo es un cuadrado, muy bien.** A ver ¿quién me quiere decir algo más de un
93 cubo?

94 Es: yo, yo [algunos con su mano levantada]

95 J: todo lo que sepáis de un cubo. E8 ha dicho que un cubo es un cuadrado, me parece
96 correcto. E7, dinos, para ti ¿Qué es un cubo?

97 E7: [no contesta]

98 J: E8 nos ha dicho que un cubo es un cuadrado. E5, ¿qué es un cubo?

99 E5: un cuadrado

100 J: si, un cubo es un cuadrado

101 [un profesor entra en la clase. Se interrumpe la clase por un momento]

102 J: Me habíais dicho que un cubo es un cuadrado. ¿alguien me puede decir algo más de
103 un cubo?

104 Es: yo

105 J: E10, dime algo más de un cubo. Por ejemplo, vamos a ver E10, vamos a ver **¿qué es**
106 **un cubo de lo que hay ahí?** [señalando las piezas que tiene en el suelo,

Comentado [AMED5]: UNIDAD INFO 3

Comentado [AMED6R5]: S2-E1.2-u3

Comentado [AMED7]: UNIDAD INFO 4

Comentado [AMED8R7]: S2-E1.2-u4

Comentado [AMED9]: UNIDAD DE INFO 5

Comentado [AMED10R9]: S2-E1.2-u5

Comentado [AMED11]: Unidad de información 6

Comentado [AMED12R11]: S2-E1.2-u6

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

107 que son: cubo, prisma de base triangular², prisma de base cuadrada,
108 cilindro, esfera y puente].

Comentado [AMED13]: Unidad info 7

Comentado [AMED14R13]: S2-E1.2 u7

109 E10: eso amarillo

110 J: lo amarillo es un cubo, muy bien. Lo vamos a coger, vale E10. [toma la pieza del
111 suelo]. Esto es un cubo, bueno pues ahora viendo el cubo, vamos a decir cosas del
112 cubo, por ejemplo...

113 E10: que tiene cuadrados en distintos lados

Comentado [AMED15]: UNIDAD INFO 8

Comentado [AMED16R15]: S2-E1.3-u8

114 J: muy bien. Un cubo tiene cuadrados en distintos lados. ¿cuántos tiene?

Comentado [AMED17]: UNIDAD INFO 9

Comentado [AMED18R17]: S2-E1.3 u9

115 E1: 3

116 E11: 4

117 J: ¿los contamos?

118 Es: si

119 J: vamos a traer un rotulador. E5 tráeme un rotulador

120 E3: ¿qué?

121 J: porque vamos a contar los lados que tiene un cubo. E10 ha dicho, viendo el cubo,
122 ha dicho tiene muchos cuadrados a los lados. Ya sabemos, acordarse del año pasado,
123 que los cubos tienen cuadrados. Vamos a contar cuantos lados tiene un cubo

Comentado [AMED19]: UNIDAD DE INFORMACIÓN 10

Comentado [AMED20R19]: S2-E1.3-u10

124 E10: cuadrados

125 J: vamos a ver cuántos cuadrados tiene un cubo. Le voy a poner una señalita...¿esto se
126 quitará bien, no? No que no se quita. E5 tráeme ... bueno, vamos hacer una cosa.
127 Tráeme E1 pegatinas. ¿sabes donde están las pegatinas? Donde cogemos para las pizzas.
128 Ahí. E17 guarda el rotulador. [E1 trae las pegatinas]

129 E1: te acuerdas que lo pintábamos [refiriéndose a que el año pasado pintaban
130 un lado de la figura y lo estampaban]

131 J: Me acuerdo perfectamente. ¿Qué salía ...? [Mirando las pegatinas y el cubo
132 se da cuenta de que no se va a ver porque las pegatinas son amarillas
133 igual que el cubo]...vamos a cambiar el cubo por un cubo naranja, pero sigue
134 siendo un cubo. El color da igual, da igual el color, no importa. Le vamos a pegar
135 una pegatina a cada cuadradito y vamos a ver cuántos cuadrados tiene un cubo. A
136 ver, empezamos...contamos todos [el profesor comienza a pegar pegatinas a
137 cada cuadrado del cubo]

Comentado [AMED21]: UNIDAD DE INFO 11

Comentado [AMED22R21]: S2-E1.3 u11

Comentado [AMED23]: UNIDAD DE INFO 12

Comentado [AMED24R23]: S2-E1.3 u12

138 Es: 1, 2,3

139 J: 3, ya vamos por 3 cuadrados.

² El maestro lo considera como pirámide

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

140 Es: 4

141 J: y todavía me quedan más. **E11 tu dijiste 4, te acuerdas que dijiste 4, pues son más,**
142 **eh.**

143 Es: 5, 6

144 E1: y 6

145 J: a ver, ¿nos falta alguno más? [va girando el cubo en su mano para que los
146 niños vean si hay más cuadrados que no tienen pegatina] ¿falta alguno que
147 no tenga pegatina?

148 Es: no

149 J: Tienen todos, verdad

150 E8: 6

151 J: ¿cuántos cuadrados tiene entonces un cubo?

152 Es: 6

153 J: 6, de un cubo podemos sacar entonces 6 cuadrados. A alguien se le ocurre decirnos
154 algo más del cubo.

155 Varios Es: yo

156 J: E10 nos ha dicho que tiene cuadrados a los lados y hemos contado que tiene 6. A ver,
157 viendo el cubo, ¿a alguien se le ocurren más cosas?

158 Varios Es: yo, yo

159 J: ¿a alguien se le ocurre decir más cosas?

160 E8: **que tiene muchos lados**

161 J: que tiene muchos lados, muy bien. ¿cuántos?

162 E8: 6

163 J: **6, muy bien tiene 6 lados y esos lados ¿de qué tienen forma?**

164 E8: de cuadrados

165 J: bueno chicos, ¿alguien ve más cosas de un cuadrado?

166 E5: yo, yo

167 J: ¿qué?

168 E5: **que los cuadrados no ruedan**

Comentado [AMED25]: UNID INFO 13

Comentado [AMED26R25]: S2-E1.3 u13

Comentado [AMED27]: UNIDAD DE INFORMACION 14

Comentado [AMED28R27]: S2-E1.4 u14

Comentado [AMED29]: UNID INFO 15

Comentado [AMED30R29]: S2-E1.4 u15

Comentado [AMED31]: UNIDA INFO 16

Comentado [AMED32R31]: S2-E1.4 u16

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

169 J: que los cuadrados no ruedan, muy bien. E11 y E12 atender que después no os
170 enteráis. Muy bien **E5, que a los cuadrados ¿Qué les pasa?**

Comentado [AMED33]: UNIDAD INFO 17

Comentado [AMED34R33]: S2-E1.4 u17

171 E5: que no ruedan

172 J: los cuadrados no ruedan [confunde "cuadrado" con cubo pero la mayoría de los alumnos
173 le sigue, no les causa error] [E8 tiene la mano levantada]. E8, **¿Qué más se te**
174 **ocurre..? ¿Qué más tienen?**

Comentado [AMED35]: UNIDAD DE INFO 18

Comentado [AMED36R35]: S2-E1.5 u18

175 E8: **que tienen picos**

176 **J: que tiene picos**, muy bien E8. Un cuadrado tiene picos. Las esferas... [E11 y E12
177 están peleando]. E12, ponte ahí. E8, maravilloso. Un cuadrado, ¿qué tiene?

Comentado [AMED37]: UNIDDA INFO 19

Comentado [AMED38R37]: S2-E1.5 u19

178 Varios Es: piquitos

179 **J: Un cubo tiene piquitos. Tiene muchos picos**

180 E8: porque lo he visto

181 J: claro, porque lo has mirado. ¿tú sabes quién no lo ha visto? Raúl y E11 y E12 ¿sabes
182 por qué no lo han visto? Porque no estaban mirando... Tú estabas atendiendo y lo has
183 visto. Choca [choca la mano del profesor]. **Un cubo tiene piquitos ¿contamos**
184 **los piquitos?**

Comentado [AMED39]: UNIDAD DE INFORMACIÓN 20
S2-E1.5 u20

185 Es: si

186 J: Vamos a contarlo. Tiene 1, 2, 3 y 4 y ahora le damos la vuelta y tiene aquí 5, 6, 7 y 8

187 E13: **tiene caminitos**

Comentado [AMED40]: UNIDAD INFO 21

Comentado [AMED41R40]: S2-E1.6 u21

188 J: tiene ¿qué?

189 E13: caminitos

190 J: caminitos, bueno, pero eso porque está pintado y tú ves unas rayitas pero eso da igual,
191 eso no tiene nada que ver con el cubo

192 E13: esto [el alumno se levanta y va a señalarle al profesor qué se
193 refiere él con caminitos. E13 se refiere a las aristas del cubo]

194 J: Ah, caminitos, muy bien. E13 dice que tiene caminitos [el señala en la figura
195 para que todos los alumnos lo vean]. **Aparte de picos, tiene caminitos**

Comentado [AMED42]: UNIDD INFO 22

Comentado [AMED43R42]: S2-E1.6 u22

196 Varios Es: es verdad

197 J: **vamos a contar ¿cuántos tiene?**

Comentado [AMED44]: UNIDAD INFO 23

Comentado [AMED45R44]: S2-E1.6 u23

198 Es: 1, 2, 3, 4, 5, 6...

199 J: **tiene muchos. Para verlos, tendríamos que colorearlo, vale. [El profesor le dice a**
200 **investigador: porque así no se van a dar cuenta]. ¿los coloreamos y vemos cuántos**
201 **caminitos tiene?**

Comentado [AMED46]: UNIDA INFO 24

Comentado [AMED47R46]: S2-E1.6 u24

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

202 Es: sí

203 J: E13 tráenos un rotulador... Bueno, lo voy a coger yo, uno que sé que se borra.

204 J: Chicos, primero vamos a ver cuántos picos tiene. **Primero vamos a ver los picos,**
205 **que lo dijo E8 y luego, los caminitos, como lo ha llamado E13.** Mirar los picos.
206 **Vamos a contarlos** [el profesor va señalando cada pico con un rotulador]

207 Es: 1, 2, 3, 4

208 J: y ahora los otros piquitos de aquí [él ha señalado los 4 de un cuadrado y
209 ahora va a señalar los de la cara contraria], 5, 6

210 Es: 5, 6, 7 y 8

211 J: ¿cuántos tiene?

212 Es: 8

213 J: **¿falta algún piquito?**

214 Es: no

215 J: **tenemos todos los piquitos. Ahora vamos a poner los caminitos** [profesor
216 comienza a señalar con rotulador los caminitos (aristas del cubo)]. **1,**
217 **2..**

218 Es: 1, 2, 3, 4

219 J: ui, es que tiene muchos. 5,..

220 Es: 5, 6, 7, 8, 9, 10

221 J: esperarse, 10, 11

222 Es: 11, 12, 13

223 J: [mira el cubo por si le quedan sin pintar y dudoso pregunta al INV] ¿doce?

224 INV: Sí, 12.

225 J: ¿cuántos tiene?

226 Es: 12

227 J: tiene 12. E13 me ha encantado. Bueno, hemos visto que tiene cuadrados (lo dijo E10),
228 hemos visto que tiene piquitos (que lo ha dicho E8), hemos visto que tiene caminitos,
229 caminitos (que lo ha dicho E13), hemos dicho que no ruedan (que lo dicho E5). ¿Se nos
230 ocurre algo más al ver un cubo?

231 E5: Sí, yo

232 J: ¿qué? Porque digo una cosa si hubiera más cosas yo ya ...

Comentado [AMED48]: UNIDAD INFO 25

Comentado [AMED49R48]: S2-E1.7 u25

Comentado [AMED50]: UNIDA INFO 26

Comentado [AMED51R50]: S2-E1.7 u26

Comentado [AMED52]: UNIFDD INFO 27

Comentado [AMED53R52]: S2-E1.7 u27

Comentado [AMED54]: Unidad INFO 28

Comentado [AMED55R54]: S2-E1.8 u28

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

233 E5: Sí, que tiene rayitas

234 J: sí, pero las rayitas son ...porque este concretamente tiene rayitas. Bueno chicos, nos
235 sentamos ... Chicos, ahora vamos a sacar...Hemos sacado un cubo, ahora vamos a sacar
236 [coge de entre las piezas de madera, un prisma] ¿esto qué era?

237 E6: yo lo sé, un rectángulo

238 J: no. Esto se llama un ...

239 Es: prisma

240 Es: rectángulo

241 J: Ya lo he escuchado por ahí.

242 E7: triángulo

243 J: E7, ¿esto es un triángulo?

244 Es: prisma

245 J: esto es un prisma, no es un rectángulo. Es un prisma. Un rectángulo ...umm.
246 Espérate, E10, dilo tú.

247 E10: **si pones por el lado al prisma, es un rectángulo.**

248 J: E10, es que eres maravillosa. **Si lo ponemos por el lado, le ponemos pinturita y lo**
249 **estampamos, nos sale un rectángulo,** pero esto no es un rectángulo, es un prisma. **Un**
250 **prisma tiene también muchas caras como hemos visto,...**

251 **E8: tiene rayitas para abajo**

252 **J: tiene caminitos**

253 **E13: piquitos**

254 J: **tiene caminitos, piquitos, pero tiene también caras...**pero ¡ojo! Vamos a ver
255 [tomando en una de sus manos un cubo y en la otra un prisma], Chicos
256 **¿Qué diferencia hay entre el cubo y el prisma? En el cubo, hemos dicho que tenía**
257 **como lado muchos, muchos ¿qué?**

258 **E8: piquitos**

259 **J: no**

260 **E1: cuadraditos**

261 **J: cuadraditos y el prisma ¿qué tiene?**

262 **E1: cuadraditos por los lados**

Comentado [AMED56]: UNIDAD INFO 29

Comentado [AMED57R56]: S2-E2.1 u29

Comentado [AMED58]: UNIND INFO 30

Comentado [AMED59R58]: S2-E2.1 u30

Comentado [AMED60]: UNIDAD INFO 31

Comentado [AMED61R60]: S2-E2.1 u31

Comentado [AMED62]: Unid info 32

Comentado [AMED63R62]: S2-E2.1 u32

Comentado [AMED64]: UNIDSA INFO 33

Comentado [AMED65R64]: S2-E2.2 u33

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

263 J: **cuadraditos por los lados, pero también ¿Qué tiene? [señalando los**
264 **rectángulos]**

Comentado [AMED66]: Uní info 34

Comentado [AMED67R66]: S2-E2.2 u34

265 E10: **rectángulos**

266 J: **rectángulos, muy bien chicos. El cubo tiene cuadrados, solo tiene cuadrados ¿hay**
267 **algún rectángulo en el cubo?**

268 Es: **no**

269 J: **y ¿en el prisma?**

270 Es: **sí**

Comentado [AMED68]: UNID INFO 35

Comentado [AMED69R68]: S2-E2.2 u35

271 J: **sí, el prisma tiene cuadrados, tiene uno aquí [señalando sobre la figura] y otro**
272 **aquí, pero también tiene rectángulos. Vamos a contar los rectángulos que tiene el**
273 **cuadrado. Vamos a contarlos. Vamos a ponerle una pegatina.** Vamos a ver ¿Cuántos
274 rectángulos tiene un prisma?

Comentado [AMED70]: Unidad info 36

Comentado [AMED71R70]: S2-E2.3 u36

Comentado [AMED72]: UNIDAD INFO 37

Comentado [AMED73R72]: S2-E2.3 u37

275 Todos: 2, 3

276 J: **¿cuántos rectángulos decís qué tiene?**

Comentado [AMED74]: UNIDAD INFO 38

Comentado [AMED75R74]: S2-E2.3 u38

277 Raúl: cuatro

278 J: Va a tener cuatro, muy bien Raúl, muy bien. 3 y 4. Vamos a contarlos.

279 Todos: 1, 2, 3 y 4

280 J: **tiene cuatro rectángulos y ¿cuántos cuadrados?**

281 E10: **dos**

Comentado [AMED76]: UNID INFO 39

Comentado [AMED77R76]: S2-E2.3 u39

282 J: dos, muy bien chicos.

283 E5: **pero solo rueda el cilindro**

Comentado [AMED78]: Unida info 40

Comentado [AMED79R78]: S2-E2.4 u40

284 J: ¿rueda el prisma?

285 Varios Es: no

286 J: no, el prisma no rueda [lo intenta hacer rodar en el suelo]. **No ruedan, se**
287 **puede desplazar, pero no ruedan.** Ahora cogemos estos dos de aquí [tomando un
288 esfera y un cilindro]. **¿estos son iguales?**

Comentado [AMED80]: UNIDAD INFO 41

Comentado [AMED81R80]: S2-E2.4 u41

Comentado [AMED82]: UNIDAD INFO 42

Comentado [AMED83R82]: S2-E3.1 u42

289 Es: no

290 J: pregunto, E13, tú que estás hoy tan iluminado. **¿esto tiene caminitos?**[cogiendo
291 **solo el cilindro]**

292 E13: **no**

293 J: E8, tú que estás hoy tan inspirado, ¿esto tiene piquitos?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

294	E8: no	
295	J: E10, ¿esto tiene cuadraditos?	
296	E10: no	
297	J: E12, ¿esto tiene rectángulos?	Comentado [AMED84]: UNIDAD INFO 43
298	E12: no, tiene círculos	Comentado [AMED85R84]: S2-E3.2 u43
299	J: ¿éste tiene círculos? [señalando la esfera]	Comentado [AMED86]: UNIDAD INFO 44
300	E12: no	Comentado [AMED87R86]: S2-E3.3 u44
301	J: y ¿éste?	Comentado [AMED88]: Unidad info 45
302	E12: sí	Comentado [AMED89R88]: S2-E3.3 u45
303	J: el cilindro tiene 2 círculos, uno aquí y otro aquí. Éste, ¿qué tiene? Nos lo va a decir	Comentado [AMED90]: UNIDAD INFO 46
304	E8	Comentado [AMED91R90]: S2-E3.3 u46
305	E8: agujeros	
306	J: Bueno éste tiene agujeros, efectivamente. Pero éste tiene agujeros, porque tiene	
307	agujeros pero te puedo sacar uno ...	
308	E5: porque es de jugar	
309	J: sí, E5, tiene agujeros porque es de ensartar. Pero, te saco éste [cogiendo otra	
310	esfera del recipiente de figuras de madera] y ...¿tiene agujeros?	
311	Es: no	
312	E7: la esfera tiene círculos, si la cortamos como un huevo	Comentado [AMED92]: UNIDAD DE INFO47
313	J: quieta y parada, E7, si lo cortamos ...A ver si te acuerdas. Si lo cortamos, le ponemos	Comentado [AMED93R92]: S2-E3.4 u47
314	pinturita y hacemos pang, ¿qué es lo que nos sale?	
315	E10: una esfera	
316	E8: un círculo	
317	J: Una esfera no, un círculo. Esto es una esfera [mostrando la esfera] E10.	
318	E9: rueda como una pelota	
319	J: ¿las esferas ruedan? Vamos a decir cosas de las esferas, por ejemplo, la esfera	Comentado [AMED94]: UNIDAD INFO 48
320	rueda [sosteniendo la esfera en su mano]	Comentado [AMED95R94]: S2-E3.4 u48
321	E12: bota	
322	J: bota, ¿qué más?	

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

323 E8: si lo partimos, no rueda
324 J: si lo partimos, no rueda. E9, ¿qué más?
325 E9: que sale un círculo
326 J: que sale un círculo, muy bien. De las esferas salen círculos, pero ¿aquí tiene algún
327 círculo?
328 Es: no
329 J: para que nos dé un círculo lo tenemos que partir y estamparlo
330 E3: pero también se puede poner grande
331 J: se puede poner grande, ¿cómo? Hay esferas más grandes y esferas más chicas. Si
332 la esfera es grande, ¿cómo nos va a salir el círculo?
333 Es: grande
334 J: y si la esfera es chiquitita, ¿cómo nos va a salir el círculo?
335 Es: chiquitito
336 J: chiquitito, ¿a alguien se le ocurre algo más? ¿Tiene picos?
337 Es: no
338 J: ¿tiene caminitos?
339 Es: no
340 J: ¿tiene cuadrados?
341 Es: no
342 J: ¿tiene rectángulos?
343 Es: no
344 E5: ¿rueda? Sí, rueda
345 J: es una única superficie. Muy bien, chicos. Se nos ha quedado atrás la pirámide pero lo
346 vamos a guardar ya porque creo que está bien por hoy [ayudan todos a guardar el
347 material en el recipiente]. Vamos a explicar el trabajito. Chiquitines y
348 chiquitinas, tenemos en el trabajito de hoy [Siguen en asamblea. Toma el libro y
349 lo abre por la ficha 11]...yo sigo explicando el trabajito, el que lo haga mal
350 porque no sepa hacerlo bien no pasa nada, pero, ahora, el que lo haga mal porque no me
351 haya escuchado si va a pasar. El que lo haga mal porque no lo sepa nada, se le vuelve a
352 explicar y no pasa nada, pero ahora el que no lo sepa porque está jugando con el
353 compañero, o se está peleando, o está mirando la mosca que acaba de pasar...pues
354 entonces sí me voy a enfadar [...].

Comentado [AMED96]: UNIDAD INFO 49

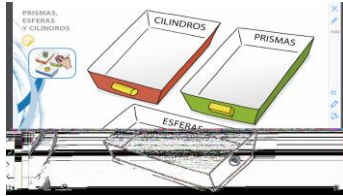
Comentado [AMED97R96]: S2-E3.4 u49

Comentado [AMED98]: S2-E3.4 u50

Comentado [AMED99]: UNIDAD INFO 51

Comentado [AMED100R99]: S2-E3.5 u51

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2



355 Bueno, chicos, tenemos 3 cajas, una de color ...

356 Es: rojo

357 J: una de color

358 Es: azul

359 J: y una de color

360 Es: verde

361 J: **en la caja roja, ¿qué tenemos aquí pintado?**

362 Es: cilindro

363 J: un cilindro, muy bien E5. En la caja azul, ¿qué tenemos?

364 Es: un círculo

365 Es: una esfera

366 J: una esfera o un círculo. Sí, porque realmente no está muy claro el dibujo. Y ¿qué
367 tenemos en la caja verde?

368 E10: un prisma

369 J: muy bien E10. Tenemos un cilindro, una esfera y un prisma [repasando sobre la
370 ficha los objetos]. La esfera parece un círculo en verdad, no está muy conseguida
371 la forma. Cilindro, esfera y prisma. ¿qué tenemos que hacer?

372 E10: pegatinas

373 J: pegatinas. Las cosas que tengan forma de prisma las pegamos en la caja del prisma,
374 las cosas que tengan forma de esferas las pegamos en la caja de las esferas, las cosas
375 que tengan forma de cilindro las pegamos en la caja de los cilindros.

376 E8: ¿adentro o afuera?

377 J: Dentro de las cajas. Las pego dentro de las cajas

378 E10: está chupado

379 J: está chupado, esto es más bien para niños más pequeñillos [abre el libro por la
380 última página, que es donde vienen las pegatinas que tienen que pegar
381 en la ficha 11].

Comentado [AMED101]: UNID INFO 52

Comentado [AMED102R101]: S2-E5.1 u52

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2



382 Vamos a ver, tenemos...los limones no, los limones son para
383 otro trabajito. **La caja de galletas, ¿qué es un prisma, un cilindro o una esfera?**

Comentado [AMED103]: UNIDAD INFO 53

Comentado [AMED104R103]: S2-E5.1 u53

384 Es: un rectángulo

385 Es: un prisma

386 J: un prisma. ¿dónde lo pego entonces? En la caja de ¿qué?

387 Es: de los prismas

388 J: en la caja de los prismas, muy bien. Tenemos aquí este bote de ...

389 Es: pintura

390 Es: de algodón

391 Es: de plastilina

392 J: bueno, de lo que sea, da igual. El caso, ¿qué forma tiene? ¿cilindro? ¿esfera?
393 ¿prisma?

394 E10: cilindro

395 J: chicos, ¡todos!

396 Es: cilindro

397 E12: círculo

398 J: por aquí E12 dice círculo, ¿qué tiene forma de cilindro o esfera?

399 Es: cilindro

400 J: cilindro, es un cilindro. El cubo de la basura, ¿de qué tiene forma? ¿cilindro? ¿esfera?
401 O ¿prisma? Chiquillos, estáis todos muy callados. E6, ¿de qué tiene forma? ¿de qué
402 tiene forma un cubo de basura?

403 E3: de..

404 J: dejamos a E6. El cubo de basura, ¿de qué tiene forma? ¿es un cilindro?[con las
405 manos el profesor intenta representar la figura que está diciéndole]
406 ¿es una esfera? ¿es un prisma?

407 E6: un prisma

408 J: muy bien. Ahora, E15, la canica ¿de qué tiene forma? ¿cilindro? ¿esfera? o ¿prisma?

409 E15: de cilindro

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

410 J: ¿una canica es un cilindro, E15?

411 E15: no

412 J: ¿qué es una canica? Tráeme, E15, que encima de mi mesa hay un cilindro,
413 tráeme el cilindro que hay encima de mi mesa.

414 E15: se levanta y va hacia la mesa del profesor y coge el cilindro de
415 madera que hay en la mesa

416 J: fantástico. E15, siéntate, cariño. E15, me has dicho antes que una canica es un
417 cilindro, las canicas son así [mostrándole el cilindro que él mismo ha cogido]
418 ¿las canicas ruedan por un lado solo o por todos los lados?

419 E10: por todos los lados

420 J: E15, ¿por un lado solo o por todos los lados?

421 E15: por todos

422 J: por todos los lados, entonces ¿la canica qué es una esfera o un cilindro?

423 E15: una esfera

424 J: la pelota, ¿qué es E16? ¿una esfera? ¿un cilindro? O ¿un prisma? E16. ¿rueda por
425 todos los lados o solo por un lado?

426 E16: por todos

427 J: cuando algo rueda por todos los lados ¿qué es?

428 E16: pensativa, esfera

429 J: fuerte

430 E16: esfera

431 J: es que habláis muy bajito, E15 y E16, que yo si os equivocáis no pasa nada, que yo
432 con los que me enfado es con los que no están atendiendo. Los que estáis atendiendo no
433 pasa nada. Seguimos, la goma, ¿Qué es? ¿un prisma? ¿una esfera? o ¿un cilindro?

434 E4: una esfera

435 J: ¿una esfera? Chicos, ¿la goma rueda?

436 Es: no

437 J: si no rueda, ¿qué es? ¿un prisma o una esfera?

438 E9: un prisma

439 J: un prisma muy bien. La lata de coca-cola ¿qué es?

Comentado [AMED105]: Unida info 54

Comentado [AMED106R105]: S2-E5.1 u54

Comentado [AMED107]: UNIDAD INFO 55

Comentado [AMED108R107]: S2-E5.1 u55

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

440 E9: un cilindro

441 J: fuerte, un ¿qué?

442 Es: cilindro

443 J: un cilindro. Y ¿esto qué es? [señalando la pirámide]

444 Es: una pirámide

445 J: la pirámide no la podemos ni poner. **La pirámide no la podemos poner en ningún**

446 **sitio porque no es ni un prisma, ni un cilindro ni una esfera.** Chicos, vamos a repasar

447 por última vez porque ya estamos cansaditos. La caja ¿qué es?

448 Es: un prisma

449 J: un prisma y lo pongo en la caja de los prismas. El bote ¿qué es?

450 Es: un cilindro

451 J: un cilindro, lo pongo en la caja de los cilindros. El cubo de la basura ¿es un ...?

452 Es: prisma

453 J: prisma. La canica ¿es una ...? Esfera. La pongo en la caja de las esferas. La pelota es

454 una esfera, la pongo en la caja de las esferas. La goma es un prisma, la pongo en la caja

455 de los prismas. La lata es un cilindro, solo rueda por un lado, la ponemos en la caja de

456 los cilindros. Y la pirámide, no la podemos poner en ninguna caja. La pirámide me la

457 pongo en la frente.

458 Se sientan cada uno en su sitio. El profesor recorta de cada libro las

459 pegatinas que son de ésta actividad (de la última página del libro) y

460 reparte el libro y esa hoja de pegatinas a cada uno de ellos. Les

461 comenta que lo tienen que abrir por la página 11. Los alumnos buscan

462 la página. Cuando todos los alumnos tienen el libro abierto por la

463 página 11 y están atentos a lo que habla el profesor, comienza a

464 explicar de nuevo cada uno de los objetos.

465 J: ¿alguien ha traído hoy una pelota?

466 E12: sí

467 J: pues tráemela

468 E12: le da la pelota al profesor

469 J: la pelota la tengo que poner ...¿en la caja de...?

470 Es: en la azul

471 J: bueno, pregunto: ¿la caja de galletas es una esfera? ¿la pongo en la caja azul?

472 Es: no

Comentado [AMED109]: UNIDA INFO 56

Comentado [AMED110R109]: S2-E5.1 u56

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

473 J: ¿el bote rosa es una esfera? ¿es igual que la pelota?

474 Es: no

475 J: ¿el cubo de basura es una esfera?

476 Es: no

477 J: la canica es una esfera

478 Es: sí

479 Es: no

480 J: ¿quién ha dicho que no?

481 E10: E12

482 J: E12, ¿la canica es una esfera igual que la pelota? Mira la canica E12. ¿es igual o no?

483 E12: sí

484 J: es igual, ¿no? Es igual. Pues cojo la canica y ¿dónde la tengo que poner? En la caja de
485 las esferas. Cojo la esfera y la pongo en la caja de las esferas. ¿cuál es la caja de las
486 esferas?

487 Es: azul

488 Es: no puedo

489 J: esperarse, cojo la canica y tengo que pegarla en la caja de las esferas. ¿cuál es la otra
490 esfera que tengo?

491 Es: la pelota

492 J: pues cojo la otra esfera y la pego ¿en qué caja la pego?

493 E8: en la azul

494 J: la pego en la caja azul, en la caja de las esferas. He pegado la canica y ahora pego la
495 pelota, que es la otra esfera que tengo [el profesor da tiempo para que los
496 alumnos peguen las esferas] ¿Hemos pegado las esferas?

497 Es: sí

498 J: pues ahora, chicos y chicas vamos a pegar los prismas. Los prismas van en la
499 caja...¿de qué color, E2?

500 E2: verde

501 J: los prismas van en la caja verde. ¿qué es un prisma? ¿la caja de las galletas es un
502 prisma?

Comentado [AMED111]: Unida info 57

Comentado [AMED112R111]: S2-E5.1 u57

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.2. Transcripción S2

503 Es: Sí

504 J: ¿el cubo de la basura es un prisma?

505 Es: Sí

506 J: ¿la goma es un prisma?

507 Es: Sí

508 J: ¿la lata de coca-cola es un prisma?

509 Es: no

510 J: ¿la pirámide es un prisma?

511 Es: no

512 J: ¿el bote rosa es un prisma?

513 Es: no

514 J: pues cojo los prismas y los pego en la caja verde [el profesor da tiempo para
515 que los alumnos peguen las esferas]. El que no sepa algo que lo pregunte. E2,
516 hay más prismas, pega todos los prismas. Hemos dicho la caja de galletas, hemos dicho
517 el cubo de la basura y hemos dicho la... ¿qué?

518 E9: la goma

519 J: oye, las pegatinas son muy grandes y la caja es muy chica, si ponemos uno encima de
520 otro no pasa nada. Te falta una cosa E20. Repetimos, hemos dicho la caja de galletas, el
521 cubo de la basura y la goma. Venga. Esperamos, vamos a esperar. Ya falta poco para
522 que terminen todos los compañeros [el profesor hace tiempo para que terminen
523 todos y repasa alumno por alumno para ver si lo ha hecho
524 correctamente]. Chiquitines, hemos pegado los prismas en la caja de los prismas,
525 hemos pegado las esferas en la caja de las esferas, ¿qué nos queda por pegar? Los ¿qué?

526 E10: los cilindros

527 J: ¿qué nos falta por pegar? ¡Todos!

528 Es: los cilindros

529 J: los cilindros, que los vamos a pegar en la caja de los cilindros. ¿Cuál es la caja de los
530 cilindros?

531 Es: la roja

532 J: ¿qué era un cilindro? La lata de la coca-cola y ¿qué más?

533 E8: y el cubo rosa

534 J: pues lo pego en la caja de los cilindros, que es la caja roja[terminan la tarea]

A1.3. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José.

[S3]

J: José (profesor)

I: Inés (profesora)

Ex: Estudiante x

Es: todos los estudiantes

INV: Investigadora

Los alumnos se van sentando en los bancos y en el suelo. Todos están sentados juntos, alrededor del profesor, cerca de la pizarra. Comienza la asamblea¹.

- 1 J: Acordarse de que la semana... la semana pasada lo estuvimos viendo, vale. ¿os
2 acordáis o no?
- 3 E10: sí, ya
- 4 J: Que estuvimos diciendo ...
- 5 E1: cuando estaba INV
- 6 E5: Maestro, ¿cuándo vamos a pintar?
- 7 J: Pintar, vamos a pintar la semana que viene. Vamos a pintar la semana que viene.
- 8 Varios Es: uii
- 9 E4: que aburrido
- 10 J: Mirar, acordarse de que dijimos que esto era un.... [ha cogido un prisma del
11 recipiente donde tiene guardados los cuerpos geométricos]
- 12 Es: Prisma
- 13 J: ¿cómo?
- 14 Es: Prisma
- 15 J: un prisma. Que hubo un niño que se llama E13 que me encantó. Que dijo que esto
16 eran...
- 17 E8: caminitos
- 18 J: Dijo que esto eran caminitos. Y sabéis como se llamaban lo que...

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

19 E13: caminitos

20 J: Sí, tú dijiste que eran caminitos

21 E10: y yo dije los rectángulos

22 J: Y tú dijiste que tenía rectángulos por un lado y por otro lado...

23 E10: cuadrados

24 J: Cuadrados, muy bien. Un prisma tiene rectángulos, tiene cuadrados, tiene piquitos y
25 tiene caminitos, pero ¿sabéis como se llaman estos caminitos? [E13 se levanta a
26 señalarle que eran los caminitos] ¿Son todos los caminitos iguales? [señala
27 sobre la figura] Este caminito [señalando una arista de la base
28 (cuadrada)] es igual que éste [señalando una arista de rectángulo]?

29 E8: No

30 E1: uno es más largo y otro más corto

31 J: unos son más largos y otros más cortos. Vamos a ver en un cubo. Ya he dicho yo lo
32 que es. Vamos a ver en esto, que esto ¿Cómo se llamaba? Además, ya lo he dicho

33 Es: un cubo

34 J: no me he dado cuenta y lo he dicho [dirigiéndose a INV]

35 E13: tiene caminitos y piquitos

36 J: También tiene caminitos y piquitos. [E13 se levanta a señalarle los
37 caminitos del cubo]. Yo pregunto, E13, tú que eres el hombre caminitos, ¿el cubo
38 tiene caminitos?

39 E13: Sí

40 J: y yo pregunto ahora ¿los caminitos del cubo son iguales que los caminitos del
41 prisma?

42 Es: no

43 J: ¿Qué les pasa a los caminitos del prisma?

44 E10: Que son más largos

45 J: son más largos, sí, que los del cubo [E13 se levanta a señalarle que las
46 aristas del prisma (por la base) son iguales a las aristas del cubo].
47 Ahí va, muy bien. Efectivamente, si lo junto, estos caminitos [señalando los del
48 prisma] son iguales. Estos caminitos si son iguales. Es decir, el prisma tiene caminitos
49 que son iguales que los del cubo. Chicos, ¿sabéis como se llaman estos caminitos? ¿por
50 qué se llamarán caminitos?

51 Todos: No

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

52 E7: pepito de los palotes

53 J: no creo. Se llaman... chicos, esto que el otro día E13 dijo que se llamaban caminitos,
54 esto se llaman aristas.

55 E10: ¿aristas?

56 J: sí, Arista, como artista, pero arista [E13 se acerca al profesor y saca un
57 cilindro]. No, E13 me gusta mucho lo que has dicho, eh, que conste E13, me
58 encanta lo que has dicho, pero tiene otro nombre

59 E5: que E11 no quiere ser mi amigo

60 J: De eso no estamos hablando ahora, E5. Estamos hablando de las formas geométricas,
61 de los prismas, de los cubos, ...y ahora E13 ha sacado un ... ¿qué?

62 Es: cilindro

63 J: un cilindro, de eso estamos hablando. Pregunto: ¿los cilindros tienen aristas?

64 Varios Es: No

65 E10: una pena

66 J: es una auténtica pena, pero no tienen

67 E7: pero si lo estampamos, sale un círculo

68 J: efectivamente, si lo estampamos sale un círculo. Eso lo vamos a hacer la semana que
69 viene E7. Cogemos un poquito de pintura, le ponemos por aquí y hacemos paff y nos
70 sale un círculo. Pero E7, fíjate en lo que te voy a preguntar yo a ti ahora, aunque esto lo
71 vamos a hacer la semana que viene. Si yo cojo un cilindro (como éste) y en vez de
72 ponerle la pintura x aquí, yo cojo un cuchillo y hago sh, sh, sh, y lo parto. Piénsalo, E7,
73 y lo parto

74 E8: imagínatelo

75 J: imagínatelo. Tú en tu cabecita E7 te tienes que imaginar que le cilindro lo hemos
76 partido por aquí y lo abrimos así [el profesor gesticula con las manos lo que
77 sería partir el cilindro]. Y le ponemos pintura y hacemos paf, y lo estampamos.
78 ¿Qué nos sale?

79 E10: ehh

80 J: E7, piensa E7. El que lo sepa se calla. Luego le pregunto al que lo sepa por si E7 no
81 lo ha dicho

82 E7: [no dice nada]

83 J: No lo sabe, bueno, no pasa nada para eso venimos al cole para aprender. Repito para
84 todos: Si yo cojo un cuchillo o una sierra y hago sh, sh, sh, y lo parto así, ...y hago paf,
85 paf, paf, con pintura y hago “pimba” y lo estampo ¿Qué me sale, E8?

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

86 E8: Una luna
87 J: No, ¿una luna?
88 E8: no pero parece...
89 J: Ni se parece siquiera
90 E5: un semicírculo
91 J: No
92 E14: Un rectángulo
93 J: sh, ¿qué ha dicho usted? Venga para acá ahora mismo.
94 E10: ¿qué ha pasado?
95 J: Ven. Póngase aquí. Es que este es un niño nuevo. Éste no es E14. La mama me ha
96 engañado. ¡la mama me ha engañado! Ha dicho vamos a meter a este niño que se parece
97 mucho a E14 y a E14 se lo habrá llevado a otro sitio. Tú te llamas Macario
98 E14: No
99 Es: No
100 J: ¿Qué éste no es E14?
101 Es: No
102 J: pero si es listísimo, pero si lo que ha dicho no lo sabía nadie. ¿tú eres E14?
103 E14: Sí
104 J: a ver, chócala, a ver si la chocas como E14 [chocan las manos] . Es verdad, este es
105 E14. E14, y ¿tú como sabías eso? Díselo a tus amigos, E14, si yo parto este cilindro por
106 la mitad y lo estampo ¿Qué es lo que sale?
107 E1: Un rectángulo
108 J: Un rectángulo. Maravilloso E14. Siéntate rey.
109 E5: Y el prisma tiene un rectángulo ahí.
110 J: El prisma también nos da rectángulos, verdad. Tiene aristas. [Ahora coge una
111 esfera] ¿tiene picos?
112 Es: no
113 J: ¿tiene aristas?
114 Es: no

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

115 J: Chicos mirar, hemos dicho que el prisma y el cubo [sacando ambos objetos,
116 sujetando cada uno en una mano], se parecen ... ¿en qué se parecen un prisma y
117 un cubo? E19, ¿en qué se parecen? ¿qué tiene igual un prisma y un cubo? [mostrando
118 las piezas de madera de las figuras correspondientes]. Dinos algo que tu
119 veas de los dos que sean iguales.

120 E19: se parecen

121 J: ¿son iguales E19?

122 E19: [niega con la cabeza]

123 J: No son iguales, pero tienen cosas que si son iguales. ¿tienen algo que sea igual?

124 E19: nada

125 J: ¿tú no ves nada? El prisma es un rectángulo y el cubo que es ¿no lo sabemos? Bueno
126 E19 vamos a preguntarle a otra niña, vale. Por ejemplo, vamos a preguntarle a E20.
127 E20, ¿el prisma y el cubo son iguales?

128 E20: no

129 J: pero ¿tienen cosas que si son parecidas o iguales? ¿sí o no? Míralos bien

130 E1: yo lo sé

131 E10: y yo

132 J: E1, esto no es cuestión de saber o de dejar de saber, esto es cuestión de que cada uno
133 lo mire y que vea que cosas hay igual en el prisma que en el cubo. E20, ¿qué cosas ves
134 igual en el prisma que en el cubo?

135 E20: un cuadrado arriba

136 J: un cuadrado arriba, muy bien. El prisma y el cubo no son iguales, pero sí que tienen
137 cosas que son iguales, por ejemplo, los dos tienen cuadrados. El cubo tiene cuadrados y
138 el prisma también tiene cuadrados.

139 E12: y piquitos

140 J: vamos a ver por aquí. E12, me encanta. Hemos dicho que no son iguales pero que si
141 tienen cosas parecidas o iguales. E20 ha dicho que los dos tienen cuadrados, y E12 me
142 ha dicho que los dos tienen...

143 E12: piquitos

144 J: piquitos, y los dos tienen también [señalando sobre las aristas]

145 Es: caminitos

146 J: también tienen caminitos, que hemos dicho que se llaman...

147 E10: ispla

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

148 J: No

149 E8: plisto

150 J: ¿cómo? Anda que se parece. Artis...Aris

151 Es: Arista

152 J: hemos dicho cómo Artista, pero Arista. Arista

153 E10: o como avispa

154 J: avispa. Al final vamos a ver en qué vamos a derivar. Arista. Chicos, hemos
155 comparado ... Ahora vamos a comparar ... Hemos comparados el cubo con el prisma y
156 hemos dicho que se parecen en que los dos tienen cuadrados, tienen piquitos y tienen
157 aristas. Muy bien. Y si ahora comparamos al prisma con el cilindro [coge en una
158 mano el prisma y en la otra un cilindro], ¿en qué se parecen?

159 Varios Es: en nada, en nada

160 E5: Uno con círculo y otro...

161 E7: en el color

162 J: en el color, pero el color da igual porque mira yo cojo ahora otro de otro color.
163 cambio este y ahora ya ni en el color...ni en el color siquiera...

164 E3: no, en que el cilindro tiene dos partes

165 J: el cilindro...un momento, a ver qué E3 ha dicho una cosa y no sé que ha querido
166 decir. E3, que quiere decir que el cilindro tiene dos partes, ¿cuáles son las dos partes del
167 cilindro?

168 E3: una ahí arriba y ...

169 J: [señala sobre la figura, cilindro, que tiene en la mano]

170 E3: uno ahí y otro abajo

171 J: Ah, muy bien. El cilindro... E3 dice que el cilindro tiene dos partes, una arriba y otra
172 abajo. Y éste [refiriéndose al prisma]... y el prisma también, ¿no? Tiene uno
173 arriba y otro abajoE15: y rueda

174 J: efectivamente, el cilindro rueda, pero ¿el prisma rueda?

175 Es: no

176 J: por ninguna de las dos, rueda

177 E1: el prisma se pone de pie

178 J: el prisma se pone de pie y sale andando, ¿no?

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

179 E1: [se ríe] ¡No!

180 E7: si lo tumbamos no rueda

181 J: si lo tumbamos no rueda [toma el prisma y lo pone tumbado (sobre una
182 cara rectangular)]. ¿el cilindro rueda?

183 Es: sí

184 J: el cilindro si rueda. Muy bien. Sin embargo, ¿en qué se parece el cilindro con la
185 esfera? Bueno, ¿cómo se llamaba esto? [tomando una esfera]

186 Es: esfera

187 J: ¿en qué se parece el cilindro y la esfera?

188 E13: y si partimos la esfera...

189 J: mirar, nos lo va a explicar E13. Dime hijo, si partimos la esfera, ¿qué sale? Si
190 partimos la esfera y la pintamos y lo pegamos en un papel, ¿qué nos salía?

191 E7: un círculo

192 J: nos sale un círculo. Y ¿si cogemos el cilindro? ...

193 E8: un semicírculo

194 J: si cogemos el cilindro y le ponemos por aquí pintura, y lo estampamos, ¿qué sale?

195 Es: círculo

196 J: en eso son iguales

197 E8: y si partimos el cilindro y le echamos pintura y lo estampamos

198 J: sale un rectángulo, si lo partimos por aquí [señalando sobre la pieza de
199 madera]. Ahora, si la pintura se la ponemos por aquí [señalando la base del
200 cilindro de madera] sale un círculo. Y ¿en qué más se parecen el cilindro y la esfera?

201 Es: en que ruedan

202 J: se parecen en que ruedan, pero... ¿en qué se diferencian?

203 E10: porque éste rueda por todos los lados [esfera] y éste solo por un lado
204 [cilindro]

205 J: efectivamente

206 [...]

207 J: bueno, escucho a E13. Está diciendo algo interesantísimo, pero no me entero porque
208 hay niños hablando. Cuando estén todos en silencio me lo repites E13, vale.

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

209 E13: a que la pelota no tiene ni picos ni caminitos

210 J: efectivamente, la pelota, bueno, la pelota no se llama ¿cómo se llama?

211 E8: esfera

212 J: la esfera no tiene ni piquitos ni caminitos. Los caminitos, ¿cómo hemos dicho que se
213 llaman? Aris

214 E8: arista. Y el cilindro si lo cortamos da un círculo

215 J: dependiendo de cómo lo cortemos saldrá un rectángulo o un círculo. Chicos, vamos a
216 hacer unos exámenes nuevos

217 Varios Es: ¿exámenes nuevos?

218 J: sí, exámenes nuevos, pero lo haremos cuando estéis en silencio. Vamos a hacer unos
219 exámenes nuevos, unos exámenes en los que nos tenemos que fijar muy bien. Después
220 vamos a hacer también los otros exámenes [se refiere al repaso de problemas
221 (suma, resta, ...)] porque la semana pasada no los hicimos. Pero hoy vamos a hacer
222 unos exámenes nuevos. Tenemos unas cartulinas, unas tarjetitas súper chulas

223 E10: que los la dio la señorita Inés

224 J: que nos la ha prestado la señorita Inés. Bueno... ¿nos lo ha prestado?... se la hemos
225 prestado nosotros a ella, en verdad. Unas tarjetitas

226 E6: No tienen números

227 J: no, no tienen números porque no son de números [el profesor ojea las
228 tarjetas]. Y nosotros nos vamos a fijar en las tarjetitas y tenemos que hacer lo
229 mismo, lo mismo, lo mismo que viene en las tarjetitas. Nos tenemos que fijar muy
230 bien...si es un cilindro, nos tenemos que fijar bien si lo que hay es un triángulo, o sea,
231 un...una pirámide. Nos tenemos que fijar si lo que hay es...

232 E6: las pirámides tienen aristas

233 J: las pirámides tienen aristas.

234 E6: y si acertamos todos al patio de los niños grandes

235 J: ¿qué? Si acertáis todo nos iremos de excursión al patio de los niños grandes.

236 Es: bien

237 J: estos son muy chulos, porque el año pasado todavía no sabíamos lo que era un
238 prisma, ... Lo estábamos aprendiendo, ni que era un cubo, ni sabíamos que los
239 rectángulos salían de los prismas, ni que los cuadrados salían de los cubos, ni que
240 los círculos salían de las esferas. Lo estábamos aprendiendo el año pasado, pero
241 como ya si lo sabemos vamos a hacer unos exámenes y nos tenemos que fijar muy
242 bien en lo que estamos viendo. Nos tenemos que fijar en qué está arriba, que está
243 abajo...nos tenemos que fijar en todo lo que veamos en la tarjetita para después

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

244 **poderlo hacer nosotros.** Lo vamos a hacer de la siguiente manera: los 4 niños que
245 están apoyados en la pared se ponen aquí porque lo vamos a hacer mirando a la pizarra
246 [coloca una silla para que el alumno que salga haga su construcción
247 ahí y él pega la tarjeta en la pizarra]. Me va a traer, si no le importa, mi
248 amiga E16, me va a traer, por favor, el fiso. ¿sabes lo que es el fiso?

Comentado [AMED1]: S3-u1

249 E16: no

250 J: El rollo que es un cilindro, que se corta y que sirve para pegar cosas en la pared. Ni
251 idea, ¿no?

252 E16: [asienta con la cabeza]

253 J: pues ve a cogerlo. Tiene que haber 2; uno que es un cilindro más grande y otro que es
254 un cilindro más chico. Tráeme... bueno, da igual, el que sea, el que primero que veas.



255 J: [coloca una tarjeta en la pizarra]

256 Vamos a ver en primer lugar que es lo que tenemos. Chicos ¿Qué tenemos?
257 [señalando sobre cada una de las figuras]

258 Es: pirámide

259 E10: parte de una pirámide

260 Es: prisma

261 Es: cilindro

262 J: Vamos a repetir

263 Es: **pirámide, prisma y cilindro**

Comentado [AMED2]: S3-u2

264 J: pues va a salir [vuelca las piezas de madera, es decir, los cuerpos
265 geométricos que tienen. Y salen rodando las esferas]. Claro, las esferas
266 como ruedan... Bueno, pues va a salir mi amigo E13 que está súper inspiradísimo y va a
267 hacer lo mismo que está aquí, E13, lo vas hacer tú encima de la silla. ¿Qué es lo primero
268 que tenemos, E13?

269 E13: una pirámide

270 J: y **la tienes que poner igual que está puesta ésta.** Fíjate bien.

Comentado [AMED3]: S3-u3

271 E13: [coloca la figura correctamente]

272 J: pero de verdad, que maravilla. Al lado, ¿qué tenemos?

273 E13: un cubo

274 J: un cubo... ¡no! no, al lado no hay un cubo ¿qué hay? Mira bien

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

275 E13: [no dice nada]

276 J: hay un ...pris...

277 E13: prisma

278 J: Venga, pues búscalo. Y lo tienes que poner...Bueno, ¿Cómo crees que lo tienes que
279 poner?

280 E13: [coloca el prisma]

281 J: y, por último, ¿Qué tenemos?

282 E13: una esfera

283 J: E13, ¿qué es esto?

284 E13: no lo sé

285 J: ¿Cómo que no lo sabes? Si te lo sabes todo, ¿Qué te ha pasado? Bueno, búscame uno
286 igual que éste [señalando el cilindro]

287 E13: [coge un cilindro de entre todas las figuras de madera]

288 J: ¿esto qué es? Un ... ¿qué?

289 E13: [no dice nada]

290 J: Chicos, decírselo ustedes ¿esto qué es?

291 Es: cilindro

292 J: cilindro E13. Colócalo.

293 E13: [coloca el cilindro]

294 J: Chicos, ¿es igual el dibujo que teníamos en la tarjeta, igual que lo que E13 ha
295 hecho?

296 Es: sí

297 J: ¿ha puesto igual la pirámide?

298 Es: sí

299 J: fijarse que este lado que es más largo lo ha puesto igual aquí. Muy bien E13. Un
300 fuerte aplauso para él.

301 Todos: [aplauden]

302 J: Pero que pasa... que ese era muy fácil, pero ahora vamos a ponerlo un poquito más
303 difícil. [coloca otra tarjeta y tomando la de antes les pregunta] ¿es igual?

Comentado [AMED4]: S3-u4

Comentado [AMED5]: S3 u5

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3



304

305 Es: no

306 E8: es tumbado

307 J: a ver qué piensa cada uno. E11, ¿tú piensas que éste es igual que éste?

308 E11: no

309 J: E8, ¿tú piensas que éste es igual que éste?

310 E8: no

311 [repite la misma pregunta a varios alumnos]

312 J: ¿hay alguien que piense que esto es igual que esto?

Comentado [AMED6]: S3 u6

313 Es: no

314 J: Nadie lo piensa. ¿Todo el mundo piensa que es diferente? Bueno, pues...

315 E7: éste está tumbado y éste está de pie

316 J: uno está tumbado [señalando la tarjeta correspondiente] y otro está de pie.

317 Pero pregunto: ¿aquí hay las mismas formas geométricas que aquí?

Comentado [AMED7]: S3 u7

318 Es: sí

319 E10: sí, pero están tumbadas y ahí están de pie



320

321 J: aquí se ven de una forma y aquí se ven de otra, pero ¿son las mismas?
322 [señalando la tarjeta nueva repasa con ellos las distintas piezas que
323 ahí se encuentran] aquí ¿qué tenemos?

Comentado [AMED8]: S3 u8

324 E10: un trozo de pirámide

325 Es: pirámide

326 J: ¿y aquí? [señalando la tarjeta anterior]

327 Es: pirámide

328 J: ¿y aquí qué tenemos?

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

329 Es: prisma
330 J: ¿y aquí? [señalando la tarjeta anterior]
331 Es: prisma
332 J: ¿y aquí? [señalando la tarjeta nueva]
333 Es: cilindro
334 J: ¿y aquí? [señalando la tarjeta anterior]
335 Es: cilindro
336 J: son las mismas, lo que pasa es que aquí se ve desde una perspectiva, una manera, y
337 aquí se ve de otra manera. Por ejemplo, venga usted para acá, E12. Que venga para acá
338 E1. Ponte ahí E12. E1, ¿tú ves a E12?
339 E1: sí
340 J: ¿lo estás viendo? ¿Cómo lo estás viendo?
341 E1: jajaja
342 J: De frente tuya, ¿no? Ponte encima de la silla, E1
343 E1: [la alumna se sube encima de la silla] jajaja
344 Es: jajaja
345 J: ¿ves a E12 o no ves a E12?
346 E1: sí
347 J: ¿lo ves igual que antes?
348 E1: no
349 J: Ahora lo ves de otra manera, ¿no? Y ahora, E1, [el profesor coge a la alumna,
350 para que ésta lo vea desde arriba], ¿ves a E12?
351 E1: sí
352 J: ¿E12 se ha movido de su sitio? No. E1 siempre ha visto a E12 lo que pasa es que lo
353 ha visto desde sitios diferentes, desde formas diferentes. Ven para acá E11. Tumbate en
354 el suelo E11. Sí, así, tumbado E11. Mira a E12, ¿ves a E12?
355 E11: no
356 J: ¿no ves a E12? ¡Mira a E12! ¿ves a E12?
357 E11: si

Comentado [AMED9]: S3 u9

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

358 J: [el profesor levanta al alumno]. ¿ves a E12? [los dos niños de frente]
359 E11: si
360 **J: ¿lo ves igual que antes o distinto?**
361 E11: igual que antes
362 J: ¿lo estás viendo igual? ¿Tú cuando estabas tumbado en el suelo veías a E12 igual que
363 lo estás viendo ahora?
364 E11: si
365 J: Veías a E12, pero ¿lo veías de la misma forma que cuando estabas así tumbado?
366 E11: no
367 J: [el profesor pone encima de la silla a E11]. Mira a E12, ¿lo ves?
368 E11: si
369 **J: ¿lo estás viendo igual ahora mismo que cuando lo veías cuando estabas tumbado**
370 **en el suelo?**
371 **E11: si**
372 **J: ¿sí? ¿Cuándo estabas tumbado en el suelo le veías a E12 los pelos?**
373 **E11: no**
374 **J: [el profesor coge al alumno, para que éste lo vea desde arriba], ¿ves**
375 **a E12? ¿lo ves?**
376 **Es: jajaja**
377 **E11: no**
378 **J: chiquillo, está ahí, ¿no lo ves? ¿ves a E11 igual que cuando estabas tumbado?**
379 **E11: no**
380 **J: chicos, hemos visto que a E12 lo podemos ver desde distintas formas, desde un**
381 **lado, desde otro, desde arriba, desde más arriba todavía, ... estas figuras**
382 **geométricas son las mismas, lo que pasa es que en una tarjeta se la he hecho de una**
383 **manera y en la otra tarjeta se le ha hecho de otra manera, pero son las mismas. Un**
384 **triángulo, o sea, un...**
385 Es: pirámide
386 J: una pirámide, un prisma y un cilindro. ¡Vale! Las quitamos...bueno, espérate,
387 espérate. Para verlo igual, [coge las fichas y lo construye de nuevo en la
388 silla] como muy bien lo puso antes E13...para verlo igual...chicos, si lo vemos así, lo
389 vemos igual que... ¿en qué tarjeta? ¿ésta o ésta?

Comentado [AMED10]: S3 u9

Comentado [AMED11]: S3 u10

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

- 390 Varios Es: ahí [señala la construcción de frente]
- 391 J: vamos a ponernos de pie. ¿ahora la estamos viendo igual que aquí o que aquí?
- 392 E7: igual que aquí [señala la primera construcción, es decir, de frente]
- 393 J: ¿Qué aquí? E7, mírala. ¿Qué la estás viendo igual que aquí o que aquí? Bueno, vamos
394 a sentarnos. Yo os voy llamando. Nos sentamos. Que vengan los niños de ese banco y lo
395 veis desde ahí. Así. ¿ahora como lo estamos viendo?
- 396 E10: igual que aquí [tarjeta que está tomada desde arriba]
- 397 Varios Es: [señalan la tarjeta que está de frente]
- 398 J: oh, oh. ¿igual que aquí? Yo estoy de acuerdo con E10. Chicos, lo estamos viendo
399 desde arriba, mirarlo. Fijarse. Lo estamos viendo desde arriba. Sentarse, sentarse. Los
400 niños de este banco, que vengan para acá. Lo vamos a ver desde arriba. Miramos para
401 abajo. ¿Qué lo estamos viendo igual que aquí o igual que aquí?
- 402 Es (de ese banco): [señalan la tarjeta que está de frente]
- 403 J: ¿igual que aquí? [me mira extrañado y me dice: todos dicen que desde
404 aquí ¿por qué?] No, igual que aquí. Mira E6, lo estamos viendo desde arriba, mirarlo
405 bien. Fijarse. Sentarse en el banco. Ahora los niños que están sentados en el suelo,
406 venirse para acá. Bueno, no, vamos a hacer una cosa. Sentarse en el suelo y miramos las
407 figuras geométricas en la silla. ¡Las miramos! ¿qué las estáis viendo ahora mismo igual
408 que aquí o igual que aquí? ¿igual que aquí? [señalando la tarjeta con las
409 figuras de frente]
- 410 Es: si
- 411 J: ahora mismo la estamos viendo igual que aquí [señalando la tarjeta con las
412 figuras de frente]. ahora poneros de pie, que las vamos a ver desde arriba, a ver si
413 es igual que aquí o aquí. Vamos a ver si la vemos igual que la fotografía 1 [desde
414 arriba] o fotografía 2 [de frente]. ¿Qué lo vemos igual que la foto 1 o la 2?
- 415 E8: que la 1
- 416 E4: 2
- 417 J: que la 1, ¿no? E4 dice que la ve como la figura 2. E17 tú como el uno, ¿no? E22, ¿tú
418 como la figura 2 lo estás viendo ahora? ...Chicos, nos sentamos y vamos a poner otra
419 tarjeta. [ruido mientras el profesor busca otra tarjeta que colocar] Ui,
420 que ruido. Cuando yo llegue al número 3 no voy a escuchar a nadie. 1, 2 y 3. Ya he
421 llegado al 3.



422

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

423 Vamos a pegar otra tarjetita y va a salir otra niña u otro niño.

424 Es: yo, yo

425 J: Va a salir un niño que hoy no lo he escuchado para nada. Chicos, vamos a ver que
426 tenemos por aquí... tenemos un ...

427 Es: cubo

428 J: tenemos un ...

429 Es: prisma

430 J: tenemos un ...

431 Es: prisma

432 J: prisma, tenemos un prisma y aquí tenemos otro ¿qué le pasa a este prisma?
433 [señalando sobre la tarjeta]. Tenemos dos prismas, lo que pasa es que este
434 prisma está apoyado sobre... ¿qué?

435 E9: ahí

436 J: sí, pero ¿esto qué es? [toma un prisma de madera para explicación y señala
437 sobre la base del prisma]

438 E9: cuadrado

439 J: un cuadrado, muy bien. Y este prisma está apoyado sobre ...

440 E10: sobre el suelo

441 J: ¿sobre qué está apoyado este prisma? ¿esto qué es? [señalando del prisma de
442 madera el rectángulo]

443 E10: rectángulo

444 J: un rectángulo. E6, E17, E20 no estáis atendiendo. Chicos, repetimos. Este prisma está
445 apoyado sobre el cuadrado y este prisma está apoyado sobre el rectángulo

446 E10: sobre el suelo

447 J: o sea, está apoyado en el suelo, pero está apoyado sobre la parte que es un rectángulo.
448 **Son los dos prismas, pero uno está apoyado de una manera y otro de otra.** Y, por
449 último, arriba, ¿qué tenemos?

450 Es: un cilindro

451 J: va a salir hacer el mismo dibujo, pero aquí encima de la mesa pues...

452 Es: yo

Comentado [AMED12]: S3 u11

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

453 J: No, un niño que hoy no ha participado, E18. **E18, te tienes que fijar muy bien en las**
454 **figuras geométricas que tenemos aquí para tú ponerlas aquí [se refiere sobre**
455 **la silla]. Vale, E18. ¿qué es lo primero que tienes que coger?**

Comentado [AMED13]: S3 u 12

456 E18: silencio

457 J: búscalo, E18.

458 E18: coge la pieza

459 J: eso es, y ¿eso qué es?

460 E18: silencio

461 J: ¿no lo sabes?

462 E18: silencio

463 J: chicos, E18 lo ha cogido porque lo ha visto igual pero no sabe cómo se llama.
464 Decírselo.

465 Es: un cubo

466 J: pues ponlo

467 E18: pone sobre la silla el cubo (lo ha tomado del mismo color)

468 J: y ¿qué tienes que poner ahora? Búscalo.

469 E18: [el alumno coge un prisma, pero de base rectangular]

470 J: no, pero ese...

471 E10: está muy planito

472 J: bueno, ponlo E18.

473 E18: coloca el prisma (en la misma posición en la que está en dibujo, apoyado sobre su
474 base. Lo único es que la base de este prisma no es un cuadrado como la de la tarjeta)

475 J: ¿qué más E18?

476 E18: coge un prisma (esta vez sí de base cuadrada y haciendo coincidir el color y lo coloca
477 correctamente, apoyado sobre un lateral)

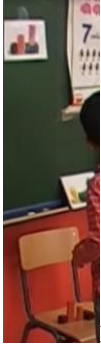
478 J: ¿qué más E18?

479 E18: coge un cilindro y lo coloca (pero lo coloca en la silla, no sobre el prisma)

480 J: E18, ¿ya has terminado?

481 E18: mira al profesor

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3



- 482 J: E18, mira la fotografía y ahora mira lo que has puesto ¿es igual?
- 483 E18: no
- 484 J: ¿no? ¿Qué es lo que está mal? O ¿qué has hecho tú para que no sea igual la fotografía
- 485 a lo que tú has puesto en la silla?
- 486 E18: mueve las piezas
- 487 J: fíjate bien, E18. Fíjate en el cilindro. El cilindro en la fotografía ¿dónde está?
- 488 E18: señala el cilindro de la fotografía
- 489 J: sí, se que está ahí, pero ¿qué tiene el cilindro abajo?
- 490 E18: señala el prisma sobre la foto
- 491 J: ese ¿qué es?
- 492 E18: prisma
- 493 J: el cilindro tiene debajo un prisma. ¿tú has puesto debajo del cilindro un prisma?
- 494 E18: no
- 495 J: pues ponlo para que sea igual
- 496 E18: modifica las piezas de la silla, colocando el cilindro encima del
- 497 prisma
- 498 Es: sí [aplauden]
- 499 J: sí. Nos sentamos E18. Le damos un aplauso a E18
- 500 Todos: [dan aplauso]
- 501 J: Y yo ahora pregunto, ¡ojo!. ¡ojo! Porque esta pregunta es para niños o niñas
- 502 inteligentes ...
- 503 E10: para todo el mundo

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

504 J: para todo el mundo, pero, vamos, ésta el que la acierte sí que es un calamar de verdad.
505 Vamos a recitarle a la señorita la poesía del calamar porque se habrá quedado pensando
506 que es esto del calamar. Venga, ¿le recitamos a la señorita la poesía?

507 Es: sí

508 J: Hay una escuela...

509 Todos: Hay una escuela en el fondo, en el fondo del mar y ahí los pececillos van a
510 estudiar. El que más aprende es el calamar y el que menos sabe, no se sabe, no se sabe
511 ni la a.

512 J: Chicos, nos fijamos en la fotografía, donde teníamos el cubo, el prisma, el cilindro y
513 otro prisma. Nos fijamos en la fotografía y en lo que ha hecho E18. ¿es igual?

514 Es: sí

515 J: voy a preguntar, uno por uno, y me tenéis que decir...

516 E7: no, porque no están juntos

517 J: que no están tan juntitos, pero eso no tiene nada que ver, lo juntamos un poquito más
518 [junta las figuras para que quede igual que las de la tarjeta]



519

520 Los colores dan igual, los colores dan igual. Voy a ir preguntando uno por uno, el que
521 piense que no es igual, pues que me diga: No maestro, yo pienso que no es igual y que
522 me lo explique. E7, ¿es igual la foto a lo que ha hecho E18?

523 E7: sí

524 J: E12 ¿es igual?

525 E12: sí

526 [le pregunta a toda la clase, uno por uno, y todos contestan que sí]

527 J: y mi última oportunidad, la última oportunidad, porque es la última niña y ... en la
528 que más confío. E10, ¿es igual la fotografía a la silla? o ¿hay una pequeñita cosa que no
529 es igual en la fotografía [señalando al prisma vertical de la tarjeta] a la
530 silla? E10, ¿es igual o no es igual?

531 E10: Sí

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

532 J: ¿es igual?

533 E10: Sí

534 J: Nadie se ha dado cuenta ...

535 E5: ya, ya lo sé

536 J: ¿el qué? Dilo.

537 E5: [el niño se acerca a la construcción y señala el prisma] Esto que
538 está plano

539 E10: ¿que está plano, ha dicho?

540 J: Ah, E5, ¿tú me estás a mí diciendo que este prisma no es igual que este
541 prisma?[señalando primero sobre la construcción y luego sobre la foto]

542 E7: no, porque no es celeste

543 J: No, E7, hemos dicho que los colores nos daban igual. Los colores son lo mismo, nos
544 fijamos en la forma. E5, tú me estás diciendo que éste [coge el prisma] no es igual
545 que éste [señalando la foto].

546 E10: No, porque ...

547 J: éste de aquí [refiriéndose al prisma que tiene en la mano], este rectángulo
548 de aquí, ¿sus caras que son?

549 E10: rectángulos

550 J: ui, yo he dicho rectángulo. Este prisma de aquí, ¿sus caras que son?

551 E17: grandes

552 J: sí, pero ¿Qué son?

553 E10: rectángulos

554 J: y esto ¿qué es?

555 E10: rectángulo

556 J: y esto ¿qué es? [señalando en el prisma un rectángulo de la base]

557 E10: rectángulo

558 J: y esto ¿qué es?

559 E10: rectángulo

560 J: Todos sus lados son ...

Comentado [AMED14]: S3 u 13

Comentado [AMED15]: S2 u 14

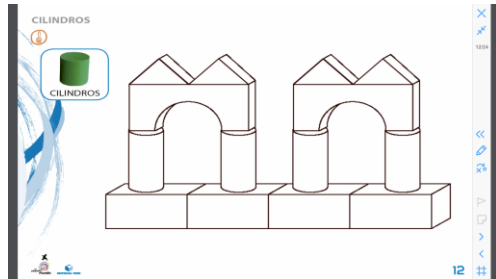
Comentado [AMED16]: S3 u15

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

561 E7: planitos
562 J: bueno, son planos. Todos los lados de este prisma son ...
563 E6: rectángulos
564 J: fuerte
565 Es: rectángulos
566 J: y yo pregunto: ¿en este [señalando la foto] prisma todos sus lados son
567 rectángulos? [señalando la base del prisma] ¿esto qué es?
568 E5: cuadrado
569 J: Muy bien, E5. Este prisma no es igual que éste, porque este prisma, todos sus lados
570 son rectángulos y en éste [señalando la foto] hay dos lados, el de arriba y el de
571 abajo, que son... ¿qué?
572 E7: cuadrados
573 J: [coge de entre las piezas de madera un prisma de base cuadrada y
574 mantiene en la otra mano el prisma de base rectangular] ¿son iguales éste y
575 éste?
576 Es: no
577 J: aparte de que uno es más alto que otro
578 E1: uno es más plano que otro
579 J: uno es más fino, más delgado, más plano porque es un rectángulo
580 E6: igual que tiene caminitos y piquitos
581 J: aristas y piquitos sigue teniendo. Chicos, tenía que haber puesto. E18, tenías que
582 haber puesto éste, que tenía la base de cuadrados. Lo ponemos, vale. Ahora, ¿ya es
583 igual?
584 Es: sí
585 Ahora los alumnos se sientan en su sitio y el profesor reparte los
586 libros de matemáticas. Los alumnos deben abrir el libro por la página
587 12, ficha 12.

Comentado [AMED17]: S3 u16

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3



588

589 J: E22, ¿por qué está formado el castillo?

590 E22: por dos cilindros

591 J: está formado...mirar, nos vamos a fijar en el castillo de aquí [señalando la parte
592 izquierda del dibujo]. En el castillo de la izquierda, vale. El castillo está formado
593 por dos ... [señalando sobre el libro los objetos a los que quiere que los
594 alumnos den nombre]

595 E10: cilindros

596 J: por dos...

597 E13: prisma

598 J: ¿esto qué son?

599 E10: prismas

600 J: por un ... ¿qué?

601 Es: puente

602 J: por un puente y por dos ... ¿qué?

603 Es: pirámides

604 J: dos pirámides, muy bien. Vamos a repetirlo porque hay niños que no me han
605 escuchado. E18 atiende. Son dos castillos iguales, el castillo de la izquierda o el castillo
606 de la derecha está formado por dos pirámides, un puente, dos cilindros y dos ...¿qué?

607 E10: prismas

608 J: pues vamos a colorear de los dos castillos, solo los cilindros. ¿coloreo las pirámides?

609 Es: no

610 E5: los puentes, no

611 J: ¿coloreo los puentes?

612 Es: no

Anexo 1. Transcripción de cada una de las observaciones de aula
A1.3. Transcripción S3

- 613 J: ¿coloreo los prismas?
- 614 Es: no
- 615 J: ¿coloreo los cilindros?
- 616 Es: sí
- 617 J: ¿cuántos cilindros hay?
- 618 Es: 2
- 619 J: 2 en un lado del castillo, pero en el otro...¿cuántos hay en total?
- 620 Es: 4
- 621 J: hay 2 y 2, ¿cuántos son?
- 622 Es: 4
- 623 J: vamos a poner 2 en una mano y 2 en otra mano. ¡Vamos a contarlo! 1, 2, 3 y 4. 2 y 2
- 624 ¿cuántos son?
- 625 Es: 4
- 626 J: tenemos 4 cilindros, pues vamos a colorear los 4 cilindros. Lo va a colorear del color
- 627 que más le guste a cada uno, vale.

A1.4. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José.

[S4]

J: José (profesor)
Ex: Estudiante x
Es: todos los estudiantes
INV: Investigadora

Comienza la clase pasando lista, y adivinando cuantos son si ha faltado un alumno. Después ya pasan a la zona donde se reúnen, asamblea, y repasan los números con tarjetas y calculo mental. A continuación, pasa a la explicación de la parte de geometría¹.

- 1 J: Vamos a hacer estampaciones que todavía este año no la hemos hecho.
- 2 Es: bien
- 3 J: Vamos a coger, como hicimos el año pasado, las figuritas que tenemos en la caja. Que
- 4 tenemos...¿qué figuras tenemos?
- 5 E8: El cubo
- 6 E5: El cilindro
- 7 E9: El prisma
- 8 E15: el cuadrado
- 9 E9: rectángulo
- 10 J: no
- 11 E7: la esfera
- 12 E6: el puente
- 13 E10: La pirámide
- 14 J: muy bien, ya habéis dicho las cinco. [repasa las que ha trabajado]. Tenemos el
- 15 cubo, prisma, cilindro, esfera...
- 16 E6: el puente
- 17 J: el puente no. A ver, tenemos el cubo, el prisma, la esfera, la pirámide y el cilindro.
- 18 Los 5. Ha habido un niño, E15, que ha dicho que una de las figuras que tenemos en la
- 19 caja es el cuadrado. Otros habéis dicho el rectángulo. El cuadrado y el rectángulo ¡No!

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

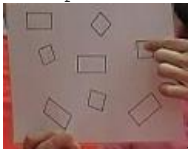
20 Aquí no tenemos ni cuadrado ni rectángulo. Tenemos prismas, cubos, esferas...Y el
21 cuadrado, ¿de dónde sale el cuadrado E15?

22 E7: De la pirámide

23 J: De la pirámide nos puede salir un cuadrado, muy bien, pero, ¿de dónde más nos podía
24 salir un cuadrado? Pensar

25 E3: De un cubo

26 J: E3, bravo por ti. Muy bien chicos, mirar [saca una tarjeta donde vienen las
27 estampaciones de las distintas figuras de madera que usan]



28 Aquí si tenemos lo que tú has dicho E15.

29 E10: que guay

30 J: ¿Qué es esto? [señalando un cuadrado]

31 E8: **Un cubo**

Comentado [AMED1]: S4 u1

32 E10: Un cuadrado

33 J: **No, esto no es un cubo, es un cuadrado**

34 **E5: Pues se parece**

35 **J: Sí, se parecen porque el cuadrado viene del cubo.** Y esto ¿qué es? Un ¿qué?
36 [señalando un rectángulo]

Comentado [AMED2]: S4 u2

37 E10: Un rectángulo

38 J: Muy bien. Tenemos el cuadrado y el rectángulo. El cuadrado hemos dicho que viene
39 del cubo y el rectángulo ¿de dónde viene?

40 E10: Del prisma

41 J: del prisma, muy bien. Lo dejamos ahí y ahora vamos a ...[coloca todas las
42 figuras de madera en el suelo]. Nos falta las esferas, las coge E4, vale. E4 solo.

43 [...]

44 J: **¡Chicos! Va a venir mi amigo E11 y, para que nosotros veamos, de donde viene**
45 **un cuadrado y de donde viene un rectángulo.** E11, que es una maravilla nos lo va a
46 demostrar. E11 va a coger una de las figuras que tenemos aquí [señalando las
47 piezas de madera que las tiene en el suelo]. La que él crea ...la pirámide, el
48 prisma, el cubo, la esfera, el cilindro. El va a coger la que él crea y la va a poner encima
49 del cuadrado o del rectángulo [tarjeta donde vienen representados cuadrados

Comentado [AMED3]: S4 u3

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

50 y rectángulos]. Vamos a ver, E11, esto ¿qué es? [señalando sobre la
51 tarjeta] ¿un cuadrado o un rectángulo?

Comentado [AMED4]: S4 u4

52 E11: un cuadrado

53 J: un cuadrado, muy bien E11. Chócala. Pues ahora E11 tú vas a coger la figura que
54 creas, de la que sale ese cuadrado. ¿de dónde crees que sale ese cuadrado?

55 E11: [no contesta]

56 J: Por ejemplo, [coge un cilindro], ¿de aquí sale un cuadrado?

Comentado [AMED5]: S4 u5

57 E11: no

58 J: Ponlo encima, a ver si coincide.

59 E11: [coloca el cilindro encima de un cuadrado]

60 J: no, no coincide. Para fuera el cilindro. A ver, coge la que tú creas... la figura
61 geométrica que tú creas que nos va a dar el cuadrado. ¿Cuál crees tú qué es? Coge
62 una E11, y si no te ayudamos. No te preocupes, venimos a aprender. El que se
63 equivoque no pasa nada. Yo me enfado con los niños que no atienden no con los que se
64 equivocan.

Comentado [AMED6]: S4 u6

65 E11: [coge un cubo y lo coloca encima de un cuadrado]

66 E8: sí

67 J: Muy bien, pero ponla derechita. Ahí, muy bien. Un aplauso para E11. Siéntate E11.



68

69 J: E12, vamos a ver, aquí que tenemos ¿un cuadrado o un rectángulo? [señalando
70 sobre la tarjeta un rectángulo]

71 E12: un rectángulo

72 J: un rectángulo, muy bien. Ahora vamos a buscar de qué figura geométrica podemos
73 sacar ese rectángulo.

74 E12 [coge un prisma de los bloques de madera y se lo enseña al profesor]

75 J: a ver, ponlo encima a ver si coincide (con esta actividad pretende que el alumno lo
76 coloque también en la posición correcta, por donde sale el rectángulo)

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4



77 E12: coloca el prisma correctamente

78 J: un aplauso para E12.

79 Es: aplauden

80 J: y ahora va a venir E17. E17, ahí tenemos rectángulos y cuadrados. **Te recuerdo E17**
81 **que los rectángulos no son iguales por todos los lados, que los cuadrados son**
82 **iguales por todos los lados, pero los rectángulos tienen dos lados que son más**
83 **largos.** Vale E17, ¿Cuál es el rectángulo E17?

Comentado [AMED7]: S4 u7

84 E17: señala un rectángulo de la tarjeta

85 J: muy bien, muy bien. Ahora yo te voy a enseñar un prisma [coge un prisma de las
86 figuras de madera] y un cubo [tomando un cubo de las figuras de madera].
87 **Mira este cubo está lleno de... ¿qué son sus caras, chicos?**

Comentado [AMED8]: S4 u8

88 Es: cuadrados

89 **J: cuadrados, sus caras son cuadrados. Y del prisma, sus caras ¿qué son?**
90 **Cuadrados, pero ¿qué son las otras caras? Tiene caras que son cuadrados, como**
91 **ésta y ésta, pero sus otras caras ¿qué son?**

Comentado [AMED9]: S4 u9

92 **E9: rectángulos**

Comentado [AMED10]: S4 u10

93 J: **E17, vamos a poner la cara del rectángulo en el rectángulo**

Comentado [AMED11]: S4 u11

94 E17: coloca el prisma correctamente sobre la tarjeta

95 J: un aplauso

96 Es: aplauden

97 J: Ahora E17 vamos a poner el otro. Ahora vamos a coger el cubo, y todas sus caras son
98 iguales, todas sus caras ¿qué son?

99 E10: cuadrados

100 J: cuadrados, pues coge el cubo y por cualquier cara lo pones en el cuadrado para que
101 veamos nosotros como del cubo sale el cuadrado.

102 E17: coloca el cubo correctamente sobre la tarjeta

103 J: muy bien E17. Otro fuerte aplauso

104 Es: aplauden

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

105 J: Ahora, va a salir al estrado, E2. E2, mira, coge, de todas las figuras que tenemos ahí,
106 coge un prisma. ¿te acuerdas de cómo son los prismas, E2?

107 E2: sí

108 J: pues coge un prisma

109 E2: [la alumna coge un prisma y lo coloca sobre un rectángulo]

110 J: A E2 no ha habido que explicarle nada. Ella sola lo ha puesto. Maravilloso E2. Y lo
111 ha puesto por donde es. Bueno chicos, maravilloso. Lo estamos poniendo además por
112 donde es, porque si yo cojo el prisma y digo: “los rectángulos vienen del prisma, lo voy
113 a poner encima” y hago así [coloca sobre la tarjeta, en lo que es un
114 cuadrado, un prisma pero por una de sus caras rectangulares]

115 E9: muy mal. Fatal.

116 J: muy mal ¿por qué? Porque he puesto el prisma

117 E9: por el cuadrado

118 J: el prisma por la cara del cuadrado. Muy bien E9. Lo tengo que poner ¿por qué cara?

119 Varios Es: esa

120 J: lo tengo que poner por la cara del rectángulo. Os recuerdo...

121 E5: pero si no tienen ojos

122 J: Ya E5 pero se llaman caras. Os recuerdo que las formas geométricas tenían las
123 ...[señalando sobre las aristas de un prisma] ¿cómo se llamaba esto?

124 E3: caras

125 J: no, esto ¿cómo se llamaba? A...

126 E1: Artista

127 J: Arista. Que tiene aristas y tiene caras

128 E6: tiene piquitos

129 J: Los piquitos, las aristas y las caras. El prisma tiene caras que son cuadrados y caras
130 que son rectángulos. Lo habéis hecho muy bien. Habéis puesto el rectángulo por la cara
131 del rectángulo, porque a lo mejor algún niño hubiera dicho: “ah, así” [coloca sobre
132 la tarjeta, en lo que es un cuadrado, un prisma pero por una de sus
133 caras rectangulares].

134 E9: muy mal. Fatal.

135 J: Hombre, muy mal, no. Se habríais equivocado y ya está.

136 E8: [sale y lo coloca bien]

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

137 J: así sí. Yo voy a decir una cosa. **Ahora, yo le voy a dar un prisma a**
138 **E10: a E10**
139 **J: venga, a mi amiga E10 mismo. Le voy a dar un prisma a mi amiga E10 [coge de**
140 **las figuras un prisma de base cuadrada] pero, no para que lo ponga en el**
141 **rectángulo... E10, si no lo pongo en el rectángulo ¿dónde lo tengo que poner?**
142 **E10: en el cuadrado**
143 J: en el cuadrado. **Y ¿cómo lo tengo que poner para que de este prisma me salga un**
144 **cuadrado?**
145 **E10: por aquí [señalando el cuadrado]**
146 **J: muy bien, por esa cara. Fantástico. Chicos, como podemos ver, como podemos**
147 **ver de los prismas no solamente salen los rectángulos, sino que también salen los**
148 **cuadrados. Pues ahora vamos a hacer una cosa, vamos hacer un pipi, el niño que se**
149 **quiera quitar la chaqueta que se la quite, el que quiera beber agua que la beba y cuando**
150 **volvamos vamos a coger la pintura y vamos a estampar.**
151 Es: bien
152 [...]
153 J: ahora vamos hacer estampaciones. ¿cómo las vamos hacer? Nos vamos a sentar todos
154 y todas mirando a la pizarra. Organización por favor. [organiza a los alumnos
155 para que todos vean la pizarra. También organiza lo que va a
156 trabajar]. E10, coge un folio de ahí donde pone folio. Fo Fo
157 E9: la F y la O
158 J: LI
159 E9: la L y la I
160 J: y la S al final. Folios porque hay muchos, si fuera uno sería folio, pero como hay
161 muchos es folios. Seguimos organizándonos. E1, tráeme el fiso, ¿sabes lo que es el fiso?
162 E1: sí
163 J: tráemelo por favor. El fiso es un cilindro [coloca el folio en la pizarra]. E16
164 tráeme un pincel.
165 Va pidiendo a los alumnos que traigan cosas para poder hacer las
166 estampaciones
167 [...]
168 J. va a salir un alumno que se haya portado bien, que no haya molestado nada. Mira E6
169 que me ha gustado mucho hoy. E6 vas a coger la figura que tú quieras y lo vas a pintar
170 por donde tú quieras y nos vas a explicar luego que es lo que has estampado. E6 ¿cuál
171 quieres coger? ¿Cuál te gusta a ti?

Comentado [AMED12]: S4 u12

Comentado [AMED13]: S4 u13

Comentado [AMED14]: S4 u14

Comentado [AMED15]: S4 u15

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

172 E6: toma un prisma de las figuras de madera

173 J: y ¿por dónde lo quieres estampar?

174 E6: señala el rectángulo del prisma de base cuadrada que ha cogido

175 J: muy bien

176 E6: lo pinta

177 J: muy bien, ahora deja el pincel ahí y ahora E6 lo estampas

178 E6: ¿dónde?

179 J: chiquillo en el papel, para que hemos puesto el papel

180 E6: estampa en el folio (estampa pero le sale mal ya que se ha movido la figura y porque

181 está sobre la pizarra (vertical) que no lo dominan tanto como en el suelo)

182 J: Ains. Chiquillo es que si mueves pues se mueve la pintura y no sale. Dale quietecito,

183 la mano sin moverla.

184 E6: estampa de nuevo

185 J: ains, claro es que se ha quedado sin pintura. Moja la pintura

186 E6: coge de nuevo el pincel y pinta la figura

187 J: no pasa nada. Lo hace otra vez y ya está. Despacito E6

188 E6: estampa

189 J: bueno, más o menos. E6 nos va a explicar que figura has cogido.

190 E6: esfera

191 J: E6 dice que ha cogido una esfera. ¿E6 ha cogido una esfera?

192 Es: no

193 E8: esto es una esfera [cogiendo un cilindro]

194 E4: esto es una esfera [cogiendo una esfera]

195 J: Ains, que me estoy asustando. Todos para atrás. E8, lo que tú has cogido ¿qué es? Un

196 ¿qué? Cógelo otra vez, E8.

197 E8: coge un cilindro

198 E10: cilindro

199 J: no se lo digáis. ¿esto qué es?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

200 E8: un cilindro, que me he equivocado.

201 J: que te has equivocado, no pasa nada. ¡Ya! Venga E6, retomamos. E6, ¿esto es un...?

202 E6: prisma

203 J: un prisma y le has puesto la pintura... Un prisma acuérdate de que tenía muchas caras,
204 y le has puesto la pintura por la cara que es como un ... ¿es un cuadrado esta cara? ¿qué
205 es? Un ¿qué? Lo piensas tranquilo E6, aunque ya lo deberías de saber E6 porque
206 llevamos un rato ya hablando de esto. Si hubieras estado atento lo sabrías. ¿qué ha
207 salido? Mira lo voy a poner yo [estampa el prisma por la cara del
208 rectángulo, quedando más definida que la que había realizado el
209 alumno]. Eso ¿qué es? Un ¿qué?

210 E6: pensativo. No dice nada

211 J: trae el pincel E6. Siéntate. E6 no ha estado atendiendo. Se lo va a decir E11. ¿esto qué
212 es? Un ¿qué?

213 E6: es que no me he acordado

214 J: E6 pero eso es porque no has estado atendiendo. Si hubieras estado atendiendo lo
215 sabrías, porque lo hemos dicho varias veces. E11 ¿eso qué es? Tú lo pusiste antes.

216 E10: rectángulo

217 J: cállate E10. ¿no lo sabes E11? ¿quién lo sabe? ¿Tú lo sabes E14?

218 E14: un rectángulo

219 J: un rectángulo, muy bien E14.

220 Es: yo también lo sabía.

221 J: Va a venir, va a venir E16. E16 va a coger la figura que ella quiera, le va a poner la
222 pintura por donde ella quiera, lo va a estampar y luego, nos va a explicar que es lo que
223 ha hecho. ¿quieres E16?

224 E16: sí [se levanta y va hacia el profesor]

225 J: Coge la figura que tú quieras, E16a. [la alumna coge una figura] Y la pintas por
226 donde tú quieras. Coge pintura. El pincel lo cogemos como si fuera un lápiz, lo
227 cogemos bien.

228 E16: [está pintando la figura que ha cogido]

229 J: Venga, E16. Venga. Soltamos el pincel y ahora, con cuidado, lo estampas en el folio.
230 No te pongas a moverlo como ha hecho E6 que entonces queda una mancha. Lo
231 hacemos así [el profesor se levanta y le ayuda]. Muy bien, E16. Ahora, E16
232 se va a poner aquí y nos va a explicar que figura es la que ha cogido. E16, ¿tú que has
233 cogido? Un... ¿qué?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

234 E16: un cuadrado

235 J: bueno, tú no has cogido un cuadrado. Has cogido un ... ¿esto qué es? Un cubo, un
236 prisma, una esfera... ¿Qué has cogido?

237 E16: un cubo

238 J: muy bien, un cubo. Y cuando lo has estampado ¿qué es lo que te ha salido? Ahora sí,
239 un ...¿qué?

240 E16: un cuadrado

241 J: un cuadrado. Muy bien E16. Un fuerte aplauso.

242 Todos: [aplauden]

243 J: Quien se esté portando mal pues no va a salir. ¿quién va a salir? Pues mi amiga E22
244 que se está portando maravillosamente bien, como siempre. ¿te quieres venir E22?

245 E22:sí

246 J: pues claro que te quieres venir. Vengase usted. Tú vas a coger E22 el que tú quieras y
247 lo vas a pintar por donde tú quieras y lo estampas en el papel. Después nos explicas que
248 ha salido. ¿qué quieres coger?

249 E22: coge un cilindro

250 J: E22 ha cogido una figura, luego nos explicará cual ha sido, ahora E22 va a estampar
251 en el folio.

252 E22: estampa

253 J: ¡Qué bien! Trae. E22 ahora nos va a explicar que figura ha cogido y que le ha salido
254 cuando la ha estampado. ¿qué has cogido?

255 E22: un prisma

256 J: um [hace un gesto de desilusión]. Nadie le dice a E22 lo que ha cogido. Ella
257 lo va a pensar. ¿esto qué es un prisma?

258 E22: niega con la cabeza

259 J: ¿esto rueda?

260 E22: niega con la cabeza

261 J: ¿esto no rueda? Ponlo en el suelo a ver si rueda

262 E22: coloca el cilindro en el suelo y rueda

263 J: ¿esto rueda?

264 E22: sí

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

265 J: los que ruedan ¿cómo son? No le decimos nada. Los que ruedan E22 son las esferas y
266 los ...¿qué?

267 E8: ci

268 E22: cilindros

269 J: Entonces, ¿E22 esto qué es una esfera o un cilindro?

270 E22: cilindro

271 J: un cilindro muy bien. Ha dicho un prisma porque se te ha ido un momentito la
272 cabeza, verdad. Un cilindro, muy bien. Y cuando has estampado el cilindro por la cara
273 de aquí [señalando la base que ha estampado E22, la que tiene pintura] Y
274 el cilindro ¿cuántas caras tiene?

275 Es: 2

276 J: planas tiene 2. Tiene 2 caras planas. Cuando hemos estampado el cilindro por esta
277 cara de aquí, ¿qué nos ha salido?

278 E22: un círculo

279 J: chócala. E7, la llaman E7... ¿quieres venir E7?

280 E7: sí [se pone de pie y se acerca al profesor]

281 J: E7 tú vas a coger, de las figuras que hay ahí, la que a ti te dé la gana, y la vas a pintar
282 por donde a ti te dé la gana.

283 E7: [coge un prisma y le pone pintura]

284 J: y después nos lo tiene que explicar, eso sí, es decir, que lo que vayas a coger, tienes
285 que saber tú muy bien lo que es. E7 no es Velázquez, E7 es más ... Picasso.

286 E7: [se acerca al folio y lo estampa]

287 J: [ruido en la clase] Chicos, 1,2,3. Me callé. Explicanos que figura has cogido.

288 E1: umm

289 J: lo dice ella, los demás...

290 E7: un prisma

291 J: un prisma, pero ¡ojo! Un momento, porque este prisma, E7, este prisma es un prisma
292 especial, bueno, especial no, pero es un prisma diferente a lo que casi siempre cogemos.
293 [coge un prisma de base cuadrada] Casi siempre cogéis este prisma, que tiene
294 muchas caras, unas caras son rectángulos y las otras ...¿qué son?

295 Es: cuadrado

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

296 J: cuadrados, pero es que este prisma, todas sus caras ¿qué son? ¿qué son todas sus
297 caras?

298 Varios Es: umm

299 J: ¿hay aquí algún cuadrado?

300 Es: no

301 J: Veis que esto ¿es un cuadrado?, ¿esto es un cuadrado? [señalando las distintas
302 caras de ese prisma]

303 Es: no

304 J: todas sus caras, ¿qué son?

305 Es: rectángulos

306 J: Rectángulos. Muy bien E9. Todas sus caras son rectángulos. Por lo tanto, E7, ya te
307 hemos dado la respuesta. E7, cuando hemos estampado ¿qué es lo que nos ha salido?
308 Un... ¿qué? ¿eso qué es? [señalando hacia el folio donde la alumna ha
309 estampado la figura]

310 E7: rectángulo

311 J: un rectángulo. Acordarse, que los rectángulos, sus lados no son iguales. ¿éste lado es
312 igual que éste? [señalando sobre la estampación que ha realizado la
313 alumna]. ¿Cómo es este lado? ¿más gran...? ¿más largo o más corto?

314 E1: Más chico

315 J: Yo no he dicho más chico, más grande. He dicho largo o corto. Repito. ¿este lado que
316 es más largo o más corto?

317 Varios Es: corto

318 J: Es más corto. Y este lado es ...

319 Varios Es: largo

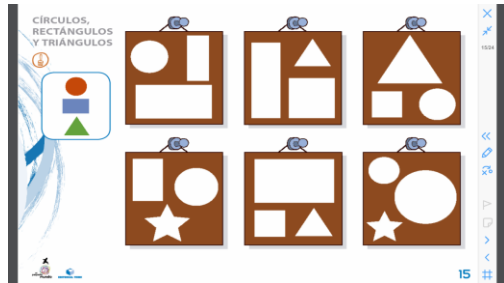
320 J: es más largo que éste. Muy bien. En los cuadrados ¿cómo son los lados? [señalando
321 sobre un cuadrado estampado] ¿este lado cómo es? ¿Más largo, más corto o igual?

322 E10: igual

323 J: Igual. Muy bien. Pues ya estamos cansaditos INV, así que lo vamos a dejar me parece
324 a mí.

325 Se levantan de asamblea, hacen un descanso y ya se sientan cada uno a
326 su sitio. Comienza a explicar el trabajito. Abre el libro por la ficha
327 15. Los alumnos aún no tienen los libros sobre las mesas.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4



328

329 J: esto es muy parecido a lo que acabamos de hacer en la pizarra

330 E10: ¿muy parecido?

331 J: sí, muy parecido. Tenemos el resultado de estampar muchas figuras en un papel. Por
332 ejemplo, aquí[señala el círculo] ¿qué tenemos?

333 Todos: círculo

334 J: Círculo, muy bien. Y ¿aquí? [señalando otra figura, esta vez un rectángulo]

335 E10: un cuadrado

336 J: no, esto no es un cuadrado

337 E9: prisma

338 J: ¿cómo? No, un prisma ¡no!

339 E9: rectángulo

340 Varios Es: rectángulo

341 J: un rectángulo, muy bien. Y ¿aquí?

342 Es: rectángulo

343 J: Ahora nos venimos aquí, al cuadro de abajo. ¿qué tenemos? [señalando sobre el
344 rectángulo]

345 Es: un rectángulo

346 J: señala el círculo

347 Es: un círculo

348 J: señala la estrella

349 Es: una estrella

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

350 J: a éste cuadrado [señalando el rectángulo]

351 Es: prisma

352 J: prisma no, chicos. Aquí no tenemos ni prisma, ni cubos, ni esferas, ni cilindros. Aquí
353 tenemos las figuras ...el resultado de estamparlo.

354 Es: rectángulo

355 J: ¿aquí qué tengo? [señalando sobre el triángulo]

356 E10: triángulo

357 Es: triángulo

358 E6: pirámide

359 J: ¡No! Pirámide no, tenemos un triángulo. Y aquí ¿qué tenemos?

360 Es: un cuadrado

361 J: un cuadrado, muy bien. Nos venimos al siguiente cartel, ¿aquí qué tenemos?

362 E10: un rectángulo gigante

363 J: y aquí ¿qué?

364 E9: un cuadrado

365 J: y aquí ¿qué?

366 E3: una pirámide

367 J: ¡no! Una pirámide no, un triángulo. Nos venimos ahora a éste de aquí [señalando
368 sobre el libro] ¿qué tenemos arriba?

369 Es: un triángulo

370 E10: un triángulo gigante

371 J: un triángulo gigante, ¿y aquí?

372 Es: Círculo y cuadrado

373 J: Círculo y cuadrado, ¿y aquí?

374 Es: Círculo gigante

375 J: [señalando sobre el libro]

376 Es: círculo chico y una estrella

377 J: círculo, círculo y una estrella.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

378 E1: Brilla, brilla la estrellita...

379 Varios Es: brilla la estrellita..

380 J: Brilla, brilla la estrellita...

381 Todos: [cantan la canción de la estrellita]

382 J: venga, nos sentamos. [dirigiéndose al INV: la semana que viene vamos a meter el
383 concepto de figura plana, vale. El concepto como tal de ...]. Chicos, sh,sh, sh. Por
384 favor. Repetimos. Hoy en el trabajito no tenemos cubo, prisma, cilindro, esfera,
385 pirámide... Hoy tenemos lo que resulta de estampar esas figuras en un papel. Tenemos
386 círculos, cuadrados, rectángulos,...

387 E8: estrellas

388 J: estrellas. Lo tenemos que colorear de ¿qué colores?. ¿de qué color se pintan los
389 círculos?

390 E9: rojo

391 J: rojo. Voy buscando los círculos, grandes o pequeños y los pinto de color rojo. Os
392 recuerdo que los círculos los podemos sacar de los cilindros o de las esferas.

393 E5: de lo cilindros, ¡no!

394 J: sí, de los cilindros sí E5. [camina hacia la pizarra el profesor] ¿De dónde
395 nos ha salido el círculo que puso E22? ¿de qué salió? Del cilindro. De la base del
396 cilindro. El cilindro tiene dos caras planas, que son dos círculos.

397 E5: el cilindro rueda

398 J: sí, el cilindro rueda. Bueno, chicos, los rectángulos los vamos a pintar de color

399 E9: azul

400 J: ¡ojo! Los rectángulos, los cuadrados no

401 E1: ¿qué son los rectángulos?

402 J: los rectángulos E1 son los que tienen dos lados más largos que éste y este lado es más
403 largo que éste y que éste [señalando sobre un rectángulo de la ficha]. Esto es
404 un rectángulo. Los cuadrados, los cuadrados ¿cómo tienen sus lados?

405 E10: iguales

406 J: los cuadrados tienen sus lados iguales, los rectángulos no. Este lado es más corto que
407 este otro lado, que es más largo. Pues los rectángulos los voy a pintar de color azul. Y
408 los triángulos

409 [...] Pausa porque le llama la atención a una alumna que no está
410 atendiendo

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

411 J: repito los círculos los voy a pintar de color...

412 Es: rojo

413 J: los rectángulos los voy a pintar de color...

414 Es: azul

415 J: y los triángulos los voy a pintar de color...

416 Es: verde

417 J: no pinto las estrellas,

418 E2: las estrellas amarillas

419 J: no, las estrellas no. E2 hemos dicho no pinto las estrellas, vale E2. Las estrellas las
420 dejamos blancas y no pinto tampoco los cuadrados. ¡ojo! ¡ojo! Escuchar bien esto. No
421 pinto, no coloreo los cuadrados, es decir, no coloreo éste [señalando sobre la
422 ficha] que es un cuadrado porque tiene todos sus lados iguales y no coloreo tampoco
423 éste [señalando sobre la ficha].

424 E9: ni el de abajo tampoco

425 J: es verdad E9 ni éste tampoco [señalando sobre la ficha]

426 E5: y ¿el qué está de pie?

427 J: Sí, los rectángulos los pinto. Si están de pie y si están tumbados también. Éste de
428 azul. Mirar, yo voy a ir señalando todos y ustedes me vais a ir diciendo de qué color lo
429 pinto.

430 Es: rojo

431 Es: azul

432 Es: azul

433 Es: azul

434 Es: rojo

435 Es: no

436 J: cuando llegue a este, blanco, blanco. No lo pinto.

437 [...] [hacen lo mismo con cada figura representada en la ficha]

438 J: chicos, no coloreo ni los cuadrados ni las estrellas. Los rectángulos los pinto azul, da
439 igual si están tumbados o si están de pie. Siguen siendo un rectángulo, aunque esté
440 tumbado o de pie. Vale. E11 es un niño... [alza al alumno] ¿ahora E11 es un niño?

441 Es: sí

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.4. Transcripción S4

- 442 J: y si lo pongo así ¿es un niño? [coloca al alumno horizontal]
- 443 Es: sí
- 444 J: y si lo pongo así ¿es un niño? [coloca al alumno boca abajo]
- 445 Es: sí
- 446 J: es un niño lo ponga como lo ponga. Pues los rectángulos igual, lo ponga como lo
447 ponga es un rectángulo, pues lo pinto de color azul. No pinto los cuadrados. Chicos,
448 repetir conmigo. E17, repite conmigo. ¡No pinto los cuadrados!. E17, repite, ¡No pinto
449 los cuadrados! E17, no pintamos éste, éste ni éste, que son cuadrados.
- 450 E9: ni las estrellas
- 451 J: sí pero las estrellas sé que se ha enterado. E21, no pinto los cuadrados que son
452 [señala cada cuadrado de la ficha]. Esto es un cuadrado, no lo pinto. Éste es un
453 cuadrado, no lo pinto. Esto es un cuadrado, no lo pinto.
- 454 E21: y ¿éste?
- 455 J: éste es un rectángulo y lo pinto de color azul. E19, no pinto éste, éste ni éste que son
456 cuadrados. E4 no pinto los cuadrados
- 457 [Hace igual con varios alumnos]
- 458 Refuerza la ficha con varios alumnos para cerciorarse de que lo hayan entendido todos
- 459 J: a ver, ¿quién más no se ha enterado?
- 460 E3: yo no
- 461 J: E3 no pinto los cuadrados, ni éste, ni éste ni éste, vale. Chicos, hay que abrirlo por la
462 página 15. ¿cómo es el 15?
- 463 E9: el 1 y el 5
- 464 Es: el 1 y el 5
- 465 J: el 1 con el 5. Lo tengo que abrir por la página 15, que es el 1 con el 5.

A1.5. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José.

[S5]

J: José (profesor)

Ex: Estudiante x

Es: todos los estudiantes

INV: Investigadora

Comienza la clase. El profesor llama a los alumnos (que están sentados en sus sitios) para que se vengán a la asamblea. Les dice que se levanten, metan sus sillas y que se sienten en el banco. Primero comienza la clase "haciendo exámenes". El profesor les dice que van a realizar exámenes de números, es decir, le pregunta a un alumno y éste tiene que hacer la operación. A continuación, repasa la escritura de los números del 1 1 9 en la pizarra con varios alumnos. Finalmente se centra en geometría, le pide a un alumno que vaya a la clase de la señorita Inés a por las tarjetas¹.

- 1 J: Pues vamos a hacer construcciones [saca una tarjeta]. Chicos, lo vamos a poner
2 aquí...todo el mundo, para atrás... [Pone las piezas de madera en el suelo y
3 trae una silla para hacer la construcción]. Primera pregunta, ¿están todas
4 iguales? o ¿hay unas más adelante y otras que están más atrás?

5 Varios Es: delante

6 Varios Es: detrás

- 7 J: unos que están más adelante y otros más atrás. Por ejemplo, pregunto: éste cilindro
8 con este cubo, [señalando sobre la tarjeta_ fotografía de la
9 construcción] ¿está adelante o atrás?



10

11 Es: delante

12 J: Efectivamente, está delante. El cubo con el triángulo, ¿está más atrás o está delante?

13 Es: atrás

14 J: más atrás. Y el prisma ¿está en el medio? ¿delante o detrás?

15 Es: en el medio

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

16 J: en el medio, muy bien. Tenemos éste que está adelante, éste que está atrás y el prisma
17 que está en el medio [señalando sobre la tarjeta]. Pues va a salir hacer lo mismo
18 que está aquí ... ¡ajo! Tiene que poner: delante, en el medio y detrás. Cada uno en la
19 misma posición en la que están en la foto. Va a salir mi amigo, E20 [se levanta E20
20 y va hacia el profesor]. E20, te fijas primero en la foto y ahora lo tienes que poner
21 tú ahí. El color da igual, eh, el color da igual. Venga, empezamos. ¿qué es lo que está
22 más adelante?

23 E20: [señala sobre la foto]

24 J: muy bien, pues ponlo tú. Tenemos que coger un...¿qué?

25 E20: cilindro

26 J: muy bien, pues busca un cilindro. Venga, vamos, vamos

27 E20: [el alumno coge el cilindro]

28 J: Y lo pones. Y ahora ¿Qué pones arriba?

29 E20: [el alumno coge el cubo]

30 J: muy bien. Fantástico. Ahora...¿ahora qué viene E20?

31 E20: un prisma

32 J: un prisma, y lo tenemos que poner un poquito más atrás. Pues coge un prisma.

33 E20 [el alumno coge el prisma y a continuación lo coloca sobre una
34 cara de rectángulo pero lo ha puesto girado con respecto al de la
35 foto]

36 J: muy bien, ¡ay! ¡ay!,...bueno, así...el prisma ¿qué está mirando por el rectángulo o
37 por el cuadrado?

38 E20: [el alumno gira el prisma]

39 J: ahí va, está mirando por el rectángulo no por el cuadrado. Y detrás ¿qué hay?

40 E20: [el alumno busca un cubo]

41 J: rojo no lo hay, pues lo coges del color que sea. Lo coges naranja.

42 E20: [el alumno coloca el cubo]

43 J: Fantástico. Muy bien. Y arriba ¿qué lleva?

44 E10: una pirámide veo yo la verdad

45 J: sí, pues ves bien

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

46 E20: [el alumno selecciona la figura y una vez que la coge, con la
47 mano, coloca el prisma de base triangular apoyado sobre un rectángulo,
48 con el triángulo mirando al frente]

49 J: Ahí va, ahí va. Un aplauso para este niño.

50 Todos: [aplauden]

51 J: Nos sentamos, que no escuche a nadie. Siguiente tarjetita. Esta no valía porque ésta
52 estaba tirada. Vamos a coger otra más difícil. Ésta que es más difícil. Estamos
53 aprendiendo muchísimo.

54 Es: yo

55 J: E6, ¿tú quieres?

56 E6: sí

57 J: vamos a ver que tenemos E6. Bueno, la primera pregunta ¿está todo en línea o hay
58 algunos que están delante y otros detrás?

59 E6: en línea

60 J: en línea, muy bien. Están todos seguidos, no hay uno delante y otro detrás. Están en
61 línea. En línea quiere decir que están todos juntos, en el mismo sitio. Vamos a ver E6,
62 que tenemos...[señalando sobre la tarjeta] un ¿qué?

63 E6: cilindro

64 J: ¡toma! [señalando sobre la tarjeta] un ...¿qué?

65 E6: un cubo

66 J: ¡toma! [señalando sobre la tarjeta] un ...¿qué?

67 E10: 2 rectángulos

68 E6: 2 rectángulos

69 J: te has liado. Te has fijado de lo que ha dicho E10 y lo has dicho mal. Venga ¿esto qué
70 es?

71 E6: prisma

72 J: 2 prismas, ¿arriba de los prismas?

73 E6: una pirámide

74 J: ¿y al final?

75 E6: un cubo

76 J: ¡Qué maravilla! Ven para acá.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

77 E6: se acerca al profesor y comienza a coger las figuras que necesita
78 para hacer la construcción

79 J: cada vez que ponga una le vamos a dar un aplauso

80 Es: aplauden

81 E1: ¿y si se equivoca?

82 J: pues le decimos uuhhh

83 El alumno va colocando las piezas en la silla y los alumnos aplauden
84 cada vez que éste coloca una pieza correctamente

85 J: oh, no, no, no!

86 E6: devuelve la pieza al suelo

87 J: no, E6, la has cogido bien lo que pasa es que la tenías que poner correctamente

88 E6: lo coloca bien



89
90 J: ahí va, muy bien. Chicos, ¿lo ha hecho igual?

91 Es: sí

92 Hacen una pausa

93 Continúa la clase

94 J: os acordáis que nosotros hicimos las estampaciones.

95 Es: sí

96 J: eso es. **Pues hoy vamos a hacer, como si hiciéramos las estampaciones, pero en**
97 **vez de hacerlo con la pintura, lo vamos hacer nosotros en la pizarra, que es más**
98 **divertido, aunque es más difícil. Chicos, vamos a hacer las estampaciones nosotros**
99 **en la pizarra, en vez de hacerla con pintura.** Vamos a poner lo que quedaría de
100 estampar las distintas figuras que tenemos. Por ejemplo, por ejemplo, **si yo cojo un**
101 **prisma y lo estampo por aquí** [señalando una de las bases del prisma] **¿qué**
102 **me quedaría?**

Comentado [AMED1]: S5 u1

Comentado [AMED2]: S5 u2

103 E8: un cuadrado

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

104 J: pues lo pongo yo por aquí [dibuja en la pizarra el cuadrado]. Pero si lo
105 estampo por aquí [señalando un rectángulo] ¿qué me quedaría?

106 E7: un triángulo

107 J: tú sí que eres un triángulo. ¿cómo?

108 E7: ains

109 Es: un rectángulo

110 J: [dibuja en la pizarra un rectángulo]. Chicos, recordamos que los cubos
111 [señalando el cuadrado] , perdón, que los cuadrados, sus lados ¿cómo eran?

112 **E8: todos iguales**

113 J: iguales, pero ¿los del rectángulo ...? No está atendiendo E4, por supuesto no está
114 atendiendo E17, ... **En el rectángulo ¿son todos iguales?**

115 Varios Es: sí

116 J: [se muestra sorprendido]

117 Es: no

118 J: ¿éste es igual que éste? [señalando sobre el rectángulo que ha pintado en
119 la pizarra]

120 Es: no

121 J: ¿éste es más largo o más corto? [señalando sobre el lado largo del
122 rectángulo]

123 Es: largo

124 J: y éste ¿cómo es? [señalando sobre el lado corto del rectángulo]

125 Es: corto

126 J: Más corto. **En el cuadrado son todos iguales [señalando el cuadrado] . En el**
127 **rectángulo no [señalando el rectángulo] .** Vamos a contar cuantos lados tiene
128 [sobre el cuadrado]

129 Todos: 1, 2, 3, 4

130 J: ¿son los 4 iguales?

131 Es: sí

132 J: vamos a contar aquí [señalando el rectángulo] ¿cuántos tiene?

133 Todos: 1, 2, 3, 4

Comentado [AMED3]: S5 u3

Comentado [AMED4]: S5 u4

Comentado [AMED5]: S5 u5

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

134 J: ¿son los 4 iguales?

135 Es: no

136 J: ¿cuántos hay iguales?

137 Varios Es: 2

138 J: 2. Muy bien. ¿estos 2 son iguales? [señalando los dos lados largos del
139 rectángulo]

140 Es: sí

141 J: Éste y éste son iguales [señalando los dos lados largos del rectángulo]. Y
142 éste y éste son iguales. Muy bien. Por eso esto es un rectángulo y esto un cuadrado.
143 Tienen 4 lados, pero no son los 4 lados...aquí ...en el rectángulo no son iguales, pero
144 aquí [señalando el cuadrado] si son iguales. Muy bien. Si cojo ... [busca sobre
145 las piezas de madera]

146 E7: un cilindro

147 J: ¿Qué me queda?

148 Varios Es: un círculo

149 J: si cojo [busca sobre las figuras de madera]...

150 E10: una pirámide

151 J: a ver si la veo

152 E14: aquí [coge un prisma de base triangular]

153 J: Dámelo. Si cojo la pirámide y hago ... [la estampa sobre la pizarra sobre
154 una de las bases]. Chiquitines, ¿qué me queda?

155 E3: triángulo

156 J: el triángulo [dibuja en la pizarra un triángulo]

157 E7: eso es como si fuera una casa

158 J: Sí, el triángulo. Vamos a contar cuantos lados tiene el triángulo...pero (una pista), si
159 digo “tri” ¿cuántos lados tendrá?

160 Varios Es: tres

161 J: vamos a contarlos

162 Todos: 1, 2, 3

163 J: tiene 3

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

164 E14: son todos iguales

165 J: sí, es verdad, muy bien, son todos iguales, **pero hombre lo puedo poner distintos...**
166 [dibujando sobre la pizarra]. Mira si lo pongo así, en este triángulo, ¿son todos
167 iguales? [ha dibujado en la pizarra un triángulo isósceles]

Comentado [AMED6]: S5 u6

168 Es: no

169 J: no, éste es más chico. Tiene 3. El cuadrado tiene 4. El rectángulo tiene 4 (1,2,3 y 4)
170 [señalando los lados del rectángulo pintado en la pizarra]. El triángulo
171 sin embargo tiene 3 (1,2 y 3) [señalando los lados del triángulo pintado en
172 la pizarra]. Chicos, pues esto que hemos puesto aquí, el círculo [señalando sobre
173 la pizarra el círculo], el cuadrado, el rectángulo y el triángulo [señalando a
174 la vez que lo decía la figura correspondiente pintada en la pizarra] se
175 llaman formas planas. Se llaman **formas planas**.

Comentado [AMED7]: S5 u7

176 E7: como aquel

177 J: no, pero esto, chicos, esto no es plano. Cuando está en forma plana, es decir, cuando
178 lo tenemos en la pizarra o en un papel se llama forma plana y lo que vemos es el
179 rectángulo, el triángulo, el cuadrado y el círculo. Cuando lo podemos coger con las
180 manos, cuando lo podemos tocar, cuando lo vemos, se llama ... [dirigiéndose al INV
181 comenta: esto es un concepto demasiado... para ellos, pero vamos]. Se llama
182 **tridimensional**. Uff, vaya palabra ¡en! Vaya palabra. Es una palabra súper rara. Chicos,
183 cuando lo tenemos en la pizarra o en el papel se llaman formas planas. Bueno, ahora va
184 a salir a dibujarlo ... Bueno, vamos hacer una cosa, E17, coge el palo, vas a señalar con
185 el palo...le vas a meter un palazo al círculo

Comentado [AMED8]: S5 u8

186 E17: [señala el círculo dibujado en la pizarra]

187 J: bien. Ahora E17 le va a meter un palazo al triángulo. Venga, E17, busca el triángulo.
188 Dale un palazo

189 E17: [señala el triángulo dibujado en la pizarra]

190 J: ahora E17 le va a meter un palazo...Esto es más difícil. Has hecho muy bien el
191 círculo, has hecho muy bien el triángulo. Ahora E17 le vas a meter un palazo al
192 cuadrado. Te recuerdo E17 que el cuadrado es el que tiene los 4 lados iguales. Dale un
193 palazo

194 E17: [señala el cuadrado dibujado en la pizarra]

195 J: y por último, E17 le va a dar un palazo al rectángulo, que tiene E17 2 lados iguales y
196 otros 2 lados iguales.

197 E17: [señala el rectángulo dibujado en la pizarra]

198 Es: aplauden

199 J: E17 lo has hecho fenomenal. Pues ahora va a salir...elige al alumno mediante un
200 juego. Va a salir E12.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

201 E12: sale a la pizarra

202 J: si yo cojo el prisma y hago puff [el profesor coge el prisma de madera y lo
203 pone sobre la pizarra, apoyando sobre ésta uno de sus lados laterales,
204 rectángulo] ¿qué es lo que me sale?

205 E12: rectángulo

206 J: pues ponlo tú

207 E7: pinta un rectángulo de pie

208 E12: dibuja en la pizarra un rectángulo

209 Es: aplauden

210 J: ahora va a salir...E7.

211 E7: sale a la pizarra

212 J: E7 el mismo prisma que nos ha servido para sacar un rectángulo, si yo ahora lo cojo y
213 lo estampo por aquí [el profesor coge el prisma de madera y lo pone sobre
214 la pizarra, apoyando sobre una de sus bases, cuadrado] ¿qué me sale?

215 E7: un cuadrado

216 J: muy bien. E7 recuerda, en el cuadrado los 4 lados son iguales. Dibuja un cuadrado E7

217 E7: dibuja un cuadrado en la pizarra

218 J: correcto, muy bien E7

219 Es: aplauden

220 J: ahora va a salir E8

221 E8: sale a la pizarra

222 J: E8, si cojo la pirámide y hago “puff” [estampándola sobre la pizarra] ¿qué me
223 queda?

224 E6: un triángulo

225 J: Te lo han dicho por ahí detrás

226 E8: un triángulo

227 J: pues ponlo tú. Tiene 3 lados.

228 E8: [dibuja solo 2 lados]

229 J: ¿qué te falta?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

230 E8: [dibuja el lado que le falta]

231 J: chicos, os recuerdo que los triángulos los hago igual que cuando hago la letra A [se
232 levanta el profesor y va a la pizarra]. Acordarse de que la letra A...hago así
233 [dibujando sobre la pizarra]y le ponemos aquí el cinturón, pues en vez de
234 ponerle el cinturón aquí, ¿Dónde se lo pongo? Pues se lo pongo aquí abajo y así ya
235 tengo el triángulo. Que fácil. El que no sepa hacer un triángulo...lo cojo y verás. Y, por
236 último, la señora tiza se va a parar...E2.

237 E2: sale a la pizarra

238 J: E2 si yo cojo... [coge una esfera de las piezas] ¿esto qué es?

239 Es: esfera

240 J: si yo cojo una esfera E2 y con un cuchillo hago ggg shshsh, lo parto y hago pang
241 ¿qué me sale?

242 Es: un círculo

243 J: te lo han dicho E2

244 Es: un círculo

245 J: dejamos que E2 lo piense, ¿qué sale?

246 E2: no habla

247 J: E2 nos queda lo mismo que si lo hacemos con el cilindro [coje un cilindro y se
248 lo muestra por la base, círculo] ¿qué nos queda E2?

249 Es: círculo

250 J: vamos a ver, queréis dejar a E2. El próximo que lo diga me voy a enfadar. ¿Qué nos
251 queda? ¿esto qué es? [señalando sobre el círculo del cilindro] ¿esto es un
252 cuadrado?

253 E2: niega con la cabeza

254 J: ¿esto es un triángulo?

255 E2: niega con la cabeza

256 J: ¿esto es un círculo?

257 E2: afirma con la cabeza

258 J: sí, es un círculo. ¿qué nos queda cuando lo estampamos?

259 E2: círculo

260 J: un aplauso para E2

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

261 Es: aplauden

262 J: dibújalo E2

263 E2: dibuja en la pizarra un círculo

264 Hacen un descanso

265 Reanudan la clase

266 J: Vamos hacer 2 trabajitos, pero 1 lo vamos hacer antes del recreo y el otro después del
267 recreo. [en la transcripción sólo está recogida la explicación de la
268 primera ficha ya que el otro no versa sobre geometría]. Chicos, miramos
269 el trabajito.



270 Ficha 13

271 Es: [ruido]

272 J: No quiero escuchar a nadie. La boquita cerré, los bracitos crucé y al maestro escuché.
273 En el trabajito de hoy tenemos aquí unas figuras y aquí... lo que hemos llamado...A
274 ver, ¿quién se acuerda? ¿Cómo se llaman éstas de aquí? [señalando sobre la parte
275 derecha de la ficha, donde están las figuras planas] Figuras...

276 E10: planas

277 J: ¿cómo has dicho?

278 E10: planas

279 J: aquí las tenemos planas [señalando parte derecha de la ficha], aquí no las
280 tenemos planas [señalando sobre la parte izquierda de la ficha]. Aquí están
281 en ...dijimos “tridimensional”, en 3 dimensiones y aquí están planas. Vamos a ver...en
282 las figuras planas es como quedan si estampamos éstas que están aquí, las de 3
283 dimensiones, es decir, esto de aquí ¿qué es? [señalando sobre la papelera]

284 E10: círculo

285 J: no, ¿esto qué es? [señalando sobre la papelera]

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

286 E3: una papeleras
287 J: pero de qué tiene forma
288 M^a Ángeles: de cilindro
289 E10: de cilindro
290 J: sí, de cilindro sí. Y si yo estampo la papeleras, ¿Qué me queda de todo esto de aquí?
291 [señalando sobre la parte derecha de la ficha]
292 E6: un círculo
293 J: pero a ver ¿qué círculo? [señalando sobre la ficha el círculo rojo] ¿Me
294 queda éste círculo?
295 Es: no
296 J: ¿me queda esto? [señalando sobre la ficha un rectángulo]
297 Es: no
298 J: ¿me queda esto? [señalando sobre la ficha el círculo gris]
299 Es: sí
300 J: sí, pues lo uno, con un lápiz. Cojo un lápiz y lo uno. Cojo esta caja ¿esto qué es?
301 E10: prisma
302 J: y si lo estampo, ¿qué me quedará? Un ...¿qué?
303 Es: rectángulo
304 J: a ver qué rectángulo me queda...¿me quedará esto? ¿me quedará el triángulo? ¿me
305 quedará esto? [señalando el rectángulo amarillo]
306 Es: sí
307 J: tiene que ser amarillo también. Pues cojo y lo uno también. Y esto ¿qué es?
308 E10: otro prisma
309 J: es otro prisma. Si la estampo me quedará otro ...
310 E14: rectángulo
311 J: a ver qué rectángulo me queda ¿me queda éste rectángulo?
312 Es: no
313 J: ¿éste?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

314 Es: no

315 J: ¿éste?

316 Es: sí

317 J: pues lo uno. Titititi [con el dedo realiza la unión que ellos van a tener
318 que hacer con lápiz]. Sigo. Esto ¿qué es? Una...

319 Es: pirámide

320 J: y si la estampo ¿qué me quedará? ¿esto?

321 Es: no

322 J: ¿éste?

323 Es: no

324 J: ¿éste?

325 Es: sí

326 J: pues lo uno. Uno la pirámide con el triángulo.

327 E8: esto está tirado

328 J: hombre, pues ya verás como para algunos niños no está tan tirado. Venga, pues por
329 último, esto ¿qué es? Un....

330 Es: prisma

331 Es: cubo

332 J: fuerte

333 Es: cubo

334 J: un cubo, y si estampo un cubo a ver que me queda ¿esto me quedará?

335 Es: no

336 J: ¿esto?

337 Es: no

338 J: ¿esto?

339 Es: sí

340 J: el cuadrado verde. Me tengo que fijar en los colores, vale chicos, en los colores, es
341 decir, si yo estampo la papelera es un círculo, pero me queda un círculo gris, no me
342 sirve ese círculo, vale [señalando el otro círculo que hay en la ficha].

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones
A1.5. Transcripción S5

343 J: ¿me he enterado del trabajito?

344 Es: sí

345 J: E17, ven para acá.

346 E17: [se acerca al profesor]

347 J: E17, con el dedito, éste ¿con cuál lo uno? Hazlo tú.

348 E17: [une el prisma(caja) con el rectángulo amarillo]

349 J: muy bien. Éste con ¿cuál?

350 E17: [une el cilindro (cubo basura) con el círculo gris]

351 J: hay que buscar del mismo color

352 Repite el mismo proceso con cada figura

353 J: chicos, estas figuras de aquí las tengo que unir con estas figuras, las figuras planas.

354 No éstas con éstas [las de 3 dim con las de 3dim], que alguno me ha dicho ésta

355 con ésta. ¡No! Vale, son estas figuras de aquí con estas figuras planas.

356 Repite el mismo proceso que ha realizado con E17 con varios alumnos

357 más (E21 y E2)(*estos alumnos a los que se los explica, son alumnos a los que les cuesta*

358 *algo más, por eso les insiste, para cerciorarse de que todos lo han entendido*)

359 J: chicos, pues voy a repartir los trabajitos.

360 Reparte los libros y comienzan a realizar la ficha 13.

A1.6. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José.

[S6]

J: José (profesor)

Ex: Estudiante x

Es: todos los estudiantes

INV: Investigadora

Comenzó la clase con el cumpleaños de E11. Le hizo una corona con su nombre y le preguntó: ¿qué quería que le dibujara? E11 contestó que Bob esponja. Entonces, el profesor aprovechó y le preguntó: ¿qué figura es figura era Bob esponja? Los alumnos contestaron que una esponja. El profesor insistió sobre la pregunta ¿qué figura geométrica es Bob esponja? ¿es un cilindro? Los alumnos contestaron que no. E10 contestó que era un prisma.

Cuando termina de dibujar en la corona de cumpleaños, repasa los números con E19, del uno al nueve, incluyendo algunos errores comunes que suelen cometer los alumnos al escribir los números. A continuación, ligado a los números, le pide a un alumno que escriba el número que él quiera y a otro alumno que ponga en número de canicas que corresponda al número. Repite varias veces esta actividad. El grado de participación de la clase es muy grande, todos quieren salir a la pizarra. Por último, ya comienza la parte de geometría¹.

1 **J: Vamos a sacar figuras [Coge el recipiente (cilindro) donde están las**
2 **piezas de madera] y me tenéis que decir qué son. Vamos a ver cuántas...**

3 **E5: ¿cuántos caminitos?**

4 **J: aristas. Vamos a recordar cuántas aristas tiene, vamos a recordar si ruedan si**
5 **no ruedan, cuáles se parecen, cuáles no se parecen, porque una se llama de una**
6 **manera y no de otra, cuáles son las características de una y cuáles de otra, ...**

Comentado [AMED1]: S6 u1

7 E8: ¿la caja de qué forma es? cilindro

8 J: tata ta tata ta

9 E1: ¿en qué mano la tienes?

10 **J: venga, ¿en qué mano la tengo en la derecha o en la izquierda? A ver, a ver, a ver.**
11 **¿Lo tengo en la izquierda o en la derecha? [el aprovecha el juego que le**
12 **propone una de las alumnas, así trabaja también izquierda y derecha**
13 **con ellos. Él considera la izquierda de los alumnos y la derecha de**
14 **los alumnos, es decir, no la suya ya que sería para los alumnos lo**
15 **contrario].**

Comentado [AMED2]: S6 u2

16 Es: en la izquierda

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

17 J: ¿en la izquierda lo tengo?
18 Es: ¿dónde está?
19 J: donde me diga E22. E22 ¿en la izquierda o en la derecha?
20 E22: en la derecha
21 J: venga, pues te lo voy a tirar. Yo te lo tiro si está aquí te da. Va, eh.
22 E22: se asusta
23 J: ahh, lo tenía en la izquierda. ¿qué es?
24 Es: un cubo
25 J: un cubo. Vamos a escribirlo en la pizarra. Cubo, me va a decir cómo lo escribo,
26 aunque lo voy a escribir yo para ir más rápido, me va a decir cómo lo escribo mi amiga
27 E7. Dímelo E8. E8 me va a decir cómo tengo que poner CUBO. E7 CUCUCU
28 E7: U
29 J: pero con ¿cuál?
30 E8: la de E8
31 E7: la C con la U
32 J: muy bien E7. la C con la U. CU BOBOBO
33 E7: la B con la O
34 J: muy bien. La B con la O. CUBO. Tenemos un cubo y el cubo... vamos a recordar. El
35 cubo tiene...[señalando sobre las caras del cubo]
36 Es: cuadrados
37 J: bueno, pero esto se llaman...
38 Es: caminitos
39 Es: aristas
40 J: no, ca...
41 Es: caras
42 J: caras o lados. Vamos a recordar, vamos a poner cuántas caras tiene un cubo. Vamos a
43 contar las caras. E22 tráeme las pegatinas.
44 E22 va por las pegatinas

Comentado [AMED3]: S6 u3

45 J: vamos a poner una pegatina a cada lado para poder contar más fácil. A cada
46 cara o a cada lado. Se puede llamar cara o lado, ¿verdad?. Se dirige al INV ya que
47 ahora no se siente seguro con lo que ha dicho, si se puede llamar indistintamente cara
48 o lado. Chicos, vamos a contar

Comentado [AMED4]: S6 u4

49 Es: uno

50 J: una cara o un lado. Una

51 Es: dos, tres, cuatro

52 J: vamos a seguir, para ver cuántas caras o lados tiene

53 Es: seis

54 J: ¿ya tienen todos?

55 Es: sí

56 J: ¿cuántas caras hemos dicho que tiene?

Comentado [AMED5]: S6 u5

57 Es: seis



58 J: pues lo vamos a poner aquí. El cubo tiene caritas ¿cuántas hemos
59 dicho?

60 Es: seis

61 J: el cubo tiene seis caras. Shh. El cubo tiene seis caras. Bueno, ahora vamos a ir
62 sacando...Bueno, vamos a ir sacando...las caras...**en un cubo, ¿las caras que son?**

63 **E10: cuadrado**

64 **Es: cuadrado**

65 J: por lo tanto, pregunto: Si todas sus caras son cuadrados y tiene seis caras,
66 ¿cuántos cuadrados tiene un cubo?

67 **E4: seis**

68 J: E4, maravilloso. Muy bien. Si tiene seis caras y todas sus caras son cuadrados.
69 Pues tiene seis cuadrados. Lo vamos a poner en la pizarra. ¿cuántos cuadrados
70 tiene?

71 **Es: seis**

72 J: seis y ¿cuántos rectángulos tiene? ¿tiene algún rectángulo?

Comentado [AMED6]: S6 u6

73 Es: no

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

74 E5: y aristas

75 E6: pero tiene caminitos y piquitos

76 E5: caminitos no, aristas

77 J: efectivamente. Aristas. ¿cuántos rectángulos tiene?

78 E10: cero

79 J: efectivamente, cero. No tiene ningún rectángulo. **Aristas si tiene, pero no las vamos**
80 **a contar. Tiene muchas aristas.** Mirar, ¿cuántas aristas tiene cada cuadrado? [va
81 señalando los lados de un cuadrado del cubo de la figura de madera]

82 E4: seis

83 J: no, mirar, vamos a contar, uno, dos,...

84 Es: uno, dos, tres y cuatro

85 J: cuatro, cada cuadrado tiene cuatro. Veis. Cada cuadrado tiene cuatro.

86 E6: ¿y piquitos?

87 J: piquitos tiene...

88 E3: se desplaza al sitio donde está el profesor Maestro, si tu coges por aquí,
89 por aquí, por aquí...hay piquito

90 J: **cada arista termina en un piquito, cada arista termina en un piquito, como**
91 **nosotros lo llamamos. ¿Cuántos piquitos tiene cada cuadrado?** Vamos a contarlo

92 E4: seis

93 J: vamos a contarlo, uno, dos, ...

94 Es: tres y cuatro

95 J: tiene cuatro

96 E8: pero tiene dos caminitos

97 J: caminitos no, ¿cómo se llama E8?

98 E8: arista

99 J: aristas, pero dos no tiene ¿cuántas tiene?

100 E8: tiene

101 J: tiene cuatro, cada lado tiene cuatro. ¿por qué cuántos lados tiene un cuadrado?

102 E4: seis

Comentado [AMED7]: S6 u7

Comentado [AMED8]: S6 u8

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

103 J: no, un cuadrado ¿cuántos lados tiene un cuadrado? Mirar, uno, dos, ...[señalando
104 sobre un cuadrado del cubo de madera]. Tiene cuatro lados. Muy bien, chicos.
105 Saco a ver qué sale ahora. Cubo, ya tenemos el cubo. A ver, a ver...[coge una figura
106 de madera y saca las dos manos, deben adivinar dónde está]

107 Es: en esa, en esa

108 Es: en la izquierda

109 J: sentados, izquierda o derecha

110 Es: izquierda

111 Es: derecha

112 J: E8, ¿tú qué dices? ¿izquierda o derecha?

113 E8: derecha

114 J: cuidado E8, cómo esté en la derecha te va a dar

115 E4: izquierda

116 J: ¿seguro qué ésta?

117 E8: sí

118 J: ¡toma! No, estaba en la izquierda. ¿qué ha salido?

119 Es: prisma

120 J: ha salido el prisma

121 E12: tiene piquitos

122 J: cómo muy bien ha dicho E12 tiene piquitos y aristas. Y también tiene ...[señalando
123 una de las caras del prisma]

124 Es: cuadrado

125 Es: rectángulo

126 J: no [señala su cara]

127 E7: caras

128 J: también tiene caras. Vamos hacer una cosa, vamos a contar cuántas caras tiene. Le
129 vamos a ir poniendo pegatinas.

130 E1: uno, dos,..

131 J: esperar porque aún no he pegado nada. Seguimos, tres, ...llevamos uno, dos, tres

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

132 Es: cuatro

133 J: cinco, y ¿me queda algo? Sí, éste.

134 E7: seis. Son seis.

135 Es: seis

136 J: **tiene seis caras, igual que el cubo.** Vamos a escribir PRISMA. Prisma es muy difícil

137 de escribir. Me lo va a decir E9. Cómo tengo que poner prisma...

138 E9: la P con la I

139 J: no, porque si pongo la P con la I, tengo PI y yo no he dicho PI. Entre la P y la I,

140 escucha porque va una letra, escucha PRI

141 E9: la R

142 J: entonces como lo pongo E9

143 E9: la R

144 J: no, primero cuál va. PRI, primero, antes de la R ¿cuál suena?

145 E9: I

146 J: no, la I suena la última

147 E9: la P

148 J: eso, la P. PRRRI

149 E9: la R

150 J: la R. PRI

151 E9: y la I

152 J: PRISSS

153 E9: y la S

154 J: PRIS [escribe en la pizarra PRIS]... es qué ésta era difícil. Pris tiene tela.

155 PrisMAMAMA

156 E9: la M con la A

157 J: MA [escribe en la pizarra MA]. PRISMA. Aquí pone PRISMA. Chicos,

158 ¿cuántas caras tiene el prisma?

159 Es: seis

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

160 J: seis, igual que el cubo, pero ahora vamos a ver cuántos cuadrados tiene y
161 cuántos rectángulos. El cubo tenía seis cuadrados, pero no tenía rectángulos.
162 Vamos a ver cuántos cuadrados tiene. Vamos a ponerle una pegatina a cada
163 cuadrado, me tenéis que decir si es un cuadrado o no [el profesor va señalando
164 sobre cada cara del prisma y los alumnos van diciendo si es cuadrado o
165 no. Comienza por los laterales, para terminar por las bases].

Comentado [AMED9]: S6 u9

166 Es: no, no, no, no, sí

167 Cuando los alumnos dicen sí, él coloca una pegatina sobre esa cara
168 (cuadrado). Termina señalando la otra base

169 Es: sí

170 coloca una pegatina sobre esa cara (cuadrado)

171 J: ¿cuántos cuadrados tiene?

172 Es: dos

173 J: ¿cuántos cuadrados?

174 Es: dos

175 J: tiene dos cuadrados



176 Coloca en la pizarra el dos

177 J: tiene dos cuadrados. Y ahora pregunto, a ver quién sabe esto, porque es súper
178 difícil, si tiene seis lados... chicos, mirar, vamos a pensar,

179 E8: eso son sumas, a que sí.

180 J: vamos hacer una resta, no una suma E8. Hemos dicho E8, E1, que el rectángulo,
181 que el cuadrado, verás...que el prisma tiene seis caras, vamos a poner las seis
182 caras, vamos a poner...claro (quiere dibujar en la pizarra las caras de un prisma
183 pero sin decirle la solución, por tanto tiene que dibujar algo que no sea ni cuadrado ni
184 rectángulo) ¿cómo ponemos las seis caras? Sí, pero ...

185 E8: redondas

186 J: ¿redondas?, sí, pues vamos a poner las caritas como si fueran niños [dibuja en la
187 pizarra caritas]. una cara, dos caras, tres caras, cuatro caras, cinco caras y seis
188 caras. Vamos a contar cuántas caras tiene el prisma. Contamos.

189 Es: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

190 **J: seis. Hemos dicho qué cuántas caras son cuadrados ¿cuántas?** [señalando
191 sobre las bases del prisma] ¿cuántas hemos dicho que son?

Comentado [AMED10]: S6 u10

192 E4: dos

193 J: muy bien. dos, esta cara y esta cara son cuadrados  [de las seis
194 caras que ha pintado, que simulan las caras del prisma, tacha dos].
195 **Pregunto: ¿cuántas caras tendrá que son rectángulos?**

Comentado [AMED11]: S6 u11

196 E10: uno, dos,...

197 J: el que lo sepa que se calle, el que lo sepa que no lo diga.

198 E7: pues yo no lo sé.

199 J: pues piensa E7, piensa. Todas estas son las caras de un prisma, hemos dicho que éstas
200 dos son cuadrados, las demás serán rectángulos, ¿no? Dos caras son cuadrados, las
201 demás son rectángulos [señalando las otras no tachadas]. Dentro de un
202 momentito voy a decir, ¡ya! Y lo tenéis que decir todos.

203 E8: eso está chupado

204 E7: yo ya lo sé

205 J: ya lo sabes, no E7. Has pensado, ¿no? Vamos a pensar chicos. Veras, tenemos un
206 prisma, hemos dicho que son seis caritas las que tiene, seis lados. Venga chicos, todo el
207 mundo pensando, cerramos los ojos y pensamos. **Son seis caritas, dos son cuadrados,**
208 **las demás son rectángulos. Si dos son cuadrados, ¿cuántos rectángulos tengo?**

Comentado [AMED12]: S6 u12

209 E5: dos

210 E10: dos no

211 J: dos son cuadrados, las demás, hasta llegar a seis son rectángulos. A ver chicos,
212 cuando yo diga tres tenéis que decirme ¿cuántos rectángulos tiene un prisma? uno, dos y
213 tres.

214 Es: cuatro

215 J: cuatro, muy bien chicos. Tiene cuatro. Tiene estos cuatro [señalando las caras
216 sobre el prisma de madera]. cuatro caras, las que faltan. uno, dos, tres y cuatro
217 [contando sobre las caras dibujadas en la pizarra]. Muy bien chicos. Un
218 prisma tiene cuatro.



219 Chicos, vamos a repasar. El cubo ¿cuántas caras tiene?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

- 220 Es: seis
- 221 J: el prisma ¿cuántas caras tiene?
- 222 Es: seis
- 223 J: igual. El cubo ¿cuántos cuadrados tiene?
- 224 Es: seis
- 225 J: ¿cuántos rectángulos?
- 226 Es: 0
- 227 J: el prisma ¿cuántos cuadrados tiene?
- 228 Es: dos
- 229 J: ¿cuántos rectángulos tiene?
- 230 Es: cuatro
- 231 J: fantástico. Ah, y los dos tienen aristas que no las hemos contado porque son muchas y
232 no las vamos a contar, pero los dos tienen aristas. Fantástico. Maravilloso. Sigo
233 cogiendo, sigo cogiendo, a ver, a ver [...] vamos a coger otra forma geométrica. Vamos
234 a sacar cuatro. [coge una forma geométrica y la guarda en una de sus manos
235 y repite el juego]. ¿izquierda o derecha?
- 236 E4: yo lo sé
- 237 J: venga E4 ¿dónde está? ¿izquierda o derecha?
- 238 E4: en ésta
- 239 J: ¿ésta cuál es?
- 240 E4: izquierda
- 241 J: cómo esté aquí te la tiro. uno, dos y tres.
- 242 [no estaba en esa mano]
- 243 J: chicos que tengo aquí.
- 244 Es: esfera
- 245 J: una esfera. Me va a decir como escribo ESFERA E1. E1, tengo que poner esfera.
246 ESESS
- 247 E1: la S con la E
- 248 J: primero, ¿cuál has escuchado? EES

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

249 E1: la E
250 J: y después ¿cuál?
251 E1: la S
252 J: [escribe en la pizarra ES] ESFEFE
253 E1: la F con la E
254 J: [escribe en la pizarra FE] ESFERARA
255 E1: la R con la A
256 J: pero dos o uno. ESFERARA
257 E1: uno
258 J: muy bien E1. [escribe en la pizarra ESFERA]. Chicos, pregunto: ¿la esfera
259 tiene caras?
260 Es: no
261 E7: tiene uno
262 J: tiene uno grande que abarca toda entera (pregunta a INV si realmente se considera una
263 cara, no está seguro). INV ¿se considera una cara?
264 INV: No
265 J: No, verdad.
266 E4: tiene agujeritos.
267 J: bueno, esta tiene pero en verdad una esfera no tiene agujeritos. Chicos, ¿tiene
268 cuadrados?
269 Es: no
270 J: ¿tiene rectángulos?
271 Es: no
272 J: **claro, porque si no tiene caras no puede tener rectángulos ni puede tener**
273 **cuadrados. ¿tiene aristas?**
274 Es: no
275 **J: ¿qué es lo único que podemos decir de la esfera?**
276 Es: que rueda
277 E12: que rueda por todas las partes

Comentado [AMED13]: S6 u13

Comentado [AMED14]: S6 u14

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

278 J: Muy bien, pues ponemos aquí [se refiere en la pizarra]. Caras, ¿cuántas caras
279 tiene?

280 Es: uno

281 J: no

282 Es: ninguna

283 J: cero, ¿cuántos cuadrados tiene?

284 Es: cero

285 J: y ¿cuántos rectángulos tiene?

286 Es: cero



287 J: muy bien. Y por último, a ver, a ver, a ver... ¿izquierda o derecha?

288 Es: derecha

289 E8: izquierda

290 J: tú estás seguro de que ésta aquí. Te lo tiro, va, eh...

291 E8: se retira

292 J: no, está en la otra. Bueno, es un ¿qué?

293 Es: cilindro

294 J: un cilindro, chicos. Y nos va a explicar, E4, que es lo que le pasa al cilindro. E4
295 ¿qué?

296 E4: que no tiene prisma

297 J: no, no es un prisma. Pero, a ver, alguien, que me diga cosas del cilindro

298 Es: que rueda

299 **J: pero ¿por dónde?**

300 Es: por un lado

301 J: rueda por un lado

302 E9: tiene círculos

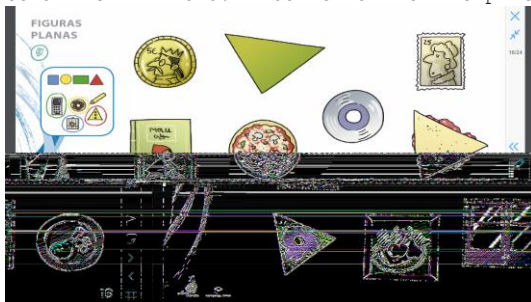
Comentado [AMED15]: S6 u15

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

303 J: ahora escucho a E9. Dime E9.
304 E9: que tiene círculos
305 J: **que tiene dos círculos a los lados**
306 E7: tiene caminitos redondos
307 J: que tiene caminitos redondos, que tiene caminitos redondos (el profesor está pensando
308 sobre la respuesta de esta alumna)
309 E5: que no rueda por todos los lados
310 J: rueda por esta superficie [cogiendo la figura de madera y haciéndola rodar
311 en su mano]. Es por donde rueda y tiene dos círculos. Efectivamente. Tiene dos caras
312 que son ...Bueno, ¿cuántas caras tiene un cilindro?
313 E8: dos
314 J: pero, ¿las caras del cilindro son cuadrados? Ya están cansados (dice al INV)
315 Es: no
316 J: ¿son rectángulos?
317 Es: no
318 J: ¿qué son?
319 E14: círculos
320 J: círculos, muy bien. Y ¿cuántos círculos tiene?
321 E14: dos
322 J: muy bien chicos. Pues, pues, vamos a guardarlo todo.
323 Hacen un descanso
324 Se reanuda la clase, sentándose ya cada uno en su sitio. El profesor
325 toma el libro. Comienza a explicar la ficha dieciseis

Comentado [AMED16]: S6 u16

326



Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

327 J: Vemos aquí objetos que nos podemos encontrar en la calle, en el colegio, en la tienda,
328 ...en muchos sitios

329 E10: en el museo

330 J: en un museo. Muy bien, E10. Tenemos cosas que nos podemos encontrar en muchos
331 sitios, en bibliotecas, como por ejemplo el cuento; en tiendas, como por ejemplo el
332 disco o el dinero; en bares, como el pollo, el sándwich o la pizza. Estas cosas que nos
333 podemos encontrar tienen forma geométrica como la que nosotros vemos, forma de
334 rectángulo, o sea, forma de prisma, forma de esfera, forma de cubo... Vale, pues la
335 tengo que meter en círculos de distintos colores. Por ejemplo, las cosas que tienen
336 forma de prisma las vamos a meter en un círculo de color verde, vale. Las cosas que son
337 prismas las vamos a meter en un color verde, solamente de color verde. Por ejemplo, ¿la
338 moneda es un prisma?

339 Es: no

340 J: ¿el libro es un prisma?

341 E10: sí

342 J. ¿sí o no?

343 Es: sí

344 J: pues lo meto en un círculo verde. ¿El pastel es un prisma?

345 Es: no

346 J: no ¿El cuadro es un prisma?

347 Es: sí

348 Es: no

349 J: no, ¿qué es?

350 E4: un cuadrado

351 J. no, un cubo (se hace un lío, comienza a pedirle figuras 3d siendo las que se aparecen
352 figuras 2d)

353 Es: un rectángulo

354 J: no, un cubo. Es un cubo. ¿la pizza es un prisma?

355 Es: no

356 J: ¿el disco es un prisma?

357 Es: no

358 J: ¿la ventana es un prisma?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.6. Transcripción S6

359 Es: no

360 Es: sí

361 J: no. Esta ventana ¿qué es? Un ...¿qué?

362 E10: un cubo

363 J: tiene forma cuadrada. Y ¿esto? El plato ¿Qué es?

364 Es: redondo

365 J: es un círculo, viene de un cilindro o una esfera, vale. *Me estoy liando ¿verdad?*

366 INV: sí

367 J: *no lo estamos explicando bien*

368 J: chicos, vamos hacer una cosa...Además, tenemos que celebrar el cumpleaños de E11,

369 así que si lo comenzamos a explicar, lo hacemos y demás no nos va a dar tiempo. Así

370 que lo vamos hacer después del recreo. Nos olvidamos del trabajito, el maestro no ha

371 explicado ningún trabajito y [...]

372 No explicó el trabajito finalmente

A1.7. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José.

[S7]

J: José (profesor)

Ex: Estudiante x

Es: todos los estudiantes

INV: Investigadora

Comienza sacando las piezas (cuerpos geométricos) con las que suele trabajar en clase y repasando con los alumnos lo que vieron en clases anteriores.

- 1 J: Vamos a coger cada uno de estos y vamos a ver sus características. Si yo le digo, por
2 ejemplo, E8, ¿Qué es esto? [sacando un prisma de la caja donde guarda todos
3 los cuerpos geométricos con los que trabaja en clase] Y me dice: un
4 triángulo...
- 5 Ex: jaja
- 6 [...]
- 7 J: pero no ... a ver, no hay que acusar a nadie. Cada uno dijo lo que en ese momento
8 pensaba que tenía que decir. ¿Yo le reñí a alguien que no lo supiera?
- 9 Ex: no
- 10 J: chicos, vamos a recordar. Os recuerdo que teníamos los prismas, los ...
- 11 E6: cubos
- 12 J: ¿Cómo eran las formas...?
- 13 Ex: cubos
- 14 E7: esferas
- 15 J: los ...
- 16 E1: triángulos
- 17 J: triángulos no, no... los ci...
- 18 Ex: cilindros
- 19 J: teníamos las pirámides, los cilindros... A ver, teníamos los prismas, cubos, pirámides,
20 cilindros y las esferas, vale. Teníamos esas cinco. Vamos a recordarlo otra vez: los
21 prismas, los cubos, los cilindros, las esferas y las pirámides. Teníamos cinco. [...]
22 Chicos, a ver quién se acuerda, **los prismas, ¿rodaban o no rodaban?**

Comentado [AMED1]: S7 u1

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

23 E21: Sí rodaban

24 J: los prismas, E21 dice que sí rodaban. Los demás, ¿Qué decís, que rodaban o no
25 rodaban?

26 E7: rodaban por un lado. Yo sí, yo sí

27 Ex: que no

28 J: E7 dice que sí rodaban, ¿por un lado nada más?

29 E7: sí, por el medio

30 J: E7 dice que los prismas rodaban por el medio

31 E7: así, tumbado

32 J: Entonces, E7, tú me estás diciendo que esto de aquí [tomando de la caja de
33 sólidos, un cilindro], ¿esto rueda nada más por un sitio?

34 E21: o por todos los lados

35 E23: y así no

36 E8: no, de pie no

37 J: no, de pie no ruedan. Entonces, ¿esto es un prisma?

38 Ex: no

39 J: ¿Cómo se llama esto, E7?

40 E7: un cilindro

41 J: Un cilindro. Así sí, E7. Que te habías tú liado, ¿no, E7? Este era el cilindro
42 [mostrando el sólido en su mano]. Chicos, recordamos que el cilindro rodaba
43 solo por uno de los lados, vale. Por el centro, como bien ha dicho E7, por aquí
44 [señalando la zona por la que ruedan los cilindros]. Por el centro, sí rueda.
45 ¿Rueda si lo ponemos por este lado, así de pie?

46 E1: no

47 J: y ¿si le damos la vuelta y lo ponemos por aquí?

48 Ex: tampoco

49 J: por aquí no rueda, chicos. Por aquí no rueda, ¿Por aquí rueda?

50 E1: sí

51 J: Entonces, este se llamaba... E1, ¿cómo se llamaba este? Acabamos de decirlo, ains,
52 que no nos acordamos. E16, ¿Cómo se llamaba este?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

53 E16: cilindro

54 J: Y, ahora pregunto, E11, y **si al cilindro le ponemos pintura por aquí [señalando**
55 **una de las bases], ¿Qué nos sale?**

56 Ex: un círculo

57 J: un círculo, muy bien. ¿Cómo se llamaba esta pieza de aquí?

58 E11: cuadrado

59 Ex: cubo

60 J: cubo. Esto se llamaba, E11, un cubo.

61 E11: parece un cuadrado

62 J: Recordamos que un cubo tenía... **los cubos tenían muchas... ¿Cómo se llamaba**
63 **esto? [señalando las caras del cubo]**

64 E11: caras

65 J: caras, **y las caras del cubo, ¿Qué eran?**

66 E7: cuadrados

67 E6: y tenía caminitos y piquitos

68 E8: que se llamaban...

69 J: esto se llamaban aristas (señalando sobre el sólido)

70 Ex: aristas

71 J: aristas, lo has dicho tú. Cada uno de nosotros le dijimos en su día otra cosa, porque le
72 dijimos caminitos, pero caminitos no se llama, se llama ... E7

73 E7: ar

74 E6: Arista

75 J: Muy bien, E6, aristas. Un cubo tenía aristas y tenía caras, y dijimos que las caras de
76 un cubo eran... ¿qué eran?

77 E6: cuadrados

78 J: cuadrados, muy bien

79 E9: ha dicho piquitos

80 J: sí, tiene aquí unos piquitos, muy bien. Y estos cuadrados que tiene el cubo, ¿son
81 todos iguales, o hay algo que no sea un cuadrado?

Comentado [AMED2]: S7 u2

Comentado [AMED3]: S7 u3

Comentado [AMED4]: S7 u4

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

82 E9: iguales

83 J: son todos iguales. En el cubo todas sus caras son cuadrados, vale E22. Mirad, todas
84 las caras del cubo, mira, lo quieres coger

85 E22: Dice no con la cabeza

86 Ex: yo, yo

87 J: toma, mira, cógelo, para que veáis que todas las caras del cubo son cuadrados [va
88 repartiendo cubos entre los alumnos]

89 Ex: yo, yo

90 J: no tengo tantos. Bueno, veis como todas las caras del cubo son cuadrados. Pasárselo a
91 los compañeros

92 E8: gracias

93 J: el que ya lo ha cogido, que se lo pase a los compañeros, para que ustedes veáis como
94 todas las caras del cubo son iguales, son cuadrados. No hay ninguna que tenga otra
95 forma. Venga, pasarlos, para que todos veamos un cubo. E21, ves como todas sus caras
96 son cuadrados. E20, tú lo has cogido?

97 E20: no

98 J: Dáselo a E20. Tú ya lo has cogido, E6. Bueno, si ya todos lo habéis cogido, lo
99 echamos aquí. Ahora, vamos a coger algo muy parecido, que también tiene aristas, que
100 también tiene caras, que también tiene cuadrados en sus caras, pero que todos no son
101 cuadrados

102 E9: Prisma

103 J: Sus caras todas, no son cuadradas, algunas de sus caras son rec

104 Ex: rectángulos

105 J: exacto, rectángulos. Hay una niña que me ha gustado mucho, porque me ha dicho
106 como se llama esta figura.

107 E9: Prisma

108 J: prisma. ¿tú tienes alguna prisma?

109 E9: prima, prima

110 J: ah, prima. Y ¿cómo se llama tu prima?

111 E9: Rosario Belen

112 J: porque son dos, rosario y Belen, ¿no? Dime una

113 E9: no tengo más

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

114 J: pero son dos, Rosario y Belen, no?
115 E9: sí
116 J: pues yo tengo una prima que se llama MariCarmen
117 Ex: jiji
118 E19: que no
119 E8: tú acaso sabes su nombre?
120 J: que va a saber ella. Yo tengo una prisma que se llama
121 E9: una prima, no prisma
122 J: jaja. Chicos, como muy bien ha dicho E9 un prisma, también tiene aristas, vértices, y
123 tiene caras, pero sus caras no son todas cuadrados, algunas de sus caras son más largas y
124 se llaman rectángulos. Aquí tenemos el prisma [y toma de las piezas un puente]
125 E6: oye si parece..
126 E8: es un puente
127 J: esto no es un prisma (y lo suelta). Eso es un puente. De puente a puente que me tira la
128 corriente. Esperarse, que he visto aquí un prisma... Vamos a hacer una cosa, E11 va a
129 coger el prisma
130 E11: se levanta y coge una pieza (puente)
131 E6: eso es un puente
132 J: es que estaba puesto que parecía un prisma
133 E11: coge un prisma
134 J: así sí. Venga, gracias, siéntate. El prisma, muy bien, chiquitines. El prisma ¿tiene
135 aristas también?
136 E7: sí
137 J: tiene aristas, lo que llamábamos al principio caminitos, cuando no sabíamos. ¿Tiene
138 caras?
139 Ex: sí
140 **J: a ver quién se acuerda de cuantas caras tenía**
141 E5: cinco
142 J: [no con la cabeza]
143 E7: dos

Comentado [AMED5]: S7 u5

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

144 J: [no con la cabeza]

145 E5: seis

146 J: muy bien. Tenía seis, vamos a contarlas: [señalando sobre la pieza, va
147 contando]: uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. Chicos, tiene seis caras. El prisma, al
148 igual que el cubo, tienen seis caras. Pero ¿todas son caras son iguales o tiene algunas
149 que son más grandes que otras?

150 E9: hay algunas que son más grandes que otras

151 J: esta cara ¿qué es?

152 Ex: un cuadrado

153 J: pero esta cara ¿es un cuadrado?

154 Ex: no

155 J: esta cara, ¿qué es?

156 Ex: un rectángulo

157 J: un rectángulo, muy bien. E12, no está atendiendo, y es de los que después, cuando yo
158 haga el examen, pues no va a saber nada, ...porque no está atendiendo

159 E5: es un cuadrado

160 J: el prisma, tiene algunas caras que son cuadrados, y otras que son rectángulos. Os los
161 voy a dar, para que ustedes veáis que unas son más grandes que otras. [Va a tomar un
162 prisma de entre las piezas que tiene, y saca dos: un prisma de base
163 rectangular y otro prisma de base cuadrada. Tomando el prisma de base
164 rectangular y les dice]: fijaos, mirad, todos los prismas, porque este prisma,
165 ¿Cómo es?

166 Ex: verde

167 Ex: más plano

168 J: más plano [Tomando el prisma de base rectangular]. ¿este prisma tiene algún
169 cuadrado?

170 Ex: no

171 J: ¿esto es un cuadrado?

172 E7: no

173 J: ¿esto es un cuadrado?

174 E9: no

175 E7: son rectángulos

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

176 J: muy bien, E7, todos son rectángulos, aunque tiene algunos rectángulos que son más
177 grandes y otros rectángulos que son más chicos, pero todos sus lados son rectángulos.
178 En este prisma todos sus lados son rectángulos. En este prisma [tomando el prisma
179 de base cuadrada] no, en este prisma hay cuadrados y rectángulos [va repartiendo
180 prismas entre los estudiantes], para que ustedes lo veáis y os lo paséis de unos
181 compañeros a otros. Mirad, esto también es un prisma, aunque más chiquitito. Os lo
182 pasáis, los vais viendo. Vemos como es un prisma, tenemos que ver todas las partes del
183 prisma.

184 E1: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete

185 J: no, no, no. Cuéntalos otra vez, E1. Has contado siete y son seis, cuéntalo de nuevo

186 E1: uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis

187 [...]

188 J: ¿todo el mundo ha cogido prismas?

189 E16: yo no lo he tocado

190 J: toma. Bueno, me vais devolviendo los prismas.

191 Ex: los niños van devolviendo los prismas al profesor

192 J: Chicos, hemos visto ya el prisma [tomando en la mano un prisma de base
193 cuadrada] el cilindro, el cubo [y los ha ido apilando, uno sobre otro].
194 Ahora vamos a ver, todo el mundo para atrás...ahora vamos a sacar uno... si rueda,
195 ¿qué podrá ser?

196 E (): una esfera

197 J: una esfera o un cilindro, pero si este rueda por todos lados,

198 E8: una pelota

199 E12: una esfera

200 J: pelota no se llama

201 E6: esfera

202 J: la esfera [sacando de entre las piezas una esfera]. La esfera, ¿tiene caras?

203 Ex: no

204 J: tiene una cara enorme, se considera cara, ¿no?

205 INV: bueno

206 J: es una superficie única, ¿Tiene aristas como el prisma o como el cubo?

207 Ex: no

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

208 J: tiene una entera

209 E8: tiene agujeritos

210 J: bueno, sí, tiene agujeritos, pero vamos a hacer una cosa, vamos a cambiarlo por este
211 que no tiene agujeritos

212 E7: y ¿cuándo lo vamos a cortar?

213 J: E7, y ¿qué pasa si cortamos una esfera? Y la estampo

214 E5: un cilindro

215 J: ¿qué sale?

216 E12: un círculo

217 J: si yo cojo una esfera, la corto y la estampo, me sale un círculo.

218 Ex: pártelo, pártelo

219 J: este no. Dame una plastilina, E21. (se incorporan dos alumnos que salieron con la
220 profe de apoyo y les explica que están haciendo. Voy a hacer una esfera con la
221 plastilina. E12, tráeme un cuchillo, por favor

222 E12: trae el cuchillo

223 J: Chicos, vamos a cortar la esfera, a ver qué nos sale. Ah, y ahora tengo que recordarle
224 a E17 y a E19 lo que hemos visto hasta ahora, porque ellos han salido y no lo saben. Se
225 lo va a explicar, para que lo vayan pensando E15, E13 y E6. Le vais a explicar los tres
226 lo que hemos visto. Ahora, pero vamos a partir primero la esfera. [parte por la
227 mitad la esfera de plastilina] chicos, si parto una esfera, ¿qué es lo que me sale
228 aquí?

229 Ex: un círculo

230 J: ¿esto qué es?

231 Ex: un círculo

232 J: un círculo, si parto una esfera, me sale un círculo. Lo veis... y si yo ahora le pongo
233 aquí pintura y hago, pff. ¿Qué me quedaría?

234 E16: un círculo

235 J: ¿las esferas tienen caras?

236 Ex: no

237 J: ¿ruedan por todas partes?

238 Ex: sí

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

239 J: os voy a dar ahora la esfera para que vosotros la veáis. Os las vais pasando para que
240 todos los niños puedan tener la esfera y puedan ver como es la esfera

241 Ex: hay muy pocas

242 J: E17, cuando veas la esfera, se la pasas a tu compañero. Vemos como rueda por todas
243 partes y cuando la hayamos visto, la pasamos. Puede hacer con la esfera lo que quiera,
244 cuando la haya visto, se la pasa al compañero. Hasta que todos la hayamos tocado

245 [...]

246 J: nos sentamos. Hemos dicho que E15, E13 y E6 le iban a explicarle a los niños que
247 han llegado tarde, le van a explicar lo que ya hemos visto. No le vamos a explicar la
248 esfera porque ya estábamos aquí. E17 y E19 ya han visto que las esferas ruedan por
249 todas partes y que de las esferas sale el círculo. E13 ponte aquí y explícales como es el
250 cubo. Yo me voy a quitar de aquí y ahora E13 va a ser el profesor, y les va a explicar
251 como es el cubo, y los demás estamos sentados, por favor. Venga, E13, díles lo que
252 hemos aprendido del cubo

253 E13: que tiene muchas caritas

254 J: sí, tiene muchas caritas, ¿cuántas?

255 E13: se pone a contar las caritas

256 E8: ¿seis?

257 J: ¿Cuántas tiene? Te lo han dicho por ahí. ¿Cuántas?

258 E12: seis

259 J: Seis. Hemos dicho que tiene muchas caritas, que tiene seis. Hemos dicho también...
260 cógelo, E13, pero ponlo así para que lo vean todos los niños. Hemos dicho que tiene
261 [señalando sobre la pieza, marca las aristas], ¿esto como se llama?

262 E8: aristas

263 J: aristas, muy bien. Y, también hemos dicho que todas sus caras son

264 E5: cuadrados

265 J: pero, vamos a ver, es E13 el maestro

266 E13: cuadrados

267 J: muy bien. Hemos dicho que tiene caras, que son seis caras las que tiene, que tiene
268 aristas y que todas sus caras son cuadrados. Un aplauso

269 Ex: viva (aplauden)

270 J: ahora, el maestro E6 les va a explicar a los niños y niñas que han llegado más tarde,
271 como es un cilindro. Primero, díles lo que es. ¿eso qué es?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

272 E6: un cilindro

273 J: ea, pues explícale como es un cilindro

274 E6: los cilindros ruedan

275 J: por todos lados

276 E6: sí

277 J: ¿por todos lados ruedan, mírame?

278 E6: no, por la parte del medio solo

279 J: ¿y tiene caras?

280 E6: no

281 J: pero.. míralo, ¿tiene caras?

282 E6: sí

283 J: ¿cuántas caras tiene?

284 E6: dos

285 J: y sus caras, ¿qué son?

286 E6: círculos

287 J: tiene dos caras y son círculos. Muy bien. ¿tiene aristas?

288 E6: sí

289 J: ¿sí?

290 E6 señala la circunferencia de cada círculo

291 J: no, ¿no son aristas, no INV?

292 INV: no

293 J: aristas no tiene

294 E6: vale

295 J: chicos, ¿os habéis enterado de cómo es un cilindro? Espero que sí, porque lo ha

296 explicado estupendamente, yo no tengo manera mejor de explicarlo. ¿qué nos sale si

297 estampamos un cilindro por aquí?

298 E6: un círculo

299 J: un fuerte aplauso

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

300 Ex: vivaaa

301 J: bravo. Ahora va a venir el maestro E15 y le va a explicar a E17 y E19 lo que he
302 explicado antes, concretamente esta figura que hemos cogido antes. ¿tú sabes lo qué es,
303 E17?

304 E17: no

305 J: pues atiende, que E15 te lo va a explicar

306 E 15: Un cuadrado

307 J: uff

308 Ex: ¿un cuadrado?

309 J: no

310 Ex: no

311 J: no, eso no es un cuadrado. Eso, ¿qué es? Un priii

312 E15: un prisma

313 J: un prisma. Y, explícale, un prisma, ¿qué cosas tiene? Esto es, ¿Qué es esto?
314 (señalando las caras). ¿cómo se llaman?

315 E15: caras

316 J: fuerte, eso ¿qué son, E15

317 E15: caras

318 J: ¿cuántas caras tiene? Igual que el cubo, ¿cuántas caras tenía?

319 E8: dos

320 J: ¿dos? No. Dos tenía el cilindro

321 Ex: seis

322 J: chicos, ¿cuántas caras tiene el prisma, E15?

323 E15: seis

324 J: y ¿qué más tiene el prisma, igual que el cubo? Tiene [señalando las aristas]

325 E7: caritas

326 J: no, esto

327 E15: aristas

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

- 328 J: muy bien. Y las caras del prisma, E15, ¿son todas iguales o son diferentes?
- 329 E15: diferentes
- 330 J: algunas, ¿qué son?
- 331 E15: cuadrados
- 332 J: y las otras, ¿qué son?
- 333 E15: rectángulos
- 334 J: muy bien, algunas son cuadrados y otras son rectángulos. Chicos, ¿os habéis
335 enterado? E17, ¿Qué es esto? [tomando en su mano el prisma de base
336 cuadrada]
- 337 E17: Un cuadrado
- 338 J: un prrrriiis
- 339 Ex: prisma
- 340 J: un prisma. ¿Nos hemos enterado, chicos?
- 341 Ex: sí
- 342 J: venga, pues ahora a sentarnos que vamos a explicar el trabajito de hoy
- 343 [se va cada uno a su sitio, pues antes estaban en la zona de asamblea]
- 344 J: venga, necesito silencio total. Vamos a hacer dos trabajitos
- 345 Ex: bien
- 346 J: en el primero, tenemos que abrir el libro por la página 13. Tenemos que meter en un
347 círculo de color verde aquellas cosas que sí ruedan, es decir, aquellas cosas que son
348 cilindros o esferas. Las cosas que son cilindros o esferas, que son las que ruedan.
349 Pregunto: ¿el tomate rueda?
- 350 Ex: sí
- 351 J: pues lo metemos en un círculo. ¿las pelotas ruedan?
- 352 Ex: sí
- 353 J: lo metemos en un círculo verde. ¿la caja rueda?
- 354 Ex: no
- 355 J: no, pues esto lo metemos en un círculo azul. Las cosas que no ruedan las meto en un
356 círculo azul. ¿el cubo este, rueda?
- 357 Ex: no

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

358 J: círculo azul. ¿el cilindro este rueda?

359 Ex: sí

360 J: sí, lo meto en un círculo verde. ¿la madeja de lana rueda?

361 Ex: sí

362 J: en un círculo verde. ¿el dado este rueda?

363 Ex: no

364 J: en un círculo azul. ¿la galleta rueda?

365 Ex: sí

366 J: en un círculo verde. Chicos, meto en un círculo verde las cosas que ruedan, vale. Y en
367 un círculo azul, los que no ruedan. Primero, vamos a coger el color verde, que nos lo va
368 a dar, mi capitán E13. E13 va a coger los colores verdes y le va a dar a cada uno de los
369 compañeros, un color verde y E1 te va a ayudar

370 [ya están repartidos los libros y los colores verde. El profesor repasa lo que deben hacer
371 en la ficha]

372 J: las canicas ruedan, la madeja de lana rueda, el cilindro azul rueda, lo demás no rueda
373 por lo que ya no va en círculo verde. Las cosas que no ruedan no van con un círculo
374 verde, lo dejo ahora mismo. Las cosas que ruedan, las meto en un círculo verde.

375 [los alumnos rodean las cosas que ruedan de color verde]

376 J: Bueno, ahora, capitán y ayudanta, le dais a los compañeros un color azul. Recogéis el
377 verde y le dais a cada uno un color azul

378 [reparten el color azul]

379 J: rodeamos aquellas cosas que no ruedan, porque sean un prisma o un cubo y ni los
380 cubos ni los prismas, ruedan. La caja es un prisma. Chicos, el dado que tiene el número
381 cuatro, ¿qué es? ¿un cubo o un prisma?

382 Ex: un cubo

383 J: es un cubo, muy bien. Y, eso que tiene tantos colorines, ¿qué es? ¿un cubo o un
384 cuadrado?

385 Ex: un cuadrado

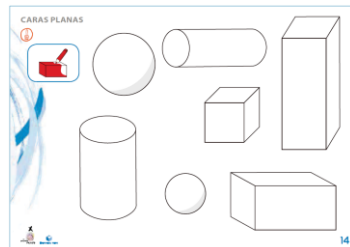
386 J: ains, perdón, perdón, ¿un cubo o un prisma?

387 Ex: un cubo

388 J. es un cubo, es un cubo. Esa cajita de tantos colores es un cubo. Y la caja azul grande
389 que se cierra y se abre, ¿qué es?

390 Ex: un prisma
391 E8: he terminado
392 E6: ¿qué hago?

393 J: El que haya terminado que se quede sentado que vamos a explicar la siguiente ficha.
394 Todos nos quedamos sentaditos y pasamos a la siguiente página que es la catorce, el
395 uno con el cuatro. Chicos, escuchamos ahora lo que voy a decir. Después, yo voy a ir
396 por cada sitio y os voy a poner el faster, que se llama esto, en el cuaderno, que se me ha
397 olvidado ponerlo ahora. **Bueno, en el trabajito que tenemos ahora, tenéis que estar**
398 **atento, porque se me ha olvidado explicarlo cuando estábamos sentados**
399 **[asamblea] . Chicos, las figuras que hemos estado viendo antes, hay algunas que**
400 **las podemos poner unas encima de las otras.**



401
402 Por ejemplo, esto ¿qué es? [tomando la caja donde guarda las piezas, que
403 tiene forma de cilindro]

404 Ex: un cilindro

405 J: **¿yo puedo poner algo encima del cilindro?**

406 Ex: sí

407 J: por ejemplo, puedo poner [toma una caja de puzles con forma de prisma de
408 base cuadrangular donde la altura del cuerpo es considerablemente
409 menor que la longitud del lado del cuadrado de la base] ¿esto qué es?

410 Ex: un cuadrado

411 Ex: un cubo

412 J: **no es un cubo porque si fuera un cubo todas sus caras serían cuadrados.** Esto son
413 rectángulos [señalando sobre las caras laterales]. **¿esto qué es?** [para qué
414 le den el nombre de la pieza]

415 Ex: cuadrado

416 **Ex: rectángulo**

417 J: no, no, a ver, esto tiene algunas caras que son rectángulos, pero esta figura no se
418 llama rectángulo, sus caras son rectángulos y bueno, algunas son cuadrados

Comentado [AMED6]: S7 u6

Comentado [AMED7]: S7 u7

Comentado [AMED8]: S7 u8

Comentado [AMED9]: S7 u9

Comentado [AMED10]: S7 u10

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

419 E15: esfera

420 J: E15, ¿esto es una esfera? ¿esto es una esfera? Las esferas rodaban por todos los sitios.
421 A ver, chicos, ¿esta qué figura es? Tiene caras, unas caras son cuadrados, otras
422 caras son rectángulos, ¿cómo se llama esta figura? ¿se llama cubo?

423 Ex: no

424 J: ¿se llama cilindro?

425 Ex: no

426 J: ¿se llama prisma?

427 Ex: no

428 J: ¿se llama prisma?

429 Ex: no

430 J: ¿esto no se llama prisma?

431 Ex: sí

432 J: chicos, esto es un prisma. ¿se puede poner el prisma encima del cilindro?

433 Ex: sí

434 J coloca el prisma (puzzle) encima del cilindro (caja donde guarda las
435 piezas)

436 J: A ver, ¿esto qué es? [tomando un sombrero con forma de cilindro con
437 altura de dimensión menor a la medida del diámetro de sus bases]

438 Ex: un sombrero

439 J: sí, un sombrero, pero ¿esto qué es? ¿un cilindro, una esfera, un prisma?

440 Ex: una esfera

441 Ex: un círculo

442 Ex: un cilindro

443 J: ¿esto es una esfera? ¿esto rueda por todos lados? Un ¿qué?

444 Ex: un cilindro

445 J: Un cilindro, muy bien. ¿lo puedo poner encima del prisma?

446 Ex: sí

447 J coloca el cilindro encima del prisma

Comentado [AMED11]: S7 u11

Comentado [AMED12]: S7 u12

Comentado [AMED13]: S7 u13

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

448 J: a ver, ehh [buscando otro objeto que poder apilar]
449 E5: estás haciendo una gran torre
450 J: [tomando un libro con forma de prisma] ¿esto qué es? Un ¿qué?
451 Ex: un libro
452 J: un libro, pero ¿qué forma tiene?
453 Ex: cubo
454 Ex: cuadrado
455 Ex: prisma
456 J: otro prisma, muy bien. ¿lo puedo poner encima del cilindro?
457 Ex: sí
458 J: sí [coloca el prisma encima del cilindro]. A ver, esto ¿Qué era? Un ¿qué?
459 Ex: esfera
460 Ex: pelota
461 J: una esfera, muy bien. ¿puedo poner la esfera encima del prisma?
462 Ex: no
463 J: no, se me cae. A ver, más o menos ahí se ha quedado [coloca la esfera encima
464 del prisma]. Ahora, a ver, ¿esto qué es?
465 Ex: una caja
466 J: una caja, pero las cajas ¿qué son?
467 Ex: silencio
468 J: prrris
469 Ex: prisma
470 J: [intenta colocar el prisma encima de la esfera]. A ver, ... ah, ah, se cae
471 Ex: jajaja
472 J: chicos, puedo poner encima de la esfera cosas. Chicos, ¿Encima de la esfera puedo
473 poner cosas?
474 Ex: no

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

475 J: encima de las esferas no puedo poner nada. Y encima de los cilindros [tomando
476 otro objeto con forma de cilindro], puedo poner cosas, pero si lo pongo por
477 las caras [señalando las bases del cilindro], que son planas. ¿Aquí puedo
478 poner cosas encima?

Comentado [AMED14]: S7 u14

479 Ex: sí

480 J: pero ¿y aquí? [señalando la parte curva del cilindro]

Comentado [AMED15]: S7 u15

481 Ex: no

482 J: no, por aquí se caen, pero por las caras sí las puedo poner. Por aquí y por aquí
483 [señalando las dos bases], sí, pero por aquí [señalando la parte curva], no,
484 se resbalan

485 Ex (...): y se cae toda la torre

486 J: chicos, qué vamos a hacer. Vamos a colorear aquellas figuras que sí podemos
487 ponerlas unas encima de la otra [toma el libro por la ficha que deben
488 realizar]. ¿puedo poner algo encima del cilindro este?

Comentado [AMED16]: S7 u16

489 Ex: sí

490 J: ¿puedo poner algo encima de la esfera esta?

491 Ex: no

492 J: pues no la coloreo

493 J: ¿Puedo poner algo encima de esta esfera?

494 Ex: no

495 J: pues no la coloreo. ¿Puedo poner algo encima de este cilindro que está así tumbado
496 por la parte qué rueda?

497 Ex: no

498 J: no, no lo coloreo. ¿Puedo poner algo encima del cubo?

499 Ex: sí

500 J: sí lo coloreo ¿Puedo poner algo encima del prisma?

501 Ex: sí

502 J: pues lo coloreo ¿Puedo poner algo encima del prisma?

503 Ex: sí

504 J: Sí lo coloreo. Así que vamos a colorear aquellas figuras en las que puedo poner algo
505 encima de ellas. No coloreo ni las esferas ni este cilindro que está tumbado. Y sí coloreo
506 el cubo, el prisma este que está tumbado, este otro prisma y sí coloreo este cilindro

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.7. Transcripción S7

507 porque encima puedo poner cosas. Vamos a colorear de color rojo aquellas figuras sobre
508 las que puedo poner algo encima. Repito, coloreo el prisma, el cubo y este cilindro. No
509 coloreo la esfera, esta otra esfera y este cilindro. Lo hemos entendido, ¿verdad? Venga,
510 E1 y E13 repartirle a cada niño un color rojo

511 [comienzan a realizar la ficha individualmente. El profesor se va
512 pasando por las mesas]

513 J: Este no, E2, porque a este no le puedes poner nada encima. No coloreamos aquellas
514 figuras a las que no podamos poner nada encima [...] Sí, E12, este sí lo coloreo. Quien
515 no sepa algo, que me pregunte, que para eso estamos aquí

A1.8. Transcripción de la parte de Geometría en el aula de 4 años del profesor José.

[S8]

J: José (profesor)

Ex: Estudiante x

Es: todos los estudiantes

INV: Investigadora

Se inicia la clase cada uno en su sitio. Comienzan a hablar sobre lo que les preocupa, cosas que realizaron ayer por la tarde, cosas que van hacer hoy,... después pasan lista y nombran a un encargado y ayudante (que van a ser los que ayuden al maestro cuando lo necesite, hoy son E15 y E6. Ya pasan por grupos=equipos a la asamblea (están dispuestos en 3 mesas, 3 equipos). Todos sentados en asamblea, el profesor comienza a repasar con E17 las letras, después las repasa con todos. A continuación, coge los números y los va repasando. Hay un alumno (E15) que los conoce todos y se adelanta al resto, le dice que sea él el profesor. Así el no puede decir los números y el maestro pues observa mejor quien se lo sabe y no el que lo dice porque ha escuchado lo que dice E15. A continuación hace algunos exámenes, es decir, problemas aditivos, del tipo:

Lola tiene 3 galletas y se come 2 ¿Cuántas le quedan?

Marta tiene 3 caramelos y su prima le da 2 ¿cuántos caramelos tiene ahora Marta?

María tiene 3 lápices y Juan tiene los mismos que María ¿cuántos lápices tienen entre los dos?

Después trabajan algunas ilusiones ópticas, para que los alumnos sean capaces de prestar atención en las 2 partes que se puede sacar del dibujo (me dice que es este material es de otro curso que hizo ilusiones ópticas). Y, a continuación, comienza la parte de geometría.

- 1 J: Chicos, vamos a repasar las figuras geométricas y vamos a conocer a un amiguito
- 2 nuevo
- 3 E17: yo no lo conozco
- 4 J: por eso, E17, las vamos a repasar y vamos a aprender una figura nueva
- 5 E8: ¿Cuál es la nueva?
- 6 J: ahora la vamos a conocer, una figura geométrica nueva, aparte de las que ya
- 7 conocemos. Vamos a repasar las que ya conocemos y os voy a presentar a la nueva
- 8 E8: ¿el puente?
- 9 J: el puente no, vamos a recordar las que conocemos y vamos a hablar algo de lo que no
- 10 conocemos, porque después no lo sabemos. Creemos que lo sabemos, pero no lo

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

11 sabemos. Shh [saca un cuerpo geométrico, prisma de la caja de los
12 cuerpos geométricos]

13 Ex: prisma

14 J: es un prisma. Decíamos que los prismas tenían muchas

15 Ex: aristas

16 J: y muchas... [señalando las caras]

17 Ex: caras

18 J: las caras de los prismas

19 Ex: y picos

20 J: y picos. Las caras de los prismas podían ser [señalando sobre una cara
21 cuadrada]

22 Ex: cuadrados

23 J: cuadrados o [señalando sobre una cara rectangular]

24 Ex: rectángulos

25 J: rectángulos, vale. Tiene muchas aristas

26 Ex: y tiene muchos picos

27 J: el prisma tenía picos, aristas y caras. Y las caras podían ser o rectángulos o
28 cuadrados. Siguiendo amiguito que sacamos [sacando de la caja un cubo]. Es
29 muy parecido al prisma

30 Ex: cubo

31 J: el cubo era muy parecido al prisma, pero ¿qué le pasaba? Que sus caras eran todas
32 cuadradas

33 Ex: tiene aristas

34 J: sí, tiene también aristas, piquitos. Tiene también caras, pero sus caras son todos
35 cuadrados. ¿Hay alguna cara diferente o son todas iguales?

36 Ex: iguales

37 J: son todas iguales. En el prisma, ¿todas sus caras cómo son? En un prisma, todas sus
38 caras [...] El prisma, acordarse, que todas sus caras no eran iguales, ¿esta cara es igual
39 que esta [señalando un cuadrado]?

40 Ex: no

41 J: ¿cuál es más grande, el rectángulo o el cuadrado?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

42 Ex: el rectángulo

43 J: en un cubo todas son iguales. Todas son...

44 Ex: cuadrados

45 J: cuadrados, muy bien. ¿rodaban?

46 Ex: no

47 J: no, no ruedan. Ahora tenemos [sacando de la caja un cilindro]

48 Ex: cilindro

49 J: ¿el cilindro rueda?

50 Ex: sí

51 J: ¿por todos lados?

52 Ex: por uno

53 J: solamente por un lado. Tiene dos círculos, tiene dos caras. Tiene esta cara y esta cara

54 [señalando sobre la pieza]. ¿y esta cara qué es?

55 Ex: un círculo

56 E13: y rodaba por el medio

57 J: sí, rueda por aquí [haciendo rodar la pieza sobre su mano]

58 E7: maestro, ¿por qué no hacemos una torre?

59 J: chicos, la siguiente figura es... **Bueno, bueno, que no lo hemos dicho, del prisma**

60 **sale el cuadrado y el rectángulo. Del cubo sale el cuadrado y del cilindro sale el**

61 **Ex: círculo**

62 J: círculo, muy bien. Ahora vamos a sacar la... [saca la mano vacía, sin ninguna

63 figura]

64 Ex: jajaja

65 J: oye, pero sí yo la he cogido... se me resbalará. Espérate, ea, pues ya está cogido, ya

66 no se me escapa... Chicos, y ahora tenemos a la ... [saca la mano vacía, sin

67 ninguna figura]

68 Ex: jajaja

69 J: se me cae, se me cae. Vamos a hacer una cosa, la va a coger E7, para que a mí no se

70 me caiga más. A la de tres, E7 va a sacar una pieza. Una, dos y tres

71 Ex: una esfera

Comentado [AMED1]: S7 u1

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

- 72 J: una pera, ¿cómo va a sacar una pera?
- 73 Ex: he dicho una esferaaaa
- 74 J: una ¿qué?
- 75 Ex: una esferaaaaa
- 76 J: ah, una esfera. Ha sacado una esfera, y ¿qué le pasa a la esfera?
- 77 Ex: Que rueda por todos lados
- 78 J: Que rueda por todos lados y de la esfera ¿qué puedo sacar?
- 79 Ex: el círculo
- 80 J: el círculo, muy bien. ¿la esfera tiene caras?
- 81 Ex: no
- 82 J: tiene una única superficie, una única cara. ¿tiene cuadrados?
- 83 Ex: no
- 84 J: ¿tiene aristas?
- 85 Ex: no
- 86 J: tiene una sola cara. Bota, bota, la pelota. Las pelotas son esferas. ¿qué más son
- 87 esferas?
- 88 Ex: las naranjas, los tomates
- 89 J: muy bien, ¿qué más son esferas? Los ¿qué? [haciendo mímica de un globo]
- 90 Ex: los kiwi
- 91 J: los kiwi son ovalados
- 92 Ex: las manzanas
- 93 J: las manzanas
- 94 Ex: el huevo
- 95 J: el huevo es ovalado, pero bueno
- 96 Ex: la sandía
- 97 J: la sandía, me encanta
- 98 Ex: el melón, las uvas

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

99 J: las uvas. Chiquillo, y una cosa que vuela que va así por el aire con un palito o
100 cuerda...

101 Ex: los globos

102 J: los globos también son esferas [Tomando de nuevo la caja de las piezas]

103 Ex: ahora el nuevo

104 J: no, nos falta una pieza todavía. A ver, por último, sacamos la ... [saca la mano
105 vacía, sin ninguna figura]

106 Ex: jajaja

107 J: otra vez. A ver, bueno, ahora tenéis que adivinar si la tengo en la izquierda o la tengo
108 en la derecha. A ver, a ver... [ha tomado una pieza y la ha escondido en una
109 de sus manos]

110 Ex: en la izquierda

111 J: en la izquierda o en la derecha o en la izquierda

112 Ex: en la izquierda

113 J: izquierda, izquierda, derecha, derecha, delante, detrás, un, dos, tres. ¿en la derecha?
114 E7, ¿en cuál está?

115 E7: ahí

116 J: ¿en la derecha?

117 Ex: no, ahí

118 J: ¿en la izquierda? Shh, shh, ¿está en la izquierda? Cuidado que lo lanzo

119 Ex: no, no...

120 J: cuidado, que si está, te da, ehh. E14, que va, que va...

121 Ex: ah, no está

122 J: estaba en la derecha [muestra la pieza que es un prisma de base
123 triangular]

124 Ex: **la pirámide**

125 J: la ¿cómo?

126 Ex: la pirámide

127 J: la pirámide también tiene

128 Ex: aristas

Comentado [AMED2]: S8 u2

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

- 129 J: la pirámide también tiene aristas, también tiene ¿esto qué son?
- 130 Ex: caras
- 131 J: caras, al igual que el prisma, al igual que el cubo [...] chicos, la pirámide tiene
132 también ¿esto qué son? [señalando las aristas]
- 133 Ex: aristas
- 134 J: aristas y tiene también [señalando las caras]
- 135 Ex: caras
- 136 J: caras, pero las caras que tiene la pirámide son ...
- 137 Ex: no rueda
- 138 J: la pirámide no rueda. Las caras ¿qué son?
- 139 E14: triángulos
- 140 J: muy bien, diego, **las caras son triángulos, aunque también tiene caras que son**
- 141 Ex: cuadrados
- 142 J: o
- 143 Ex: rectángulos
- 144 J: rectángulos. Fijarse, la pirámide lo graciosa que es, tiene ... ¿esta cara qué es?
145 [señalando sobre la pieza]
- 146 Ex: rectángulo
- 147 J: rectángulo. Esta cara que es un ...
- 148 Ex: cuadrado
- 149 J: y esta cara que es un ...
- 150 Ex: cuadrado
- 151 J: esta cara ¿qué es? [señalando sobre una de las bases del prisma de base
152 triangular]
- 153 Ex: pirámide
- 154 J: no
- 155 Ex: un triángulo
- 156 J: un triángulo, muy bien. Chicos, pues **os voy a presentar a una amiguita de la**
157 **pirámide, nueva, pero la tenemos que hacer nosotros. ¿Queréis que la haga?**

Comentado [AMED3]: S8 u3

Comentado [AMED4]: S8 u4

Comentado [AMED5]: S8 u5

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

158 Ex: sí

159 J: **se parece mucho a una pirámide**, pero... ahora la vamos a ver... bueno, yo la hago
160 y ahora la vemos entre todos, vale

161 Ex: ¿qué vas a hacer? ¿un truco?

162 J: un truco no. **Aquí la tengo, aquí la tengo** [tomando una fotocopia del
163 desarrollo plano de un cono en un folio]

164 **Ex: un círculo**

165 **J: la tengo que recortar. Chicos, vamos a cortar a nuestro nuevo amigo y luego**
166 **tenemos que formarlo porque así no es. Vamos a cortarlo**

167 [...]

168 **J: venga, necesito al capitán o ayudante. Me tienen que traer el pegamento**

169 **E: va por el pegamento**

170 **J: así, pegaba, así, así, así pegaba así, así, que yo la vi.** Martes, antes de almorzar, el
171 maestro quería jugar, pero no pudo jugar porque tenía que pegar. Así pegaba ,así, así.
172 Así pegaba, así, así. Así pegaba que yo lo vi...

173 [...]

174 J: chicos, vamos a construir una nueva forma geométrica

175 Ex: forma geométrica

176 J: forma geométrica, que no va a ser ni un cubo, no va a ser un prisma, no va a ser un
177 cilindro, no va a ser... ¿qué va a ser? Va a ser muy parecido a ...

178 Ex: un capirucho

179 J: sí. Ahora vamos a decir todas las cosas que parece, si soy capaz de pegarlo

180 Ex: un cucurucho

181 J: ahora ya, ahora ya... E1, tráeme el fiso, porque si no voy a estar hasta las dos aquí
182 con el cucurucho

183 [...]

184 J: chicos, ¿qué hemos formado?

185 Ex: un cucurucho

186 J: **parece un cucurucho, si lo pongo así...** [colocando el círculo para arriba]

187 Ex: un cucurucho

Comentado [AMED6]: S8 u6

Comentado [AMED7]: S8 u7

Comentado [AMED8]: S8 u8

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

188 Ex: un helado

189 J: si lo pongo así [colocando el círculo para abajo encima de su cabeza]

190 Ex: nazareno

191 Ex: un **gorro de fiesta**

192 Ex: un gorro de payaso

193 Ex: un gorro de cumpleaños

194 J: lo de los nazarenos, ¿qué es?

195 E13: **un capirote**

196 J: y si lo pongo así de pie

197 Ex: un cono de esos que ponen los policías

198 J: Un cono, lo ha dicho estupendamente bien E1, **un cono como el que ponen en la**

199 **carretera los policías o como también ha dicho E9 los que ponen para que pasen**

200 **los niños o las niñas con la pelota.** Bueno, esta nueva figura, amiguita nuestra, se llama

201 ...lo ha dicho E1. Se llama

202 EX: cono

203 J: lo escribimos en la pizarra. COOO- NOO

204 Ex: la N con la O

205 J: vamos a decir cositas del cono

206 Ex: acaba en pico

207 J: que acaba en pico

208 Ex: una bola

209 J: ¿una bola aquí abajo?

210 Ex: un círculo

211 J: chicos, el cono ...

212 Ex: rueda

213 J: a ver, chicos, **el prisma, yo lo puedo poner así** [tomando un prisma de base

214 **cuadrada y apoyándolo sobre su mano sobre una de sus bases]. Lo puedo**

215 **poner así** [poniendo el prisma apoyado sobre una de sus caras laterales].

216 **Lo puedo poner de muchas formas, ¿verdad? Porque tiene caras. El cono,**

217 **solamente ¿cómo lo puedo poner? ¿Lo puedo poner así?** [apoyado sobre su

218 **vértice]**

Comentado [AMED9]: S8 u9

Comentado [AMED10]: S8 u10

Comentado [AMED11]: S8 u11

Comentado [AMED12]: S8 u12

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

219 Ex: no

220 Ex: para rodar

221 J: bueno, lo puedo poner así para que rueda [apoyándolo sobre su cara curva]

222 Ex: sí

223 J: ¿el cono rueda entonces?

224 Ex: sí

225 J: pero ¿rueda por todos los lados como la esfera?

226 Ex: no

227 E7: el cilindro y el cono ruedan por el mismo lado

228 J: E7, maravilloso, al cono le pasa igual que al cilindro, que rueda por el medio, no
229 rueda ni por aquí [señalando sobre el círculo] ni por aquí [señalando sobre
230 el vértice]

231 Ex: y pincha

232 J: sí, y pincha, por aquí pincha, tiene un pincho [señalando sobre el vértice],
233 un pico. El cono, para ponerlo de pie, ¿cómo lo tengo que poner?

234 Ex: así, como una pirámide

235 J: sí, como si fuera una pirámide. Lo tengo que poner por la ... ¿cómo se llama esto?
236 [señalando sobre la base del cono], por la base. La base es una ..

237 E7: cara

238 J: muy bien E7, una cara. Y ¿qué forma tiene la cara del cono?

239 Ex: círculo

240 J: el cono tiene una cara que es la base, que es sobre lo que hay que ponerla para
241 que se quede de pie

242 Ex: lo podemos poner en la cabeza

243 J: hombre, si le quito la base, que es un círculo, me lo puedo poner en la cabeza como
244 un gorro. Hemos dicho que rueda por un lado, que tiene una base, que la base es un
245 círculo, ¿tiene caras por aquí? [señalando la superficie curva]

246 Ex: no

247 J: no. Y se parece... ¿a qué se parece?

248 E3: parece que tiene una cara

Comentado [AMED13]: S8 u13

Comentado [AMED14]: S8 u14

Comentado [AMED15]: S8 u15

Comentado [AMED16]: S8 u16

Comentado [AMED17]: S8 u17

Comentado [AMED18]: S8u18

Comentado [AMED19]: S8 u19

Comentado [AMED20]: S8 u20

Comentado [AMED21]: S8 u21

Comentado [AMED22]: S8 u22

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

249 J: sí, por aquí abajo tiene una cara. Muy bien. La base, E3, se llama base

250 E3: si lo ponemos en el suelo no se cae

251 J: efectivamente, si lo ponemos en el suelo no se cae. Pero, ojo, si lo pongo por el pico,
252 ¿qué le pasa?

253 Ex: se cae

254 J: sí se cae, lo tengo que poner por la base, por el círculo

255 Ex: Maestro, si lo pongo así, da vueltas

256 J: sí, como un trompo. Vamos a ponerlo, a ver si da vueltas [intenta girar el cono
257 sobre su vértice]. Sí, pero se nos cae

258 Ex: yo tengo un trompo en mi casa y se tirarlo también

259 J: sí, pero no lo estropeo, que es muy bonito [...] Bueno, chicos, nos sentamos cada uno
260 en su sitio

261 [...]

262 J: bueno, chicos, en el trabajito de hoy tenemos a nuestro nuevo amigo, por eso lo
263 hemos presentado hoy. La niña está jugando con las construcciones, tiene esferas, tiene
264 cilindros, tiene prismas y también hay aquí dos ¿qué?

265 Ex: conos

266 J: dos conos. Tiene dos conos

267 Ex: y no se caen

268 J: no se caen porque están apoyados por la base al prisma, por eso no se caen. Y los
269 prismas están sosteniendo a ese prisma que tienen arriba. Una construcción, esta niña
270 está haciendo construcciones como la que ustedes hacéis. A ver, pues en el castillo,
271 tenemos que pintar las esferas ¿de qué color?

272 Ex: azules

273 J: los prismas ¿de qué color?

274 Ex: lila

275 J: lila, de morado. Los cilindros, ¿de qué color?

276 Ex: verde

277 J: y los conos, ¿de qué color?

278 Ex: de naranja

279 J: vale, parece rojo, pero es naranja. Repitimos, vale. Las esferas, azul. Los prismas

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

280 Ex: lila

281 J: lila. Los cilindros,

282 Ex: verde

283 J: los conos

284 Ex: de naranja

285 J: ¿me he enterado?

286 Ex: sí

287 J: ¿lo he entendido?

288 Ex: sí

289 J: pues vamos a hacerlo, tenemos que buscar la página 15, que es el uno con el cinco

290 [...]

291 J: miramos todos, soltamos los colores y miramos todos. Los prismas, chicos, no son

292 todos iguales, hay prismas que tienen los rectángulos más grandes y otros prismas que

293 tienen los rectángulos más chicos. Este prisma de aquí, mirad, este tiene estos

294 rectángulos más grandes, y por eso es más alto. Este de aquí, ¿Cómo lo tiene?

295 Ex: más chico

296 J: y este de aquí, ¿Cómo lo tiene?

297 Ex: finito

298 J: mucho más finito, mucho más chico... tenemos que pintar los tres prismas, el grande,

299 el mediano y el chico. Sus lados no son siempre iguales, dependiendo de cómo sean sus

300 caras, el prisma será más grande o más pequeño, vale. Tengo que pintar todos los

301 prismas

302 E16: ¿y esto?

303 J: Y a ver, volvemos a mirar aquí, soltamos todo. Me pregunta E16, y me pregunta muy

304 bien, porque yo no lo he explicado tanto, que si este de aquí también va en azul. E16,

305 esto no es una esfera. ¿esto qué es? Un ¿qué?

306 E2: círculo

307 Ex: cilindro

308 J: es un cilindro, pero un cilindro muy chiquitito, muy bajito, vale. Es un cilindro muy

309 bajito

310 Ex: chico

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

311 J: los cilindros pueden ser más altos o más bajos. Chicos, mirad aquí, ¿esto es un
312 cilindro? [tomando el cilindro de las piezas de madera]

313 Ex: sí

314 J: ¿y esto es un cilindro? [tomando el fiso]

315 Ex: sí

316 J: ¿son los dos igual de alto?

317 Ex: no

318 J: este cilindro [señalando la pieza de madera] es más alto que este [señalando
319 el fiso], pero este también es un cilindro [señalando de nuevo el fiso]. Es más
320 bajito, pero sigue siendo un cilindro. Y este, es también un cilindro, pero es más alto,
321 vale. Esto de aquí [señalando sobre la ficha 15] es un cilindro, lo tengo que
322 pintar de verde, porque es un cilindro. lo pinto verde, vale. Este verde, este verde, vale.
323 El que no sepa algo que lo pregunte, que no pasa nada por preguntar, vale. Los
324 cilindros, pueden ser más altos o más bajos y se pintan de color verde. Hay dos que son
325 muy altos y otro que es más bajito

326 E1: maestro, ¿este también se colorea?

327 J: sí

328 [los niños van realizando la ficha cada uno en su sitio])

329 J: el niño o la niña que no sepa algo, que lo pregunte

330 [...]

331 J: que no quede nada de blanco. E22, ¿esto qué es?

332 Ex: (no dice nada)

333 J: esto es un prisma, lo tienes que pintar morado, vale. E8 te falta eso, el cilindro

334 Ex: ¿el qué?

335 J: acabo de explicar que hay cilindros que son más bajitos y otros altos. Quien no sepa
336 algo, que lo pregunte, que para eso estamos aquí. Los conos, el nuevo, va de color
337 naranja. INV, el cono es una figura muy cercana a ellos. Le cuesta trabajo cuando son
338 más planitas...

339 [...]

340 J: Repito, hay un cilindro que es muy bajito, que lo pinto de verde. E12, despacito, sin
341 salirte. Quien no sepa algo, que me lo pregunte, que para eso estamos aquí

342 [...]

343 J: te has equivocado, ¿no? ¿de qué color tienes que pintarlo?

Anexo 1. Transcripciones de cada una de las observaciones de aula
A1.8. Transcripción S8

- 344 E15: de verde
- 345 J: pues trae una goma

Anexo 2. Guiones de las distintas entrevistas

En este anexo se presentan los guiones de las distintas entrevistas realizadas en este estudio.

Organización del anexo

A2.1. Guion de Entrevista 1

A2.2. Guion de entrevista 2

A2.3.1. Guion de entrevista 3.1

A2.3.2. Guion de entrevista 3.2

A2.3.3. Guion de entrevista 3.3

A2.4. Guion de entrevista 4

A2.5. Guion de entrevista 5

A2.1. Guion de Entrevista 1

PREGUNTAS ENTREVISTA 1
PROPIEDADES DE LOS CUERPOS
Has trabajado en clase el cubo, el prisma, el cilindro, la esfera y la pirámide, y las estampaciones de la cara más representativa de cada uno de ellos. ¿Qué pretendes con ello?
He observado que no te quedas con la identificación de cuerpos, sino que ibas mostrando propiedades de los cuerpos. Por ejemplo, cuando trabajabas el cubo, les decías: de un cubo, sale un cuadrado. ¿Querías llegar a eso? ¿Por qué?
¿Crees que, con esta forma de enseñar, aprenden los alumnos? ¿Qué aprenden?
¿Por qué crees que les cuesta más el rectángulo?
¿Por qué separa el cubo del prisma?
¿Qué pretendes con la actividad en la que les confundías (les decía: un cubo y mostraba un prisma)?
<i>Me ha comentado en la anterior que es solo motivación, por lo que le pregunto de nuevo:</i>
¿Por qué entre un cubo y un prisma y no entre otras figuras (p.e. prisma y cilindro)?
¿Por qué les cuesta distinguir las caras de los cuerpos?
¿Por qué usas este libro?
<i>Al ver el libro, he observado que incluye también magnitud y medida</i>
Volviendo al trabajo de los prismas. Les comentas “los cubos son prismas, pero tienen todos sus lados iguales”. ¿Piensas que esto les llega a los estudiantes?
<i>Esta está ya preguntada, pero le insisto de nuevo:</i>
Insistes en proporcionarle propiedades de los cuerpos ¿por qué lo haces?
ESTAMPACIONES
¿Para qué usas las estampaciones?
En la estampación del prisma estampas solo el rectángulo y no el cuadrado, ¿Por qué?
Les comentas: “los rectángulos se parecen a los cuadrados, pero no son iguales”. ¿Qué pretendes con eso?
Cuando distingues el rectángulo del cuadrado, te centras en las diferencias y no en las similitudes, ¿Por algún motivo?
He observado que en el cilindro sí les comenta que posee una cara curva, sin embargo, en los prismas no comentas que todas sus caras son planas, ¿Por qué?
COMPARACIÓN
También comparas el cilindro y la esfera, ¿Por qué no comparas el prisma con el cilindro?
En la comparación del cilindro y la esfera, también te centras en diferencias ¿Por qué?
PIRÁMIDE
Usas las piezas de madera, ¿Por algún motivo?
¿Por qué usas ese material (piezas de madera)?
¿es material del libro o es material que tenéis ustedes?
Y utilizas esta  para referirte a la pirámide, ¿Por qué?
Y del cuerpo anterior estampas el triángulo, ¿por qué? ¿Por qué era la figura que te quedaba por estampar?
PARTIR UN CUERPO GEOMÉTRICO PARA PODER ESTAMPAR
Me comentaste que no habías estampado nunca una esfera. Tomaste una esfera, la partiste y después estampaste una de las mitades ¿Qué pretendes con esa actividad?
¿En qué te inspiras para hacer esa actividad? ¿para partir la esfera?
¿Por qué no partes los otros cuerpos, por ejemplo, el cilindro?
¿Por qué realizas ese curso?
GENERAL
Y de las actividades, ¿tú viniste con la clase más o menos preparada o improvisaste sobre la marcha? ¿o cómo lo hacías?
¿Por qué estampas la cara que estampas de cada cuerpo geométrico?
¿Por qué no trabajas el cono?
Y si coges la esfera y la estampas sin partirla, ¿qué sale?
¿Y del cilindro?

Tabla A2.1. Guion de Entrevista 1 (E1)

A2.2. Guion de Entrevista 2

PREGUNTAS ENTREVISTA 2
GENERAL
¿Hiciste la especialidad de Infantil?
¿Podrías explicar tu relación con las matemáticas, es decir, si te gustan o te gustaban cuando estudiabas primaria, bachillerato, facultad...?
¿Con que contenidos matemáticos te sientes más cómodo?
GEOMETRÍA
¿Crees que las matemáticas son una materia importante en Infantil?
¿Crees que la Geometría es un bloque importante dentro de las matemáticas de Infantil? ¿o es secundario?
¿Por qué?
¿Qué es para ti Geometría? Defínela
¿Qué contenidos geométricos se trabajan en Infantil?
¿Coincide con lo que crees que se debe trabajar?
¿Con qué contenidos geométricos te sientes más cómodo? ¿cuál/es menos?
¿Crees que en Infantil el abordaje de la Geometría es diferente al que se realiza en los otros cursos? ¿En qué sentido?
¿Geometría es igual a figuras/formas o es algo más?
LIBRO TEXTO
¿Soléis terminar todas las fichas?
¿Os dejasteis alguna atrás? ¿cuál? ¿por qué?
¿Hay alguna/s ficha/s que tengas pensado saltarte de este trimestre?
¿Podemos ver cuáles fichas del libro (1º trim) tratan sobre Geometría?
¿Por qué no trabajas esta ficha?
Y de estas, ¿cuál crees que es la más interesante? ¿Por qué?

Tabla A2.2. Guion de Entrevista 2 (E2)

A2.3.1. Guion de Entrevista 3.1

PREGUNTAS ENTREVISTA 3.1	SUBDOMINIO/S pretendido
CLASIFICACIÓN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS	
Me podrías hacer una clasificación de los cuerpos geométricos que conozcas	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de cuerpos Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
Represéntalo en papel Dibuja ejemplos de cada uno de los tipos que has nombrado	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
Existen distintos tipos dentro de cada uno de los que has mencionado Es decir, ¿existen distintos tipos de cilindro? ¿Existen distintos tipos de prisma? ¿y de pirámide?	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
¿Qué caras puede contener un prisma?	KOT Conocimiento de tipos de prisma KOT Conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados
¿Qué tienen en común el prisma y el cubo?	KOT Conoce que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada
¿Cara y lado se usan como sinónimos? ¿se pueden usar indistintamente?	KOT Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, ya que combina el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
Traigo este material manipulativo y me gustaría que realizaras grupos, es decir, una clasificación de este material 	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de cuerpos Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen

Durante la clasificación, le realizo preguntas para que se cuestione o me razone el porqué de ubicarlo en ese grupo. Preguntas como las siguientes: ¿estos cuatro juntos? ¿en cuáles te surgen dudas? Irregular, ¿por qué? ¿un paralelogramo? ¿esto lo puedes considerar de otra forma? De estos de aquí, ¿los unes porque son redondos? ¿estos quedan sueltos, no los puedes agrupar? Estos de aquí, ¿los ves completos o que faltan? Es decir, ¿tú qué pondrías más o qué quitarías? ¿de los prismas que tienes, no echas en falta alguno? ¿sus lados no se cortan nunca?	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de cuerpos Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
De todos los grupos redondos, ¿Todos son de revolución?	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de cuerpos Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
PREGUNTAS ACERCA DE VOCABULARIO GEOMÉTRICO	
¿El término poliedro te suena? ¿Qué significa?	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, ya que combina el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
¿Cuáles serían los poliedros?	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, ya que combina el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
Me podrías nombrar alguno de los cuerpos del material	
¿Trapezio es esto entero? ¿Trapezio es de 2 dimensiones o 3 dimensiones?	
¿Qué deben tener en común los cuerpos para pertenecer al mismo grupo? Es decir, estos de aquí, pues son del mismo grupo porque ... ¿Me puedes dar una propiedad de cada grupo que has hecho?	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de cuerpos Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
Este grupo, es que me dices que no sabes si son prismas o pirámides. ¿Tienen características de prismas?	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
A estos tres (tomando en la mano el octaedro, dodecaedro e icosaedro), ¿le puedes dar nombre? ¿o clasificarlos junto a alguno?	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen

Tabla A2.3. Guion de Entrevista 3.1 (E3.1)

A2.3.2. Guion de Entrevista 3.2

PREGUNTAS ENTREVISTA 3.2 ¹	SUBDOMINIO/S pretendido
MATERIAL	
¿Los grupos que formaste ayer, son los mismos que los que formas con el material de tu clase? o ¿hay más? o ¿menos?	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de cuerpos Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen
¿Crees que puede ser válido para Infantil este material o es muy extenso?	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen KMT, recursos Conocimiento distintos materiales manipulativos disponibles KFLM Conocimiento de la influencia de tanta variedad de cuerpos en los niños de esa edad KMLS Conocimiento de lo que establece los estándares para la etapa
En el material que dispones, ¿Qué cuerpos tiene?	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de cuerpos Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen KMT, recursos Potencialidad o limitación del material que utiliza
PRISMA	
Me podrías definir prisma	KOT Conocimiento acerca de los tipos de cuerpos que existen KOT Conocimiento de la definición de algunos cuerpos geométricos KOT Conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados KOT Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, ya que combina el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto KOT

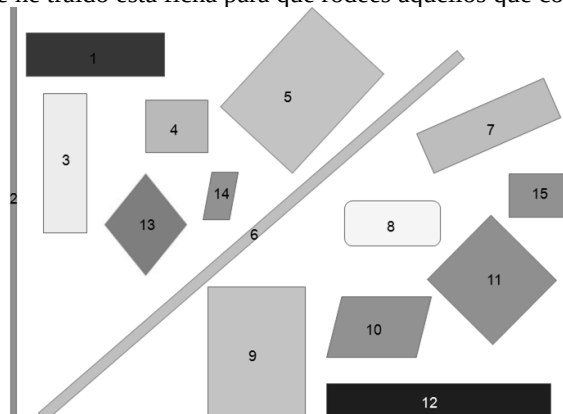
¹ Y terminamos porque ya nos habíamos comido todo el tiempo del recreo y 10 min más y los niños tenían que entrar en la clase (estábamos en biblioteca)

	Conoce que las definiciones de los cuerpos geométricos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes
¿Cuál de estos sería para ti el prisma prototípico? Es decir, cuando tú piensas en un prisma, ¿Cuál es el que tienes en mente?	KOT Conocimiento de las características propias de un prisma
Me he fijado que, al estampar un prisma, siempre estampas el rectángulo ¿Por qué?	
¿Esto lo ampliáis más adelante?	KMLS Conocimiento de que los niños a esta edad no son capaces de retener muchas características de un objeto KMLS Conocimiento de que deben ir ampliando conocimientos KMLS Conocimiento sobre la secuenciación de contenidos
Entonces, ¿la propiedad principal de un prisma sería bases paralelas? ¿Esta figura qué sería? (prisma rectangular oblicuo)? Lanzo preguntas que le permita definir prisma	KOT Conocimiento de las características propias de un prisma
DEFINICION DE PARALELOGRAMO/PARALELEPIPEDO	
Paralelogramo, ¿Qué sería?	KOT Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, ya que combina el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
¿Paralelogramo o paralelepípedo? ¿Podemos decir que existen tipos dentro de los paralelogramos?	
DEFINICIÓN DE PIRÁMIDE	
¿Podrías definirme pirámide? Cuando tú piensas en pirámide, qué figura se te viene a la cabeza, ¿esta (pirámide de base cuadrada) o esta (prisma de base triangular)? Entonces, ¿la propiedad principal de una pirámide sería que termine en pico? ¿Recordabas todos estos tipos o conforme viste ayer, lo fuiste recordando?	KOT Conocimiento de las características propias de una pirámide
CURSO DE SEGARRA	
¿Trabajasteis tanto 3d como 2d en el curso?	
¿En los dos años se trabajó lo mismo o uno fue continuación del anterior?	
¿El curso solo era sobre geometría o trabajaba toda la materia (matemáticas)?	
AHORA PREGUNTAS SOBRE 2D	
Me podrías realizar un esquema, clasificación de las figuras planas que conozcas Le voy preguntando nombres de cada cuerpo representado	KOT Conocimiento acerca de la clasificación de figuras planas Conocimiento acerca de los tipos de figuras planas que existen
Para los cuerpos que vais a trabajar, ¿llegáis a un consenso entre todos los profesores?	
¿Por qué para la prueba le ponéis figuras 2d y no figuras 3d que habíais trabajado más?	KMT, estrategia
¿Qué figura 2d le cuesta más trabajo identificar? ¿Qué figura 3d le cuesta más trabajo identificar?	KFLM, dificultades

				Conocimiento acerca de las dificultades de los estudiantes sobre cuerpos y figuras planas	
POLIGONOS					
¿Qué figuras, de las que has dibujado, serían polígonos?				KOT	
¿Diferencia entre polígono y poliedro?				Conocimiento acerca de la definición de polígono/poliedro	
Conocimiento de las características propias de un polígono/poliedro					
TRIÁNGULOS					
Dentro de los triángulos, ¿se puede hacer una clasificación?				KOT	
¿Qué tipos de triángulos había?				Conocimiento acerca de los triángulos	
Te he traído este cuadro para que dibujes en cada hueco si se puede un triángulo					
TRIÁNGULOS		equilátero	isósceles	escaleno	
Acutángulo					
Rectángulo		n			
obtusángulo		n			
Puedes ir poniendo que es para ti, acutángulo, equilátero, ...					
Puedes representarlo en el papel. Has dicho que conoces lo que significa equilátero, isósceles y escaleno, ¿verdad?					
¿Todos los tipos de triángulos son rectángulos?					
CUADRILÁTEROS					
¿Te suena el término cuadrilátero?				KOT	
¿es de 2d o 3d?				Conocimiento acerca de los cuadriláteros	
Te he traído este cuadro para que dibujes en cada hueco, si se puede, un cuadrilátero					
ÁNGULOS rectos		PARES DE LADOS PARALELOS			
		0	1	2	
		1	N	N	
		2	n		
A ver, un polígono de 4 lados que tenga cero lados paralelos y cero ángulos rectos. Un polígono de 4 lados que tenga 1 ángulo recto y 0 lados paralelos....					
¿Un ángulo recto o dos?					
Lo que estás dibujando, ¿qué es?					
¿Cómo se llama este?					
¿Puede ser cóncavo o convexo?					

Tabla A2.4. Guion de Entrevista 3.2 (E3.2)

A2.3.3. Guion de Entrevista 3.3

PREGUNTAS ENTREVISTA 3.3	SUBDOMINIO/S pretendido
TRAPECIO	
Define trapecio Pon algún ejemplo y, si hay tipos, un ejemplo de cada tipo	KOT Conocimiento acerca de los trapecios y su clasificación
¿Podrías darle nombres?	
RECTÁNGULO	
Define rectángulo Pon algún ejemplo y, si hay tipos, un ejemplo de cada tipo	KOT Conocimiento acerca de los rectángulos y su clasificación
¿Podrías darle nombres?	
¿Me podrías nombrar una propiedad que deban cumplir siempre para ser rectángulo?	
Entonces, ¿los cuadrados no son rectángulos?	
Te he traído esta ficha para que rodees aquellos que consideres rectángulos  ¿cuáles te surgen dudas? Porqué los cuadrados no son rectángulos, ¿no? ¿Qué es un paralelogramo?	KOT Conocimiento acerca de los rectángulos Características Definición
Insisto en: Entonces, ¿los cuadrados y los rectángulos no tienen nada en común?	KOT Conocimiento acerca de los rectángulos
¿Qué indican los estándares, o sea, el currículo o los del curso que se enseñe en Infantil de Geometría?	KMLS Conocimiento acerca de los contenidos que deben formar parte en esta etapa educativa

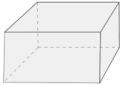
De lo visto hasta ahora, ¿qué trabajas en el aula de Infantil? O ¿Qué no trabajas? ¿Por qué no trabajas otras figuras?	KMLS Conocimiento acerca de los contenidos que deben formar parte en esta etapa educativa
¿Con qué contenido/s se pueden relacionar los cuerpos y las figuras geométricas con lo que son otras etapas educativas (primaria, secundaria)?	KSM Conocimiento acerca de la relación entre estos contenidos y los contenidos posteriores
¿Qué le puede servir en Primaria de lo que habéis trabajado en Infantil?	
ASPECTOS GENERALES : CENTRO	
Me comentaste que teníais exclusiva los lunes o martes, ¿qué hacéis en esas reuniones?	
¿En qué consisten esas reuniones? ¿Existe un coordinador de Infantil? Si es así, ¿Cuál es su función?	
El libro se consensua también, ¿no?	
ASPECTOS GENERALES : CURSO	
¿Cómo conociste de la existencia del curso?	
¿Siempre que hacéis un curso, lo lleváis a la práctica?	
¿Qué te motivó a llevarlo a cabo en tus clases?	
¿Qué te llamó más la atención de ese curso? ¿Qué aspectos son los que más te sorprendieron?	
¿Insistió más Segarra en algún contenido que en otro?	
¿Piensas que ahora tu docencia está condicionada por los conocimientos que aprendiste en ese curso?	
Antes del curso, ¿trabajabas los cuerpos geométricos?	
Y de recursos, ¿también aprendiste distintos recursos en el curso?	
LIBRO	
La secuenciación que presenta el libro, ¿crees que es correcta?	KMLS Conocimiento de los contenidos que deben formar parte de esta etapa y su secuenciación
¿Te gusta el libro?	
¿Trabaja los mismos cuerpos en 3 años que en 5 años?	
¿Te limitas a cuerpos geométricos prototípicos?	
ESTAMPACIONES	
¿Qué pretende conseguir con las estampaciones?	KMT, enseñanza Conseguir plasmar las 2d como parte de las 3d Conocimiento acerca del poder del recurso de la estampación
¿Las estampaciones las trabajabas antes de realizar el curso?	
Al estampar el prisma, ¿por qué solo estampas el rectángulo?	KMT Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos es apoyarse en material manipulativo KMT Utiliza la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa para facilitar la identificación de las figuras KMT Conoce la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo con sus caras

	KFLM Conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en elementos matemáticos de los cuerpos KFLM Conoce la dificultad que poseen algunos alumnos para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras KMLS Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos KMLS Conoce que los niños a esta edad no son capaces de retener muchas características de un objeto
Y las estampaciones, ¿ayudan a los alumnos?	KMT Es un recurso que ayuda a avanzar en el estudio de los cuerpos geométricos, KMLS Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos
¿Por qué les gusta estampar?	KFLM, intereses y expectativas Conocimiento de los intereses de sus estudiantes
GEOMETRÍA	
¿Para qué crees que les puede servir a los alumnos la Geometría que trabajan en Infantil?	
CURRICULUM INFANTIL	
En el currículo español de Infantil aparecen 3 bloques, ¿en qué bloque está presente la matemática? ¿en los 3?	KMLS Conocimiento del currículo español
Con respecto a otras etapas educativas, en Infantil ¿Qué se adapta para trabajar la Geometría?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos
ERRORES	
Háblame un poco sobre tu clase, tus alumnos. Háblame sobre los errores que tú has presenciado en clase sobre Geometría	KFLM, dificultades Conocimiento de los errores que comenten los estudiantes en relación con la geometría
¿Por qué piensas que les cuesta retener los nombres de los cuerpos geométricos?	
¿Crees que se puede usar las palabras rodar y no rodar? ¿Es una característica matemática la de rodar y no rodar? ¿Cómo se puede decir matemáticamente rodar y no rodar?	KOT Conocimiento de vocabulario cotidiano relacionado con las nociones geométricas KPM Conocimiento acerca de la utilización de vocabulario cercano

	Conocer el papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática
DE TUS CLASES	
¿Qué se adapta para enseñar Geometría en Infantil?	
¿Qué conocimientos mínimos pretendes que adquieran los estudiantes?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos que se deben enseñar en la etapa
¿Te suena de algo el modelo de Van Hiele?	KMT Conocimiento acerca de teorías de enseñanza
¿Has leído algo sobre investigación matemática o didáctica de las matemáticas?	KMLS Conocimiento acerca de orientaciones curriculares emitidas por asociaciones de profesores y grupos de investigación
¿Qué clasificación de figuras quieres que consigan los alumnos?	KMLS, expectativas Conocimiento acerca de contenidos que debe ser enseñado en esta etapa KOT Conocimiento acerca de distintas clasificaciones de los cuerpos
¿Te parece adecuado el material que usas en clase?	KMT, Recursos
¿Limitaciones de este?	Conocimiento acerca del material

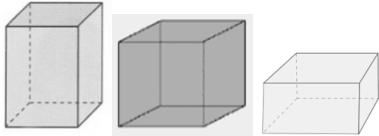
Tabla A2. 5. Guion de Entrevista 3.3 (E3.3)

A2.4. Guion de Entrevista 4

PREGUNTAS ENTREVISTA 4	SUBDOMINIO/S pretendido
Me estuviste hablando de Elquinqué, pero creo que no se escribe así, ¿verdad? Es que no he encontrado nada	KMLS Conocimiento acerca de materiales o recursos de acuerdo con las orientaciones de los documentos oficiales de base
¿Es un material propio?	
ROMBO	
Me podrías definir Rombo	KOT
Dibújalo y eso te sirve para dar propiedades	Conocimiento sobre los paralelogramos. La noción de rombo, definición, propiedades...
Define paralelogramo	
Podrías explicar el motivo por el que decides trabajar más figuras en 5 años que en 3 años	KMLS Conocimiento acerca de las orientaciones curriculares emitidas en el currículo escolar
PRIMER FRAGMENTO DE VÍDEO DE S1	
Mostrándole la pieza “sandwich”, le pregunto: ¿por qué piensas que responden cubo?	KFLM, DIFICULTADES
	Conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos
¿En qué crees que se basan para responder eso los alumnos?	KFM, FORMAS INTERACCION
¿No son capaces de discriminar un cubo de un prisma?	Conoce que los estudiantes consideran la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo
	KFLM, dificultades
	Conoce la dificultad que poseen algunos alumnos para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras
	(x eso en este ejercicio son muy diferentes)
	KMLS
	Conoce que los niños no son capaces de retener muchas características de los cuerpos
Cuando le presentaste el “sandwich”, ¿sabías que lo iban a confundir con el cubo o lo descubriste sobre la marcha?	KFLM Conocimiento acerca de las dificultades que tienen los estudiantes acerca de la diferenciación de tipos de prismas
¿Para qué realizas esta actividad? ¿Qué pretendes con esta pieza?	KoT Conocimiento acerca de las propiedades de los cuerpos

	KMT Conocimiento acerca de estrategias para solventar las dificultades de los estudiantes
Otras preguntas que tenía planteadas y no realicé: Esta estrategia de hacer preguntas, ¿lo aprendiste en el curso de Segarra o lo hacías ya antes? ¿Por qué usas esta figura? ¿con qué intención usas esta figura? ¿con la de reforzar el concepto de prisma? ¿Eras consciente de que esa figura les podía hacer dudar? ¿Por qué piensas que lo confunden? ¿A qué es debido? ¿por qué eliges ese ejemplo? ¿para qué eliges ese ejemplo? ¿usaste la figura sándwich como ejemplo de prisma? ¿usaste la figura sándwich como contraejemplo de cubo? ¿por qué crees que con esta figura le surgen dudas?	KMT Conocimiento acerca de estrategias para que los alumnos vayan observando las propiedades de los cuerpos KoT Conocimiento acerca de los distintos cuerpos geométricos KFLM Conocimiento acerca de las dificultades de los estudiantes KMT Conocimiento de una tarea para solventar las dificultades de los estudiantes
LE PONGO 2º FRAGMENTO SELECCIONADO Y LE PREGUNTO:	
¿Pretendes que vayan construyendo el resultado? ¿Qué razonen?	KMT, estrategia
¿Por qué haces eso?	KMLS, considera que es algo que tienen que asimilar en la etapa KMT, considera que es una estrategia que considerar en la enseñanza de los cuerpos KFLM, forma de interacción Considera que es una forma de que los estudiantes construyan la imagen mental de los cuerpos
¿Por qué te fijas en los “lados” (esto: longitud de los lados de las caras del cuerpo)?	KFLM, dificultades KFLM, teoría enseñanza, paso de un todo al análisis del cuerpo KMT, estrategia KMLS, es para esta edad
A qué te refieres con: ¿Son todos sus lados iguales? ¿en qué otras cosas te podías centrar?	KOT Conocimiento acerca de las propiedades de los cuerpos
En el vídeo, a qué te refieres ¿a los lados o a las caras del cuerpo? ¿se puede usar cara o lado indistintamente? X ejemplo: ¿¿en un cubo decir “los lados son iguales” o bien se debería decir “las caras son iguales” o se podrían decir las dos cosas??	KOT Conocimiento de los elementos de los entes geométricos
¿Para qué figuras piensas que se usa más la palabra cara? ¿Y para cuales lado? Definir ¿qué es cara? ¿qué es lado?	KOT Conocimiento de los elementos de los entes geométricos
FRAGMENTO 3º	

Has dicho “los cubos tienen igual todos sus lados”. ¿Esto es una definición de cubo o es una propiedad que les remarcas o para qué sea definición, debe de tener algo más? No me refiero a que me des la definición, sino que si con “igual todos sus lados” ¿el cubo estaría definido? O ¿hay más figuras que lo cumplen?	KoT, definiciones Conocimiento de las definiciones de los diferentes entes geométricos
¿lo consideras como definición o es solo una propiedad de este cuerpo (cubo)?	
Proporcionas esta propiedad porque te sirve para diferenciarlo del prisma, ¿verdad?	KoT Conocimiento de las características de los prismas KPM Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones
FRAGMENTO 4	
¿Por qué los intentas confundir? ¿para divertirlos, solamente? ¿o para algo más?	KPM, comparación KMT, estrategia para que fijen su atención en las caras de los prismas KFLM, intereses y expectativas
Repites varias veces esa estrategia, saca prisma en vez de cubo ¿Por qué no lo hace al revés, es decir, sacando cubo y queriendo sacar prisma?	KMT, estrategia KFLM, dificultad KoT, cubo es un prisma
FRAGMENTO 5	
¿Qué pretendes con la frase “los cubos son prismas, pero que tienen todos sus lados iguales”? ¿qué pretendes enseñarles?	KoT, Conocimiento de las propiedades de los prismas KPM Conocer las clasificaciones de los cuerpos geométricos KMT Conocimiento de una estrategia para comparar un cubo con un prisma
Piensas que esta afirmación: “los cubos son prismas, pero que tienen todos sus lados iguales”, les puede causar error a los estudiantes o que no tiene por qué	KFLM Conocimiento de las dificultades de los estudiantes KMT Conocimiento de una estrategia, comparación, para mostrar propiedades de los cuerpos
¿El libro separa los prismas de los cubos?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos para la etapa
Pretendes enseñarles con esta frase que cuando tengan que rodear prismas, también rodeen los cubos (es decir, ¿que lo incluyan?)	KPM Conocimiento acerca de las clasificaciones

	KMT Conocimiento de una tarea para subrayar la inclusión de los cubos dentro de los prismas KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos para la etapa
¿Con qué finalidad haces esta distinción (cubo, prisma)? ¿un vocabulario más preciso?	KMT Conocimiento de una estrategia para ir obteniendo un vocabulario geométrico más preciso
Hasta ahora habías utilizado estas tres figuras  Es decir, de esta clase, estas tres figuras, y no sabía ¿por qué? ¿Por qué habías puesto estas tres y no otras? ¿Estas tres figuras, con esta forma concreta? Y ¿qué tienen en común estas tres figuras? Que tienen cuadrados como base, ¿no? ¿Por qué utilizas estas piezas? ¿lo haces conscientemente?	KoT Conocimiento de ejemplos de distintos tipos de prismas, no solo prototípicos KMT Conocimiento de una tarea para mostrara distintos tipos de prismas y ver sus características críticas y no críticas
CUESTIONARIO	
Vamos a ver si estas afirmaciones son verdaderas o falsas y porqué Un cuadrado es un rectángulo Un prisma es un cubo Un cuadrado tiene 6 caras Un prisma es una pirámide Un cuadrado tiene lados iguales 2 a 2 Un cubo tiene 6 lados	KOT Conocimiento acerca de las definiciones de distintos entes geométricos
FRAGMENTO 6	
A ver, les dices: “los prismas son más largos que los cubos, tienen un lado más largo que otro, y es por lo que se diferencian de los cubos”, ¿qué quieres decir con eso (los rectángulos se parecen a los cuadrados, pero no son iguales)?	KOT Conocimiento de las características de los prismas
CILINDRO, ESFERA	
En los cilindros dices que tienen dos caras planas	KMT Conocimiento de la precisión de vocabulario geométrico

Y ¿por qué cuando trabajas los prismas no les dices que tienen las caras planas? ¿ya lo tienen asimilado?	KFLM Conocimiento de la dificultad de los estudiantes a la hora de dar propiedades geométricas KMLS Conocimiento de los contenidos establecidos para la etapa KOT Conocimiento de las características de los entes geométricos
La primera clasificación que hacéis es rodar y no rodar, ¿no?	KOT Conocimiento de características de los cuerpos geométricos KMT Conocimiento de una estrategia para que los estudiantes asimilen las características de los cuerpos geométricos KFLM Conocimiento de los intereses de los estudiantes, les llama la atención hacer rodar los cuerpos geométricos
¿Por qué usáis solo estas cuatro figuras (cubo, prisma, cilindro y esfera)? ¿la pirámide está en el libro de 3 años? ¿y el cono? ¿por qué no?	KMLS Conocimiento de los cuerpos que deben conocer en esta etapa educativa KMT Conocimiento de las limitaciones que posee el material que utiliza en clase KFLM Conocimiento de las dificultades que poseen los estudiantes a la hora de retener elementos de los entes geométricos
FRAGMENTO 7	
¿Por qué les corriges a los alumnos al decir “pelotas”? ¿Por qué no pueden llamar pelotas a las esferas? ¿es un vocabulario impreciso? ¿incorrecto? ¿incompleto?	KMLS Conocimiento de que conocer los nombres de los cuerpos geométricos es un contenido de esa etapa educativa KFLM Conocimiento de que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico KOT Conocimiento de vocabulario relativo a los cuerpos geométricos

¿Qué pretendes que los estudiantes entiendan cuando les dices que “rueda por todos los lados”?	KOT Conocimiento de vocabulario relativo a los cuerpos geométricos KMT Conocimiento de una estrategia para que se centren en propiedades de los cuerpos KFLM Conocimiento de los intereses de los estudiantes y como a partir de estos, llegar a centrar su atención en las propiedades
¿Existen más figuras que rueden por todos los lados? ¿Existen más figuras que no tengan ninguna cara plana?	KOT Conocimiento de los distintos entes geométricos
FRAGMENTO 8, comparación cilindro y esfera	
Expresas que “los cilindros también rodaban, pero no rodaban por todos los lados, sin embargo, las esferas sí” ¿qué pretendes con esa frase?	KMT, estrategia Conocimiento acerca de una estrategia (comparación) para proporcionar características de los cuerpos KFLM Conocimiento de que los estudiantes entienden mejor un nuevo cuerpo, a partir de otro ya conocido
¿Es lo mismo decir “redondo” que “que ruedan por todos los lados”?	KOT Conocimiento de vocabulario relativo a los entes geométricos
FRAGMENTO 9, Esferas	
Esto que has dicho: “las esferas son como pelotas” ¿es como lo mínimo que tienen que adquirir?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos de los cuerpos geométricos en esta etapa educativa
¿Por qué insistes en poner ejemplos de objetos que son esferas? ¿Qué pretendes?	KPM Conocimiento acerca de la importancia de conocer ejemplos de los cuerpos geométricos
¿Por qué insistes en darle ejemplos de las cosas? Que te den objetos de la clase que sean prismas, que sean esferas... Esta no la tenía pensada, pero la lance: Pero ¿es desde el aprendizaje de los niños, no desde tu enseñanza?	KMT, estrategia Conocimiento de distintos ejemplos de los cuerpos geométricos KOT, fenomenología Conocimiento acerca de que los objetos cotidianos ayudan a dar significado a los cuerpos geométricos
FRAGMENTO 10, estampación esfera	
¿Por qué partes la esfera para estamparla?	KOT, procedimientos
¿Quieres estampar todos los cuerpos que trabajas en clase? Porque sacar la figura plana (círculo) ya lo has conseguido con el cilindro, ¿no?	Conoce que puede cortar un cuerpo para mostrar figura plana que sale de él

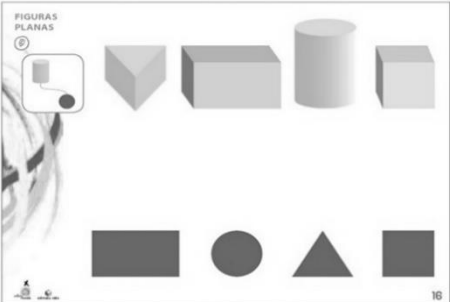
¿Es de la esfera esa figura plana o de esto (tomando en la mano una semiesfera)?	KMT Conocimiento de la estampación para mostrar elementos de los cuerpos
¿Por qué no les das el término semiesfera? ¿por no añadir mucho vocabulario?	PCK (pues puede ser por KFLM, dificultad o KMLS) KFLM Conocimiento de la dificultad de retener vocabulario geométrico KMLS Conocimiento de que no es un cuerpo que deba ser introducido en esta etapa educativa
Los alumnos afirman que lo que sale de estampar una esfera es un cilindro. ¿Por qué crees que los estudiantes responden eso?	KFLM Conocimiento de la dificultad de los estudiantes en la retención de vocabulario geométrico
Que ellos asocien que cuando estampen una semiesfera sale un cilindro, ¿por qué puede ser?	
¿Piensas que la respuesta de los alumnos puede estar marcada por la afirmación que habías proporcionado antes “los círculos salen de los cilindros”? Es decir, que los alumnos tuvieran asociado que los círculos salían de los cilindros, por tanto, si ha salido un círculo es porque tiene que ser un cilindro, ¿no?	
Tras la estampación de la esfera, estampas físicamente el cilindro ¿esto lo tenías planteado o lo planteaste sobre la marcha para solucionar el error que te habías encontrado? (para demostrarles que salía lo mismo)	KMT Conocimiento e una estrategia para solventar el error de los estudiantes
Tras estampar la semiesfera y el cilindro, estampas el cubo, prisma base cuadrada y base triangular, ¿por qué realizas esta actividad? ¿eso lo introduce el libro después?	KMT Conocimiento de una estrategia para mostrar propiedades de los distintos cuerpos KMLS Conocimiento acerca de los contenidos mínimos que establece el currículo
La pirámide es lo último que haces en la secuencia, ¿por qué lo haces? ¿por qué trabajas ese orden?	KMLS Conocimiento acerca de los contenidos mínimos que establece el currículo
FRAGMENTO 11, pirámide	
La pirámide se trabaja menos, ¿verdad? ¿por qué?	KMLS, KFLM
Trabajáis por proyectos todo, excepto matemáticas, ¿verdad?	
¿por qué les das propiedades del triángulo y no del cuadrado, rectángulo ni círculo?	KMLS
¿En 3 años solo dais los cuerpos geométricos o también las figuras planas? ¿y sus propiedades (tanto de 3d como de 2d)?	Conocimiento acerca de los contenidos mínimos que establece el currículo

ESTAMPACIÓN	
A la hora de estampar, ¿en qué te fijas? ¿por qué? Cubo: ¿qué estampas? ¿por qué? Prisma: ¿qué estampas? ¿por qué? Del cilindro ¿qué estampas? ¿por qué? De la esfera ¿qué estampas? ¿por qué? De la pirámide ¿qué estampas? ¿por qué?	KOT Conocimiento de los elementos de los cuerpos geométricos KMT Conocimiento de la estampación para mostrar elementos de los cuerpos geométricos KFLM, dificultades Conocimiento de las dificultades de los estudiantes para retener muchas características de los cuerpos
¿Por qué usas “lo que usas” de cada figura? ¿Por qué te quedas en la estampación del prisma solo con el rectángulo, en el cilindro, el círculo...? ¿por qué no estampas las otras caras?	KOT Conocimiento de los elementos críticos de los cuerpos geométricos KFLM, dificultades Conocimiento de las dificultades de los estudiantes para retener muchas características de los cuerpos
MATERIAL MANIPULATIVO	
Algo que me llama la atención es que siempre acompañas tu explicación de material manipulativo	KMT Conocimiento de la importancia de la utilización de material manipulativo para comprender los cuerpos KFLM Conocimiento de la dificultad de los estudiantes para proporcionar propiedades de los cuerpos sin tenerlos presentes
Comienzas tomando la pieza y después, mediante preguntas, centrándote en sus propiedades. ¿Lo haces así porque te lo dijeron en el curso o porque lo ves en el libro?	KMT Conocimiento de un procedimiento para el estudio de los cuerpos geométricos KMLS Conocimiento de que es mejor partir de las 3d, y después, como profundización de estas, las 2d
CONSTRUCCIONES	
De las construcciones, colocabas tarjeta y ellos tenían que representar en 3d esa tarjeta ¿por qué hacías esa actividad? ¿Qué pretendes con ella? Lo haces ¿por qué venía en el curriculum? ¿lo haces por qué venía en el libro?	KOT Conocimiento de distintos sistemas de representación KPM

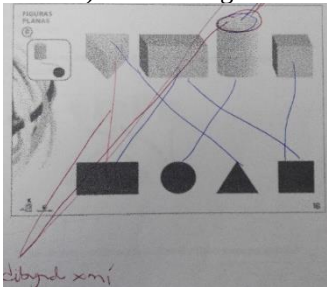
	Conocimiento de la importancia del uso de múltiples representaciones KMT Conocimiento del uso de distintos sistemas de representación para observar cualidades de los cuerpos KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos en la etapa educativa

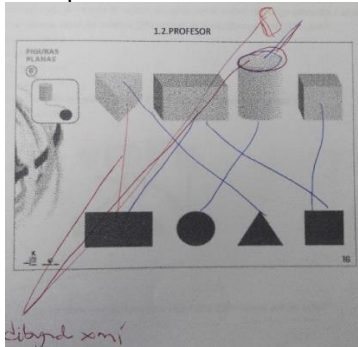
Tabla A2. 6. Guion de Entrevista 4 (E4)

A2.5. Guion de Entrevista 5

PREGUNTAS ENTREVISTA 5	SUBDOMINIO/S pretendido
TAREA: Alumnos	
Lo primero que me gustaría es que resuelvas esta tarea como la resolvería el alumno  Indicación que encontramos en el libro del profesor: Relacionar cada figura geométrica con la estampación de su cara Podrías describir el posible proceso de razonamiento que seguirían los alumnos al realizar la tarea	KOT Conocimiento de los distintos elementos de los cuerpos geométricos KMT Conocimiento de una tarea para relacionar cuerpos geométricos con sus elementos KFLM Conocimiento de las dificultades de los estudiantes a la hora de relacionar cuerpos geométricos con sus elementos
TAREA: Profesor	
Si tuvieras que realizar tú la actividad, ¿estaría así bien? ¿harías más relaciones?	KOT Conocimiento de los elementos de los cuerpos geométricos
¿por qué con los alumnos te quedas en esas?	KFLM Conocimiento de la dificultad que poseen los estudiantes a la hora de retener elementos geométricos
¿Qué contenidos matemáticos se trabajan en la ficha?	KMLS Conocimiento de los distintos contenidos trabajados y su relevancia en la etapa
¿Qué se debe saber sobre el tema? ¿qué se debe conocer acerca de las 2 y 3 dimensiones? ¿Y de la relación entre ambas?	KOT Conocimiento sobre el tema de los cuerpos geométricos KFLM Conocimiento de las dificultades de los estudiantes a la hora de retener elementos de los cuerpos y figuras geométricas KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos para la etapa
¿Qué contenido respaldan o qué contenido hay detrás de lo que hay en la ficha? ¿hay algún contenido detrás de esta ficha?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos para la etapa
¿Esta ficha se trabaja como actividad de iniciación o de profundización?	KMLS

¿qué actividades habría que hacer antes de esta tarea?	Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos para la etapa KMLS
¿esto es como una demostración?	KPM Conocimiento de la estampación como comprobación de los elementos contenidos dentro de los cuerpos geométricos
¿Qué es la estampación?	KOT Conocimiento de la proyección ortogonal como procedimiento para evidenciar las figuras que salen de los cuerpos geométricos KOT Conocimiento de distintos sistemas de representación KMT Conocimiento de una estrategia para conocer los elementos de los cuerpos geométricos
¿para qué sirve la estampación?	KMT Conocimiento sobre la utilización de la estampación para evocar imágenes mentales de los cuerpos
¿la estampación es un recurso?	KMT Conocer la estampación como recurso para trabajar la asociación de un cuerpo con su cara
¿la estampación es algo que se utiliza solo en infantil o también en primaria?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos en el currículo
¿no sabes si lo usan en primaria?	
¿Conoces un contenido más complejo que la estampación?	
Has comentado que la estampación es como una comprobación, ¿no?	KMT Conocimiento de una estrategia para conocer los elementos de los cuerpos geométricos
¿Qué errores pueden cometer los alumnos con la estampación?	KFLM
¿Reconocen bien las figuras que salen tras estampar? ¿las estampan bien?	Conocimiento de las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de retener elementos geométricos
¿Conocen sus nombres? (3d y 2d)	
Hemos dicho que no es una actividad de iniciación, ¿y de complejización?	KMLS Conocimiento de la secuenciación de temas que establece el currículo
¿De conclusión o de repaso?	
Si fuera para niños de tres años, ¿Qué tipo de actividad sería (iniciación o complejización)?	KMT Conocimiento de una estrategia posible para relacionar las 3dimensiones con las 2d KFLM Conocimiento de que es algo que a los estudiantes les llama la atención
La explicación del paso de las 3d a las 2d, ¿se realiza siempre a través de la estampación?	
¿Existen otras formas de pasar de las 3d a las 2d? (aparte de la estampación)	KOT

	Conocimiento de distintas formas para trabajar el estudio de los elementos de los cuerpos geométricos KMT Conocimiento de distintas tareas para trabajar los elementos de los cuerpos geométricos
¿compraste el material extenso de cuerpos geométricos? ¿lo usas en clase?	KMT, recursos Conocimiento de distintos recursos para trabajar los cuerpos geométricos
GRABACIONES	
 ¿esta actividad es también otra forma de estampar? En esta actividad es como hacer al revés, ves la forma 2d y ver de qué cuerpo 3d sale	KMT Conocimiento de distintas tareas para trabajar los elementos de los cuerpos geométricos
¿Esta actividad se podría considerar como una actividad previa a la ficha del libro? ¿o una actividad posterior?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos y la secuenciación de estos en el currículo
¿Qué errores crees que pueden cometer los alumnos con esta ficha?	KFLM Conocimiento de los errores que los estudiantes cometen en el estudio de los cuerpos geométricos y sus elementos
VUELVO SOBRE LA FICHA	
En esta ficha crees que ningún alumno relacionaría este con este o este (es decir, el rectángulo con el cilindro) ni el rectángulo con el prisma de base triangular 	KOT Conocimiento de los elementos de los cuerpos geométricos KFLM Conocimiento de la dificultad de los estudiantes para fijarse en varios elementos de un mismo cuerpo geométrico a la vez
Si tenemos que estampar un cilindro, lo estampamos por esta cara (base) o ¿Cómo lo estamparíamos? ¿por todas las caras? ¿cómo lo haríamos? ¿lo partiríamos?	KMT Conocimiento de estrategias para mostrar elementos de los cuerpos geométricos

¿Seccionarías el cilindro, como seccionas la esfera?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos para la etapa educativa
¿por qué seccionas la esfera y no otros cuerpos?	KOT Conocimiento de un procedimiento (corte) para conseguir una figura plana de una esfera
¿por qué partimos el cilindro o la esfera?	KMT Conocimiento de una estrategia para conseguir una figura plana de una esfera KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos para la etapa educativa
Para que relacionaran el cilindro con el rectángulo, ¿debía de aparecer esto (medio cilindro)? 	KFLM Conocimiento de las dificultades de los estudiantes para fijarse en elementos de los cuerpos geométricos
GENERAL	
¿Las caras curvas se pueden estampar?	KOT
¿qué cuerpos necesitan ser seccionados para estamparlos?	Conocimiento de los entes geométricos
¿el cono debe ser seccionado?	
El cono no lo trabajas ¿por qué?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos en el currículo
¿Por qué le cuesta más trabajo el prisma? Diferenciar, otorgar su nombre...	KFLM Conocimiento de las dificultades de los estudiantes para estudiar los elementos de los prismas
¿Existe solo un estampado cuando tú seccionas las figuras o puedes seccionarlas por varios sitios?	KOT
¿de una forma o de varias formas? Pon ejemplos	Conocimiento de los elementos de los cuerpos geométricos
Piensas que el seccionar los cuerpos por distintos sitios, ¿les causaría error a los estudiantes?	KFLM
¿Te lo has planteado o no te lo has planteado?	Conocimiento de las dificultades de los estudiantes a la hora de establecer más de una propiedad de los cuerpos geométricos

Podrías seccionar el cilindro así (sacando elipses)	KOT Conocimiento de los elementos de los cuerpos geométricos
¿Piensas que eso es adecuado para infantil?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos en el currículo
¿Estos ejercicios sirven para trabajar la imagen mental de cada cuerpo?	KMT Conocimiento de tareas para trabajar la imagen mental de los cuerpos
¿El cilindro es de las últimas figuras que trabajas?	KMLS Conocimiento de los contenidos mínimos establecidos en el currículo
La propiedad de “rodar o no rodar” ¿qué pretende? ¿Rodar es sinónimo de cara curva?	KOT Conocimiento de los elementos de los cuerpos geométricos KPM Conocimiento de que hacer rodar los cuerpos favorece la construcción de propiedades de estos KMT Conocimiento de una estrategia-tarea para estudiar elementos de los cuerpos KFLM Conocimiento de que el hecho de hacer rodar los cuerpos les resulta atractivo a los estudiantes
La pregunta: “¿los cilindros ruedan por todos los lados o solamente por un lado?” ¿estaría bien?	KOT
Es correcto decir: ¿solo por un lado? O es correcto: ¿solo por una cara?	Conocimiento del vocabulario asociado a cada ente geométrico
Ahora, si se equivocan los alumnos, ¿Cómo puedes hacer para que ellos den con la respuesta correcta? O sea, si se equivocan con esto, ¿cómo corregirlo?	KMT Conocimiento de una estrategia para solventar posibles errores en los estudiantes
¿Cómo clasificarías dentro de las 3d? ¿y de las 2d?	KOT
¿Qué características tienen en común?	Conocer distintas clasificaciones de los cuerpos y figuras geométricas
¿tienes alguna programación específica para matemáticas? ¿Te riges solo por el libro?	KMLS Conocimiento del manejo de distintos materiales sobre orientaciones curriculares
El curriculum de infantil es muy amplio, pero tienes algo donde diga, en 3 años hay que trabajar hasta el cilindro, en 4 años...	KMLS Conocimiento de la secuenciación de temas

Tabla A2. 7. Guion de Entrevista 5 (E5)

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas

Este anexo recoge las transcripciones de cada una de las entrevistas realizadas a nuestro informante.

Organización del anexo

A3.1. Transcripción de la entrevista a José sobre la sesión S1 [E1]

A3.2. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales [E2]

A3.3.1. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Primera parte. [E3.1]

A3.3.2. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Segunda parte. [E3.2]

A3.3.3. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Tercera parte. [E3.3]

A3.4. Transcripción de la entrevista a José sobre la sesión S1 [E4]

A3.5. Transcripción de la entrevista a José sobre tarea, algunos fragmentos de sesiones o entrevistas y otros aspectos generales [E5]

A3.1. Transcripción de la entrevista a José sobre la sesión S1.

[E1]

J: José (profesor)

I: Inés (profesora)

INV: Investigadora

Había quedado con los dos profesores sobre las 9.30h ya que, en estos días de final de curso, ya no tienen docencia. No hay alumnado. José se encuentra en su clase, Inés no está en la suya, así que voy a la clase de José y comienzo a realizar mi entrevista¹.

1 INV: Una pequeña entrevista, son cosas que sobre el video no me han quedado del todo
2 claras. He visto que no solo te querías quedar con lo que eran las figuras, identificación
3 de figuras. Bueno, no sé si recuerdas la clase exactamente que grabamos

4 J: si, más o menos me acuerdo

5 INV: de eso, trabajabas: el prisma, el cubo, el cilindro, la esfera y la pirámide. Y las
6 estampaciones. Para ver las 2 y 3 dimensiones

7 J: el objetivo es que el niño llegue a la forma plana a partir de la forma
8 tridimensional, porque se supone que ...bueno, que se supone, ¡no!... que, de
9 hecho, es lo que el niño ve en la vida real. En la vida real lo que hay son ...eee

Comentado [AMED1]: E1 u1

10 INV: objetos de 3 dimensiones

11 J: hay cilindros, hay cubos, hay prismas...no hay cuadrados. En la vida real no
12 hay un cuadrado ... las 2 dimensiones solamente la ven...

Comentado [AMED2]: E1 u2

13 INV: cuando hay algo plano. Donde el niño realmente se mueve, y más cuando es
14 pequeño...

15 J: formas tridimensionales. Lo que él está viendo es la pata de la mesa, que es un
16 cilindro, que es lo que está viendo el niño. Entonces...vamos la idea es esa, partir de su
17 realidad para llegar a ...

18 INV: a las dos dimensiones

19 J: a las dos dimensiones

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

20 INV: también que no te quedabas solo con... con lo que era la identificación de las
21 figuras... sino que querías darle propiedades. Tú le ibas dando propiedades de cada una
22 de las figuras,...¿eso es así? ¿Querías llegar a más de identificarlos?

23 J: Propiedades te refieres a ...

24 INV: por ejemplo, el cubo, pues todos los lados son iguales...

25 J: claro, **ahora mismo los niños estos son todavía muy chicos y no son capaces**
26 **todavía de identificar más de una cualidad o dos características de cada forma**
27 **geométrica pero ya en 5 años ya si son capaces de ...por ejemplo, tú le das al niño**
28 **un cuadrado y le das un triángulo azul y verde y le dices, ¿en qué se diferencian? O**
29 **sea ¿Qué diferencia hay de una figura a otra? Y se va al color. Te dice: pues que**
30 **uno es verde y otro es amarillo. No es capaz de ver...no ven más diferencias ahí. Si**
31 **tú no le vas echando un cable, por así decirlo, no lo vas guiando, él... para él la**
32 **diferencia entre un triángulo y un círculo es el color. Él no se fija en si uno es**
33 **redondo, o tiene 3 picos o uno... o el otro tiene 4... o son más largos x un lado que**
34 **por el otro... pues entonces, el objetivo es que... o lo que intentamos en 3 años es...**
35 **ir poco a poco, que vaya observando más las figuras y que vaya siendo capaz cada**
36 **vez de coger más características de los objetos.** Por eso, hacemos un poquito hincapié
37 en: un cubo, un cubo vamos a fijarnos en que este lado ¿cómo es? ¿y éste?... En un
38 rectángulo...sabes... para que vayan poco a poco cada vez más características

Comentado [AMED3]: E1 u3

39 INV: más propiedades

40 J: más propiedades de la Geometría...de las formas... de las figuras

41 INV: y ¿crees que aprendieron los alumnos?

42 J: yo creo que si aprenden

43 INV: yo por la sensación...

44 J: yo creo que si aprenden. Es que mira, ah, las notas es que como las hemos dado ya,
45 no tengo aquí... no te lo puedo enseñar... pero en los exámenes -entre comillas- que
46 hicimos. Ains, es que no tengo ni siquiera el examen aquí porque se los di a dos o tres
47 madres que me lo pidieron ayer... Ah, sí, aquí lo tengo

48 INV: me sorprendió también lo de ...

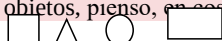
49 J: tengo uno

50 INV: los ejercicios que hacías de los 5 ejercicios que ponías

51 J: hicimos, en el examen, lo de la figura geométrica. Para ver si la reconocían... y te
52 puedo decir que de los 23 unos 16-17 niños aproximadamente la reconocieron sin
53 problema. Un par de ellos fallaron todas, sí, sí, no daban ninguna (2 o 3) y después unos
54 otros 3 o 4 fallaban a lo mejor en el rectángulo, que es lo que les cuesta más trabajo. **Le**
55 **suele costar más trabajo el rectángulo**

56 **INV: ¿por qué crees?**

57 **J: lo relacionan... por lo que hemos dicho antes... porque ellos no ven que este**
58 **lado es más largo que éste... ellos esa discriminación todavía... no discriminan**
59 **todavía ese tamaño de los lados... para ellos es un cuadrado.** Ellos ven un rectángulo
60 y claro... muchos niños... la mayoría de hecho no ... eso, porque lo trabajamos y eso...
61 pero el niño... si tú no le echas... digamos... si tú no le das el empujón... si tú no se lo
62 remarcas... recalcas mucho y eso... el niño no ve la diferencia del cubo a un
63 cuadrado... el niño no la ve. Todavía no... porque el niño se basa todavía en... para
64 discriminar objetos, pienso, en cosas muy básicas... entonces, esto de aquí es complejo...



Comentado [AMED4]: E1 u4

65 INV: una de las...

66 J: y eso que se lo pusimos bien marcadito (se refiere al examen, al rectángulo)

67 formas 2d

68 Se lo pusimos que se viera bien la diferencia

69 INV: que es más grande...(largo)

70 J: sí, pero el niño no ve... o sea, el niño no ve que este lado es más corto que...o sea,
71 que este es más largo que éste. El niño ve un cuadrado. No es capaz de ...

72 INV: distinguirlo

73 J:no

74 INV: te iba a preguntar sobre eso, pero sobre las figuras 3 dimensiones. Porque no sé si
75 recuerdas que trabajabas figuras de la caja, y de la caja cilíndrica esa que tenía figuras
76 de madera, ibas sacando y querías sacar un cubo y sacabas un prisma...y que ellos te ...

77 J: si, los confundo. Sí, que los equivocaba yo a ellos, te refieres

78 INV: claro, eso

79 J: sí, iba ...eso más que nada lo hago porque a ellos les divierte mucho, jajaja

80 INV: no, y encima insistías mucho en eso

81 J: no tiene otro tema

82 INV: y digo ¿por qué entre un cubo y un prisma? Y no con otras figuras, o lo que sea. Y
83 que eso si que se veía y que a la vez dabas propiedades... tanto del prisma como del
84 cubo... para que los diferenciaron

85 J: Ellos lo de equivocarlos... es que les divierte... y es que le digo: "y ahora voy a sacar
86 un cubo" y saco un triáng... una pirámide y ellos "aaahh". Son niños muy chicos y
87 niños que hay que motivarlos con esas tonterías...vamos tonterías, con esas cosas...y a
88 partir de ahí ...

89 INV: y no solo eso, sino que le ibas dando propiedades...

90 J: ya aprovechaba y decía: “Cómo va a ser esto un cubo si esto tiene ...3 picos”. Cómo
91 va a ser un cubo si esto de aquí tiene... no sé cuántas caras... **Las caras, es una cosa**
92 **que también los niños no son capaces de distinguir ¿Cuántas caras tiene una forma**
93 **geométrica?**

Comentado [AMED5]: E1 u5

94 INV: ¿con tres dimensiones?

95 J: con tres dimensiones. No son capaces ellos de ...

96 INV: vale. De contar las caras ...

97 **J: no. Eso ellos ahora mismo no lo ven. Ellos van de lo más básico...ellos van de**
98 **eso... ya te digo... para empezar, se fijan por los colores. Lo primero en que se**
99 **fijan son los colores y ya después si les vas metiendo ya un poquito más dificultad a**
100 **la hora de la discriminación que le hagas al objeto... pero ellos son muy básicos.**
101 **Son niños muy chicos, son niños de 3 años. Por eso, tienes que ir tú poco a poco**
102 **metiéndole ...**

Comentado [AMED6]: E1 u6

103 INV: Además que alguno, a lo mejor, no ha ido ni a guardería ni nada... que es la
104 primera vez que...

105 J: no, muchos no han ido a guardería...

106 INV: claro

107 J: De todas maneras, estos niños tenían un nivel muy bueno, me refiero a cuando
108 llegaron, vamos que se veían que estaban ...niños trabajados

109 INV: vale

110 J: que yo me encontraba con... la verdad es que estaba muy contento desde el principio
111 porque eso... eran niños que estaban bien preparados o que se veían que estaban
112 trabajados. Se nota cuando un niño está llegado aquí al colegio sin ninguna base a niños
113 que saben... hombre que saben bien coger el lápiz, que saben sentarse, que saben hacer
114 trazos, que saben en fin... que por lo menos han visto las formas geométricas, que hay
115 niños que no tienen ni idea... estos niños se veía que por lo menos la habían visto... no
116 era para ellos algo desconocido... que a ellos por lo menos le habían hablado... de que
117 existían las formas geométricas... bueno, en 3 dimensiones no creo que la hubieran
118 trabajado... bueno, pero por lo menos, las formas geométricas... o sea, las planas si la
119 habían trabajado

120 INV: a mí me ha gustado Teide, por eso, por qué trabaja ...

121 J: Teide trabaja mucho las formas. Nosotros por eso lo cogimos. Y eso que este año el
122 libro, a mí particularmente, no me ha gustado mucho por el formato, por... pero lo
123 trabajamos porque éste, Carlos o Luis Segarra. ¿Cómo se llama Carlos o Luis? ... no sé
124 si tú lo conocerás

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.1. Transcripción E1

125 INV: No lo sé

126 J: Carlos Luis Segarra es... es de Barcelona

127 INV: Sí sé que trabaja con Meque Edo, que es una profesora de Barcelona. Yo he estado
128 en un congreso en Valladolid. Meque Edo, es una mujer de la universidad de Barcelona
129 que trabaja mucho en infantil, las matemáticas en infantil. Y cuando puse el nombre,
130 vamos Inés me dijo el nombre y lo puse... y vi en el libro Teide, vi que uno de los
131 autores era él, escribí en el Google y me salió que había hecho muchas con ella.

132 J: este hombre es que es...

133 INV: sin embargo, es una editorial que ...

134 J: no es nada conocida. No, aquí por lo menos en Andalucía no se trabaja, no sé si en
135 otras comunidades sí, a lo mejor está más arraigada, pero aquí se trabaja Santillana,
136 Anaya y poco más. Teide que va, vamos yo no conozco ningún colegio que lo trabaje.
137 Entonces, nosotros fuimos al curso que dio aquí este hombre, aquí en Sevilla, en el
138 CEP, fueron 2 años, uno en Sevilla y otro en Alcalá. Y la verdad, es que nos encantó
139 mucho, como enfocaba el tema de la lógico-matemática, no solamente las formas
140 geométricas, o sea, la Geometría, sino en todo. Todo lo que hacemos prácticamente, lo
141 de las preguntas, lo del conteo (estimación) y todo eso, son pautas que nos dio él en el
142 curso. Y bueno, le preguntamos qué cómo llegar a él más fácilmente y no sólo en
143 cursos... porque claro los cursos los da... y nos dijo que él trabajaba a través de Teide y
144 mira, desde entonces, la verdad, es que lo pusimos y estamos muy contentos. Estamos
145 muy contentos porque, bueno verás, tampoco es que el libro sea..., pero hace mucho
146 pensar a los niños. Son fichas muchas veces fáciles, pero les hace pensar, son ...

147 INV: creo que ya van a primaria diferente. Con otros conocimientos mayores de
148 Geometría y ... He visto el libro, porque Inés me dejó el libro y he visto que tenía hasta
149 magnitud y medida

150 J: Sí, el año pasado (que él estaba en 5 años) trabajamos los metros. El metro, el litro, ...
151 trabajamos también lógico-matemáticas ... Trabajamos las cantidades

152 INV: las magnitudes

153 J: y la verdad es que aprendieron mucho. Compramos unas reglas, no sé si las tendré
154 por aquí [empieza a buscarla en cajones]

155 Llega Inés y se queda en la entrevista de José

156 J: compramos una para cada uno y estaban todo el día midiendo, vamos, porque les
157 encantaba. Les gustó mucho.

158 INV: pero que no se trabaja mucho

159 J: yo nunca lo había trabajado las medidas, la verdad. Nunca, pero este hombre también
160 lo decía, que las medidas...y la verdad es que les encantó. Cada niño tenía su ...

161 I: el ¿qué?
162 J: el año pasado que...
163 INV: yo que, vicheando tu libro, pues vi que trabajaba el libro magnitud y medida
164 I: sí
165 INV: es que es un bloque que no se trabaja, y menos en infantil y que también está en
166 Teide
167 J: pues ya te digo, le compramos una a cada uno y estaban todo el tiempo midiendo...
168 Bueno, no te lo cuento porque estás grabando que si no te contaba la anécdota...bueno,
169 te la voy a contar, de todas maneras, qué más da
170 INV: esto es para mí nada más
171 J: es que es un poquito...ésta me paso en una reunión de padres. Me puse y digo, a ver,
172 esto le compráis una regla en casa para que ellos vayan midiendo, ... y le dices, venga
173 vamos a jugar a medir. Mama vamos a medir [...] ¿cuánto le mide el dedo? porque a los
174 niños le medimos mucho los pies, le medimos la estatura, yo que sé... Bueno, que les
175 gustó mucho lo de regla
176 INV: Entonces, volviendo de lo que es el prisma y el cubo, les decías: “los cubos son
177 prismas, pero tienen todos sus lados iguales”
178 J: eso es
179 INV: le vas dando propiedades ¿crees que se quedaron con algo de...?
180 J: Sí, sí se quedan. El niño lo pillá
181 INV: A mí me gustó eso de: había una y decían: no, eso no es un cubo, es un prisma
182 J: ellos se motivan más, participan más. Son más partícipes de... vamos porque aquí lo
183 que pretendemos es que... **no es decirles las cosas “pun” y que ellos la sepan, sino**
184 **que lleguen al fondo de la cuestión, ¿por qué es un cubo?, ¿por qué es un prisma?,**
185 **¿por qué es ...?**
186 **INV: que no sea memorístico, ¿no?**
187 **J: ahí va, que lo experimenten... vamos lo de las estampaciones es algo que para**
188 **ellos es muy gráfico, lo ven. O sea, el niño puede decir lo sé, porque lo he hecho, lo**
189 **he visto... no hace falta que tú me lo digas, sino que yo lo he visto, como cojo un**
190 **cubo y lo estampo y lo que me queda es un cuadrado. Por eso lo hacemos, para que**
191 **ellos... para que sea vivencial, que los niños estos aprenden básicamente**
192 **vivenciando las cosas... tú le puedes decir y van ...vamos los niños y los adultos,**
193 **porque muchas veces nos pasa, que hasta que no hacemos algo y nos equivocamos no lo**
194 **hemos aprendido y mira que nos lo han advertido veces... no hagas esto que... y nos**

Comentado [AMED7]: E1 u7

Comentado [AMED8]: E1 u8

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.1. Transcripción E1

195 pasa. Y a los niños pues les pasa lo mismo, por mucho que se le diga, basta con que
196 ellos no lo vean y no se quedan tranquilos. Vamos que hasta que no lo ven no se quedan
197 tranquilos y se les queda como es

198 INV: en el cubo, decías que si pintas cualquier cara de él, te salía un cuadrado.

199 J: Sí

200 INV: sin embargo, en el prisma estampas una de las caras, que es el rectángulo...y los
201 prismas que tenías allí de las figuritas de madera esas, tenía... la base era un cuadrado.
202 Y ¿por qué no estampabas ese cuadrado? ¿querías asociar el prisma con el rectángulo y
203 el cubo con el cuadrado?

204 J: esa es básicamente la idea. Lo que te he dicho antes, son niños que ahora mismo no
205 son capaces de coger muchas características de un objeto, entonces los puede liar. Eso
206 ya un poquito más en 4 o en 5, bueno en 4 años ya si son más capaces de... a lo mejor
207 de diferenciar un poco, que asocien el prisma con ...o sea **el prisma que lo asocien**
208 **más a un rectángulo y el cubo a un cuadrado... sabes, para no complicarlos**
209 **demasiado**, de alguna manera... son niños chiquitillos, 3 años, ya al año que viene si se
210 le puede meter... vamos que también te digo una cosa, que tú lo pones en 3 años y la
211 mayoría de los niños sin problema, pero a otros niños los puede ya, confundir un
212 poquito, volver un poquito locos

213 INV: y así, es más sencillo, cuadrado y rectángulo

214 J: también teniendo en cuenta que no tiene por qué ser ...ehh, un prisma no tiene por
215 qué ser... un prisma no tiene por qué conllevar a un cubo, o sea, a un cuadrado, sabes,
216 como tampoco... para que ellos tampoco lleguen a la conclusión de que del prisma es
217 rectángulo y cuadrado. Es que puede salir un cuadrado, pero no tiene porqué. Entonces,
218 para no tampoco... lo que si es que el rectángulo es el prisma y el cubo es el cuadrado,
219 que casualmente puede ser que del prisma saques un cubo pero que tampoco
220 necesariamente tiene porqué salir un cubo, porque un prisma puede tener las
221 dimensiones que no se correspondan con las de un cuadrado. Más o menos x ahí van los
222 tiros

223 INV: si, es que son cositas que, yo me quedo con la grabación, pero ...

224 J: claro, tú no sabes

225 INV: lo que está detrás. Por eso es, aclarar un poquito

226 J: nada, tú sin problema hija

227 INV: y de los rectángulos, aquí me decías "las estampaciones de un prisma es un
228 rectángulo y del cubo es el cuadrado" y le comentas "los rectángulos se parecen a los
229 cuadrados, pero no son iguales". Y es otra vez, creo que x lo mismo

230 J: claro

Comentado [AMED9]: E1 u9

231 INV: x la distinción esa

232 J: a ellos les cuesta trabajo distinguir. Un niño, aunque te parezca mentira, veras, aquí
233 porque a lo mejor están los dos en blanco [se refiere a examen] pero tú a lo mejor
234 le pones uno rojo y otro verde y el niño, la diferencia para ellos es el color, no son
235 capaces de discriminar de primeras la forma y el ..., o sea, que uno es redondo [esfera]
236 y que el otro tiene 4 picos [cuadrado], el niño a eso no le echa ni la menor cuenta.
237 **Entonces, claro, nosotros tenemos que estar insistiéndole mucho para que sean**
238 **capaces, de que vean cada vez más y que sean capaces, cada vez, hombre, de**
239 **discriminar más diferencias entre un objeto y otro**

Comentado [AMED10]: E1 u10

240 INV: las características de estos. También les dabas diferencias y no similitudes de lo
241 que era el cuadrado, por ejemplo. Esto le decías: “dos lados más chiquititos y dos lados
242 más alargados” para compararlos con éste. Esto son diferencias, y ¿por qué no le dabas
243 una similitud? Es decir, que los dos tuvieran 4 picos

244 J: pues no tengo explicación, la verdad. No te puedo dar una explicación porque no la
245 tiene, vamos. No lo hice porque no... vamos, se tendrá en cuenta que se puede... vamos
246 que me viene bien, que no solo en que se diferencien como también en que se parecen

247 INV: yo decía, pues a lo mejor es porque como ...

248 J: no, no tiene ninguna explicación, es decir, que no lo hice por nada pedagógico... la
249 verdad

250 INV: pues yo pensé que... como lo asocian o lo asemejan, pues entonces, pues lo que
251 intenta es diferenciarlos, y no intenta ...

252 J: no, no, la verdad es que no. Te puedo decir, pues sí, pues fue por eso, pero ... no, la
253 verdad es que no. No le di similitud no sé, porque no caí ni siquiera en que vieran el
254 porqué sí son iguales. Hombre, porqué se parecen...

255 INV: y en las 3 dimensiones, igual. En el cilindro sí le decías pues por una cara rueda y
256 la otra es plana. Y en lo que es el cubo y el prisma no le decías pues son todas las caras
257 planas

258 J: bueno, eso...

259 INV: se ha trabajado en otra clase

260 **J: claro, es que eso...sí, es que eso realmente sí, en esta clase no caímos, pero ellos**
261 **de hecho, para empezar, es decir, como empezamos la Geometría es en eso, en que**
262 **rueda y en que no rueda... eso es lo primero que hacemos**

263 INV: Ah, la diferencia

264 **J:sí, eso es lo primero que hacemos. Vamos, en la primera clase prácticamente. Es**
265 **eso, poner un cilindro y un cubo y que rueda y que no rueda, entonces ya... en esa**

266 **clase. La verdad es que, verás tú, lo que hicimos aquel día es... la verdad es que**
267 **hacía tiempo que no lo hacíamos tal cual así, porque era algo que veníamos**
268 **haciendo desde principios de curso... fue un poco, hombre, para que tú vieras un**
269 **poco que lo habíamos trabajado, y eso, pues eso, pues lo dimos como por hecho,**
270 **vamos que lo que tiene son formas planas y lo otro es... porque, de hecho, se parte**
271 **de ahí, que rueda y que no rueda, porque es lo más significativo para ellos.**
272 **Además, les hace mucha gracia hacer rodar los objetos, ahora vamos a coger una**
273 **botella, ahora vamos a rodarla... a ellos les hace mucha gracia, que le llama la**
274 **atención de rodar los objetos y cómo por otro lado no ruedan...en el caso de los**
275 **cilindros**

Comentado [AMED11]: E1 u11

276 INV: y en la esfera, le das, ehh, también comparas la esfera que rueda por todos los
277 lados y el cilindro que rueda por una parte y por otra no. Y ... ¿por qué no comparas por
278 ejemplo el prisma y el cilindro?

279 J: ¿comparar el prisma y el cilindro? No, no los comparo, la verdad. No lo hemos
280 comparado

281 INV: ¿por qué asocias tú más la esfera al cilindro? Como una rueda por un lado y otra
282 por los dos

283 J: y además de los dos sale...

284 I: y el prisma y el cubo

285 J: sí, así se suelen asociar. Sí, no, pero es verdad, debemos de asociar todas las figuras
286 no solo los que se parecen. Sí, tendemos a eso, a los que más se parecen... a
287 relacionar... pero claro efectivamente deberíamos de trabajar

288 INV: vamos son cosas que me han ido surgiendo

289 J: no, no, pero chiquilla esto me viene muy bien a nosotros porque tú date cuenta de
290 que, um, a mí es que particularmente no me gusta verme, porque me siento ridículo,
291 pero verte tú es muy bueno, me refiero en una grabación o algo, o que te vea alguien,
292 porque ve realmente cosas que tú estando dentro no las ves. Y esto está muy bien,
293 porque, por ejemplo, tú has visto algo desde fuera que tú desde dentro no te das cuenta.
294 Está muy bien, establecer relaciones entre todas las formas geométricas. No
295 solamente... tendemos eso, a... como ellos asocian el cubo y el prisma, y el cilindro y
296 la esfera por otro, tendemos a establecer la diferencia entre esos dos grupos, pero no
297 entre los 4 o la pirámide

298 INV: yo también os quería preguntar, porque de las figuras, ...las de madera, la verdad
299 es que ...encontrar una pirámide pirámide es muy difícil

300 INV: eso, es que la que teníais era...

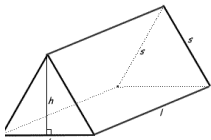
Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.1. Transcripción E1

301 J: si, no era pirámide pirámide (él cree que es otro tipo de pirámide)(para el pirámide



302 pirámide es (señalando)

303 una pirámide rectangular, ¿se llama esa?



304

305 INV: ehh

306 J: por casualidad



307 INV: ¿esto? [señalando]

308 J: se llama pirámide rectangular, o ¿me lo he inventado yo?

309 INV: esto es un prisma rectangular

310 J: bueno, bueno

311 INV: y vosotros, bueno, estampabais ... tú (refiriéndome a José) estampabas el
312 triángulo... porque era la figura que te quedaba por estampar, de las que estabas
313 trabajando. Inés sí estampo el rectángulo [de esa "pirámide"] y el triángulo

314 I: cuidado con lo que dices

315 J: es que, yo no me acuerdo concretamente, ... pero bueno, ... que eso, que el
316 problema es encontrar una pirámide pirámide, es decir, una pirámide con los
317 lados iguales, no con ...¿cómo has dicho que es? ¿Rectángulo piramidal?

Comentado [AMED12]: E1 u12

318 INV: es prisma. Es un prisma de base triangular



319 J: se suelen encontrar estos

320 Pero eso, una pirámide pirámide es súper complicado. Me refiero de forma geométrica,
321 um, como las que tenemos aquí

322 INV: eso es material ...

- 323 J: yo no la encontré
- 324 INV: eso es material del libro o eso es material que tenéis ustedes....
- 325 J: No, eso lo hemos comprado nosotros. Específico. Yo lo compré en Rayuela,
326 específicamente para trabajar las formas geométricas. Que es algo que yo con ellos, no
327 suelen... vamos, suelen tener una caja, esa para que jueguen los niños. Que le pasa lo
328 mismo, es aquella caja de allí y suele tener el La pirámide igual, es un prisma con
329 base triangular. Eso, pirámide, pirámide es súper difícil encontrar, me refiero para
330 trabajar las formas geométricas, luego ... hay un objeto que ...
- 331 INV: objeto en 3 dim
- 332 I: construcciones
- 333 J: yo no lo he encontrado por lo menos. Y además que la buscamos (la pirámide
334 pirámide_como dice él). Un año, me acuerdo de que Fefi y yo estuvimos a ver si lo
335 encontramos y vamos no se encuentra, vamos no se encuentra, vamos yo no la encontré.
- 336 INV: y de... ahora, de lo que era la esfera, porque también trabajabas la esfera. En la
337 esfera no sé si recuerdas que me dijiste, eso no lo he hecho nunca y cogiste un “planeta”
338 de plastilina y lo cortaste por la mitad para estampar
- 339 J: para llegar al círculo lo habíamos hecho con el cilindro, pero nunca lo habíamos
340 hecho con la esfera. El primer día cuando tu viniste lo hicimos, aprovechamos para
341 hacerlo, para partir la esfera
- 342 INV: y ¿en qué te inspiras para hacer esa actividad? ¿para partir la esfera?
- 343 J: en que me inspiro, bueno el objetivo es que salga el círculo. Pero en que me inspiro,
344 no sabría contestarte, o sea, mi intención es ...
- 345 I: los impulsos que salen
- 346 J: verás tú, ciertamente nos lo dijeron en el curso, quiero decir que yo eso lo hago
347 porque nos lo dijeron en el curso y nos dijo que teníamos que partir, pues de lo que te he
348 dicho, a partir de las formas tridimensionales a las planas y eso nos explicaron eso, que
349 para llegar al círculo hay dos formas, o bien el cilindro o bien la esfera partiéndola. Y,
350 vamos, inspirarme, pues en eso, el objetivo es el otro, que el niño llegue a.... que el
351 niño sepa de donde viene el círculo
- 352 **INV: y ¿por qué no partías otra de las figuras, por ejemplo, el cilindro?**
- 353 **J: hombre porque ya en sí la cara te da la estampación**
- 354 INV: pero te da... la base, la base sí te da el círculo, pero ... (dibujo)
- 355 J: ah, vale, tú dices sacar el rectángulo... sí, sí también ...sí, en el curso nos lo dijeron,
356 sí, sí, sí, eso también lo hemos hecho. Es que no...creí que te referías a un prisma, de

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.1. Transcripción E1

357 todas formas, un prisma, para que lo voy a partir... sí de todas maneras siguen siendo
358 las caras... Sí, sí para el rectángulo, también en el curso, ...vamos que sí que ...aquel
359 día no lo haríamos... y bueno con estos niños tampoco lo he hecho, pero vamos otros
360 cursos sí lo hemos partido, lo hemos hecho con plastilina. Vamos lo mismo que lo que
361 hicimos con la esfera, la hemos partido igual con el rectángulo. ¿tú no hiciste el curso
362 ese?

363 I: no, yo no

364 J: tú no estabas todavía con nosotros

365 I: yo no he hecho nada de eso

366 J: pues sí, en el curso... pues en el curso, Luis Segarra. Él llevaba un material...

367 I: sí, yo estaba de baja entonces por mi niño

368 J: pues yo no me sé que material era, pero lo partía fácilmente. No sé si era...no sé qué
369 material era...y partía también, eso, el prisma... y lo hemos hecho, vamos. Pero
370 también tu sabes, no lo puedes tocar todo el primer año, jajaja

371 INV: sí, sí

372 J: tienes que dejar algo para 4 y 5 años

373 INV: sí, sí, me ha sorprendido mucho, bueno y en 4 que van muy avanzados, los niños
374 en lo que es matemáticas, en lo que es Geometría que es lo que estoy trabajando

375 J: sí, trabajamos en el curso que hicimos. Concretamente, vamos, hicimos el curso
376 porque yo antes de hacer el curso, sinceramente no lo trabajaba. Vamos trabajábamos
377 eso el círculo, el cuadrado... tú sabes, lo típico. Poner el cuadrado, el círculo en la pared
378 y le dices tú esto que es, esto es un triángulo y así lo trabajábamos...

379 I: que no era motivador

380 J: porque eso, hicimos el curso, de hecho, porque sabíamos que lo teníamos que mejorar
381 un poquillo. Era una de las propuestas que teníamos, mejorar la lógica-matemática
382 porque... vamos ahora hemos mejorado mucho en Geometría, pero, tenemos que seguir
383 mejorando... seguimos cojeando un poquito en la lógico-matemática

384 INV: y de las actividades... ¿tú viniste con la clase más o menos preparada? o
385 ¿improvisaste sobre la marcha? o ¿cómo lo hacías?

386 J: te refieres a los exámenes y eso...

387 INV: bueno

388 J: sinceramente, es que improvise. La verdad, para que te voy a engañar. Bueno,
389 improvise, no que improvisara sino que hicimos lo que habíamos hecho una vez, que de
390 hecho ya hacía tiempo que no lo hacemos, porque estampaciones hacíamos que..., verás

391 tú, que a lo mejor hacía 2 semanas que no lo hacíamos..., que no es que lo hacemos
392 todas las semanas, porque una vez que ya los niños ya lo han pillado... ya lo saben... lo
393 que hay que hacer es recordarlo y eso... y fue una especie de... vamos me vino muy
394 bien eso porque fue como un resumen de lo que habíamos aprendido durante los meses
395 anteriores. Y la verdad es que fue, verás, improvisado. No improvisado, quiero decir, no
396 es que yo me sentara y diga: “uff ahora que voy hacer...” pero quiero decir que tampoco
397 fue una preparación... que fue eso... un resumen de lo que habíamos hecho... fue
398 recordar un poquillo... y en verdad, si te fijas, ellos rápidamente lo iban diciendo,
399 porque ellos ya lo sabían... vamos que explicar, si te fijas no explique nada,
400 simplemente eso, recordamos un poco lo que ya habíamos hecho las clases anteriores,
401 vamos los meses anteriores, porque ya llevábamos como 5 o 6 o 7 meses trabajando eso.
402 Fue más que nada recordatorio, eso, ellos prácticamente iban respondiendo a ...no tenía
403 yo que explicarle: ¿Qué saldrá si hacemos...? que ellos lo decían “Es un” porque ya
404 lo habíamos hecho bastantes veces

405 INV: lo que me quedaba, vamos ya me queda muy poco. Es, que uniendo las figuras
406 tridimensionales que tú cogiste que eran: el cubo, el prisma, el cilindro, la esfera y la
407 pirámide, estampabas de alguna solo su base y de otras solo sus caras y otras las
408 cortabas como la esfera. ¿Por qué razón? ¿por encontrar siempre las dos dimensiones?

409 J: claro

410 INV: por encontrar siempre las dos dimensiones de esa figura. Y intentabas eso...
411 ¿asociar la esfera al círculo, el cilindro al círculo, el cubo al cuadrado, el prisma al
412 rectángulo y la pirámide al triángulo?

413 J: eso, que también para... **el cono, que no lo hemos trabajado aún... vamos yo se lo**
414 **he mencionado alguna vez, pero vamos, mencionado... para que ellos, hombre...**

415 **INV: como yo tampoco había visto el libro, pues no sé qué se trabaja**

416 **J: no, no, el cono no lo trabaja el libro... vamos no sé si en 4 años... en 3 años el**
417 **cono desde luego no lo trabaja**

Comentado [AMED14]: E1 u14

418 I: el libro no, pero yo sí se los he enseñado en fichas, pero en el libro no

419 J: no lo trabaja, entonces yo por eso tampoco lo he trabajado a la hora de hacer
420 estampaciones y eso... lo hemos mencionado, lo hemos visto, hemos dicho cosas que
421 son conos, los niños decían: “los de la carretera, ...”

422 I: el cucurucho, helado, el capirote

423 J: eso, el capirote, cuando hicimos la semana santa, los capirotes pues esto es el cono.
424 Lo hemos... o sea, lo conocen, pero no lo hemos llegado a trabajar para hacer
425 estampaciones, para eso no lo hemos llegado a trabajar... pero que vamos que también
426 lo conocen... vamos que aunque ese día no lo viéramos, porque **además yo no tengo**
427 **conos la verdad, y no lo hemos trabajado con estampaciones ni nada....vamos, lo digo**

Comentado [AMED15]: E1 u15

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.1. Transcripción E1

428 por el tema del triángulo, más que nada, me he acordado porque has dicho: “la pirámide
429 tiene el triángulo”, que también meteríamos el cono con el tema del triángulo, bueno
430 una partición, ahí tenemos que hacer una partición para que vean como eso...

431 INV: vale y ...

432 J: que del cono también sale el círculo

433 INV: y si coges, el cilindro, pero ahora sin partirlo, ...el cilindro o la esfera, si lo
434 estampas, ...

435 J: eso no lo hemos hecho nunca...estamparlo sin partirlo...o sea, te refieres, si es el
436 cilindro, en la parte redonda

437 INV: que rueda

438 J: bueno, ¿cómo se diría? La parte ...

439 INV: curva

440 J: curva, eso es. No, pues la verdad es que no, no lo hemos planteado nunca. Para que
441 vieran, bueno, quedaría una línea, ¿no? ¿Un rectángulo?

442 INV: en realidad, una línea

443 J: una línea quedaría

444 INV: sí, y ¿de la esfera?

445 J: quedaría un punto, bueno una esferita chiquitita...

446 INV: sería...queda siempre una dimensión

447 J: la verdad es que no...

448 INV: ... es que el libro trabaja de las 3 a las 2 dimensiones, y eso es que está mejor que
449 trabajar ... que es normalmente como estamos en secundaria, como se trabaja, o en otras
450 ... primaria... yo que sé... que se trabaja las dos dimensiones o la dimensión, es decir,
451 hacer líneas, hacer puntitos, ... eso, que el libro va bien, va desde lo que conocen los
452 niños a lo que es realmente más abstracto para ellos. Pues con esto, ... muchas
453 gracias... Eso, que eran las cositas dudiditas así que tenía que con la grabación no me
454 quedaba claro, esto es lo que queda, la transcripción... eso es lo que queda, lo de verde,
455 alumnos, lo otro tú (le enseñé la transcripción de esa clase)

A3.2. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales.

[E2]

J: José (profesor)

INV: Investigadora

A las 9 había entrado en clase de Inés y había estado grabando. En el recreo le hice la entrevista a José, que habíamos quedado en la biblioteca, porque es el encargado de la biblioteca y todos los recreos está allí¹.

- 1 INV: ¿Hiciste la especialidad de infantil?
- 2 J: Sí
- 3 INV: ¿podrías explicar tu relación con las matemáticas? desde tu inicio, es decir, desde
- 4 el colegio si te gustaban o no te gustaban. Después en secundaria y facultad
- 5 J: pues, me ha cogido de sorpresa...no me esperaba yo esta pregunta. Pues yo con las
- 6 matemáticas bien, es una asignatura que siempre me ha gustado y además se me ha dado
- 7 bien...siempre, desde chiquitillo se me ha dado bien. Vamos yo he sido siempre muy
- 8 mal estudiante, pero vamos matemáticas concretamente si se me daba bien, tanto en el
- 9 instituto...en el colegio quizás se me diera peor ...pero ya en el instituto se me daban
- 10 bien ...Yo era de letras, letras mixtas, pero tenía matemáticas, matemáticas 2 se
- 11 llamaban, no se ahora...Y la verdad es que se me daba bien, la verdad es que era la
- 12 única asignatura...de hecho, creo que un trimestre suspendí todo menos historia y
- 13 matemáticas...y además saqué hasta notable ... [se ríe] porque se me daban muy bien
- 14 las matemáticas, no tenía problema. De hecho, no las solía ni estudiar...un día antes le
- 15 echaba un vistazo...y en la facultad también se me dieron bien. Allí había dos
- 16 asignaturas. En primero había matemáticas y en segundo, didáctica de las matemáticas.
- 17 INV: En primero es matemáticas, contenido y en segundo...
- 18 J: En primero tenía una profesora que era durilla, pero vamos...que aprobé. Y didáctica
- 19 de las matemáticas, también, y en didáctica de las matemáticas saque un 10 si no
- 20 recuerdo mal. Se me daba bien. Ya te digo, es de las pocas asignaturas que se me daban
- 21 bien porque después soy un desastre como estudiante.
- 22 INV: ajam...y ¿con qué contenido te sientes más cómodo? ¿qué parte? Los números...
- 23 J: me gustaban mucho las ecuaciones, ... resolución de problemas ...a partir de
- 24 ecuaciones me gustaba...se me daba bastante bien
- 25 INV: y ¿crees que las matemáticas son un bloque importante en infantil?
- 26 J: si, hombre, claro. Desarrollar sobre todo el razonamiento lógico, les ayuda a pensar,
- 27 en fin...despierta un poco era área de cerebro más ...
- 28 INV: si, que tienen que empezar a mover

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

29 J: claro. Que quieras que no ...también la lectoescritura, son todas las áreas importantes
30 y además que desde cualquier área puedes trabajar cualquier materia...y sí, como un
31 instrumento más la matemática puede ser ...vamos que sí, que es muy importante, es
32 básica.

33 Y ¿crees que la geometría es un bloque importante dentro de lo que son las matemáticas
34 en infantil? o ¿es más secundario?

35 J: si, no hombre, también es importante. De hecho, bueno me iba a remitir al libro.
36 Todos los libros lo consideran una parte importante. Sí, hombre es una parte importante
37 también la geometría porque, ahondando en lo que hemos dicho antes, le ayuda a
38 percibir la realidad, ... ellos ahora mismo la geometría la perciben como los elementos
39 en su vida cotidiana, esas formas geométricas y le dan sentido, eso, a partir de su vida
40 diaria. Entonces, es importante para ellos porque es muy cercano, tal y como nosotros se
41 lo intentamos hacérselo ver...si lo pones, a lo mejor, un poquito fuera de su
42 contexto...no...pero vamos como nosotros lo intentamos...por lo menos lo
43 intentamos...acercárselo a ellos si es muy cercano

44 INV: y ¿qué es para ti geometría?

45 J: que ¿qué es para mí geometría? pues me has pillado, no sé qué decirte ... [se
46 rie]...pues ¿qué es para mí geometría? Pues no sé.

47 INV: bueno, o ¿Qué geometría se da?

48 J: pues no sabría decirte, ¿qué es para mí geometría?,... pues no sabría responderte.

49 INV: las formas, ...

50 J: si, bueno las formas, las ... es que no te quería decir las formas geométricas porque te
51 estoy dando una definición con la misma palabra que tengo que definir... no sabría
52 decirte. La geometría pues... es que concretamente que se supone que tengo que
53 responder, o sea, a que te refieres

54 INV: bueno, a tu noción de geometría, ¿qué contenidos geométricos se deben de dar? O
55 ¿Qué contenido es más importante dentro de la geometría? (si es que hay)

56 J: ah, bueno. Pues yo considero que en la geometría lo más importante son las formas
57 tridimensionales ... o partir de ahí, no es que sea lo más importante, sino que por lo
58 menos partir de ellas para llegar después a la forma plana...y la geometría pues así es
59 como la concibo, las formas en 3D para llegar a la plana ... no he sabido responderte la
60 verdad, ... me he quedado un poco ... fuera de juego

61 INV: no pasa nada. Y, ¿coincide con lo que se debería de trabajar en infantil de
62 geometría?, ¿Qué si se trabaja correctamente? Si creéis que ...

63 J: también sabes lo que pasa que los maestros estamos un poco...la verdad...en la
64 medida en la que tú te vayas formando un poco vas aprendiendo, pero que realmente...
65 que tú formación de las oposiciones, de la academia, de la facultad...o sea, no tiene
66 nada que ver con ...pero no solamente en el terreno de la geometría sino en cualquier
67 área y no solo de la geometría, ni de la lógica-matemática, sino de la lecto-escritura, de
68 ...de la práctica...está totalmente descontextualizado ...entonces, tú después te tienes
69 que formar un poco...en función de cómo tú ... veas en que fallas, o que ves más
70 interesante, que ves menos interesante...Respondiendo a tu pregunta: No creo que se
71 estudie ... o sea, la pregunta era concretamente ¿Qué si yo pienso que se estudia...? No,
72 yo pienso que no...que no se estudia cómo se debería estudiar, pero porque realmente
73 no tenemos una formación ...es decir, que la formación del profesorado falla, bastante

74 vamos. Entonces, en la medida en la que tu consideras que la lógico-matemática,
75 concretamente la geometría es interesante, te formas, pero si no te formas en eso, pues
76 caes en poner un triángulo, un círculo y un cuadrado en tu clase y ...con repasarle a los
77 niños el triángulo, el círculo y el cuadrado..., pues los niños se lo aprenden como algo
78 mecánico...verás que no critico a quién lo haga porque ya te digo que no tenemos la
79 formación ...bueno, si lo critico pero no lo critico porque haga eso, sino lo critico
80 porque no se forma para ampliar un poquito...Vamos, yo supongo que también
81 cometeré ese fallo, tanto en matemáticas como en otras áreas, porque ya te digo,
82 estamos ahí un poquito...los profesores...abandonados a nuestra suerte, quiero decir,
83 porque te sacas la carrera y ...no tenemos ...vamos pero la culpa es nuestra porque es
84 responsabilidad tuya, pero bueno,...también es cierto que si hubiera alguien que te
85 obligara a formarte pues ...sería lo suyo desde luego, pero como nadie te obliga ...
86 vamos pero que la culpa es nuestra porque he dado a entender como si ...pobrecitos
87 nosotros en la facultad...pero vamos que la culpa es nuestra por no formarnos en
88 condiciones, vamos

89 INV: y ¿crees que en infantil el abordaje de la geometría es diferente al del resto de los
90 cursos?

91 J: en ¿primaria? Pues si te digo la verdad no lo sé porque no he trabajado en
92 primaria...te refieres a ¿cómo lo trabajan en primaria? O ¿Cómo lo trabajan en
93 primaria?

94 INV: ¿en primaria?

95 J: pues la verdad es que no lo sé como lo trabajan en primaria. Es que no tengo ni
96 idea...o sea, te puedo decir lo que yo pienso, pero no lo que sé. Yo pienso que lo
97 trabajan de una manera tradicional, o sea, que no parten de las formas tridimensionales,
98 pero es que no lo sé, porque a lo mejor pasa por aquí un compañero y me dice ¡Qué
99 dices! Si nosotros lo trabajamos...ahí es otro fallo, hay una desconexión entre infantil y
100 primaria...porque en las escuelas se tiende a priorizar la lecto-escritura. Entonces, todas
101 nuestras reuniones que hacemos inter-ciclo...de todas formas es que no he caído y ahora
102 que me has hecho esta pregunta ...a ver si mañana lo digo porque ahora que lo has
103 dicho me has dado una idea y lo voy a decir que efectivamente estamos obsesionados
104 con tener una continuidad a la hora de trabajar la lecto-escritura y sin embargo jamás
105 nos hemos planteado que hubiera que tenerlo en como trabajamos la lógico-matemática.
106 vamos, no tengo ni idea de cómo lo hacen, sinceramente. Yo el concepto que tengo es
107 que lo hacen de una manera tradicional, pero realmente no lo sé

108 INV: ¿más mecánico? Tradicional sería eso, ¿no?

109 J: Sí, me refiero a más mecánico, centrado en el libro ... bueno, nosotros también
110 partimos del libro, pero bueno intentamos hacerlo, un poco, bueno, en la medida de lo
111 posible, buscar otras actividades. Pero vamos, ya te digo, que es una impresión que me
112 da, que realmente yo no tengo conocimiento de cómo lo hacen.

113 INV: Ok. Bueno, y ¿geometría es igual a formas? O ¿es algo más?

114 J: Hombre, en la escuela, desde luego, lo reducimos a eso...no sé si abarcará más, la
115 verdad, supongo que sí, que habrá muchas más...supongo que a partir de las formas
116 podrás llegar a otras cosas, no sé, de tamaño, de capacidades, ¿no? No sé, creo que a lo
117 mejor a partir de un cilindro...ver la capacidad que tiene un cilindro...no lo sé si se
118 podrán hacer otro tipo de actividades. En el colegio tendemos a reducir, un poco,
119 geometría a formas geométricas, la verdad.

- 120 INV: Y ya esta última parte es sobre el libro, si soléis terminar todo el libro, todas las
121 fichas
- 122 J: No, yo no las suelo terminar. Verás hay años que sí, otros que no, pero vamos que no
123 es algo ...vamos que yo muchos cursos he empezado el curso con el libro ...vamos con
124 lo que me había sobrado del año anterior
- 125 INV: y ¿sigues el libro? es decir ¿vas por orden?
- 126 J: No. No vamos por orden. Vamos de hecho [ojeando el libro] metimos la de
127 geometría para poderla hacer...y no, no vamos por orden
- 128 INV: ¿hay alguna que siempre te saltas?
- 129 J: sí, por ejemplo, ... bueno, es que algunas las dejo atrás porque no las entiendo ni yo
130 sinceramente, son absurdas y digo, si no la tenemos claro ni nosotros, porque es que no
131 son ...no tienen ...Sí, sí, hay muchas que nos dejamos atrás, que no tienen sentido...las
132 que son...vamos, es que de este libro no te puedo decir ninguna, pero vamos
133 prácticamente, todos los años nos pasa, que decimos: ¡Qué ficha más tonta, si es que no
134 tiene por donde cogerla! Vamos, que no tienen sentido y que cada uno lo interpreta de
135 una manera, además ...
- 136 INV: y ahora del libro, ¿Cuáles son de geometría en el 1º trimestre?
- 137 J: Pues hay bastante. A partir de la que empezamos [había grabado ya una sesión,
138 estaba realizada ya la ficha 11 que es de geometría] ...y mañana vamos
139 hacer ésta [refiriéndose a ficha 12] aprovechando que vamos hacer las
140 construcciones. Nosotros vamos, hacer lo mismo que Inés, vamos a nivel más ... porque
141 tienen un año menos, vamos. Si te fijas estas formas las tenemos nosotros en clase,
142 entonces la reproduciremos ésta misma forma, vamos, este mismo dibujo lo
143 reproduciremos nosotros. Hay bastantes [ojeando el libro de 1º trimestre],
144 ésta la primera, la segunda, ...
- 145 INV: ficha 11, 12, 13, 14, 15 y 16
- 146 J: y ya está, porque estas son ya de conceptos lógico-matemáticos que, por ejemplo, esto
147 son cosas que nosotros no somos partidarios de trabajarlo...los conceptos ...No, porque
148 consideramos que estas son cosas que los niños las aprenden en su vida diaria. Por
149 ejemplo, largo-corto, no hacer falta que trabaje largo-corto. Esto un niño en su vida
150 diaria no lo ve [refiriéndose a ficha 12], o sea, no lo trabaja, esto sí
151 [refiriéndose a ficha 19]. Esto en su vida diaria no tiene opción a trabajarlo
152 [refiriéndose a ficha 12]. Verás, las formas geométricas están en su vida, pero no
153 hay nadie ... y no se ve él en situaciones en la que tenga que trabajar ... digamos ...
154 vamos, esto sí. Tú pon a un niño un lápiz largo y uno corto y dile al niño, ¡dame el
155 largo! ... vamos a ver si el niño tiene problemas ... eso es que lo aprende en su vida
156 diaria. Grande-chico, arriba-abajo, ...son tonterías. Un niño sabe perfectamente que es
157 arriba y que es abajo, pues para que vas tú en el colegio a perder un día en una ficha
158 para trabajar que es largo y que es corto...Yo no le dedico una mañana a esto, es que me
159 niego. Después del recreo, un día que no tengamos nada que hacer pues sacamos esta
160 ficha y les digo: venga, coloreamos el tren corto o el largo o lo que ponga, pero vamos
161 que yo no le dedico una mañana a explicarle a los niños que es largo o que es corto,
162 porque está fuera de contexto. Eso un niño si lo percibe en su vida, en su día a día
- 163 INV: Entonces, las que te saltarías serían de este tipo, ¿no?

- 164 J: Sí. Verás, que a lo mejor las pongo de relleno algún día que hemos llegado tarde del
165 recreo (por cualquier cosa) y en vez de darle un dibujo, pues hacemos esto [el recreo
166 comienza a 12h y termina normalmente a 12.45h] pero no le dedicamos una
167 mañana, como mañana que le vamos a dedicar mucho tiempo a esa discriminación
168 visual, a esa ...porque es lo que hemos hablado antes, que a partir de las formas
169 geométricas pues también trabajamos esto: percepción, discriminación visual...para eso
170 sí, pero para esto [refiriéndose a ficha 19] no tiene sentido.
- 171 INV: entonces, que serían hasta la 16, porque después ¿ya no hay más de geometría, no?
- 172 J: no, ya no hay más. Eran esas, venían todas seguidas. Estas tareas no son de geometría
173 [ojeando el libro], esta tampoco, ... vamos, no sé si son 6 o 7 las que venían
- 174 INV: de la 11 a 16. Bueno, y ya que estamos, ¿podríamos ver cuántas fichas hay
175 también en los otros libros? [refiriéndome a 2º y 3º trimestre]
- 176 J: pues la verdad es que no lo he mirado, sinceramente. Vamos, miramos este de aquí
177 para elaborar el trimestre, pero sinceramente lo otro no lo he mirado
- 178 INV: Siempre empiezan por números, después se pasa a geometría...
- 179 J: [tomando el libro de 3º trimestre] Aquí tenemos una...aquí viene el bloque,
180 1, 2, 3, 4, 5 y 6 [son las fichas 11, 12, 13, 14, 15 y 16]. Sí, porque ya vienen
181 la de los conceptos matemáticos, igual que antes, que esto no lo queremos para nada. Y
182 éste, [tomando el libro de 2º trimestre] supongo que tendrá otras 6. Si te digo la
183 verdad no lo he mirado...1, 2, 3, 4, 5 [son las fichas 11, 13, 14, 15 y 16]
184 ...ah, no, hay 5, porque esta de aquí [refiriéndose a ficha 12] líneas curvas, no.
185 ¿Qué tiene que hacer? Unirlas, ¿no? Es que hay algunas que son más tontas ...esta es
186 tontísima, vamos. 5 tiene, ¿no? Han metido ésta entre medio, no sé con qué
187 función...esta sería una ficha que no haré, porque es una ficha muy tonta. Trabajar
188 líneas curvas y además ... no sé...bueno. Estas son las fichas que nos saltamos, verás,
189 nos saltamos en plan, que no le dedico ...aprovechamos...verás, nosotros elaboramos la
190 programación de lo lógico-matemático a partir del libro... sí lo elaboramos ...pero claro
191 para nuestra programación quitamos ese tipo de fichas...quiero decir que nosotros no
192 elaboramos la programación en función de esas fichas, yo no ...en mi programación yo
193 no tengo un día trabajar abierto-cerrado, porque no lo consideramos que sea un
194 concepto que tengamos que trabajar en infantil, o sea, en infantil sí, pero no en el
195 colegio, por lo que te he dicho antes. Son cosas que los niños las aprenden sin necesidad
196 nuestra.
- 197 INV: Bueno, pues ya está. [suena sirena recreo]. Ah, bueno, y del 1º trimestre
198 que es el que vamos a ver ahora ¿Qué ficha crees que es la más interesante? De esas 6
199 que hay ¿cuál crees que es la más interesante (de geometría)?
- 200 J: A mí me parece muy interesante la que vamos a ver mañana.
- 201 INV: la de las formas éstas [señalando sobre la ficha 12 del libro 1º
202 trimestre].
- 203 J: Trabaja muchas cosas, o sea, ...
- 204 INV: muchas cosas ¿cómo?
- 205 J: Hombre, pues la percepción, discriminación, formas geométricas. Hay niños para los
206 que les va a suponer dificultad incluso los colores [se refiere a que al no tener
207 figuras con los mismos colores que las de la foto pues tendrán
208 dificultad para construirlas]. Éstos ya tienen 4 años, pero ...sabes, trabaja

209 varios aspectos ...la ficha de mañana me parece muy interesante. Yo creo que va a ser
210 la mejor.
211 INV: Bueno, pues muchas gracias por todo

A3.3.1. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Primera parte.

[E3.1]

J: José (profesor)

INV: Investigadora

Había quedado con él a la hora del recreo. Éste estaba en la biblioteca, de la cual se encarga. Allí procedí a realizar mi entrevista¹.

1 INV: Estoy bastante contenta con vosotros porque me estáis aportando mucha
2 información. Tengo una serie de preguntas, pero no va a ser como una serie de preguntas,
3 sino más bien como una conversación. Son preguntas no sobre infantil, sino sobre
4 geometría en general.

5 J: Un poquito peor, me vas a suspender a mí

6 INV: no te preocupes, no es para juzgaros, ni mucho menos. Es para saber lo que conoces.
7 Yo lo que estoy poniendo siempre es que además de la formación inicial es importante lo
8 de la formación permanente, vuestra preocupación por mejorar...

9 J: Lo que pasa que este año la formación la hemos orientado, como te dije, al ABN.

10 INV: y ¿qué tal?

11 J: hemos trabajado mucho el ABN. La verdad es que los niños...

12 INV: avanzan mucho, la verdad

13 J: Contar números, escribir números, el que tú le digas, el 57, 74, 92... prácticamente,
14 bueno, todos no, evidentemente, pero muchos. Además, no sé si te acordarás de E17,
15 vamos que le digas el número que le digas, no se entera. Quitando así 2 o 3 alumnos muy
16 localizados, los demás sí, realizan operaciones de suma, de resta, de contar saltando
17 números, cuenta atrás saltando números, ordenar la serie numérica... la verdad es que
18 muy bien, muy bien.

19 INV: bueno, pues es sobre todo sobre la clasificación de los cuerpos geométricos. Si me
20 pudieras hacer una clasificación de los cuerpos geométricos...

21 J: ¿de los que nosotros hemos trabajado?

22 INV: Bueno, y de si pusieras alguno más aparte de esos

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

23 J: hombre, el año que viene, se supone que trabajamos el trapecio, el romboide, el
24 rombo...que este año no lo hemos trabajado. El año que viene lo trabajaremos. Este año
25 han sido los básicos, la pirámide, el cono, el cuadrado, el cubo, el círculo, el cilindro. No
26 hemos trabajado más, esos 6. Que yo recuerde...

27 INV: la esfera, ¿no?

28 **J: la pirámide y el cono, el cilindro, la esfera, el cuadrado, el rectángulo, bueno verás,**
29 **el cubo y el prisma, y sus correspondientes formas planas que derivan de estas**
30 **formas geométricas.**

Comentado [A1]: Propiedad que le llama la atención, que rueda

Comentado [AMED2]: E3.1 u1

31 INV: y para el año que viene pues serían más planas, ¿no?

32 J: Sí, ya nos meteremos en las formas planas, que serían el rombo, el romboide y el
33 trapecio. No sé si se meterá el trapezoide. La verdad es que no..., verás no lo sé, porque
34 hasta que no terminemos este curso tampoco nos metemos en ...

35 INV: en el siguiente

36 J: pero vamos que ... desde luego, esas que te he dicho son seguro. Trapecio, rombo y
37 romboide seguro. Y el trapezoide pues creo que también porque por qué lo vamos a dejar
38 atrás.

39 INV: y si me tuvieras que hacer una clasificación

40 J: bueno, y por supuesto repasar todo lo dado este año

41 INV: y si me tuvieras que hacer una clasificación de lo que son los cuerpos geométricos
42 [le doy papel y lápiz]

43 J: ¿qué tengo que hacer?

44 INV: clasificación de los cuerpos geométricos de 3 dimensiones. Tú has dicho: cilindro,
45 esfera...

46 J: bueno, los que hemos puesto, ¿no? ¿escribo el nombre o la forma?

47 INV: cómo tú quieras

48 J: [pasa a poner los nombres] cilindro, esfera... ¿los nombres nada más?

49 INV: sí

50 J: el cilindro, la esfera, el prisma, el cubo, la pirámide

51 INV: si quieres los dibujas

52 J: yo para dibujar soy nulo pero bueno... te lo dibujo de aquella forma...Y el cono, esos
53 son los que hemos trabajado [sigue dibujando al lado del nombre la forma que
54 tiene esa figura]

55 INV: y ¿existen distintas formas o distintos tipos dentro de cada uno?

56 J: ¿qué si hay distintos tipos? Uff, yo para dibujar

57 INV: no te preocupes, ¿qué si hay distintas formas dentro de cada uno? Distintos tipos

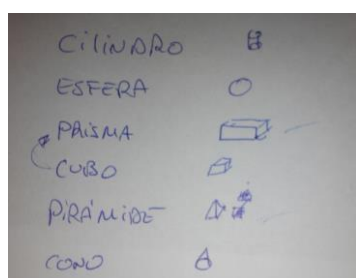
58 J: ehh

59 INV: ¿Hay distintos tipos de cilindro?

60 J: hombre, depende. Sí, la forma puede variar, lo que no sé es si dentro de la clasificación
61 de los cilindros habrá nombres específicos para uno u otro cilindro, la verdad. Hombre,
62 un cilindro puede ser esto [señalando un lápiz] y señalando un rollo de fiso. Lo que
63 no sé es si tendrán nombres...si lo tienen lo desconozco. [continúa dibujando] La
64 pirámide, bueno, si soy capaz de dibujar una pirámide [intenta representar un
65 prisma de base triangular]... uff, yo no sé dibujar una pirámide INV.

66 INV: bueno, da igual

67 J: la verdad [continúa intentándolo]. Así más o menos, ¿no? [dibuja una pirámide
68 de base cuadrada]. Y el cono, pues ... [dibuja el cono]



69

70 INV: es que no sé qué decirte, sinceramente. Dentro de la pirámide, ...

71 J: bueno, la pirámide es que dependiendo de la base, ... ¿no? Mientras que sea
72 triangular..., la pirámide sí. El cono, pues supongo que no, porque en el cono la base tiene
73 que ser siempre un círculo, ¿no? El cubo, no, por qué dentro de más grande o pequeño,
74 supongo que no habrá ...por qué tienen que tener todas sus caras iguales...y **el prisma lo**
75 **mismo, las caras 2 a 2. El prisma pues lo mismo, supongo que algunas más grandes**
76 **o pequeñas...Hombre, siempre tienen que ser...Bueno, las caras pueden ser dos**
77 **rectángulos y dos cuadrados, o cuatro rectángulos. Bueno, cuatro no podrían ser**
78 **porque si no sería un rectángulo.** La esfera pues no, y el cilindro tampoco. Entonces, la
79 pirámide que es la que podía tener y el prisma en todo caso.

Comentado [AMED3]: E3.1 u2

80 INV: ¿de qué caras puede ser el prisma?

81 J: Hombre, pues **un prisma puede tener, pues todas rectangulares o dos cuadradas y**
82 **dos rectangulares**

Comentado [AMED4]: E3.1 u3

83 INV: vale

84 J: bueno, cuatro no, son 6 caras las que tiene, ¿no?

85 INV: sí, bueno, pero yo te he entendido

86 J: eso, tú me has entendido lo que he querido decir, que pueden tener eso, 4 y 2 o todos
87 rectángulos. Bueno, es más, yo no sé si el cubo entra dentro del prisma, yo creo que el
88 cubo entra dentro del prisma, o eso he pensado yo siempre, ¿entra el cubo dentro del
89 prisma?

90 INV: ¿qué tienen en común el prisma y el cubo?

91 J: ¿qué tienen en común? Pues, **espera que piense, tiene el mismo número de caras, el**
92 **mismo número de aristas, tiene ... bueno, ahora mismo que yo caiga es eso, las caras,**
93 **las aristas...**

Comentado [AMED5]: E3.1 u4

94 INV: entonces, ¿está dentro o no está dentro?

95 J: Bueno, **yo siempre tenía entendido que el cubo entra dentro del prisma, que es una**
96 **variante del prisma que tiene todos sus lados como cuadrados.** Vamos, pero realmente
97 no lo sé. ¿entra o no?

Comentado [AMED6]: E3.1 u5

98 INV: sí

99 J: la verdad es que no lo sabía. Ya es que ... o sea, daba por hecho que sí pero tampoco
100 lo podía asegurar. **Yo interpreto que es un prisma porque los lados son iguales, todos**
101 **los lados son cuadrados**

Comentado [AMED7]: E3.1 u6

102 INV: ¿lo que es cara y lado son iguales o se utiliza indistintamente? Caras para unas
103 cosas...

104 J: se utiliza indistintamente, lado y cara.

105 INV: vale. Yo te traigo otro material que tenemos allí



106 Son todos cuerpos geométricos. Es para que tú me
107 hagas grupos de aquí

108 J: [coge uno] oh, yo creía que ...que esto era una pirámide. ¿qué grupos tengo que hacer?

- 109 INV: grupos...estos de aquí como los agruparías
- 110 J: ah, pues pondría los cilindros, ... [toma el cilindro oblicuo] oh, calla, que esto no
111 es un cilindro, jaja. Cono [cono oblicuo], ...esto sería un ... uff, esto está complicado.
112 Me vas a coger totalmente. Vamos, los que están claros, están claros... oju, chiquilla,
113 pero esto qué es. Esto sería un trapezoide [prisma rectangular oblicuo], esto un
114 trapecio [prisma trapezoidal], un ...verás... esto sería un prisma con la base ...este
115 tiene 8, ¿no? Con la base octagonal [ha tomado el prisma hexagonal], sí, ¿no?
- 116 INV: asiente con la cabeza
- 117 J: Entonces, esto lo pongo con los prismas, ¿no? Los prismas lo vamos a colocar aquí.
118 Esto también [tomando el prisma octogonal]
- 119 INV: sí, esa es la que tiene 8.
- 120 J: Ah, y esta tiene 6, hexagonal y la otra octogonal. Y con esto me pierdo, ahora estos que
121 están aquí caídos, éste supongo que seguirá siendo un cono [refiriéndose al cono
122 oblicuo], lo que pasa es que en vez de ser un círculo pues es ovalado. Este es la pirámide,
123 pues las pongo con las pirámides, pues lo que varía es la base de las pirámides...Esto
124 sigue siendo un cilindro, lo que pasa es [coloca el cilindro truncado] que las
125 bases... Esto lo pondríamos ...con estos...esto un ovalo [tomando el elipsoide]. Aquí
126 me pierdo totalmente...si se trata solamente de agruparlo y no decir lo que son pues los
127 grupo ahí [tomando el icosaedro, octaedro y el dodecaedro]. Esto sería una
128 pirámide también...Trapecio y trapezoide...eso iría ahí [realiza un grupo para el
129 prisma trapezoidal y para la pirámide cuadrada truncada] y estos pues no sé
130 si es un cilindro, porque tienen bases distintas [tomando un cilindro truncado]. Las
131 esferas, evidentemente, pues será aquí también, aunque sea media esfera [tomando la
132 semiesfera]...y el ovalo [tomando el elipsoide] pues también aquí. Y éste pues ...
133 esto, lo voy a poner también en los cilindros [refiriéndose al cilindro
134 truncado]...bueno, así lo clasificaría...bueno, espérate estos no sé si irían aparte o irían
135 aquí [refiriéndose a prisma trapezoidal y pirámide cuadrada truncada que
136 no sabe si unirlos a prisma rectangular oblicuo y prisma rectangular
137 truncado], me pierdo un poco, la verdad. Bueno, voy a pensar si estos los pongo con
138 éstos o no los pongos con estos, porque estos serían prismas...bueno, prismas prismas, lo
139 que se dice prismas no serían. Claro, no son...Bueno, así lo dejaría.
- 140 INV: los cuatro estos juntos [refiriéndome a prisma trapezoidal, pirámide
141 cuadrada truncada, prisma rectangular oblicuo y prisma rectangular
142 truncado]
- 143 J: yo quizás los 4 los pondría ...pero es que sigo teniendo dudas, es que no sé si estos
144 [tomando prisma trapezoidal y pirámide cuadrada truncada] dejarlos con estos
145 o separarlos. Yo que sé.
- 146 INV: vale. Estos dos que son los conos [tomando cono y cono oblicuo]

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

147 J: aunque con distintas bases. También los cilindros...

148 INV: los cilindros [ha considerado cilindro, cilindro oblicuo, cilindro
149 truncado y cono truncado]

150 J: porque este pues no sé, será un cilindro, pero con distinta base [refiriéndose a cono
151 truncado]

152 INV: vale

153 J: las pirámides [ha considerado como pirámides: tetraedro, pirámide
154 cuadrada, pirámide cuadrada truncada, pirámide cuadrada oblicua y prisma
155 de base triangular]. Pero ésta [tomando el prisma de base triangular] ...quizás
156 éste ... [cambiando la posición en la que lo tenía, es decir, ahora apoyado
157 sobre una de sus bases] ... tendría que venir aquí [colocándolos junto a prisma
158 trapezoidal y pirámide cuadrada truncada]

159 INV: ¿cuáles son ...

160 J: Éste vendría aquí INV [afirmando que el prisma triangular vendría junto
161 al prisma trapezoidal y la pirámide cuadrada truncada]

162 INV: ¿cuáles son los que te surgen dudas?

163 J: los que me surgen más dudas ... [tomando el cono truncado]

164 INV: ¿Éste también? [refiriéndome al cono truncado]

165 J: bueno, estos tres [refiriéndose a octaedro, dodecaedro e icosaedro] que
166 sinceramente no sabría cómo son... Bueno, como duda duda sería si estos tres [prisma
167 triangular, prisma trapezoidal y pirámide truncada] unirlos con estos dos
168 [prisma rectangular oblicuo y prisma rectangular truncado]. Es que estos dos
169 tienen una forma irregular [prisma rectangular oblicuo y prisma rectangular
170 truncado] y estos tienen una forma regular, por eso...

171 INV: irregular ¿por qué?

172 J: hombre, porque no es igual, ¿no?

173 INV: vale

174 J: estos de aquí [refiriéndose a prisma triangular, prisma trapezoidal y
175 pirámide cuadrada truncada] siguen el mismo patrón.

176 INV: vale

177 J: son simétricos y estos no son simétricos. Bueno, éste [refiriéndose a prisma
178 rectangular oblicuo] si es simétrico o ¿no? Este sería un paralelogramo
179 [refiriéndose a prisma rectangular oblicuo]

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

180 INV: ¿un paralelogramo?

181 J: no lo sé sinceramente

182 INV: no te preocupes

183 J: Yo lo dejaría así, porque estos son irregulares y estos regulares

184 INV: vale. De las pirámides esas y de esos...

185 J: sí, los dodecaedros estos [refiriéndose a octaedro, icosaedro y dodecaedro]

186 INV: eso, eso es. Da igual, no importa.

187 J: y estos pues ... [refiriéndose al elipsoide, esfera y semiesfera]

188 INV: sí, los redondos estos

189 J: aunque este si tiene cara, base [refiriéndose a la semiesfera], pero sí lo dejaría

190 ahí

191 INV: ¿esto lo puedes considerar de otra forma? [tomando el cono truncado y

192 colocándolo en los conos en vez de como lo tenía él (en los cilindros)]

193 J: hombre, como un cono...yo es que al tener dos bases...yo me he basado en que tiene

194 dos bases. Eso es en lo que me he basado, en que tiene 2 bases, porque como puedes ver

195 en conocimiento geométrico, como puedes ver, estoy limitado. Entonces, yo lo que estoy

196 haciendo es basarme en el razonamiento, no en conocimiento...me explico, mi

197 razonamiento ha sido que al tener dos bases, pues lo he considerado como cilindro, más

198 que cono, porque yo cono lo interpreto más como eso, que esté acabado en pico, vamos,

199 por así decirlo. Vamos yo lo dejaría ahí, por razonamiento, repito, no por conocimiento,

200 porque no lo sé. Bueno, ya por casualidad, ¿qué iría aquí o aquí?

201 INV: se considera más en cono

202 J: he tenido dudas, pero me he decantado porque tenía dos bases

203 INV: de estos de aquí, todos los cuerpos... los pones ahí porque son redondos, ¿no?

204 J: Sí, lo he puesto ahí porque son redondos

205 INV: la forma ...

206 J: lo que pasa es que en ésta [refiriéndose a la semiesfera] me ha surgido la duda

207 al tener la base plana

208 INV: sí, pero es como media esfera

209 J: pero es que realmente en los otros no cabe, por lo tanto, si no cabe en ningún otro, a

210 pesar de la duda ésta que me surge de la cara plana, lo he dejado ahí

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

- 211 INV: es ahí vamos
- 212 J: es ahí, ¿no?
- 213 INV: no te preocupes
- 214 J: es que, al tener la cara plana, pues me ha despistado
- 215 INV: y de todos los cuerpos redondos estos. ¿todos son de revolución o hay alguno que
- 216 no, es decir, es redondo, pero no es de revolución? Además, estos de aquí los ves
- 217 completos, o ves que faltan, o ¿no?
- 218 J: si los veo completos, es que no sé a qué te refieres a sí los veo completos
- 219 INV: eh, distintos tipos ...
- 220 J: qué si faltan algunos tipos aquí o aquí
- 221 INV: algunos tipos aquí o en otro sitio...o ¿tú qué pondrías más? O ¿qué quitarías?
- 222 J: pues yo quitaría estos [refiriéndose a icosaedro, dodecaedro y octaedro]
- 223 INV: vale
- 224 J: de quitar, quitaría esos...pero vamos...no sé ahora mismo, la verdad. Eh, a mí no creo
- 225 que se me ocurre ninguno más que falte. Supongo que habrá muchos más, pero ... ahora
- 226 mismo que caiga, no. El cubo, tenemos cubo ahí...
- 227 INV: ¿y de los prismas que tienes?
- 228 J: de los prismas, distintas bases
- 229 INV: ¿de los prismas no echas en falta ninguno?
- 230 J: bueno, he tenido dudas de éste [prisma triangular], pero claro, es que te planteas
- 231 cosas que no te planteas habitualmente, si un prisma puede tener la base triangular.
- 232 Probablemente, éste lo tendría que haber puesto ahí [refiriéndose al prisma
- 233 triangular, haberlo colocado en el grupo de los prismas]. Bueno, es que
- 234 realmente, pero es que éste ... [tomando el prisma rectangular oblicuo].
- 235 Probablemente este debería haber ido ahí, porque sus lados no son ... no se cortan nunca.
- 236 INV: ¿sus lados no se cortan nunca?
- 237 J: o sea, estos, sí se cortan [tomando el prisma trapezoidal] sus lados, o sea, sus
- 238 lados no, sus ...la prolongación de sus aristas, por así decirlo
- 239 INV: vale, vale
- 240 J: no lo sé INV. No lo sé, me surgen muchas dudas
- 241 INV: no, no te preocupes. Si yo lo decía, sabes por qué, ...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

242 J: es que no sé qué decirte, jaja

243 INV: no, si yo te lo estaba preguntando porque me has dicho...

244 J: yo soy muy inseguro, como ahora me preguntes, ahora cambio y pongo éste aquí y éste

245 aquí...jaja

246 INV: no te preocupes, es que me habías dicho que la base

247 J: sí, que la base ...porque no va a tener la base... [refiriéndose a trapezoidal]

248 INV: no, te estaba preguntando porque me dijiste que podía tener la base rectangular y

249 aquí no hay ninguno con esa base, por eso te estaba preguntando

250 J: ah, bueno, la base no es rectangular, bueno, pero tú lo pones así [tomando el prisma

251 de base cuadrada y tumbándolo, quedando apoyado en una de sus caras

252 laterales] ... bueno, la base, son estos dos, es una tontería lo que he dicho, perdona.

253 Claro, sí, efectivamente, faltaría uno que tuviera la base rectangular, efectivamente

254 INV: bueno, esa era mi pregunta

255 J: Bueno, éste [prisma triangular] donde lo dejo, aquí o aquí, porque me surge la duda.

256 Quizás lo dejo aquí [junto con los demás prismas] porque la base es triangular, sería

257 un prisma con la base triangular

258 INV: y ¿éste no? [tomando el prisma rectangular truncado]

259 J: es que ahora ...me surge la duda de éste de aquí...es que son todos prismas, es que

260 entran todos dentro de la familia de los prismas claro. Claro, es que dentro de la familia

261 de los prismas es que existirán...vamos, que la diferenciación es esa, que hemos hecho

262 antes del ...paralelo, paralelogramo, ...sí, pues supongo que serían todos prismas [creo

263 que hace referencia a todos los que había separado: prisma triangular,

264 prisma rectangular oblicuo, prisma rectangular truncado, prisma

265 trapezoidal y pirámide cuadrada truncada].

266 INV: ¿Cuáles?

267 J: jajaja. Eh, pues serían todos prismas, supongo

268 INV: ¿éste también? [tomando la pirámide cuadrada truncada]

269 J: éste quizás ...hombre, estos dos me surgen más dudas [refiriéndose a prisma

270 trapezoidal y pirámide cuadrada truncada]

271 INV: por lo que me has dicho, ¿no?

272 J: Sí, por lo que te he dicho de que se cortan, que si se prolongan se cortan sus aristas. Me

273 surge la duda esa, pero no sé si tiene que ver con clasificarlo como prisma o no

274 INV: vale

275 J: sinceramente, no lo sé. No sabría responderte

276 INV: De ... ¿el término poliedro te suena?

277 J: sí, el término poliedro me suena.

278 INV: ¿Cuáles serían los poliedros?

279 J: no sé...

280 INV: no te preocupes, son todos los que no tienen una cara curva

281 J: vamos, estaba razonando, “poli-” viene de muchas, “-edro” es ¿cara? ¿qué significa -
282 edro?

283 INV: no lo sé

284 J: estoy intentando hacer un razonamiento semántico del término poliedro. Yo creo que
285 todos son poliedros, claro, todos tienen poli-edros, creo que significará varias caras.
286 Supongo que menos estos de aquí, ...bueno, estos [refiriéndose a los que ha
287 considerado él como conos: cono y cono oblicuo], que quizás...Estos
288 [refiriéndose a los que ha considerado él como conos: cono y cono oblicuo],
289 bueno estos los quitaría [refiriéndose a esfera, semiesfera y elipsoide], me
290 surgirían las dudas en estos [cono y cono oblicuo]. Poliedro, porque si “poli-” son
291 varias y entiendo que “-edro” son caras, pues varias caras, supongo que son todos menos
292 éstos [esfera, semiesfera y elipsoide] y me surgen la duda de éstos [cono y cono
293 oblicuo].

294 INV: vale, es decir, todo lo que ...las esferas y todo lo redondo

295 J: porque estos nada más que tienen una cara, todos estos son...

296 INV: cara o lado, ¿no?

297 J: sí, caras o lados

298 INV: vale

299 J: ahora lo miramos [señalando el ordenador para buscarlo en internet], para
300 ver que significa poliedro

301 INV: vale. Y de nombres de algunos... ¿me podrías dar? Nombres específicos de algunos

302 J: bueno, el cono, jaja. Estos son conos [señalando cono y cono oblicuo], el que la
303 base varíe no creo que tenga nada que ver para que ...bueno, a lo mejor se llama de otra
304 manera al tener la base ovalada, pero vamos yo interpreto que seguirá siendo un cono.
305 Estos serán todos los prismas, con distintas bases, ¿no? Rectangular [colocando el
306 prisma de base cuadrada apoyado en una de sus caras laterales],
307 cuadrada...Ésta era ocho [refiriéndose al prisma octogonal] y ésta seis

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

308 [refiriéndose al prisma hexagonal], ¿no?, es decir, hexagonal, octogonal. Cilindros,
309 ¿no? La base, pues esta no la tendría ...éste de aquí [refiriéndose a cilindro
310 truncado] es que nunca me había planteado que pudiera tener las bases no iguales, una
311 base ...

312 INV: es que está como cortado

313 J: una base circular y otra ... claro, es que está como cortada y esta base sería como
314 ovalada. Bueno, pues los cilindros y estos de aquí [refiriéndose a prisma
315 trapezoidal, pirámide cuadrada truncada, prisma rectangular oblicuo]
316 sinceramente me pierdo, los trapezios [refiriéndose al prisma trapezoidal], los
317 trapezoides [refiriéndose al prisma rectangular oblicuo], ...

318 INV: ¿trapezio es esto entero? [refiriéndose al prisma trapezoidal]

319 J: yo interpreto que este es el trapezio [refiriéndose al prisma trapezoidal] y ...

320 INV: ¿trapezio es 2dimensiones o 3dimensiones?

321 J: [pensativo] Un trapezio tendrá que tener 3dimensiones

322 INV: ¿3dimensiones?

323 J: y su estampación...

324 INV: y la ...

325 J: la estampación [colocando el prisma apoyado en su base trapezoidal]...

326 INV: pero tú a éste [tomando un prisma de base triangular] no le llamas triángulo,
327 ¿no?

328 J: sí, pero estampo un triángulo. Hombre, al igual que esto [tomando un cilindro], esto
329 si lo corto y lo estampo, si lo parto así, pues saco un rectángulo. O las pirámides [tomando
330 la pirámide de base cuadrada], que a la hora de estamparlo pues podemos sacar un
331 cuadrado o podemos ... ¿no?

332 INV: vale

333 J: hombre, que tienen varias posibilidades, vamos.

334 INV: y alguna propiedad para que sean un grupo [refiriéndose a los conos], es decir,
335 de éstos de aquí, pues es un grupo porque tienen ...es de punta y ...

336 J: es de punta y tiene un ...hija...

337 INV: un círculo, ¿no?

338 J: o sea, verás tú, si lo abres...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

- 339 INV: sí, si haces el desarrollo de un cono
- 340 J: haces el desarrollo pues sería...aquí sería un rectángulo, el desarrollo
- 341 INV: ¿un rectángulo es?
- 342 J: un rectángulo no, sería una cosa así [dibuja en el aire correctamente el
343 desarrollo de un cono]
- 344 INV: eso
- 345 J: y ...bueno, a todo esto, ¿qué me has preguntado, perdona?
- 346 INV: te he preguntado, que si me podías dar una propiedad de cada grupo que has hecho
- 347 J: eso, una propiedad. De estos pues te diría que tiene una base y acaba en punta
348 [refiriéndose a los conos] y que el desarrollo sería como un [realiza otra vez
349 correctamente el desarrollo de la parte curva del cono] triángulo
- 350 INV: parecido a un triángulo
- 351 J: sí, parecido a un triángulo, pero la base ya no. Estos de aquí, pues que tienen varias
352 caras, por eso tenía la duda antes de si esto se considerará poliedro o no, porque al tener
353 solo dos caras ... esto tiene dos caras, ¿no? [refiriéndose a los conos], por eso no
354 sé si entra dentro de “poli”. Estos de aquí [se refería a pirámides] porque tienen
355 varias caras y la base ...eh, ...Estos [los cilindros] pues la característica de que
356 ruedan, de que tienen dos bases, ¿no? Dos bases firmes, que el desarrollo es el mismo,
357 ¿no?, bueno, aunque éste [cilindro truncado] al estar cortado, no. Y estos, pues igual,
358 las características propias de los prismas, de las bases, de ..., tiene dos bases, tiene
359 seis...bueno, no porque éste [prisma octogonal] tiene una barbaridad de caras, ... seis,
360 no, este tiene una hartada de caras, bueno, ocho caras concretamente, vamos. Diez, porque
361 son ocho más las dos bases, con lo que tendría diez. Vamos esto es bastante más
362 complicado de lo que pensaba... porque te pones a razonar, me refiero, y ...
- 363 INV: y empiezas a ...
- 364 J: empiezas a emparanoiarte y ...
- 365 INV: bueno, estos dos [prisma trapezoidal y pirámide cuadrada truncada] son
366 los que no sabemos ahora si son prismas o son ...
- 367 J: claro, estos son los que me surgen dudas
- 368 INV: ¿tienen características de prismas?
- 369 J: te dan características de prismas
- 370 INV: ¿o si dan características de otros?
- 371 J: verás, esto es un trapecio, ¿no?

372 INV: pero un trapecio es ...

373 J: sí, tú me preguntas si un trapecio es la representación del prisma... es decir, si esto es
374 un prisma y su representación es un trapecio [tomando el prisma trapezoidal
375 apoyado por una de sus bases]...si esto es un prisma y su representación en dos
376 dimensiones es a lo que se llama trapecio. Eso es a lo que te refieres, ¿no?

377 INV: sí

378 J: eso es lo que yo interpreto que tú quieres que ... y es que yo no lo sé, es que no sé si
379 hay un prisma, que a su representación se le llame trapecio, pues no lo sé, pero
380 probablemente sea así, es decir, que esto sea simplemente un prisma y que su
381 representación, igual que puede ser un cuadrado, pues si utilizo esto [prisma de base
382 cuadrada apoyado en su base] o de un rectángulo [prisma de base cuadrado
383 apoyado en una de sus caras laterales], pues si puede tener esta forma que se le
384 llame trapecio...pues probablemente sí, pues probablemente sea eso... claro. Por esa
385 regla de tres, todos estos [prisma rectangular oblicuo, prisma rectangular
386 truncado, pirámide cuadrada truncada] los meteríamos como prismas.

387 INV: ¿éste [señalando pirámide cuadrada truncada] también?

388 J: claro, bueno, aunque según tu teoría de antes, de que éste puede ir en cualquiera de los
389 dos [refiriéndose a cono truncado, que podía ir en cilindros y conos], pues
390 éste podría ir aquí [prismas] y aquí [dentro del grupo de las pirámides]

391 INV: con las pirámides, ¿no?

392 J: con las pirámides, creo. Por el mismo razonamiento de antes. Hombre, yo lo pondría
393 más aquí [prismas] que aquí [pirámides], pero bueno, ... es que yo, el que no acabe en
394 punta me ... me impide bastante pensar que pueda ser una pirámide, por lo que lo dejaría
395 más en prisma, aunque las bases no son regulares, ¿no? Entonces, efectivamente, un
396 trapecio como tal no tiene tres dimensiones, es que antes me lo has preguntado y no sé lo
397 que te he respondido ...lo que te haya respondido pues supongo que... un trapecio no
398 tendrá tres dimensiones, sino que será la representación en dos formas concreta de un tipo
399 de prisma.

400 INV: vale. Bueno, eso era, no te agobies. Yo sé que ...

401 J: es que yo soy muy indeciso y me como mucho la cabeza. Es que le intento sacar punta
402 a todo

403 INV: es que ahora vengo yo aquí y te empiezo a preguntar esto ...sé que agobia

404 J: no, no, tú me preguntas lo que me tengas que preguntar, que lo que sepa pues te lo digo
405 y lo que no, pues lo intento razonar, de aquella manera, ...lo que pasa es que mis
406 razonamientos son muy paranoicos porque me como la cabeza un montón

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.1. Transcripción E3.1

- 407 INV: y por último, ¿a aquellos tres [octaedro, dodecaedro e icosaedro] le puedes
408 dar nombre? O ponerlo, ... ¿de clasificarlo con alguno?
- 409 J: hombre, dodecaedro, ¿no? Al que tenga ... no sé cuál
- 410 INV: es que se llama así
- 411 J: por ahí van los tiros, ¿no? Jajaja. Pero tampoco sabría decirte mucho más INV
- 412 INV: y ¿éste [tomando el tetraedro] sería también? O ¿éste [tomando un cubo]?
- 413 J: pensativo... sí, claro...o ¿qué sean estos prismas? A eso queremos llegar, ¿no?
- 414 INV: no, no tiene por qué
- 415 J: hombre, yo no lo pondría éste aquí [refiriéndose al cubo]
- 416 INV: vale
- 417 J: hombre, pero por qué no, ... Teóricamente ...
- 418 INV: pero éste [tetraedro] ¿sí o no? O tampoco
- 419 J: pensativo...No, yo éste [tetraedro] lo pondría como pirámide
- 420 INV: y el otro [cubo] con los prismas, ¿no?
- 421 J: sí, el otro con los prismas. Ahora, que por qué estos [octaedro, dodecaedro e
422 icosaedro] concretamente no,...yo no los pondría en prismas, la verdad es que no.
- 423 INV: vale, pues ya está. ¿por qué ya es la hora?
- 424 J: sí, ¿por qué? Se nos han quedado cosillas, ¿no?

A3.3.2. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Segunda parte.

[E3.2]

J: José (profesor)

INV: Investigadora

Había quedado con él a la hora del recreo. Éste estaba aún en su clase. Toco la sirena, los alumnos se fueron al patio y nosotros nos trasladamos a la biblioteca. Allí procedí a realizar mi entrevista¹

- 1 INV: bueno, es sobre lo mismo. Es para terminar la entrevista que realizamos ayer. Lo
2 primero, ¿los grupos que tú formaste ayer son los mismos que los que tú formas con el
3 material de tus clases? O ¿hay más? O ¿menos?
- 4 J: No, es mucho menos material. Es más elemental.
- 5 INV: son los más elementales
- 6 J: sí, son las formas más elementales
- 7 INV: cilindro, esfera, prisma...
- 8 J: sí, cilindro, ... o sea, prisma, cono, cilindro, cubo, prisma, ... espérate, pirámide, cono,
9 prisma, cubo, esfera, cilindro. Esas son las que tenemos en la clase
- 10 INV: esas 6. Vale. ¿crees que puede ser muy extenso el material éste?
- 11 J: Sí, estamos en infantil. Yo creo que sí. Porque verás tú, es que la lógica-matemática
12 abarca tanto que ...
- 13 INV: sí que...
- 14 J: es que si quieres trabajar otras áreas de la lógico-matemática, eso es demasiado extenso
15 para esas edades, niños de 4 años, verás.
- 16 INV: que es el ir añadiendo conforme se va avanzando
- 17 J: sí, se supone que el año que viene meteremos más formas
- 18 INV: sí, me comentaste que intentaréis meter el rombo, romboide, ...
- 19 J: sí, y el trapecio y trapezoide

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

20 INV: y esos son de 2dimensiones, ¿no? O sería introducir las figuras en 3dimensiones.
21 Es decir, sería como que las figuras de 3dim se quedan igual y las figuras de 2dim son las
22 que aumentan o ¿cómo es?

23 J: no, aumentaremos las formas en 3dim

24 INV: ah, en 3 dimensiones, vale

25 J: o sea, verás, las meteremos...verás tú... para llegar a las formas en 2 dimensiones se la
26 presentaremos en 3 dimensiones, como este año. Lo que pasa es que, para encontrar esas
27 formas, nosotros ... no te creas que nosotros lo tenemos tan fácil, las hacemos con
28 plastilina, las ... vamos, no lo tenemos tan fácil, bueno, si tú lo tienes es que sí se
29 encuentran, pero eso, el material adaptado ... específico para infantil no suele tener tanta
30 variedad como la que tú trajiste ayer. El material se suele quedar en las formas básicas

31 INV: por qué tú en el material que tienes en clase, ¿Qué formas tenías? Tenías cilindros,
32 ...

33 J: ahí teníamos cilindros, ...

34 INV: las esferas que las pusiste tú

35 J: sí, las esferas las puse yo porque esferas no había, ni conos ni pirámides. Tiene cubo,
36 prisma, cilindro y ...ah, sí, pirámide sí tiene

37 INV: pirámide, ¿sí?

38 J: sí, pirámide sí hay también, lo que no hay son conos ni esferas.

39 INV: las esferas sí las pusiste y el cono lo hiciste de papel

40 J: no, cono es que no hay. Además, es que las cajas estas así infantiles de cuerpos
41 geométricos no traen más que esas, las que tenemos nosotros allí

42 INV: y la pirámide que tienes allí...en tu material, ¿era así? [tomando una pirámide de
43 base cuadrada] o así [tomando pirámide oblicua] o era ésta [tomando el prisma
44 triangular]

45 J: la pirámide ... claro, la que tenemos allí es ésta [prisma triangular], claro que ...
46 que en sí esto no es una pirámide, en sí esto es un... o sea, ellos para trabajar el triángulo
47 si nos sirve, porque la base es triangular, pero en sí no es una pirámide...

48 INV: sí, porque lo que estampas tú es el triángulo de esa figura

49 J: nosotros sacamos el triángulo, pero en sí la pirámide usada [prisma de base
50 triangular], no es una pirámide como tal [busca en el material pirámide de base
51 cuadrada] tampoco la tenemos allí. Lo que tenemos es un prisma con la base triangular
52 y es con lo que llegamos al triángulo, porque en sí la pirámide que tenemos nosotros no

53 es...hombre, la pirámide es una forma que ellos están familiarizados a ella, a la pirámide.
54 Sobre todo, porque el año pasado trabajamos Egipto...

55 INV: por las pirámides de Egipto

56 J: sí, pero en sí la forma geométrica, las pirámides no las tenemos. Verás tú, tenemos esto,
57 el prisma con la base triangular...

58 INV: vale. Y continuando, ¿me podrías definir prisma? y ¿cuál de éstos sería para ti
59 el prisma prototípico? Es decir, cuando tú piensas en un prisma, ¿Cuál es el que
60 tienes en mente?

61 J: hombre, el prototípico es éste [prisma de base cuadrada]. Hombre yo cuando
62 pienso en prisma, pienso en dos bases paralelas entre sí, que nunca se cortan...

Comentado [AE1]: E3.2 u1

63 INV: eso, por eso tu duda, lo que tú me decías ayer de ...

64 J: sí, por eso ayer se me creaban algunas dudas.

65 INV: [toma el prisma de base trapezoidal]

66 J: eso, por eso éste me creaba dudas [prisma trapezoidal], porque esto teóricamente
67 estos se juntarían [se refiere a los lados del trapecio, que, si los
68 prolongas, pues se juntarían, se cortarían ...], por eso... tenía que haberlo
69 mirado en internet, que no caí en mirarlo, jaja. A ver, yo interpreto como prisma, aquel
70 que tiene dos bases, paralelas entre sí...pero estas de aquí [tomando el prisma
71 oblicuo]. Estas en sí si son paralelas, y nunca se unirían, ¿no? Claro, no lo sé...vamos,
72 me coges totalmente fuera de juego. Yo interpreto por el prisma, éste de aquí [prisma de
73 base cuadrada], el prototípico, aunque éste de aquí [refiriéndose a prisma de base
74 hexagonal] también, lo que pasa es que la base puede variar, es decir, puede haberla
75 rectangular, cuadrada, la puede haber hexagonal, octagonal...pero vamos los que me
76 crean dudas son estos de aquí [prisma rectangular oblicuo y prisma
77 trapezoidal]. Estos son lo que me crean dudas, estos son irregulares, no sé si hay
78 prismas irregulares...no sé sinceramente

79 INV: vale. Porque cuando tú estampas un prisma, ¿qué estampas generalmente?

80 J: nosotros básicamente estampamos el rectángulo

81 INV: el rectángulo

82 J: básicamente, nosotros lo que hacemos es para llegar al rectángulo

83 INV: vale, ¿eso lo ampliáis cuando estáis en 5 años o siempre son las mismas de cada?

84 J: no te he entendido

85 INV: sí, que tú estampabas esta cara del prisma [caras laterales], si amplias en 5 años
86 a otras caras

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

87 J: sí, nosotros en 5 años, por ejemplo, con el cilindro, lo cortamos y lo estampamos...y
88 les digo que también sale un rectángulo del cilindro...

89 INV: es decir, que se va ampliando conforme se va avanzando de curso

90 J: sí

91 INV: entonces, propiedades de lo que es un prisma, sería eso, bases paralelas

92 J: sí, dos bases paralelas, ...

93 INV: ¿las caras son rectángulos?

94 J: no, ...las caras...ah, las caras, rectángulos [mira alrededor, a las figuras de
95 plástico que le presenté ayer y observa que todas tienen rectángulos]...ah,
96 las caras rectángulos...ehh, las caras sí...no, es que estoy viendo que si interpreto esto
97 por prisma [prisma rectangular oblicuo] no, ...no es rectángulo, es un paralelogramo

98 INV: ¿ésta qué figura sería?

99 J: paralelogramo

100 INV: bueno, dentro de los paralelogramos, ¿cuál sería? Es que hay tipos dentro de los
101 paralelogramos

102 J: [pensativo]

103 INV: es que me lo dijiste ayer

104 J: no sé, ayer te lo dije, ¿no? [observando el prisma rectangular oblicuo], el
105 romboide, ¿no?

106 INV: asiente con la cabeza

107 J: El romboide, claro. Paralelogramo es un romboide...y ¿qué me habías preguntado?

108 INV: que si ...

109 J: ah, ¿Qué si eran todos rectángulos? No, todos no. Hombre, yo interpreto ...según mi
110 teoría, ...porque estas bases son paralelas [refiriéndose al prisma rectangular
111 oblicuo]. Sí, son paralelas...O sea, teóricamente no se cortarían nunca, ¿no? Sí

112 INV: la propiedad que más resaltas es esa, que las bases deben ser paralelas y que no
113 tienen que ser ...cortarse

114 J: nunca se deben cortar sus lados, ...

115 INV: en la prolongación de sus lados

116 J: entonces, pues sí, pues lo teníamos como prisma y es un romboide... por tanto, no
117 tienen por qué ser las caras siempre cuadradas

- 118 INV: rectángulos
- 119 J: eso, rectángulos. Bueno, yo no me acuerdo de si metimos esto [prisma rectangular
120 truncado] en los prismas o no... ¿lo metimos cómo prisma?
- 121 INV: al final creo que no...
- 122 J: que no lo metimos en un prisma...eso, entonces, esto de aquí no sería un prisma
123 [prisma rectangular truncado]...porque las bases es que no son paralelas...pero ¿qué
124 es? ¿Es un prisma cortado?
- 125 INV: eso
- 126 J: entonces ¿no es un prisma o sí es un prisma?
- 127 INV: sí es un prisma
- 128 J: entonces, teóricamente ...
- 129 INV: sí, es que hay varios tipos de prisma [refiriéndome a prismas truncados y
130 oblicuos]. Sí, pero es un prisma cortado
- 131 J: ya por curiosidad, vamos
- 132 INV: y que me des características de este prisma que es el prototípico que tú usas. Los
133 vértices, las caras, las aristas...
- 134 J: **yo lo que, básicamente, trabajo con los niños son: los vértices, las aristas, las caras**
135 **y la forma geométrica que tenga ...y en éste, bueno, pues los rectángulos y los**
136 **cuadrados.** Nosotros, básicamente lo que trabajamos es esto, en 3 y 4 años. En 5 años
137 pues ...hombre se supone que meteremos para trabajar el trapecio, el trapezoide, el rombo
138 y el romboide [tomando el prisma trapezoidal cuya estampación da esa figura
139 plana, el trapecio]. Lo que pasa, claro, es que estas formas... ¿esto lo has comprado
140 tú de algún sitio?
- 141 INV: no, este es un material que tenemos en la facultad. Pero sí lo hemos encargado...
- 142 J: es que esto estaría muy bien para tenerlo el año que viene. Si me puedes decir la
143 referencia...
- 144 INV: sí, te lo digo luego
- 145 J: es que lo que nosotros hemos buscado, en las típicas éstas de infantil, no vienen. Es que
146 la otra vez que tuve 5 años no trabajamos tanto las formas geométricas. No la trabajamos
147 tanto como este año que la hemos trabajado más. Bueno, pues básicamente lo que vamos
148 a meter es eso: trapecio, trapezoide, rombo, romboide.
- 149 INV: y de lo que me has dicho...paralelogramo. Paralelogramo, entonces, ¿Qué sería?
- 150 J: pues, hombre, paralelogramo, es que tiene los lados ...

Comentado [AE2]: E3.2 u2

- 151 INV: paralelepípedo o paralelogramo
- 152 J: claro, ... yo no me acuerdo...estoy intentando recordar de cuando yo estaba en COU.
153 O sea, tiene paralelos dos a dos, pero ...ahora sinceramente, el paralelepípedo, no me
154 acuerdo lo que era.
- 155 INV: y el paralelogramo es paralelo dos a dos, ¿no?
- 156 J: sí, paralelo dos a dos, ¿no?
- 157 INV: bueno, el paralelepípedo es igual, lo que pasa es que uno es tres y otro es dos
158 dimensiones
- 159 J: ah, vale...que dos es ... ¿cómo?
- 160 INV: que el paralelogramo es dos dimensiones, es un rectángulo, cuadrado...
- 161 J: ah, vale, que el paralelogramo es en dos dimensiones y el paralelepípedo es en tres
162 dimensiones
- 163 INV: sí, pero es lo mismo
- 164 J: ah, vale, vale. Pues no lo hubiera dicho nunca, sinceramente.
- 165 INV: y de pirámides...Cuando tú piensas en pirámide... tú piensas en ésta [pirámide de
166 base cuadrada] o en ésta [prisma de base triangular]
- 167 J: hombre, nosotros a los niños, realmente, realmente los confundimos, porque cuando yo
168 les presento ... la que hemos sacado antes. Cuando le sacamos ésta [prisma de base
169 triangular] pues realmente no es una pirámide, ... no acaba en pico... Hombre, de todas
170 maneras, ellos tienen muy claro que esto [pirámide de base cuadrada] es una
171 pirámide. Ellos tienen muy claro, a pesar de que nosotros saquemos esto, y digamos la
172 pirámide [tomando el prisma triangular]...es que sinceramente, nosotros lo que
173 hacemos es que miramos ...**lo que nos interesa, es decir, si a mí lo que me interesa es
174 que cuando vean esto es que vean el triángulo ...y la pirámide... porque claro, ellos
175 lo asocian al triángulo, por eso, claro...en el fondo a mí, lo que me sirve...**
- 176 INV: es para estamparlo, ¿no?
- 177 J: me sirve porque en cuanto ellos ven esto, ellos lo asocian con el triángulo, pero vamos
178 que ellos tienen muy claro que la pirámide es ésta [pirámide de base cuadrada] y que
179 acaba en pico
- 180 INV: vale. Si, una de las propiedades de las pirámides es que tiene que acabar en pico,
181 ¿no?
- 182 **J: sí. También, como la que tengo en la clase es mucho más finita... [refiriéndose
183 al prisma de base triangular, que en su material, es más corta, no tiene
184 caras laterales tan grandes, con los rectángulos tan definidos...sino que**

Comentado [AE3]: E3.2 u3

185 parecen más como cuadrados]...no da el cante tanto como ésta. Que ésta a lo mejor,
186 incluso a ellos, les daría más el cante...en cambio, la otra, al ser más finita...parece más
187 ...aunque no acaba en pico...

Comentado [AE4]: E3.2 u4

188 INV: sí, pero es verdad, es más corta. Es como la mitad de ésta [prisma triangular]

189 J: es que como es más corta, pues les da más a ellos el pego de ... pero vamos...no es una
190 pirámide, claro.

191 INV: vale. Y recordabas todos estos tipos o conforme lo viste ayer lo fuiste recordando

192 J: sí, pues claro, se te quedan en el olvido ...Por ejemplo, ahora que has dicho lo de
193 paralelepípedo, sinceramente era una palabra que tenía en mis archivos ...en un archivo
194 en el disco duro totalmente olvidado...No, no me acordaba ni siquiera de que esa palabra
195 existía...cuando lo has dicho sí...aunque no sabía el concepto, pero vamos la palabra que
196 existía sí...no, muchas no. Vamos, muchas me cogían fuera de juego.

197 INV: vale, no...pero sí recordabas... y razonabas...

198 J: sí, verás, a mí siempre me han gustado mucho las matemáticas, sacaba muy buenas
199 notas en matemáticas...pero claro, también es cierto que soy de letras, jaja. Entonces es
200 que yo es que desde COU no veía matemáticas. Y cursos de esto no hemos hecho.

201 INV: porque en el curso de Luis Segarra...

202 J: hemos hecho los cursos de Luis Segarra, pero ...vamos, tan profundo no era. Vamos,
203 Luis Segarra se quedaba en las formas básicas...

204 INV: vale, de dos dimensiones y de tres dimensiones, pero ...

205 J: sí, pero las básicas, las 6 que tú has visto que hemos trabajado nosotros

206 INV: y en los dos años trabajasteis lo mismo o era continuación de ...

207 J: yo en 5 años no he llegado nunca a trabajar tan en profundidad como he trabajado con
208 estos en 3 y 4 años. Yo en 5 años yo nunca he llegado a trabajar estas formas geométricas,
209 éstas no las he trabajado nunca

210 INV: vale...

211 J: la idea es meterla el año que viene también. Pero vamos que yo no lo he trabajado
212 nunca... que el curso es de antes...

213 INV: pero el curso que hicisteis vosotros

214 J: estas formas no las metía

215 INV: y este curso, ¿en un año trataba todo lo que era matemáticas?

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

216 J: vamos, en un año...en un año...bueno, un año, a lo mejor eran 6 sesiones, una al mes
217 o así...Yo lo hice dos años el curso, si no recuerdo mal. Estuve 2 años apuntado...vamos
218 lo que duraba

219 INV: pero ¿se trabajaba los dos años lo mismo?

220 J: sí, era continuidad

221 INV: vale, entonces los bloques de matemáticas pues lo trabajasteis una vez...

222 J: pero no solo trabajaba geometría, sino que trabajaba estimación, trabajaba el
223 razonamiento lógico, cálculo mental, ...

224 INV: vale, que trabajaba todos los contenidos

225 J: sí, trabajaba todas las áreas de la lógico-matemática, no solamente...y una de ellas era
226 la geometría

227 INV: también números y ...

228 J: la geometría era muy básica, muy básica, quiero decir, centrada solamente en las formas
229 básicas...no se metía en trapeacios, en dodecaedro, ... en cosas de esas no se metía. No se
230 metía tanto, se quedaba en las básicas...y, además, ya te digo, a lo mejor era una sesión
231 lo que dimos de geometría

232 INV: ¿solo una sesión?

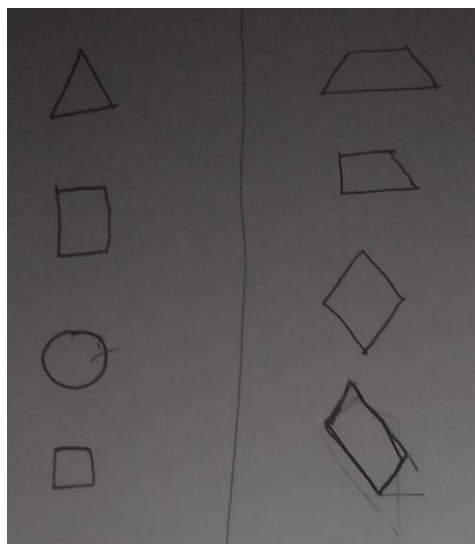
233 J: ahora mismo no me acuerdo, te estoy hablando de hace unos 5 años...o más o menos,
234 tampoco me acuerdo, pero vamos sobre esa fecha...sobre esos años...yo no recuerdo si
235 fueron una o dos...pero si fueron unas 6 clases y ya te digo que abarcamos varias áreas
236 de la lógico-matemática...ponle que como mucho fueran dos sesiones...

237 INV: ah, vale, pues yo pensaba que eran más, porque como te veía hacer muchas cositas
238 y ...

239 J: sí, hombre, porque el hombre dio mucha batería de actividades...y ponle que fuera un
240 par de días ...tampoco fue mucho más

241 INV: vale...y ahora ya es de dos dimensiones. De ...que me hicieras, al igual que me
242 hiciste ayer un esquema de los cuerpos geométricos ...pues de las figuras de dos
243 dimensiones...

244 J: de lo que trabajamos, ¿no? [comienza a dibujar]



245

246 J: se supone que éste es el rectángulo [de la primera columna el segundo]. No me
247 ha quedado muy pronunciado

248 INV: de lo que trabajas y de los que vais a trabajar también

249 J: lo que pasa es que los que vamos a trabajar...los que vamos a trabajar, no te los puedo
250 yo todavía asegurar, porque eso lo tenemos que ver el año que viene.

251 INV: sí, pero en principio ...

252 J: en principio para el año que viene trabajaremos [dibuja la segunda columna]

253 INV: ¿esto qué sería?

254 J: el trapecio y el trapezoide

255 INV: vale

256 J: ah, bueno, espérate, me he comido...lo que pasa es que... bueno... trabajaremos el
257 rombo y el romboide...a ver como dibujamos el romboide...ui, ¡qué desastre de
258 romboide! [borra y lo intenta de nuevo]...mira, que no me sale a mí un romboide
259 [borra y lo intenta de nuevo]

260 INV: es como un rectángulo, pero en una esquinita le empujas

261 J: [lo intenta y borra de nuevo]...ahh

262 INV: bueno, no te preocupes, yo sé que es el romboide y ya está

263 J: espérate, ponemos un rectángulo...y la esquinita la ponemos así, no? No, INV

264 INV: haz un rectángulo y ahora...

265 J: más o menos [consigue dibujar el romboide, representado en el 4º lugar
266 de la 2º columna]...en principio, verás, que esto no te lo garantizo [se refiere a
267 conseguir trabajar el año que viene, en 5 años, las cuatro figuras
268 representadas en la 2º columna]. Porque el año que viene nos tendremos que sentar
269 los 4 maestros de 4 años que somos y tenemos que ver como lo vamos a trabajar y como
270 ...pero que también te digo una cosa ...eso, que, a lo mejor, cuando nos sentemos pues
271 una ...ah, pues a mí no me gusta trabajar esto...

272 INV: y ¿tenéis que llegar a un consenso?

273 J: hombre, tenemos que llegar a un consenso...verás tú, yo lo trabajaré
274 independientemente de si ellas quieran o no quieran, porque lo vengo haciendo y me
275 gusta...creo que tiene resultados...aunque no me ha dado buenos resultados ... a la hora
276 de los resultados...te lo comenté...

277 INV: sí, me lo comentaste, pero ... ¿qué es ...?

278 J: no sé, investigadora, a mí me frustró mucho porque después de tanto trabajarlo ...
279 cuando llegó el examen yo no sé...

280 INV: porque le planteabas las figuras de 2 dimensiones o ...

281 J: claro, es que ...

282 INV: porque yo pienso que es eso

283 J: yo, hablándolo después con Inés, ... era puesto en dos dimensiones, pero ... intentando
284 que fueran tres... después, en vista de que los niños así fallaban, yo cogí, para evaluarlos,
285 para evaluarlos, yo lo que cogí fueron formas ...espera... [en el buscador del
286 ordenador busca cilindro y en imágenes, me muestra lo que él les puso]...yo
287 se los puse en el examen así...De tal forma que se viera que era una figura con tres
288 dimensiones

289 INV: ah, vale, sí, una figura en 3dim

290 J: eso, que yo lo cogí...pero claro, la representación era en 2dimensiones en sí...

291 INV: pero habías trabajado las construcciones...que se lo dabas y ellos tenían que
292 construir con piezas...y sí lo hacían

293 J: sí, pero después a la hora del examen, bueno, del examen, de la prueba de evaluación
294 que le pasamos ... le ponías esto [señalando un cilindro] y decían, el prisma...esto
295 una pirámide...bueno, pirámide no...la pirámide es que para ellos es muy
296 fácil...pero...sobre todo se confunden a la hora de decir, el prisma, cubo y cilindro...la
297 pirámide y el cono lo tienen muy asimilado

298 INV: vale

- 299 J: no sé si porque son formas, a lo mejor, muy específicas...
- 300 INV: o porque tienen una propiedad...
- 301 J: muy definida
- 302 INV: ...
- 303 J: eso, quiero decir, en ...que la representación en su realidad es como mucho más
304 específica, es mucho más clara... no sé si me explico...yo que sé, para ellos ver aquí, en
305 el cuento, un prisma es mucho más difícil que ver el cono en la carretera...para ellos es
306 más fácil ver el cono que ...
- 307 INV: vale, de la vida cotidiana, vamos.
- 308 J: eso, esa representación del cono en la vida cotidiana...tanto de la pirámide, como del
309 cono o la esfera... son como mucho más palpable para ellos
- 310 INV: sí, por ejemplo, la pelota...
- 311 J: es mucho más palpable que, por ejemplo, yo que sé, ...yo que sé, que el cilindro, ...
312 bueno, todavía el cilindro...el prisma es el que más trabajo le cuesta
- 313 INV: el prisma es el que más trabajo le cuesta
- 314 J: o sea, decir para ellos que esto [un cuento] es un prisma, le cuesta mucho trabajo...le
315 cuesta trabajo
- 316 INV: y...puede ser...se me ocurre, ¿podría ser porque tienen dos bases? Tanto el cilindro
317 como el prisma como el cubo
- 318 J: ¿lo que le cueste más trabajo?
- 319 INV: y los otros como tienen pico...
- 320 J: probablemente, al ser pico pues ...**ya te digo, las pirámides también no tienen ningún**
321 **problema. Tú les presentas una pirámide y ellos saben perfectamente que es una**
322 **pirámide...la pirámide, el cono y la esfera no tienen problema, pero prisma, cubo y**
323 **cilindro ...no saben...bueno, cubo, por establecer la diferencia dentro del**
324 **prisma...con esos tienen más problemas.** Vamos si quieres hacer la prueba ahora con
325 ellos, cuando entremos en la clase si quieres llevamos unos cuantos y ya verás como ...
- 326 INV: no lo conocen
- 327 J: no, como que no lo conocen
- 328 INV: vamos, que al trabajarlo bastante...
- 329 J: a mí me frustró bastante, eh. Me frustró, no sé si es ...

Comentado [AE5]: E3.2 u5

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

330 INV: pues yo no sé, yo pensé que era... porque tú el otro examen que hiciste les pusiste
331 formas en dos dimensiones, me decías que el rectángulo y el cuadrado eran los que más
332 confundían...entonces, yo pensaba que el examen ese que habíais hecho lo habíais hecho
333 con formas planas

334 J: no, no, no. Le presentamos las...voy a ver...si tengo alguno aquí... [va buscando en
335 el ordenador por si tuviera el examen realizado]

336 INV: bueno, continuamos, ¿no? De aquí [señalando el dibujo de las piezas de
337 dos dimensiones que él había dibujado anteriormente], ¿Cuáles son polígonos?

338 J: pensativo...

339 INV: ¿son todos?

340 J: pensativo

341 INV: es como lo de ayer... es como lo de poliedro, pues igual...ayer lo dijiste bien

342 J: ayer te lo dije bien, jaja. Ayer ¿qué me preguntaste?

343 INV: ¿qué si eran todos poliedros?

344 J: ah, te dije, “poli-” mucho, “-edro” cara, y si eso es un polígono...[pensativo].
345 Teóricamente no sería un polígono éste de aquí [señalando el círculo]. Interpreto por
346 “-ono” lado y “poli-” mucho. Entonces supongo que menos éste de aquí [círculo] todos
347 serán.

348 INV: así es

349 J: todos son polígonos...algunas veces hay que utilizar el razonamiento lógico, como yo
350 les digo a los niños.

351 INV: y de los triángulos, ... ¿me puedes hacer tipos dentro de los triángulos?

352 J: [buscando en el ordenador] mira, creo que aquí tengo algunos ...de pruebas de
353 evaluación que le hacemos. Ésta de aquí sí es en dos dimensiones [tenía las figuras
354 cuadrado, círculo, rectángulo y triángulo]. Esta no me vale, es que éste
355 probablemente sea de cuando nosotros trabajábamos las dos dimensiones, cuando no
356 trabajábamos las tres dimensiones. [abre otro archivo] Mira, ves tú, aquí si lo tenemos.
357 “Une las imágenes con las figuras correspondientes”, así se lo presentamos [era una
358 ficha donde estaban el cilindro, esfera, cubo y prisma].

359 INV: y es para que relacionen con las ...

360 J: ah, claro, porque aquí faltará poner las imágenes. O sea, me refiero que aquí, supongo
361 que vendría una vela...

362 INV: ah, vale

363 J: aquí vendrá una caja, ... para que ellos relacionen la caja con el prisma, y a lo mejor,
364 la vela con el cilindro y faltará aquí ...

365 INV: la pelota con la esfera

366 J: y aquí [otra actividad de esa prueba de evaluación], la otra es, “dibuja aquí
367 la siguiente forma geométrica”. Dibujar en el recuadro, un cuadrado, un círculo, un
368 triángulo y un rectángulo.

369 INV: vale

370 J: para trabajarlo en 3dim y en 2dim. Vamos, esto es la prueba de evaluación. Sabes.

371 INV: para cuando llega final de curso

372 J: no, lo hacemos para todo, para cuando termina el 2º trimestre y cuando termina el 3º
373 trimestre. Esta es de 1º trimestre. En esta prueba tenemos de lecto-escritura y de lógico-
374 matemática. Escribe números delante y detrás, serie numérica, hacer una suma y las
375 formas geométricas. Y esta, por si quieres ver la de cuatro años, ...mira también lógico-
376 matemática. “Une cada forma tridimensional con su nombre”, para que ellos ... quiere
377 decir que cuando ...es en el examen son formas tridimensionales, aunque sean en dos
378 dimensiones...

379 INV: sí, porque es en papel

380 J: hombre, porque son en 2dim ...bueno, pues eso, para que te hagas una idea más o
381 menos. Y, aun así, fallaban, eh, aun así, fallaban

382 INV: fallaban

383 J: sí, fallaron

384 INV: qué raro. Bueno, estábamos en los triángulos, ... ¿qué si podemos hacer tipos dentro
385 de los triángulos? Qué si recuerdas ... ¿qué tipos de triángulos había?

386 J: sí, bueno de eso si me acuerdo. El equilátero, el escaleno y el isósceles. Que yo recuerde
387 esos 3

388 INV: vale. Esos 3 son los que recuerdas.

389 J: que yo recuerde sí

390 INV: yo te he traído los que hay. Hay 6.

391 J: ah, no lo sabía

392 INV: qué recuerdas de esto [le presento la tabla siguiente:

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

TRIÁNGULOS	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Acutángulo			
Rectángulo			
Obtusángulo			

393]. Podrías formar un triángulo que fuera
394 acutángulo y ..., isósceles y rectángulo...

395 J: no

396 INV: vamos, lo que puedas rellenar

397 J: vamos a ver...

398 INV: vamos, hay algunos que no hay

399 J: que no existen directamente. Claro, hombre, por ejemplo, vamos a ver, el
400 isósceles...aquí no te pongo nada, ¿no? [refiriéndose a los huecos debajo justo
401 de cada nombre, equilátero, isósceles...]

402 INV: no

403 J: vale, entonces, claro aquí no...

404 INV: bueno, o ponme ¿qué es para ti un equilátero? ¿un isósceles?...

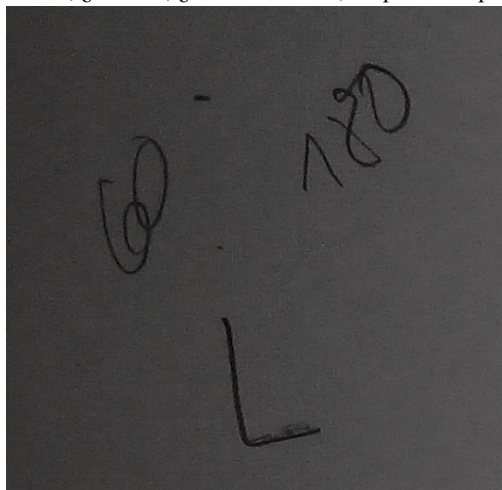
405 J: equilátero ... es que tienen todos los lados iguales. El isósceles es que tiene 2 iguales y
406 el escaleno es el que no tiene ninguno igual. Vamos, el escaleno rectángulo está claro.
407 Ah, rectángulo, ... ah, pues tiene que tener un ángulo recto...pues sería éste de aquí
408 [refiriéndose al que había dibujado como escaleno]. Éste de aquí
409 [refiriéndose al equilátero] que tenga un ángulo recto...supongo que no puede
410 haber un ángulo recto...al tener uno, los otros dos ... no. Pero éste [refiriéndose al
411 isósceles] sí puede tener un ángulo recto, sí éste y éste [refiriéndose a los lados]
412 miden lo mismo, ¿no? Éste de aquí no me ha quedado muy bien, ...

413 INV: sí, pero vamos

414 J: [toma la goma y borra el hueco del triángulo escaleno rectángulo y lo
415 vuelve a dibujar] es que no me ha quedado muy evidente. Vamos a ponerlo un poquito
416 más chico. Ahora, ya se ve más evidente. Éste [refiriéndose al triángulo
417 isósceles rectángulo] tiene el ángulo recto ahí. Éste, rectángulo, ...pues no puede ser
418 porque tiene 90°, ... bueno, espérate... tiene que tener...bueno, de hecho, son todos
419 rectángulos, ¿no?

420 INV: ¿todos son rectángulos?

421 J: rectángulo, es que tiene 90° , ¿no? 90° , ¿no? Y son 180° , lo que tiene que tener...ah, no



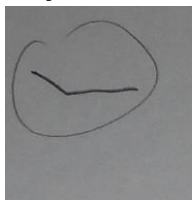
422 cállate, no, son de 60° .

423 Así que éste no puede ser [lo tacha]. No puede tenerlo. Obtusángulo, agudo ... ahí no

424 sé, no sé, como los niños, si te puedo pedir el comodín. Obtuso son así, ¿no? [dibuja en



425 un papel un ángulo agudo [dibuja en un papel]...o el ángulo así [dibuja en un papel



426 un ángulo obtuso [dibuja en un papel]...o sea, obtuso no me acuerdo de si es mayor o

427 menor de 90° .

428 INV: obtuso es mayor

429 J: o sea, este es obtuso [rodeando el ángulo obtuso que había dibujado] y éste es

430 agudo

431 INV: eso

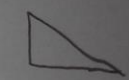
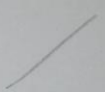
432 J: o sea, este es el obtuso...obtusángulo, ...no, tampoco, porque tenía que medir ...60

433 ...tienen que medir todos de 60° , tampoco. Ahora, este de aquí y obtusángulo

434 [refiriéndose al triángulo isósceles obtusángulo] pues...igual, este lado se lo

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

- 435 podemos poner igual a este, que los dos midan igual, se entiende y ahora pues lo unimos,
436 ¿no?
- 437 INV: sí
- 438 J: y éste, éste pues igual,... [refiriéndose al triángulo escaleno obtusángulo]
- 439 INV: ya está
- 440 J: y acutángulo, pues sinceramente, no lo sé, pero por lógica será lo que entiendo por
441 obtuso
- 442 INV: por agudo
- 443 J: por agudo, perdón...por agudo. Éste [refiriéndose al triángulo equilátero
444 acutángulo] no puede ser...
- 445 INV: ¿éste no puede ser?
- 446 J: sí, de hecho son todos acutángulos...jaja, de hecho, son todos menor de 90°. Eh, éste
447 que tenga... [refiriéndose al isósceles acutángulo], bueno, éste mismo sirve
448 [refiriéndose al que dibujó como isósceles]
- 449 INV: sí, pon una flechita y ya está
- 450 J: ya está, ...y de éste [refiriéndose al escaleno acutángulo], pues de éste igual,
451 también me sirve éste, ¿no?

TRIÁNGULOS	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Acutángulo			
Rectángulo			
Obtusángulo			

- 452
- 453 INV: vale, ea, pues ya está.

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

454 J: más o menos

455 INV: sí, sí, está todo correcto. Y ¿cuadrilátero? Si te suena el término cuadrilátero

456 J: sí, me suena. Cuadrilátero, es que tiene 4 lados, evidentemente. Pues 4 lados... [se
457 queda pensativo]...4 lados y dos bases, ¿no?

458 INV: vale, porque no sabes si es de 2d o 3d, ¿no? ¿esa es la duda?

459 J: no, yo doy por hecho de que es de 3d...

460 INV: ah, vale [pongo cara triste]

461 J: no, pero claro, tiene que ser de dos dimensiones porque hemos dicho que hemos pasado
462 a las dos dimensiones, jajaja. Tiene que ser de dos, tiene que ser de dos
463 evidentemente...pues cuadrilátero pues que tenga 4 lados, 4 lados simplemente...

464 INV: sí, y ...

465 J: no, pero me hubiera ido a 3d porque pensaba...porque he asociado cuadrilátero a los
466 cuadriláteros de ring, de boxeo...jajaja

467 INV: ah

468 J: me he ido al cuadrilátero, sinceramente, y por eso me lo he llevado a 3d. Pues 4 lados

469 INV: vamos y esto es igual [presentándole un cuadro que debe ir rellenando

		PARES DE PARALELOS		
		0	1	2
ÁNGULOS RECTOS	0			
	1			
	2			

470 con cuadriláteros], aquí con ángulos rectos

471 y aquí con pares de paralelos...los que puedas formar...

472 J: o sea, a ver si lo he entendido ...

473 INV: con cuatro lados, que tengan cero lados paralelos y cero ángulos rectos. Hay algunos
474 que sí se puede, pero otros que sí

475 J: o sea, de memoria, no lo sé...esto es que tengo que razonarlo...así que si tardo un
476 poquito... jajaja...y que no tenga lados rectos, ¿no?

477 INV: sí, si en realidad es eso, siempre que se razona, ... es decir, que no hace falta
478 memorizar, también eso es algo de la geometría...que hay muchas veces que se cree que
479 es solo memorizar y nombres y porque no te sabes el nombre ya no sabes qué es...y no
480 es así...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

481 J: bueno, voy a empezar poniendo éste [refiriéndose a un par de lados paralelos
482 y cero ángulos rectos]...paralelo tengo que tener un lado, o sea, me tienen que salir
483 paralelos ...dos...

484 INV: pero aquí ... [le señalo que es cero ángulos rectos]

485 J: ángulos rectos...ay, perdona...sí que es verdad hija [borra]. Lo quería poner en el
486 ángulo recto y lo he puesto en el de cero ... [dibuja el trapecio rectángulo en el
487 1 ángulo recto y 1 par de lados paralelos]...éste de momento...tiene un ángulo
488 recto y tiene paralelo...

489 INV: ¿un ángulo recto o dos?

490 J: ay, es verdad, he puesto dos ángulos rectos...no me hubiera dado cuenta...

491 INV: y lo qué estás dibujando, ¿qué es?

492 J: son trapezoides. Claro, pues entonces [borra] ... es verdad, he puesto dos ángulos
493 rectos, dos ángulos rectos...eh, que tenga, paralelo dos a dos... [dibuja un cuadrado
494 rectángulo en el borde del papel]...bueno, paralelo dos a dos ...a bueno, no

495 INV: éste de aquí...

496 J: ay...

497 INV: bueno, pon la flechita

498 J: espérate, hija...me va a pasar como a los niños nerviosos...vamos a ver, ángulos
499 rectos, dos, efectivamente...ese y éste...y paralelos... ahí... después, o sea, el trapecio...
500 vale, el trapecio [dibujándolo en un borde del folio, no en los recuadros], no
501 tendría ningún ángulo recto...luego, ángulos rectos...lo ponemos aquí [colocando el
502 trapecio isósceles en un par de paralelos y cero ángulos rectos] y tendría
503 éste de aquí...bueno, por ejemplo, el rombo, ...bueno, un cuadrado, sin ir más lejos
504 [coloca el cuadrado en un ángulo recto y dos pares de lados paralelos],...
505 no, pero el cuadrado tiene 4 ángulos rectos y hemos dicho que tiene que tener dos como
506 mucho...

507 INV: sí

508 J: el rombo [dibujando en el borde del papel un rombo]... si ponemos un rombo
509 de... no puede tener... el romboide, sí podemos ponerle dos de 90º... [intenta dibujar
510 un romboide en cero ángulos rectos y dos pares de lados paralelos]... si
511 ves que me paro mucho a pensar y necesitas avanzar me lo dices

512 INV: no, no, no...es que estoy sufriendo por la hora

513 J: uf, no me había enterado de que había tocado

514 INV: sí...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

515 J: espérate, a menos cuarto nos vamos. [está intentando dibujar un romboide en
516 el borde del folio]. Ains ... éste lo ponemos para acá... el romboide...éste lo
517 podemos poner con cero ángulos rectos también y paralelos dos a dos...lo podemos poner
518 aquí, el romboide [dibuja el romboide en cero ángulos rectos y dos pares de
519 lados paralelos]

520 INV: eso

521 J: ¿parece más o menos un romboide?

522 INV: sí

523 J: bueno, ... y ahora...cero ángulos rectos y cero...o sea, que no tenga nada... [está
524 pensativo] a ver, aquí podemos poner...no sé si existe o no... éste es el más fácil, ¿no?
525 [borrando] Vamos a ver, éste así, éste así, éste así, y ahora así... bueno, es que parece
526 un triángulo, pero vamos...

527 INV: pero, ¿podría ser?

528 J: ¿eso me lo he inventado?... no sé lo que es eso

529 INV: no, existe

530 J: existe, ¿no? Y ...y cabría aquí, ¿no? [señalando cero ángulos rectos y cero
531 pares de lados paralelos]

532 INV: ¿Qué puede ser cóncavo y convexo? O ¿no?

533 J: esto se supone que es una recta...es que me ha quedado ahí... [refiriéndose a uno
534 de los lados del trapezoide dibujado]. Ya tengo estos tres [refiriéndose a los
535 tres de cero ángulos rectos]. Ahora, me faltaría... vamos, si es que se pueden
536 formar...un ángulo paralelo, dos a dos, y con un ángulo recto, ¿no?... eso...si este lo
537 achico aquí [está dibujando en el recuadro de un ángulo recto y cero pares
538 de lados paralelos]... para que tenga este ángulo recto [lo primero que dibuja
539 es el ángulo recto], claro y éste aquí...aquí forma un ángulo recto y ahora éste lo
540 pongo para acá y ... para que sea paralelo

541 INV: no, aquí es ninguno paralelo

542 J: ah, eso, aquí es cero paralelo...vale...bueno, pues este para acá y éste así... por
543 ejemplo... no sé si así voy... si se ve bien clara la forma... como he arrancado
544 aquí...[borra] así, te lo voy a poner así más clarita, ... como si fuera un cometa...un
545 cometa, no... un...

546 INV: un boomerang

547 J: eso, un boomerang quería decir, no un cometa... eso, no tiene paralelos ninguno... aquí
548 [refiriéndose al hueco de un ángulo recto y un par de lados paralelos]

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.2. Transcripción E3.2

- 549 tiene que tener paralelos uno... pues con un ángulo recto [dibuja el ángulo recto]...
550 [pensativo]...dibuja lados paralelos...no [borra] porque para que me sea paralelo ...
551 tengo que formar otro ángulo recto...
- 552 INV: sí
- 553 J: aquí no puedo hacerlo...no puedo... ¿hay forma?
- 554 INV: no
- 555 J: pienso que no, porque tengo que formar otro... y aquí [refiriéndose al hueco de
556 un ángulo recto y dos pares de lados paralelos] hemos dicho que tiene un
557 ángulo recto y ahora tiene que ir [dibuja un cuadrado]...ah, claro, pero tiene que ser,
558 hemos dicho, ... eh... dos ángulos rectos y he puesto 4 ángulos rectos [borra]...INV:
559 seguimos mañana, que son menos cuarto
- 560 INV: sí
- 561 J: me quedarían estos tres
- 562 INV: sí, pero vamos, ya lo has hecho... casi completo

		PARES DE PARALELOS		
		0	1	2
ÁNGULOS RECTOS	0			
	1			
	2			

Below the table, there are several small hand-drawn shapes: a parallelogram, a square, a rectangle, and a diamond.

563

A3.3.3. Transcripción de la entrevista a José sobre aspectos generales. Tercera parte.

[E3.3]

J: José (profesor)

INV: Investigadora

Había quedado con él a la hora del recreo. El maestro se encontraba en el patio con sus alumnos. En cuanto llegué nos mudamos a la biblioteca. Allí procedí a realizar mi entrevista¹.

1 INV: bueno, es la continuación del otro día y unas preguntas así generales. Ya nos queda
2 bastante poco...

3 J: sin problema, tú lo que tengas que preguntar

4 INV: de los trapecios...defineme, más o menos, trapecio. Y pon algún ejemplo de
5 trapecio, vamos, algunos sí hay varios o sí hay uno siempre

6 J: hombre, el concepto de trapecio es éste, ... el más extendido, ¿no? [dibujando un



7 trapecio isósceles en el folio] Pues son paralelos dos... o
8 sea, tiene dos lados paralelos y dos que no son paralelos, que se cortarían en un plano,
9 ¿no? [indicándome que se cortarían en un punto las dos rectas si las



10 prolongamos] eso es un trapecio. Y el trapezoide pues ... así

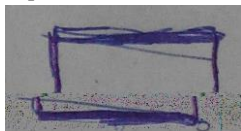
11 INV: ese es trapezoide, ¿no?

12 J: sí, ¿no?

13 INV: vale. Y de los rectángulos... y una definición de rectángulo o ... una propiedad que
14 deba de cumplir siempre...

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

15 J: pues tener dos lados paralelos, paralelos dos a dos y ... [dibuja un rectángulo

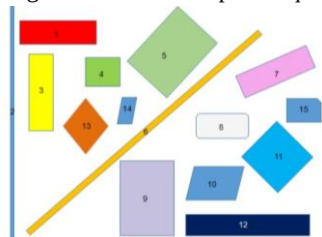


16] bueno, básicamente ese, ¿no? Que son dos lados paralelos dos
17 a dos y que los lados no son iguales, claro, porque si no pues sería un cuadrado.

18 INV: vale

19 J: has dicho rectángulo, ¿no?

20 INV: sí, rectángulo. Entonces, los cuadrados no son rectángulos, ¿no? Bueno, aquí te
21 traigo una ficha para que me digas cuales son rectángulos para ti



22
23 J: ¿cuáles son rectángulos? Bueno, pues sería cuestión de coger una ... eh, ...

24 INV: o en cuales te surgen dudas

25 J: eh, ¿Cuáles son rectángulos?

26 INV: sí

27 J: ¿le pongo una v o algo?

28 INV: vale

29 J: [va señalando algunos]...yo es que aparentemente no sé si esto es un cuadrado o un
30 rectángulo [refiriéndose al número 4]... yo que sé... sería cuestión de medir, porque
31 no sé si este lado es más largo que éste

32 INV: sí, es más largo

33 J: a ojo me parece este lado más largo que éste, desde luego

34 INV: porque los cuadrados no son rectángulos, ¿no?

35 J: no, vamos no, interpreto yo que no, jaja. Este tiene un piquito ahí, ¿no? [refiriéndose
36 a la figura 15]. Éste igual, no sé yo si aparentemente ...este me da más la impresión
37 de cuadrado ... [refiriéndose a la figura 11]

38 INV: sí

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.3. Transcripción E3.3

39 J: no sé... [sigue señalando] tengo una duda con la palabra ... ¿esto es un
40 paralelogramo, no? [refiriéndose a la figura 10]. Y me dirás tú ¿qué es un
41 paralelogramo?

42 INV: eso

43 J: jaja. Es que no lo recuerdo bien...

44 INV: este te surge dudas, ¿no?

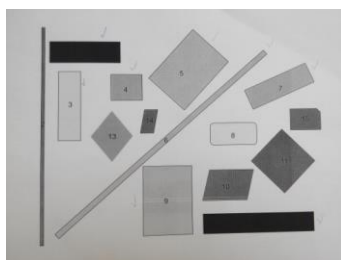
45 J: no, vamos, sé que no es un rectángulo... vamos, que no lo he señalado...tengo dudas
46 sobre el nombre

47 INV: un romboide

48 J: romboide...o sea, paralelogramos son todos y dentro de los paralelogramos éste es el
49 ...

50 INV: romboide

51 J: el romboide...igual que éste, que es otro romboide [refiriéndose a la figura 14],
52 ¿no? Y éste, un rombo [refiriéndose a la figura 13], y éste de aquí...no tiene picos,
53 no lo toco...no sé lo que es



54 Imagen de los rectángulos para JOSÉ

55 INV: vale

56 J: porque como no tiene picos

57 INV: entonces, ¿los cuadrados y los rectángulos no tienen nada en común?

58 J: sí, hombre, claro, sí tienen en común, lo que no son lo mismo. Porque el cuadrado tiene
59 los 4 lados iguales y el rectángulo no, ¿no?

60 INV: vale

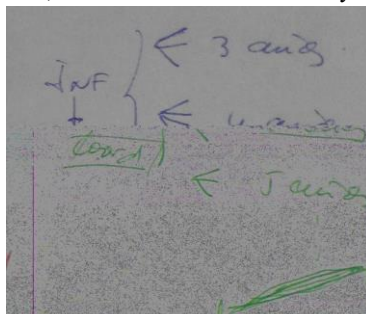
61 J: pero sí tienen en común que tienen 2 lados paralelos, o sea, 4, o sea, dos paralelos, dos
62 a dos, vamos

63 INV: y ... ¿qué indican los estándares, o sea, el curriculum o lo del curso, que se dé en
64 infantil?, ¿qué se debe de dar en infantil en lo que es geometría?, bueno, en matemáticas

- 65 J: no especifica ninguna forma geométrica
- 66 INV: no especifica ni 2d ni 3d
- 67 J: no. Formas geométricas no especifica ninguna
- 68 INV: vale. Y ... de lo anterior, de todo lo que hemos visto hasta ahora, ... ¿qué trabajas
69 en el aula de infantil? Y ¿por qué no otras figuras? Por qué no a lo mejor no... vamos, tú
70 me comentaste que el romboide si lo ibas a utilizar, pero para el año que viene
- 71 J: sí, vamos a trabajar el rombo, un poquito el trapecio... a diversificar un poco, pero
72 realmente en sí...no hay un patrón curricular, me refiero, qué curricularmente no hay
73 ninguna orden que te establezca que tengas que trabajar ...en 5 años tal, en 3 años tal...
- 74 INV: vale
- 75 J: simplemente que tienes que trabajar... bueno, eso...
- 76 INV: y ¿qué contenido...? ¿con qué contenido se puede relacionar los cuerpos y las
77 figuras geométricas con lo que es primaria?
- 78 J: con qué contenido...
- 79 INV: ¿qué trabajan en primaria a lo que le pueda servirle lo que vosotros habéis dado en
80 infantil?
- 81 J: en primaria me pierdo un poquillo, ...concretamente no sé cómo trabajan...la verdad
82 es que no sé cómo trabajan...pero vamos, en qué área, pues hombre, en matemáticas...
83 no sé qué me quieres preguntar concretamente
- 84 INV: no, digo algo de temas... o algo de ...
- 85 J: ni idea, ahí me pierdo totalmente...vamos
- 86 INV: vale, pues de esto era eso tan solo. Ahora, ...ahora son preguntas más generales no
87 son de contenido matemático, sino de ... Me comentaste que teníais los lunes o los martes
88 ... que tenéis exclusiva por las tardes...y ¿qué hacéis en esas reuniones? ¿en qué consisten
89 esas reuniones? Hay algún coordinador que lleve la asignatura y que os marque más o
90 menos pautas a seguir o cada profesor es libre de ... bueno, me dijiste el otro día que se
91 consensua lo que se va a dar...es decir, que todos los profesores, más o menos, trabajáis
92 lo mismo, ¿no?

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.3. Transcripción E3.3

93 J: sí, mira... nosotros tenemos aquí 3 clases de 3 años, tenemos 4 clases de 4 años y 3



94 clases de 5 años, este año [lo anota en un papel
95]

96 INV: ah, de 4 años hay más, ¿no?

97 J: Sí, de 4 años que es de lo que estoy yo es de lo que más hay. Todo esto es el ciclo de
98 infantil

99 INV: sí

100 J: y el ciclo de infantil tiene una coordinadora. Una coordinadora que en nuestro caso es
101 la maestra Fefi. Entonces, cuando nos reunimos todos, pues la coordinadora, Fefi, es la
102 que levanta acta de la reunión...y ahí nos ponemos de acuerdo, en las líneas generales, en
103 la que vamos a trabajar ...Líneas generales

104 INV: después cada uno...

105 J: después, cada edad

106 INV: ah, vale

107 J: cada edad, estos 3, estos 4 y estos 3 pues definen un poco ... a raíz de las líneas
108 generales que hemos establecido que vamos a trabajar en infantil, pues se concreta un
109 poco más para la edad que sea...para la edad que cada uno tenga

110 INV: para el curso

111 J: por ejemplo, nosotros aquí establecemos que en lógico-matemática vamos a trabajar
112 las formas geométricas, por ejemplo

113 INV: vale

114 J: lo decidimos aquí... en la reunión de ciclo de todo y la coordinadora toma nota de que
115 vamos a trabajar las formas geométricas

116 INV: sin meterse en qué figuras, ni...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.3. Transcripción E3.3

117 J: sí, y ahora ya, ...los de 3 años, dicen: ea, pues venga, como hemos dicho que vamos a
118 trabajar las formas geométricas todo el ciclo de infantil, ¿qué formas geométricas
119 consideramos que vamos a trabajar? O consideramos oportunas que vayamos a trabajar...

120 J: vale

121 J: y ya pues ...esta gente pues ya lo trabajan

122 INV: se concreta un poco más, ¿no?

123 J: después hay una memoria que se recoge ... hay una programación anual que se hace...
124 después hay una memoria al final de curso donde se recoge.

125 INV: lo que se ha trabajado, sobre todo, ¿no?

126 J: o algo que no se haya trabajado. Por ejemplo, pusimos en el plan anual que íbamos a
127 trabajar esto y al final no se ha trabajado...o hemos tenido esta dificultad...

128 INV: vale, ahí queda todo recogido. Entonces, las fichas, es decir, ¿el libro se consensua
129 también? Es decir, esta ficha la hacemos... esta no... o eso depende del profesor si
130 establece... todo lo que es el libro o se para más en una ficha o en otra...

131 J: eso depende más de cada profesor

132 INV: vale, eso con respecto a lo de las reuniones. Ahora, con respecto al curso, al curso
133 de Luis Segarra, eh, ..., ¿cómo conociste de su existencia, de qué existía ese curso? Y a
134 ti te interesaba ¿por qué?

135 J: pues... yo me apunté...vamos, yo no lo conocía a él...nos apuntamos porque siempre
136 hacemos cursos de lecto-escritura y veníamos de hacer uno de lecto-escritura de una
137 muchacha que se llama Miriam Nemirovsky, vamos que estaba muy bien. Te enseñaba
138 mucho de lecto-escritura y nos volcamos mucho en lecto-escritura, ... y tuvo muy buenos
139 resultados en lecto-escritura...pero vamos, se nos quedaba un poquito coja la lógico-
140 matemática, entonces, pues decidimos pues ...vamos que el primer curso que saliera de
141 lógico-matemática ahí ...

142 INV: os apuntabais

143 J: eso, nos apuntamos y lo hicimos y nos gustó y el curso siguiente pues volvimos a
144 repetir. Y ahora con lo del ABN pues exactamente igual, porque tendemos siempre a darle
145 más importancia a la lecto-escritura y se nos queda mucho más cojo la lógico-
146 matemática... y por eso, siempre pretendemos hacer cursos para... hombre, para ampliar
147 un poquito...

148 INV: para mejorar

149 J: para mejorar las técnicas, para ampliar los recursos, los conocimientos, ...en fin, todo.
150 Este del ABN nos ha venido estupendamente porque estamos trabajando súper bien, o
151 sea, súper bien, no me refiero a que nosotros lo estemos trabajando bien, me refiero a que

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.3. Transcripción E3.3

152 estamos trabajando muchas cosas distintas, que los niños están teniendo muchos
153 resultados...no que nosotros estemos trabajando bien

154 INV: ¿por qué lo lleváis a cabo?

155 J: vamos, nosotros lo estamos trabajando mal, porque de aquí a que nosotros nos
156 pongamos al nivel que ...

157 INV: ¿lo lleváis a práctica?, es decir, tú das el curso y lo vas poniendo en práctica en tus
158 clases, ¿no? Y ¿en el de geometría también?, bueno, el de matemáticas de este hombre,
159 Luis Segarra también

160 J: también lo hicimos

161 INV: también os poníais ...

162 J: nos poníamos en común las actividades que él proponía y eso

163 INV: y después ...

164 J: sí, y después la llevábamos a cabo

165 INV: vale. Y ¿qué te llamó más la atención de ese curso? ¿qué aspectos del curso son los
166 que más te sorprendieron? ... ¿los recursos?, ¿las técnicas nuevas?, ¿las figuras en 3d?...
167 ¿qué es lo que más te llamó la atención?

168 J: me llamó la atención ... sobre todo cosas de razonamiento...

169 INV: de razonamiento lógico-matemático

170 J: no sé si conoces el quinqué

171 INV: no sé lo que es

172 J: es un librito de razonamiento lógico-matemático, que se llama quinqué y eso fue lo que
173 más me llamó la atención

174 INV: y eso lo llevas, lo trabajas en tus clases ahora siempre o cuando puedes...

175 J: sí, el día de la lógico-matemático, casi siempre hacemos razonamiento lógico

176 INV: y ¿en qué consiste eso?

177 J: ¿nunca has estado tú cuando lo hemos hecho?

178 INV: no, bueno, creo

179 J: es una carpeta que tengo y...

180 INV: ¿la estimación?

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.3. Transcripción E3.3

181 J: no, la estimación es otra cosa. Esto es el razonamiento lógico y son preguntas básicas,
182 ... bueno, básicas, dependiendo lógicamente del nivel. Por ejemplo, si tengo un perro
183 ¿cuántas patas tengo?

184 INV: vale, sí has hecho algo... vamos en alguna clase lo he visto [recordando una clase
185 donde decía patas de un pato, y si tengo 2 patos, ¿cuántas patas tengo?]

186 J: si tengo una tarta con 8 porciones y tengo 4 niños ¿cuánto le corresponde a cada niño?
187 Eso, ese tipo de preguntas de razonamiento lógico. Eso fue lo que más me llamó la
188 atención... porque no lo tendíamos hacer... siempre la suma se solía hacer más en plan
189 tradicional.

190 INV: vale

191 J: y esa manera pues me gustó

192 INV: y ¿insistió más en algún contenido que en otro Luis Segarra? O ¿todo lo trató por
193 igual?

194 J: no, todo lo trató más o menos igual

195 INV: y ¿piensas que tu docencia está ahora condicionada por los conocimientos que
196 aprendiste en ese curso?

197 J: hombre, condicionada no, pero ... influenciada sí. O sea, no sé si me he explicado, lo
198 que te he querido decir, ... que ha influido en mi manera de trabajar, si influyó, pero
199 hombre, condicionado tampoco. O sea, yo interpreto condicionado como ... coartado, no
200 sé si me explico ...

201 INV: pues es que mi pregunta está mal, yo lo quería decir, era influido

202 J: me ha influido, en sí, verás tú, porque me pareció muy interesante la manera de trabajar
203 y me ha influido, pero, o sea, como condicionado no, o sí... es que según la connotación
204 que le quieras dar a la palabra ... no sé si me explico, ... de lo que te quiero decir

205 INV: sí... y de lo trabajar las figuras en 3d fue a partir del curso... o ¿ya las trabajabas?

206 J: a partir del curso... yo no lo había trabajado nunca antes. Fue a partir del curso de Luis
207 Segarra... Antes solo trabajábamos las formas en 2d

208 INV: y de recursos... me podrías decir qué aprendiste o qué cosillas así... que te llamarán
209 la atención y que ahora pues llevas a la práctica en tus clases

210 J: recursos... pero referidos a ...

211 INV: bueno, el libro, porque el libro fue a partir de ...

212 J: pero ¿referido a la geometría o ...? O ¿en general?

213 INV: en general y después si puedes concretar alguno de geometría pues mejor

214 J: pues en el curso nos dio lo del quinqué, ... vamos, eso, pero eso no es de geometría, es
215 de general del curso y nos dio también las estimaciones. O sea, nos dio una referencia
216 para buscarlas en internet para nosotros imprimirla, lo que pasa es que yo me compré la
217 carpetilla. Nos dio también material, que también lo hice en primaria, unas olimpiadas de
218 matemáticas, que también la hicimos... que quedó súper chula y que gustó mucho a los
219 niños...

220 INV: de hacer sumas y eso... o ¿cómo?

221 J: eran preguntas ...

222 INV: pero en primaria, no en infantil, ¿no?

223 J: en primaria, bueno, en infantil también, quiero decir que fue para todo el centro y eran
224 preguntas ... yo es que no me acuerdo muy bien cómo lo organizamos, pero imagínate
225 que nosotros le presentábamos una pregunta el lunes y hasta el viernes no se obtenía la
226 respuesta a esa... durante esa semana yo la colgaba en el tablón de cada clase, la pinchaba
227 y durante esa semana ellos tenían que ... pero vamos, no me acuerdo muy bien como era,
228 si era ... supongo que tendría matices eso... no sé si yo se lo daba con un sobre... no me
229 acuerdo muy bien ahora mismo como se hacía... no me acuerdo si yo llevaba el sobre a
230 la clase... vamos era una olimpiada matemática... duró un par de semanas o así... no sé
231 si era un par de cuestiones a la semana o así... no me acuerdo

232 INV: y les llamó la atención

233 J: y ese material nos lo proporcionó ese hombre como recurso y además lo tengo... tengo
234 una carpeta en el ordenador ... vamos lo tengo que tener... no sé donde estará ubicado,
235 pero lo tengo que tener. Y nos dio eso: lo del quinqué, lo de las estimaciones, ... yo creo
236 que ya está... yo creo que así de recursos para poderlo utilizar...

237 INV: ¿y de geometría?

238 J: de geometría no nos dio nada

239 INV: vale

240 J: o sea, presentó esa manera de trabajarla, ... indujo un poco a trabajarla... pero no nos
241 dio ninguna referencia concreta de donde podíamos conseguir material, ni que material
242 era el más adecuado para trabajar

243 INV: vale

244 J: vamos, y si lo dijo no lo recuerdo

245 INV: y el libro

246 J: el libro de texto, porque ellos tienen el libro de texto... de Teide, de la editorial Teide.
247 Bueno, de todas maneras, no es cierto, porque no comentó en ningún momento en el curso
248 que trabajara con la editorial Teide... hombre, que conste que no vendió su

249 producto...que no vendió su producto. Además, lo recuerdo perfectamente, que fuimos
250 Manoli y yo los que fuimos a preguntarle que tenía, ... sí trabajaba con alguna editorial.
251 Él en el curso no dijo nada. Vamos, es que puede dar la impresión de que dio el curso
252 para vender su producto y en ningún momento, él no ...él no lo dijo, fuimos nosotros los
253 que nos acercamos a él y le dijimos que si teníamos alguna manera de trabajar lo que nos
254 había presentado y nos dijo que él trabajaba con la editorial Teide y que él era el que
255 elaboraba las fichas

256 INV: las fichas de esa editorial

257 J: sí, y desde entonces pues trabajamos con la editorial Teide

258 INV: y la secuenciación que presenta el libro, ¿crees que es correcta o no?, es decir, en 3
259 años, después en 4 años y después en 5. Si existe un progreso a lo largo de los cursos, si
260 hay ...

261 J: a mí particularmente me gusta. Hay compañeras a las que no le gusta...es que el año
262 pasado cambiaron

263 INV: el libro, ¿no?

264 J: el año pasado lo cambiaron...entonces, yo solo conozco el de 4 años

265 INV: el de este año

266 J: sí, el de este año. No he trabajado ...porque llevamos un año desde que lo han
267 cambiado, con lo que no lo he trabajado ni en 3 ni en 5 años. Te lo digo por lo de la
268 secuenciación, ... a mí antes si me gustaba, en la secuenciación que tenían antes de 3 a 5
269 sí me gustaba como lo presentaban... si me gustaba, eran unos librillos, ... eran 4 librillos
270 y cada uno tenía uno para 3, otro para 4 y otro para cinco... a mí antes sí me gustaba.
271 Pero ya te digo, ahora como lo han cambiado, ... pero vamos el formato no me gusta

272 INV: ¿por qué?

273 J: porque es muy grande... el formato me gustaba más el de antes, que era un cuadernillo
274 así [tomando un folio] con una grapa... lo que pasa es que era mucho menos atractivo
275 para ellos ... pero a mí me gustaba más. No sé cómo estará secuenciado, quiero decir,
276 que...

277 INV: yo lo que me refería era a... si existen figuras que se dan en 5 años que se dan en 3
278 años...

279 J: sí, sí, pero que no te lo puedo decir porque no conozco el de 3 ni el de 5... porque no
280 lo he trabajado del nuevo. Del nuevo, porque del antiguo sí

281 INV: ah, del antiguo sí que trabajaste los 3 cursos

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.3. Transcripción E3.3

282 J: sí, del antiguo sí, y sí me parecía adecuada la secuenciación y estaba ordenada y ...
283 que, del nuevo, no lo sé, la verdad... no sé qué aparece en 3 y qué aparece en 5 porque
284 nada más que he tenido 4

285 INV: y del anterior, umm, ¿cómo lo trabajaba? Eran figuras que estaban en 3 años y
286 después se iban ampliando a 4 y a 5... ¿o eran las mismas siempre?

287 J: se iban ampliando...

288 INV: o eran las mismas siempre, pero se pedía otra cosa a los alumnos...

289 J: ahora mismo no me acuerdo INV. Para que te voy a engañar, concretamente de figuras
290 geométricas, me refiero, de figuras geométricas...um, yo quiero recordar... verás, sé que
291 la daban ampliando... lo que no me acuerdo es de lo que venía en 3, en 4 y en 5

292 INV: sí, ... ya, de figuras concretas

293 J: sinceramente no ...

294 INV: pero, ... seguía...ampliaba

295 J: sí, sí

296 INV: pero tanto las 2d como las 3d

297 J: sí, las 2d las va ampliando, o sea, ... tanto las 2d como las 3d las van ampliando a lo
298 largo de los cuadernillos... lo que no sabría decirte ahora mismo es qué aparece en 3, qué
299 aparece en 4 y qué aparece en 5, la verdad, no lo recuerdo

300 INV: vale, pero sí se iban pidiendo cosas diferentes

301 J: sí, sí... vamos, los cuadernillos estarán, incluso, por ahí... si quieres que le echemos
302 un ojo... para ver qué venía en 3, que venía en 4 y qué venía en 5... pero no recuerdo
303 ahora mismo que venía en cada curso... que si van aumentando sí... por ejemplo, la
304 última que siempre se pone es el cono

305 INV: y ¿por qué?

306 J: no lo sé, tendrá una explicación supongo... pero no lo conozco

307 INV: yo tampoco lo sé

308 J: no sé por qué la ponen la última... y ...

309 INV: es verdad que siempre es la última... es verdad que siempre se parte de ... pero se
310 parte de ¿qué?... se parte de ... es que esta es otra duda que yo tengo... fuera de esta
311 entrevista... no sé si se parte de los prismas o se parte de la esfera y el cilindro... ¿de qué
312 figuras se parte?

313 J: pero para llegar ... ¿dónde? Al cono... o ...

314 INV: no, de cómo se presentan las figuras... primero se presenta el prisma, luego
315 presentas el cilindro y después la esfera... o no tiene por qué

316 J: yo particularmente lo suelo presentar ... indistintamente... es igual que con las letras...
317 muchas madres me preguntan ¿por qué letra vas? Y yo no voy por ninguna letra, porque
318 las letras están en la realidad ... o sea, en la vida del niño... entonces el niño lo mismo te
319 ve una A que te ve una R o te ve una F o te ve una cosa que tú... bueno, particularmente
320 la de su nombre porque es la más significativa para él... la A la J, la ... pero no hay una
321 letra que tú digas... empiezo por esta letra... porque las letras están en la realidad del
322 número,... ¿por qué hasta el 3? Que pasa que en la realidad del niño no hay un nueve...
323 sabes, no hay 9 objetos que el niño pueda contar... no está el 9 en su número de teléfono,
324 no está el 9 en la calle de su casa... entonces, nosotros lo presentamos todo... digamos
325 global...

326 INV: vale

327 J: entonces, las formas geométricas, exactamente lo mismo... las formas geométricas, el
328 niño en su vida... hay cilindros, las patas de una silla... entonces yo no parto de una ...

329 INV: y no son los prototípicos... son los que ... pueden ser otros que no sean los
330 prototípicos...

331 J: no sé... bueno, nosotros partimos de ... bueno o yo por lo menos parto... cuando
332 empezamos con las formas geométricas ... pues yo parto de qué vemos ... qué forma
333 tiene

334 INV: vale

335 J: generalmente se tiende al cilindro, el prisma y la esfera... es lo más cercano a ellos, es
336 lo que suele haber en la ... bueno, hay todo realmente... ya te digo... hay todo porque el
337 cono ... suele ser muy significativo para ellos, aunque suele ser lo último que se trabaja
338 ... sin embargo, es en lo que nunca fallan, en el cono. Es lo que menos se trabaja y ... o
339 sea, se trabaja lo último y ... y lo que peor se trabaja y sin embargo es en lo que menos
340 fallan... yo no sé por qué ... si es la forma ... yo que sé...

341 INV: la forma les llamará más la atención

342 J: no sé... el caso es que no tienen dificultades después para recordarlo. Se le presentan
343 todos... se le presenta las formas geométricas en general... la caja... que es lo más... una
344 caja, un cuento, un ... sabes, es lo que ellos habitualmente ven en la realidad suya...

345 INV: vale, y no te limitas solo a...

346 J: las esferas...

347 INV: y no te limitas solo a lo prototípico, aunque en las figuras de madera tienen las que
348 son las prototípicas, pero después en la vida real...

349 J: no, en la vida real...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.3.3. Transcripción E3.3

350 INV: en la vida real pueden ser cualquiera. Y de las estampaciones... ¿qué pretendes
351 conseguir con las estampaciones?

352 J: hombre, que ellos sean capaces de llegar de ...o sea, que le den un sentido a la forma
353 ... a las 2 dimensiones, que sepan de dónde vienen, que sepan que no es aleatorio... que
354 ... o sea, que esto existe porque existe la forma bidimensional... y qué manera de verla
355 que palparlo... los niños, la realidad, cuanto más la asimilan es cuando más ... la
356 experimentan con sus propias manos

357 INV: manipulativo

358 J: sí, lo manipulan. Es la manera más clara, cuando ellos hacen la estampación ...

359 INV: es cuando ellos se ... asocian esa imagen al objeto. Y las estampaciones también
360 las tratabas antes o eso también las trabajas a partir del curso...

361 J: a partir del curso

362 INV: a partir del curso porque es cuando trabajas las 3 dimensiones, ¿no?

363 J: sí, a partir del curso.

364 INV: vale... y cuando ...

365 J: Las estampaciones, que no... que las trabajamos a partir del curso... vamos si no
366 recuerdo mal, verás, también ... es que el curso lo hicimos hace, por lo menos, como te
367 dije 5 o 6 años. Tampoco tengo un recuerdo muy claro... pero vamos, yo creo que antes
368 no las trabajábamos... o yo por lo menos no la trabajaba

369 INV: vale, y cuando tú estampas del prisma ... lo que es el rectángulo y no lo ... no
370 estampas el cuadrado...

371 J: perdona, me lo puedes repetir. Cuando yo estampo ... o sea, de un prisma... estampo
372 ...

373 INV: el rectángulo y no el cuadrado, eso es por qué pretendes generalizar... o hacerles
374 ver que ...

375 J: hombre porque lo más significativo del rectángulo [pienso que quería decir
376 prisma]... hombre, suele ser el lado más largo, o no... pero yo que sé... el cuadrado...
377 es que ellos lo asocian más, el cuadrado a un cubo...

378 INV: eso

379 J: es que es lo que ellos tienden a asociarlo... para ellos en el prisma es más significativo
380 un rectángulo ... o sea, en un prisma, perdón. En un prisma clásico, para ellos, lo más
381 significativo es el rectángulo

382 INV: sí, porque es lo que se repite siempre en un prisma

383 J: es lo menos diferente... porque en la parte del cuadrado... vamos, yo creo que también
384 lo hemos hecho...

385 INV: también lo habéis hecho...

386 J: sí, incluso hemos cogido con plastilina ... hemos cogido prismas, ay, perdón, hemos
387 cogido cilindros y lo hemos partido y hemos visto que del prisma [refiriéndose al
388 cilindro] también podemos sacar un rectángulo

389 INV: del cilindro

390 J: sí, del cilindro, no sé lo que he dicho... pero vamos, del cilindro... eso también lo
391 hemos hecho... no sé si también contigo... no sé si ha dado la casualidad, ... a dado que
392 ... no sé si ha coincidido con que tú estabas por allí... pero vamos... eso lo hemos hecho
393 también. Hemos cogido plastilina, la hemos partido, por la mitad, o sea, transversal, y ...

394 INV: lo has estampado. Vale. Y ¿las estampaciones ayudan a los alumnos?

395 J: sí les ayuda, además les gusta mucho estampar...

396 INV: ¿por qué les gusta estampar?

397 J: **les gusta estampar por la pintura... todo lo que sea pintura les encanta... no tiene**
398 **nada que ver con las formas geométricas ...ni en 2 ni en 3 dimensiones. Les gusta**
399 **porque les gusta mucho pintar...o sea, tú sacas las pinturas y hagas lo que hagas...**
400 **es un recurso muy jugoso**

Comentado [AE1]: E3.3 u1

401 INV: muy llamativo

402 J: porque, hombre, les gusta mucho... entonces, pues lo puedes utilizar para trabajar cosas
403 que, de otra manera, a lo mejor, no estarían tan motivados. Y con la pintura...

404 INV: los motivas

405 J: se motivan ellos, porque les gusta mucho la pintura, no sé por qué... les gusta mucho
406 la pintura

407 INV: vale. Crees que los alumnos salen ahora mejor preparados, cuando tú les das las
408 figuras en 3 dimensiones y después las 2d o cuando tú trabajabas solo las 2d y no
409 trabajabais las 3d

410 J: hombre, la formación es más completa con las 3d

411 INV: y... bueno, ya creo que te lo he preguntado... ¿para qué crees que les puede servir
412 a los alumnos la geometría que trabajan en infantil, para su futuro?

413 J: jaja, esa pregunta es buena, jaja, esa pregunta es buena. Que para qué le puede servir...
414 hombre, infantil se supone que es una iniciación a lo que después van a encontrarse en
415 primaria... es decir, estos son contenidos que después en primaria lo van a tener que
416 trabajar. Es un acercamiento. Igual que la lecto-escritura, se supone que los niños de

417 infantil no tienen que salir leyendo, tienen que tener un acercamiento a la letra escrita,
418 que la conozcan, ...sabes, tienen que conocer las letras, tienen que tener un acercamiento
419 porque después en primaria es lo que se van a encontrar. Pues con la lógico-matemática
420 pues exactamente igual...en este caso la geometría... es digamos, lo que nosotros
421 hacemos es una aproximación para cuando lleguen a primaria pues que estén
422 familiarizados con estos conceptos, ¿no? Porque después se lo van a encontrar, sobre todo
423 cuando lleguen a primero ... o forman parte del curriculum... porque ya te digo que en
424 infantil no vienen específicamente que formas hay que trabajar pero después en primaria
425 si tienen especificado... sabes, en geometría... la geometría... ya es mucho más
426 específico en primaria que en infantil

427 INV: vale, y del curriculum de infantil... es que hay como 3 bloques, ... y ¿la matemática
428 está en los 3 bloques o está solo en uno?

429 J: está solo en uno... en comunicación y representación... bueno, los nombres se lo
430 cambiaron, pero vamos... comunicación y representación... eso... bueno, el nombre no
431 es tal cual...por si lo quieres poner... que no lo vayas a poner así porque eso es en el
432 antiguo curriculum... cambió el nombre... es muy parecido pero cambió el nombre...

433 INV: vale, y ¿qué se adapta para enseñar geometría en infantil?

434 J: ¿qué se adapta? No entiendo la pregunta

435 INV: de... umm... para infantil tú ¿adaptas el vocabulario? ¿adaptas formas? o algo...

436 J: ¿con respecto a primaria?

437 INV: sí

438 J: no se decirte... tampoco lo tengo muy claro ...

439 INV: como el vocabulario matemático... es que yo si he visto en las clases, que, a lo
440 mejor, a los vértices, no le llamabas vértices, sino que le llamabas piquitos...

441 J: ah, bueno, los niños decían piquito... pero después acabábamos llamándole
442 vértices...lo de piquito fue porque un niño, E20 o E13. No, caminito a las aristas... a las
443 aristas le llamaban caminitos, a los vértices le llamaban piquitos... pero después llegas al
444 concepto, ... al concepto llegas...

445 INV: sí, lo de arista sí... vale

446 J: pero después llegas... porque **para los niños es más significativo esos conceptos...**
447 **con ellos se enteran mejor...** partimos de eso y después llegas a ...

Comentado [AE2]: E3.3 u2

448 INV: después llegas al concepto matemático

449 J: pero vamos, yo con respecto a primaria, si te digo la verdad ... vamos, que no sé cómo
450 lo trabajan, la verdad. No sé ... o sea, que si hacemos una adaptación no es condicionada

451 por lo que hagan en primaria... porque la verdad es que no lo sé... ni yo ni mis
452 compañeros, no sabemos...

453 INV: eso, que no existe conexión entre infantil y primaria

454 J: no, no. En 5 años ...bueno, es lo que te he dicho antes, que realmente hay coordinación
455 entre 5 años y primero

456 INV: ah, ¿sí? Entre 5 años y primero ¿sí hay?

457 J: entre 5 años y primero hay coordinación, pero la coordinación está centrada en la lecto-
458 escritura

459 INV: nada en matemáticas

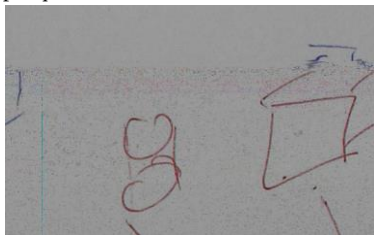
460 J: no se centra en nada... o sea, hay una reunión inter-ciclo, que se llama... que van los
461 de 5 años y la coordinadora. Igual aquí, los de primero y segundo y el coordinador... y
462 establecen criterios comunes, pero para la lecto-escritura, no en la lógico-matemática

463 INV: y en ninguna otra asignatura, ¿no?

464 J: nada, solo en la lecto-escritura

465 INV: vale, y ya lo último es sobre los errores... ¿Qué si recuerdas algunos errores que
466 cometen tus alumnos en general? Algo que te haya llamado la atención...

467 J: los errores, como te he dicho antes, otras veces, um... a la hora de ...cuando se los he
468 presentado... las características si las conocen, pero ...el nombre es en lo que suelen
469 fallar. O sea, nosotros cogemos una forma geométrica y si son capaces de ... a lo mejor,
470 analizarlas, sacar las características, ... sabes... establecer una comparación entre una
471 forma geométrica y otra, pero los nombres después ... no sé por qué... es lo que les cuesta
472 más trabajo... porque también son nombres que no forman parte de su ... léxico... de su
473 vocabulario común... un niño la palabra prisma... no la utiliza... la palabra esfera no la
474 utiliza... son palabras que están fuera de su léxico... entonces, pues no sé si será ese el
475 motivo por el cual les cuesta trabajo... porque después no son capaces de ... vamos,
476 porque si tú le dices a un niño ... aquí... o sea, tú le dices [dibuja



477] uno es un prisma y otro es un cilindro... ¿cuál es
478 el prisma y cuál es el cilindro? Sí te lo ...

479 INV: si saben diferenciarlos

480 J: sí, pero si tú les dices, venga, ¿esto qué es? [señalando sobre el prisma]

481 INV: ah, vale, que ellos den el nombre

482 J: pues ellos ya se quedan... ahora, tú les dices ... uno es un prisma y otro un cilindro...
483 ¿cuál es cada uno? Entonces, es que como la palabra ya se la has dicho tú... pues sí...
484 ahora lo que tienen ellos que hacer es asociar ellos al objeto...eso si te lo hacen... ahora
485 si tú le presentas estos dos y les dices ¿esto qué es? [refiriéndose al prisma] ¿esto
486 qué es? [refiriéndose al cilindro]... vamos, si quieres ahora hacemos la prueba...
487 no son capaces, algunos... otros sí

488 INV: otro error que me decías que cometían los alumnos era lo del color, que con distinto
489 color ya les parece...

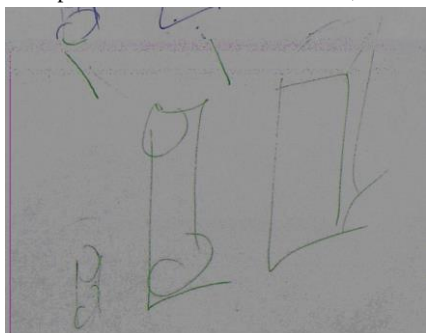
490 J: eso sí, los niños ...

491 INV: pero eso es cuando son más pequeños, ¿no? Cuando están en 3 años...

492 J: sí, no tienen la capacidad de análisis... porque se fijan en las características externas,
493 ¿no? Características externas del objeto no en las propias ...

494 INV: en las propiedades de las formas

495 J: eso, no en las propiedades en sí de las formas geométricas, ... o sea, en cosas
496 superfluas... en tamaño, si son más grandes o más pequeños, en el color... a lo mejor tú
497 le presentas a los niños, a lo mejor, dos cilindros [dibuja



498] a ver si me explico... o sea, tú le presentas
499 al niño dos cilindros, uno muy grande y otro muy chico... y del mismo tamaño le enseñas
500 al niño un prisma...o sea, del mismo tamaño de uno de los dos... y le preguntas: ¿cuál es
501 diferente? Y a lo mejor, te dicen es que el que es diferente es éste [señalando el
502 cilindro pequeño] porque en lo que se han fijado... en la característica que se han
503 fijado es en el tamaño... o si estos dos son del mismo color [señalando cilindro
504 grande y prisma], estos dos son rojos y éste verde [cilindro pequeño] y le preguntas:
505 ¿cuál es distinto? Te dicen que distinto es el que es verde... porque no han sido capaces
506 de analizar la forma geométrica que ... también depende, evidentemente, de qué se le está
507 pidiendo... vamos, porque si tú le dices, ¿cuál es diferente con respecto al color? Pues ...
508 pero vamos, en general, ... sin darle ninguna pauta de en qué se tengan que fijar... porque
509 ninguno es diferente... pues se suelen fijar en los tamaños y en los colores

- 510 INV: tamaños y colores, no en la forma ...
- 511 J: no en las propiedades de las formas geométricas en sí
- 512 INV: vale, y ya lo último ... ¿crees que se puede usar las palabras rodar y no rodar? O
- 513 ¿podría causar error a los alumnos?
- 514 J: nosotros es lo que solemos utilizar para el cilindro y la esfera... vamos eso ellos lo
- 515 tienen muy asimilado... que el cilindro rueda por un lado y por otro no... y la esfera rueda
- 516 por todos los lados
- 517 INV: y ¿es una característica matemática lo de rodar y no rodar?
- 518 J: yo no lo sé si es matemática, la verdad... Hombre, para ellos es muy explícita, por
- 519 utilizar esa palabra. Para ellos si es muy explicativa... con eso, rodar, pues lo comprenden
- 520 muy bien. Eso, pero si el término es ... si se ajusta o no a términos matemáticos... pues
- 521 la verdad es que ya no lo sé
- 522 INV: eso es otra cosa de lo de ... ¿qué adapta para enseñar la geometría en infantil? Pues
- 523 eso era también otra de las cosas que se podía ...
- 524 J: que podía haber dicho ahí, ¿no?
- 525 INV: lo de rodar y no rodar que sí que lo utilizáis mucho para las formas... para
- 526 diferenciar eso, las formas ... los prismas de los cilindros...
- 527 J: para ellos que rueden o no rueden es muy ... es muy claro, para ellos cuando tú le
- 528 hablas de que ruedan o no ruedan ...ellos lo ven claro...
- 529 INV: sí, y qué ... ¿cómo se puede decir matemáticamente rodar o no rodar?
- 530 J: no sé. Matemáticamente...
- 531 INV: característica de las figuras
- 532 J: hombre que tienen... que son 180° ...
- 533 INV: eso, que son curvos. Eso, caras curvas, caras planas. Vale.
- 534 J: claro
- 535 INV: pero que normalmente usas siempre el vocabulario ese, adaptado a infantil
- 536 J: sí
- 537 INV: y ¿qué conocimientos mínimos pretendes que adquieran los estudiantes?
- 538 J: ¿con respecto a la geometría?
- 539 INV: sí

540 J: hombre, pues para mí que conozcan las propiedades, que conozcan las ... o sea, los
541 conceptos básicos, las características básicas. O sea, que conozcan que esto es el vértice,
542 que esto es una arista, que tiene caras, ... y que sea capaz de establecer diferenciación
543 entre unos y otros. Para mí lo del nombre, hombre, es importante que lo retengan, pero
544 para mí, hombre prefiero que sean capaces de analizar una forma geométrica antes de que
545 conozcan el nombre. Hombre, que conozcan el nombre, también lo pretendo... pero,
546 hombre, que para mí es más importante que sea capaz de hacer un análisis de la forma
547 geométrica... Hombre, y que sea capaz de analizarla tanto individualmente como en
548 comparación con otra. Hombre, eso para mí es lo más importante... que sea capaz, por
549 ejemplo, como hemos dicho antes, que un cilindro, pues rueda... bueno... o la cara es ...
550 o sea, tiene un ... curva... o sea, la cara es curva... que ... establecer la comparación,
551 diferenciación con el prisma pues porque tiene caras planas, ¿no? ... en fin, que no tiene
552 vértices, ... o sea, que vaya ...

553 INV: o sea, que vaya sacando las propiedades

554 J: sí, que si tiene 2 caras, que las caras pueden ser... en fin

555 INV: vale... y te suena de algo el modelo de Van Hiele

556 J: no lo he escuchado en mi vida... igual lo he trabajado y todo, jajaja, pero no lo he
557 escuchado nunca.

558 INV: vale, y ¿de investigación matemática o de didáctica de las matemáticas has leído
559 algo?

560 J: no

561 INV: solo lo del curso, ¿no?

562 J: bueno, verás tú, no he leído no, porque del curso ... porque nos estamos leyendo ahora
563 el libro del ABN, por ejemplo. Pero de didáctica de las matemáticas, como didáctica de
564 las matemáticas, así en general... ahora no

565 INV: bueno, solo en la asignatura esa de la facultad

566 J: sí, bueno, en la facultad teníamos didáctica de las matemáticas ...

567 INV: sí, pero no trabajasteis geometría, ¿no?

568 J: no se ya... es que era el año 99, así que no me acuerdo... si se trabajaba o no geometría.
569 Ahora nos hemos leído el del ABN, pero claro, el del ABN no trabaja nada de geometría...
570 bueno, te he dicho que no he leído nada de didáctica de las matemáticas, pero este libro
571 de ABN es didáctica pura y dura... pero vamos, de geometría, concretamente no trabaja
572 nada porque no ... porque es aprendizaje basado en el número y no ... entonces, formas
573 geométricas no

574 INV: y de clasificaciones de figuras, es decir, ¿qué tipo de clasificaciones de figuras
575 quieres que consigan? Diferenciar todo lo que sea prisma, cilindro, esfera, ...

576 J: hombre, ...diferenciar las básicas...

577 INV: las que tienes en el material de madera ese que tenéis en clase

578 J: ahí va, de hecho, habrás podido comprobar que yo mismo no las he sabido clasificar

579 todas... jaja... quiero decir, que tampoco pretendemos que ... lo que son las formas

580 básicas sí

581 INV: sí, pero estamos en infantil

582 J: lo que sí las formas básicas que ellos se van a encontrar después... como te he dicho

583 esto es una aproximación a lo que ellos se van a encontrar después en primaria... después

584 pues tendrán que hacer más complejas que las que hacemos nosotros

585 INV: vale. Y lo de darles lo ... es decir, las figuras éstas de madera que tenéis ... son las

586 prototípicas de cada una de las piezas, ... crees que son suficientes o que son ... que

587 habría que ampliar algunas

588 J: yo creo que no

589 INV: que no hace falta añadirle...

590 J: bueno, no sé si hace falta o no falta, yo creo que conveniente no es, porque son muchas

591 cosas

592 INV: ¿los puede liar?

593 J: son niños más chiquitillos y es que los liamos... son muchos conceptos los que se

594 les mete a los pobres... es que tú le preguntas ya ...y es que los pobres terminan

595 locos... te dicen que ya Picasso fue el que descubrió América... jajaja... es que le

596 metemos tantísimos conceptos que ya no saben ... es que no es solo de lógico-

597 matemática sino en todo... nosotros trabajamos muchos proyectos, ahora los pintores, los

598 escritores... quiero decir que los pobres ya terminan... llega un momento en el que se

599 marean... yo creo que un prisma, con qué conozcan lo que es ... el prisma característico

600 ... por ejemplo, el otro día que tenías con distintas bases, con ...uff, verás, con niños tan

601 chicos yo creo que no es conveniente...

602 INV: ni la pirámide con más caras, ni nada... solo la de la base cuadrada y ya está, ¿no?

603 J: yo no lo metería, la verdad, porque ya te digo, es que terminan los pobres locos.

604 Además, lo que te he dicho antes...

605 INV: y ¿eso les puede limitar?

606 J: verás tú INV, limitar no porque verás tú, esto depende de cual es tú objetivo y como

607 te he dicho antes, mi objetivo no es que un niño conozca el nombre de... sino que el

608 niño sea capaz de analizar, que tenga un espíritu crítico, sabes, entonces eso es lo

609 que yo busco... ya poco a poco la vida se le va complicando, no. Pero digamos que

610 la base de poder ser capaz de discriminar un prisma... es lo que pretendemos

Comentado [AE3]: E3.3 u3

611 nosotros, o es lo que yo pretendo, por lo menos. Bueno, mis compañeros pues igual...
612 a partir de ahí ya, pues la vida se le irá complicando e irá viendo que el prisma pues
613 ... que sí, que mi maestro me lo enseñó con la base cuadrada o rectangular o... yo
614 que sé, que también ellos pues el día de mañana, si son capaces de analizarlo, pues
615 verán que ...ah, bueno pues esto también es un prisma porque tiene las
616 características, pero la base es triangular... pero que ellos sean capaces de razonar,
617 no. Que puedan llegar a conclusiones... porque a mí sinceramente, que un niño se
618 confunda en un nombre pues me es indiferente... bueno, me es indiferente, quiero
619 decir, que lo entiendo... que yo lo que quiero es que el niño sea capaz..., eso de si yo
620 le pongo un prisma, pues a mí me frustraría más como profesor si yo ahora mismo
621 le enseñó a un niño un prisma y se basa en decir que es grande y si es rojo...

Comentado [AE4]: E3.3 u4

622 INV: vale, que no te diga que tiene vértices, que tiene aristas, ...

623 J: efectivamente, que no sea capaz de decir cuántas caras tiene, que no sea capaz de ver
624 cuántas bases tiene, que no sea capaz de ver si tiene vértices, aristas ... ahí si me frustraría
625 yo más, que se equivoquen en el nombre me da igual, me da igual entre comillas.

626 INV: de acuerdo, pues ya hemos terminado. Muchas gracias por todo.

A3.4. Transcripción de la entrevista a José sobre la sesión S1.

[E4]

J: José (profesor)
INV: Investigadora

Había quedado con él a las 9.30h en su clase, ya que esta semana ya no tienen alumnos. Allí procedí a realizar mi entrevista. Para esta entrevista llevaba alguna de las figuras que le había presentado en la entrevista general, la transcripción de dicha clase, además del video procedente de la clase sobre la que le iba a preguntar¹.

1 INV: bueno, he traído la grabación de la clase sobre la que te quiero ir preguntando
2 algunos aspectos. También he traído la transcripción de ésta, que es la que yo manejo,
3 pero creo que sería mejor que fuéramos viendo el video, pero vamos eso debe ser elección
4 tuya.

5 J: si tú crees que es mejor ver el video, pues lo vemos

6 INV: [el investigador enciende el portátil, saca la guía de la entrevista
7 donde tiene apuntados los fragmentos de video que le interesan y busca
8 el primer trozo de video sobre el que quiere preguntarle]. Bueno, antes de
9 comenzar y mientras se enciende el ordenador, te voy a preguntar algunos aspectos del
10 último día. El quince, yo lo he estado buscando y no sé cómo ..., me lo podrías deletrear
11 para buscarlo.

12 J: te lo traigo [se levanta y va a por el material fotocopiado de EL QUINZET
13 que tiene junto a todo el material que usa en sus clases]. Ah, pues yo te
14 quería aclarar, vamos es una tontería, pero te lo quería aclarar, que el otro día te dije,
15 cuando me preguntaste sobre qué era lo más significativo del rectángulo, que los lados
16 dos a dos, y después caí que lo más significativo de un rectángulo es que sus lados son
17 rectos...lo dice la palabra, ¿no? Es una tontería, pero, bueno, ... jaja, es que después caí
18 y digo ¡que tonto! Los rectángulos...lo dice la misma palabra...

19 INV: no pasa nada. [Mirando el material que ha traído] QuinZet

20 J: ay, y yo te dije “quince”, ... vamos como lo vas a encontrar, jaja. Si te lo dije mal.
21 Pues yo estaba en que era “quince” con dos Q vamos

22 INV: El QuinZet

23 J: ves, de Luis Segarra

¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

- 24 INV: vale, que es un material suyo. El Quinzet, Problemas graduados para el tratamiento
25 del cálculo mental. Ah, y es para Infantil, primaria y secundaria
- 26 J: si, vamos, pero yo aquí tengo solo infantil
- 27 INV: bueno, sí, porque fotocopiasste solo esa parte, ¿no?
- 28 J: [mirando dentro de la carpetilla donde tenía este material] Ah, mira,
29 también en el curso vimos lo de las ilusiones ópticas, ahora que me he acordado
- 30 INV: verdad, eso lo hiciste el primer día que yo vine
- 31 J: sí...
- 32 INV: bueno, antes de empezar...cosas que me salté en la entrevista del otro día. Del
33 rombo, me podrías definir un rombo o las propiedades o lo que sea...
- 34 J: ui, pues yo no sabría definirte un rombo.
- 35 INV: y apoyándote en el dibujo
- 36 J: el rombo... pues viendo un rombo pues te diría que ...
- 37 INV: si quieres dibujarlo... [le da un folio y un bolígrafo a José]
- 38 J: no sé... a ver, no sé cómo son sus ángulos ni sus lados...bueno, paralelos dos a dos, un
39 paralelogramo de estos...
- 40 INV: vale
- 41 J: pues ya está, un paralelogramo que tiene ... bueno, según lo he pintado yo, jaja, ... dos
42 ángulos agudos, dos ángulos obtusos, ¿no?... y ...ninguno de sus ángulos puede ser recto
43 porque si no pues sería un cuadrado, evidentemente. Dos a dos, paralelo dos a dos...y ya
44 no sé qué más decirte...que sea ...
- 45 INV: más significativo
- 46 J: eso, porque también pues tiene 4 lados, tiene 4 vértices, ... pero vamos eso es una
47 tontería
- 48 INV: sí, si ya has dicho paralelogramo, ya defines eso
- 49 J: pues eso... aparentemente, así a simple vista ...
- 50 INV: sí, es que eso es que se me quedó atrás del otro día...y bueno, el motivo por el que
51 decides trabajar más figuras en 5 años que en 3 años, ¿cuál es?
- 52 J: hombre, pues porque ya son más maduros, y ya tienen la base de lo que es la forma
53 geométrica, ... y ya sobre esa base pues se puede ir construyendo más formas

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

54 INV: vale, pues ya esto que viene es sobre trocitos del video de la clase grabada en mayo
55 del curso pasado (2013-14). Son cosas puntuales, vamos, podríamos decir que es al
56 milímetro porque es ... es que esta clase es la que estoy estudiando al milímetro [la
57 investigadora le pone el fragmento de video correspondiente a las líneas
58 8-35 de la transcripción de dicha clase]

59 TRANSCRIPCIÓN VIDEO: J: Sh, sh, vamos a repasar las formas geométricas a ver

60  quién es el que mejor se las sabe. A ver chicos y chicas, ¿esto qué es?
61 (Figura 1) [Tomando un objeto de la clase con forma de prisma de base cuadrada]
62 Es: Prisma

63 J: un prisma, muy bien. Fantástico.

64 J: Chicos, ¿esto qué es?  (Figura 2) [Tomando un objeto de la clase con
65 forma de prisma de base cuadrada. En este objeto las bases cuadradas tienen
66 mayor tamaño que los rectángulos que forman las caras laterales]

67 Es: un cubo

68 J: un ¿qué?

69 Es: un cubo

70 J: ¿esto es un cubo? [Mirando el objeto (figura 2)]

71 E6: prisma

72 J: ¿un prisma o un cubo? ¿Qué será?

73 E6: un prisma

74 J: un prisma. E13 no estás atendiendo. Esto es un prisma  [Señalando con
75 el dedo sobre las caras de la figura 2] ¿son todos sus lados iguales? O ¿son
76 unos más largos que otros? [Colocando la figura 2 por la base, de forma que los
77 alumnos ven una de sus caras laterales, y luego colocando la figura sobre una
78 de sus caras laterales, de forma que los alumnos ven una de sus bases]

79 E1: unos más largos que otros

80 J: [Señalando con los dedos sobre las caras de la figura 2] ¿Este lado es más
81 largo que éste o es igual? ¿Éste es igual de largo que éste?

82 Es: No

83 J: No son iguales. Cuando no son iguales, ¿Cómo se llama?

84 Es: Prisma

85 J: umm [al escuchar que los alumnos confundían  con un cubo]

86 INV: bueno, sobre este fragmento. Aquí, a los alumnos al mostrarle la figura ...yo me he
87 traído mi prisma, mi cubo... [le muestra las figuras que ha trabajado, con
88 material manipulativo, para que el maestro lo pueda coger] ... Esta figura
89 [prisma achatado, donde predomina la base cuadrada a lo que son las caras

90 laterales rectangulares] a la que he llamado sándwich  ... y ... es decir, tú le
91 presentaste esta figura [señalando material manipulativo] y los niños responden
92 cubo. ¿por qué piensas que responden cubo?

93 J: que porqué pienso que responden que es cubo... hombre, pues para empezar porque
94 pienso que no tienen muy definido lo que es un prisma

95 INV: porque no, ¿qué?

96 J: hombre, porque no tienen muy claro lo que es un prisma y ... ellos pues un cubo, la
97 forma esa ellos, los lados cuadrados, ... digamos que ellos en vez de incluir el cubo dentro
98 del prisma incluyen el prisma dentro de un cubo. A ver... no sé si me explico... a ver,
99 que el proceso es al contrario de ... que en vez de ser el cubo una variedad del prisma,
100 pues es, al contrario, para ellos el prisma no existe...digamos que, ... para empezar es
101 que no son capaces de definir... o sea, que si tú te pones con un niño a hacerle razonar
102 pues si puede ser capaz de percibir que unos lados son más ...

103 INV: las aristas, ¿no?

104 J: efectivamente... pero es que así de primera, pues es que el niño no se centra en eso...
105 es igual que cuando tú vas a un museo y ves un cuadro, si no eres un experto en un cuadro
106 pues no ... sabes, lo primero que ves así ... cuando tú ves un cuadro y te dicen, os habéis
107 fijado que aquí... pues dices tú, pues sí...pues a un niño le pasa exactamente lo mismo,
108 un niño ve esta forma [figura sándwich] y de primera pues no es capaz de analizar que
109 sus lados son más largos...o sea, no, si son todos los lados iguales...pues entonces, pues
110 para ellos, lo más cercano para ellos es un cuadrado, porque la palabra cubo para ellos...
111 la palabra cubo si la conocen...

112 INV: más que prisma

113 J: es que ellos la palabra prisma pues es que no...no entra dentro de su vocabulario...
114 aunque ...

115 INV: y es porque puede ...porque tenga la base cuadrada por lo que ... o ¿no?

116 J: bueno, pues... la base cuadrada...bueno, esos de ahí... bueno, esos también tienen la
117 base cuadrada...sí, supongo que sí... pero vamos, que ellos no asocian el cubo al
118 cuadrado

119 INV: ¿no? ¿No lo asocian?

120 J: no

121 INV: pues yo pensaba que sí

122 J: un niño en principio, vamos verás, te estoy hablando de ... bueno, verás, a lo mejor hay
123 niños que sí, vamos E10 es súper inteligente...pero vamos, en principio un niño no asocia
124 la palabra cubo a la palabra cuadrado... y menos a esa edad, de 3 años. En 3 años seguro
125 que no es capaz de asociarte...porque para empezar para el niño la palabra cubo te la va
126 a asociar con el cubo de la playa o el cubo de la fregona o con el cubo...

127 INV: vale, creo que una vez pasó

128 J: sabes, el concepto de cubo para ellos no es el concepto de cubo que tienes tú o que
129 pueda tener yo...bueno, el que puedas tener tú, porque el mío puede estar más
130 distorsionado por el cubo típico de la fregona...y ellos lo asocian más a ese cubo. Eh, ya

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

131 estos niños, ... vamos, ya no me acuerdo de qué tiempo llevábamos de clase, cuántas
132 veces habíamos tratado o hablado de la palabra cubo...

133 INV: era mayo

134 J: pero en principio, tú a un niño le presentas un cubo, un cubo...el típico...un dado,
135 vamos

136 INV: [saca un cubo del material que ha traído a la entrevista]

137 J: tú le presentas a un niño un dado, qué es un cubo o tú le presentas esto [tomando el
138 material que ha traído INVETIGADOR] y para un niño esto no es un cubo...

139 INV: ¿no es un cubo?

140 J: para un niño esto es un cuadrado

141 INV: ah, para ellos es un cuadrado

142 J: sí, para ellos esto [un cubo] es un cuadrado...porque se fija en la forma
143 cuadrada...vamos porque se fija en la forma cuadrada...vamos, el niño que tenga el
144 concepto cuadrado, ¿me explico o no?

145 INV: en las dos dimensiones

146 J: eso, de las dos dimensiones. El que tenga el concepto de cuadrado, porque hay niños
147 que ...te ven esto y ... no saben. Igual te dicen que es un cuadrado, que un cubo, que te
148 dicen que es una caja, que te dicen que es un dado, ... sabes, porque no tienen el concepto
149 matemático ni de 2 ni de 3 dimensiones. Pero el que sí lo tiene no lo asocia a la palabra
150 cubo, ... o sea, lo que tú le hayas explicado que un cubo...porque ya te digo, ellos han
151 nacido con el concepto cubo del cubo de la fregona, con el cubo de la playa,... no con
152 este concepto de cubo

153 INV: vale, pues ... entonces le surgen dudas porque creen que es ... no por la cara sino
154 porque ...

155 J: bueno, que le surgen dudas, a qué te refieres a qué ... no son capaces de discriminar un
156 cubo de un prisma, ¿no?

157 INV: porque lo tienen más asimilado cubo...

158 J: efectivamente porque...ellos ... en su vida ...cubo, la palabra cubo...es que prisma, es
159 que la palabra prisma para un niño...es que es una palabra que para ellos no... entonces...

160 INV: le cuesta más trabajo

161 J: además, lo asocian, aunque no sean iguales ... es que la verdad es que la mente de los
162 niños es muy compleja...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

163 INV: y algunos lo confunden con cubo... pero lo descubriste sobre la marcha cuando le
164 presentaste lo que es el sándwich o cuando se lo presentaste tú ya sabías que lo iban a
165 confundir con cubo

166 J: sí, ...ellos ...vamos, que sí sabía que lo iban a confundir vamos ...bueno, no lo sabía,
167 pero ... hombre, ahora mismo no me acuerdo porque del año pasado además... pero
168 vamos, yo supongo, que yo me calcularía que me iban a decir ... vamos que iban a fallar
169 con el cubo

170 INV: y es porque lo que tú querías poner es un ejemplo de prisma pero que no fuera el
171 típico prisma éste [tomando el prisma de base cuadrada]

172 J: bueno, por presentarle distintas formas de prisma, que no asocien ... para que no les
173 pase, lo que hemos hablado antes, que el cubo a lo mejor te lo asocian a... sino que sean
174 capaces de abrir un poquito más la mente y que sean capaces de ver cuáles son las
175 características que tiene un prisma y que sean capaces de exportarla, por así decirlo, a
176 otros tipos de prisma. Que no solamente se queden con el prisma

177 INV: sí, prototípico

178 J: el prisma convencional, ¿no? Sino que sean capaces, pues yo que sé, de ...

179 INV: vale, de esta parte ya. Y ahora, de aquí, porque son como te he dicho de distintos
180 fragmentos de la grabación de la clase, es saltando [la investigadora le pone otro
181 fragmento de video, ahora el que en la transcripción aparece desde la
182 línea 24 a 70]. A mí me llamó la atención que ...

183 TRANSCRIPCIÓN: J: un prisma. E13 no estás atendiendo. Esto es un prisma
184 [Señalando con el dedo sobre las caras de la figura 2] ¿son todos sus lados
185 iguales? O ¿son unos más largos que otros? [Colocando la figura 2 por la base,
186 de forma que los alumnos ven una de sus caras laterales, y luego colocando la
187 figura sobre una de sus caras laterales, de forma que los alumnos ven una de sus
188 bases]

189 E1: unos más largos que otros

190 J: [Señalando con los dedos sobre las caras de la figura 2] ¿Este lado es más
191 largo que éste o es igual? ¿Éste es igual de largo que éste?

192 Es: No

193 J: No son iguales. Cuando no son iguales, ¿Cómo se llama?

194 Es: Prisma

195 J: Prisma. Para que sea un cubo, acordarse ¿cómo tienen que ser todos sus lados?

196 Es: Iguales

197 J: Iguales. Vamos a coger un cubo para que veamos bien como es un cubo [Tomando
198 el recipiente de figuras 3d, que es un cilindro de cartón donde hay cuerpos
199 geométricos de madera, entre los que podemos encontrar: prismas de base cuadrada,
200 prismas de base rectangular, prismas de base triangular, cubos y cilindros].
201 Acordarse de que el cubo tenía igual todos sus lados. Vamos a ver, vamos a coger
202 un cubo, por ejemplo, éste [Sacando del recipiente un prisma de base cuadrada
203 de color naranja (figura 3)]

204 E10: eso no es un cubo

205 J: ¿cómo que no es un cubo?

206 Es: No



Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

207 J: [Mira la figura que ha sacado] ¡Ah! es verdad, esto no es un cubo. Es verdad,
208 efectivamente me he confundido. ¿Esto qué es entonces? [Señalando sobre la figura
209 que ha sacado (figura 3)]
210 E6: un prisma
211 J: Un prisma ¿son sus lados iguales?
212 Es: no
213 J: [Señalando con el dedo sobre la base y sobre una de las caras laterales de
214 la figura 3] ¿Este lado de aquí es igual que éste?
215 E9: no, es más chico
216 J: es más chico. Este lado de aquí es mucho más chico que éste [Señalando con
217 el dedo sobre la base de la figura 3]. Mirar, éste lo cortito que éste y éste
218 lo largo que es [Señalando con el dedo sobre una de las caras laterales de la
219 figura 3]. No me vale. Es un prisma, hemos dicho. A ver, donde está el cubo. Un
220 cubo, quiero cubo [Buscando en el recipiente]. Aquí tengo el cubo [Tomando del
221 recipiente, donde guarda las formas 3d de madera, otro prisma de base cuadrada
222 de color verde (figura 4)]
223 Es: No
224 J: ¿Tampoco? ¿Esto es un cubo? [Mirando la figura 4]
225 Es: No
226 J: No, me he vuelto a equivocar. Mirar, [Señalando con el dedo sobre una cara
227 lateral del prisma (apoyado sobre una de sus bases) y luego sobre la base de la
228 figura 4] este lado es mucho más largo que éste. No me vale. Éste es un prisma
229 también.

230 J: que utilice la palabra largo, grande... ¿no?

231 INV: no, no, sino que mejor de decirle, no, es un prisma, pues no le das eso, no le das el
232 resultado, sino que haces...

233 J: que piensen, que ellos vayan razonando...eso es básico

234 INV: y ¿por qué haces eso?

235 J: hombre, porque si una persona llega a un conocimiento a través de su propio
236 razonamiento, hombre pues lo va a asimilar más que si una persona te dice, pues esto es
237 un prisma, vale. Ea, pues ya está. Si tú le dices eso, ... sabes, si él va a pensar, si se tiene
238 que fijar en que sí es un prisma y tiene que discriminar un poco las características...pues
239 hombre, algo más se le va quedando. Lo que a una persona le supone esfuerzo a la hora
240 de aprender... después se traduce en una asimilación, es decir, un conocimiento mucho
241 mejor que si de fuera alguien te pone el concepto en la cabeza

242 INV: sí, porque lo memorizas durante un tiempo, pero después

243 J: después se le va. No es lo mismo que si un niño lo ha razonado, porque después se te
244 puede olvidar el nombre, pero el razonamiento no. A ver si me explico, a lo mejor la niña
245 después falla en decir la palabra prisma

246 INV: sí

247 J: probablemente falle, pero ella sí, el razonamiento del porqué eso, aunque no tenga la
248 palabra prisma, es un prisma, si lo tiene

249 INV: vale

250 J: la niña si ha sido capaz de discriminar, por ejemplo, lo que es que esta arista es más
251 corta que ésta... aunque a lo mejor me haya dicho que se llama pirámide, porque se ha
252 equivocado conceptualmente... o sea, el léxico, la palabra, vamos... o sea, el léxico, por
253 así decirlo, pero el concepto ...

254 INV: lo tiene adquirido

255 J: entonces, lo que yo pretendo es eso, que los niños lleguen a ese razonamiento

256 INV: ayer, en la clase de Inés, entró uno de los niños y le preguntó. Inés cogió uno de los
257 prismas y un cilindro. El niño respondió correctamente cilindro, pero el prisma no lo dijo

258 J: no fue capaz de decirlo, ¿no? No son capaces, es que ya te digo han fallado muchísimo.
259 Y son de 5, imagínate los míos que son de 4. Han fallado mucho, hombre, yo, a la hora
260 de ellos analizar las formas geométricas sí estoy contento, porque si son capaces de fijarse
261 en muchas variantes, ¿no? Pero en lo que ... en la palabra... no, bueno, les cuesta mucho
262 trabajo. **Es que también son palabras que no están en su vida cotidiana.** Tu date cuenta
263 de que nosotros, cuando dejamos de dar geometría nos metimos con el ABN. Es que la
264 geometría, sinceramente, la aparcamos. Después la hemos retomado un poquito en el
265 tercer trimestre, porque el libro lo marcaba... y bueno, lo retomamos un poco para
266 refrescar conocimientos, pero nos hemos tirado dos meses o tres meses en los que hemos
267 estado ABN, ABN, ABN. Ellos en su día a día, la palabra prisma ya no entra, porque
268 el colegio pues ya no la hemos utilizado. En su vida normal, él va al parque y la palabra
269 prisma no la utiliza. Bueno, jaja, y tú mismo. Porque nosotros mismos, no utilizamos la
270 palabra prisma... solo la utilizamos en un contexto específico de geometría, porque si no
271 tú no utilizas la palabra prisma. **Entonces, es para ellos una palabra que no está dentro**
272 **de su léxico, pues rápidamente ... se les olvida**

Comentado [AE1]: E4 u1

Comentado [AE2]: E4 u2

273 INV: la olvidan. Vale. Y ¿por qué te fijas en lo que son ...? Um, pones la longitud de los
274 lados, ¿no? de las caras, ... ¿por qué te fijas en eso y no en otra cosa, cuando se lo
275 presentas a los alumnos?

276 J: hombre, porque para ellos es lo más ...

277 INV: ¿significativo?

278 J: lo más evidente...la diferencia...

279 INV: ¿no porque sea una de cuadrado y otra de rectángulo? ¿O también?

280 J: hombre, pues ahí no me acuerdo, pero después ...después si llegamos a ...

281 INV: sí, sí, pero digo en el primer ...

282 J: bueno, es que lo más básico para ellos son las longitudes, ... tú te fijas en un niño... de
283 hecho lo primero que ellos te van a decir son los colores. O sea, tú le enseñas un cubo y
284 le enseñas un prisma...perdón, o sea, dos cubos y dos prismas, donde un cubo y un prisma
285 sean del mismo color y los otros del mismo color y le dices ¿cuáles son iguales? Y te lo

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

286 van a asociar por el color. Es decir, los niños al principio las características en las que se
287 fijan son el tamaño, el color... entonces, es que lo más significativo para ellos no es que
288 esto son rectángulos [señalando sobre el prisma] para empezar hay que llegar a la
289 palabra rectángulo. Cuando ... hay que llegar al concepto rectángulo... por eso es que
290 para ellos lo más significativo es el color

291 INV: vale [la investigadora comienza a buscar el siguiente fragmento de
292 video en el ordenador. Correspondiente a las líneas 76-80]

293 TRANSCRIPCIÓN: Estupendo. [Señalando sobre uno de los cubos que le han dado
294 (Figura 5)] Esto sí es un cubo porque sus lados, ¿cómo son?

295 E10: iguales

296 J: son iguales. Este lado es igual que éste y que éste... [Señalando sobre las
297 caras del cubo] Son todos los lados iguales.

298 J: que chiquitillos se ven. Que chicos, E4 que chica por dios...que barbaridad.

299 INV: yo lo he notado un montón y del primer cuatrimestre, en enero o febrero, a ahora
300 que he venido, lo he notado mucho.

301 J: yo es que como los veo diariamente pues no lo noto, pero ahora aquí en la grabación,
302 y es que los veo súper chicos. Ui, y verás para el año que viene cuando vengan, que ya
303 son hombres y mujeres...en fin, venga

304 INV: bueno, has dicho “los cubos tienen igual todos sus lados”. Eso es una definición de
305 cubo o es una propiedad que les remarcas o ¿para qué sea definición debe de tener algo
306 más?

307 J: ahí me coges un poco. Hombre, la verdad es que la definición de cubo de la RAE es
308 que no sé cómo vendrá

309 INV: no, pero eso da igual

310 J: yo supongo que las características es que son paralelos dos a dos, que los ángulos son
311 rectos, que los vértices, o sea, los... las aristas, ¿no? [señalando sobre el cubo de
312 plástico que le había facilitado la investigadora] las aristas, ¿no?

313 INV: sí

314 J: las aristas son del mismo tamaño... ¿no? Eso supongo que será la definición, ¿no?

315 INV: sí, bueno, pero yo ahora no te estaba diciendo que me digas exactamente la
316 definición, sino que con “cubo igual todos sus lados” eso estaría definido... el cubo. ¿O
317 hay más figuras que lo cumplen?

318 J: ah, no, hombre, no. Porque, por ejemplo, el rombo también tiene todos sus lados iguales

319 INV: pero digo de 3 dimensiones, de figuras de 3d

320 J: de 3 dimensiones

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

321 INV: ¿hay más?

322 J: que todos sus lados sean iguales [pensativo]. Bueno, claro los dodecaedros, los
323 heptaedros, todos esos son todas sus caras iguales, ¿no?

324 INV: sí

325 J: pero claro, se queda... no es real ...

326 INV: es una propiedad, ¿no?

327 J: sí, es una propiedad más del cubo, pero no es exclusiva del cubo...por así decirlo

328 INV: eso es. Vale. Y ... pero te sirve para diferenciarlo de ...b del prisma, ¿no?

329 J: claro, porque date cuenta que lo estamos contraponiendo a un prisma

330 INV: eso, y esa característica pues...

331 J: hombre, no es la que tienen los prismas...los prismas no tienen todas sus caras iguales.
332 Ahí lo estamos confrontando uno a otro. Vamos, sí es verdad que por esa definición que
333 yo doy ahí, de lo que es un prisma, ... bueno, definición no, la característica que yo doy
334 ahí del cubo es verdad que se puede llevar a otras formas geométricas. Pero, en este caso,
335 al prisma que es el que lo estamos contraponiendo ...

336 INV: sí, que te sirve porque lo que estás haciendo es comparándolo con prisma. Yo creía
337 que era eso, pero no estoy segura

338 J: sí, sí...

339 INV: bueno, ahora [buscando en ordenador trozo de video que corresponde a
340 las líneas 43 a 72 de la transcripción de ese día de clase].

341 TRANSCRIPCIÓN: Acordarse de que el cubo tenía igual todos sus lados. Vamos a
342 ver, vamos a coger un cubo, por ejemplo, éste [Sacando del recipiente un prisma
343 de base cuadrada de color naranja (figura 3)]

344 E10: eso no es un cubo

345 J: ¿cómo que no es un cubo?

346 Es: No

347 J: [Mira la figura que ha sacado] ¡Ah! es verdad, esto no es un cubo. Es verdad,
348 efectivamente me he confundido. ¿Esto qué es entonces? [Señalando sobre la figura
349 que ha sacado (figura 3)]

350 E6: un prisma

351 J: Un prisma ¿son sus lados iguales?

352 Es: no

353 J: [Señalando con el dedo sobre la base y sobre una de las caras laterales de
354 la figura 3] ¿Este lado de aquí es igual que éste?

355 E9: no, es más chico

356 J: es más chico. Este lado de aquí es mucho más chico que éste [Señalando con
357 el dedo sobre la base de la figura 3]. Mirar, éste lo cortito que éste y éste
358 lo largo que es [Señalando con el dedo sobre una de las caras laterales de la
359 figura 3]. No me vale. Es un prisma, hemos dicho. A ver, donde está el cubo. Un
360 cubo, quiero cubo [Buscando en el recipiente]. Aquí tengo el cubo [Tomando del

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

361 recipiente, donde guarda las formas 3d de madera, otro prisma de base cuadrada
362 de color verde (figura 4)]
363 Es: No
364 J: ¿Tampoco? ¿Esto es un cubo? [Mirando la figura 4]
365 Es: No
366 J: No, me he vuelto a equivocar. Mirar, [Señalando con el dedo sobre una cara
367 lateral del prisma (apoyado sobre una de sus bases) y luego sobre la base de la
368 figura 4] este lado es mucho más largo que éste. No me vale. Éste es un prisma
369 también. Esperarse, lo voy a echar aquí [Vuelca el recipiente en el suelo].A
370 ver, dame uno.
371 E7: [Coge un cubo de color amarillo y se lo da]

372 INV: ¿Por qué...? Eso, yo creo que te lo había preguntado, lo de ¿por qué los intentas
373 confundir? ¿Para divertirlos solamente? O es algo que ...

374 J: para divertirlos también, básicamente, porque ellos, es una manera de engancharlos...
375 los niños tienen que estar pasándoselo bien, no es que estén ahí pasándoselo bomba, desde
376 luego, jajaja

377 INV: sí, pero están todos atentos

378 J: es verdad que están todos pendiente... hombre, porque a mí me gusta meter... yo hago
379 muchas tonterías en la clase, muchas, para todo. Igual entras en la clase y me encuentras
380 que tengo una caja en la cabeza... es una manera de captar la atención del niño, aunque
381 sea recurriendo a algo que no tenga nada que ver... en este caso es una manera de
382 mantener la atención y de que ellos estén pendientes, porque ellos saben que ... bueno,
383 no saben qué les voy a mentir, entre comillas, pero ellos sí que esperan algo... ellos están
384 a la expectativa de ... pues también me sirve eso como recurso para captar su atención.
385 A ver, porque ellos dicen, éste seguro que nos la va a intentar colar... a ver qué... entonces
386 es una manera de que ellos mismos estén pendientes de “a ver qué es lo que hace”, “a ver
387 que intenta ahora...” aparte de que a ellos pues es que le hace mucha gracia, de que coja
388 y lo tiro... lo de ah, está vivo, pun y lo tiro ... yo que sé, son tonterías que a ellos pues le
389 ...

390 INV: les motiva, les llama la atención, porque son muy chiquititos

391 J: les llama la atención

392 INV: y lo podrías haber hecho al revés, es decir, sacar cubo y decir que es un prisma

393 J: sí, lo podría haber hecho... lo que pasa es que, en ese momento, no sé por qué lo hice
394 así, pero vamos

395 INV: se puede hacer

396 J: sí claro

397 INV: indistintamente, ¿no?

398 J: sí, indistintamente.

399 INV: vale, entonces, conseguirías lo mismo, ¿no? Es decir, los cubos son prismas

400 J: vamos, lo que yo pretendo ahí simplemente es que el niño discrimine, o sea, sea capaz
401 de observar lo que es una forma geométrica y observar cuales son las características
402 propias, es decir, en qué se tienen que fijar para distinguir una forma geométrica

403 INV: vale

404 J: aunque no las conozcan. Te voy a poner un ejemplo que a lo mejor es absurdo, viste el
405 otro día que yo muchas no las conozco, jaja,

406 INV: no, hombre

407 J: pero, yo que sé, sabiendo lo que me tengo que fijar, ... a ver si me explico...

408 INV: es normal, no te vas a acordar de todas, cómo se llamaban...pero ni yo

409 J: sí, pero que sé que me tengo que fijar en los vértices, en las aristas, en los ángulos, ...
410 en cuanto miden ... o sea, que sean capaces de ... a lo mejor no saber el nombre, pero por
411 lo menos ... pues eso es un poco lo que pretendo ver con ellos, por lo menos observarlo...
412 el problema de los niños es que no observan ... no escuchan, no atienden, no ... van a su
413 ... y por lo menos que la capacidad de observación la ... la percepción, o sea, que la vayan
414 desarrollando... que sean capaces de percibir cuales son las características de... de las
415 formas geométricas en concreto...

416 INV: vale [de nuevo, busca en el ordenador un nuevo fragmento de video.
417 En este caso el correspondiente a línea 94 de la transcripción]. ¿qué
418 pretendes con esa frase? Es decir, le has dicho “los cubos son prismas, pero que tienen
419 todos sus lados iguales”

420 J: uff, pues la verdad es que es demasiado para un niño de 3 años, jaja. Eso es demasiado
421 para un niño de 3 años. Ahora que me estoy viendo, digo pobrecillos, tan chiquitillos y
422 yo diciéndole que los prismas ... los cubos son prismas pero que todos sus lados son
423 iguales...eh, uff, no sabría responderte... o sea, lo que pretendo... lo que pretendo es
424 ampliar un poquito sus conocimientos... pero realmente es un poquito... um, um, el nivel
425 es un poquito elevado para lo que es un niño de 3 años

426 INV: ¿pero les puede causar error o no tiene por qué?

427 J: um, que si le puede causar error...el que yo le meta esos conceptos tan prematuramente

428 INV: no, bueno, es tan solo decirle que los cubos están dentro de los prismas

429 J: no, error no le puede...y seguro que, por ejemplo, que E10 lo pilló rápidamente, o sea,
430 lo pilló y seguro que ella lo asimiló... y yo estoy seguro de que ese concepto lo sigue
431 teniendo ella claro... pero, por ejemplo, éste de aquí, E17 estaría diciendo me tengo que
432 callar porque cuando me mueva éste se va a poner hecho un energúmeno a decirme que
433 me esté quieto... y no tendrá ni puñetera idea de lo que se está hablando, porque su

434 realidad es otra... es un niño excesivamente inmaduro, un niño que... su realidad pues va
435 poco más allá de su cuerpo. Los niños cuando son tan chicos la realidad es su cuerpo...y
436 ya poco a poco van ampliando un poco pero... la realidad en un principio es su cuerpo...y
437 eso, la palabra prisma, cubo, y que un cubo está dentro de los prismas... es una inclusión,
438 y para los niños una inclusión no es fácil...sabes, el concepto... la inclusión, no solamente
439 en geometría, sino en otras materias... no es fácil...yo que sé... el formar parte de la
440 misma familia, el decir, si este es mi abuelo, entonces formamos parte de una misma
441 familia... son cosas que no son fáciles para el niño

442 INV: que les cuesta trabajo

443 J: hay niños maduros que, seguro que lo pillaron, otros seguro que no... hombre, yo
444 también soy de la opinión de que el nivel hay que ponerlo alto a veces, bajo a veces y que
445 la clase a veces son para niños con un nivel más alto y otras veces para niños con un nivel
446 mucho más bajo. Hay muchas veces que los niños se me aburren ... porque me tengo que
447 poner... es que hay niños que ya me están escribiendo y leyendo perfectamente y yo
448 poniendo en la pizarra “sapo”, para el niño que no sabe ni siquiera leer ni siquiera la
449 palabra sapo... quiero decir, que las clases unas veces se eleva, otras ... pero eso, es desde
450 luego un nivel bastante alto... para un niño de 3 años, te estoy hablando... el que sean
451 capaces de incluir el cubo dentro de los prismas... llevarle a error...

452 INV: ¿porque el libro siempre los separa?

453 J: yo no me acuerdo en este libro, pero creo que sí... yo creo que no he visto nunca en el
454 libro que incluya al cubo dentro de los prismas... o sea al cubo como una variedad de
455 prisma... yo no lo he visto nunca...

456 INV: vale, es que yo ...digo, a lo mejor...

457 J: ese concepto en el libro no viene, como ... el cubo dentro de los prismas, no

458 INV: es que ...yo pensaba que a lo mejor pretendías enseñarle con esa frase que cuando
459 tengan que rodear los prismas también rodeen los cubos

460 J: no, no, no...porque tú en los libros, cuando el prisma es un prisma y cuando es un cubo
461 es un cubo... es decir, que no te viene ... rodea los prismas y a lo mejor lo que te vienen
462 son círculos, o sea, esferas, pirámides, cubos y prismas, y tú tienes que meter los cubos y
463 los prismas...no

464 INV: los separa

465 J: los separa

466 INV: vale. Y ahora de esto, tú habías usado ...

467 J: bueno, sí, como tú bien dices se le ... se le presta a error, efectivamente, pero es que
468 después, nosotros mismos somos los que no incluimos al cubo dentro del prisma. Tienes
469 toda la razón del mundo ahora que lo has dicho estoy cayendo, efectivamente. Después

470 cuando le dices, rodea los prismas, pues no rodeamos los cubos, rodeamos el prisma que
471 no es un cubo, jaja, cuando realmente el cubo también es un prisma... tienes toda la razón
472 del mundo. No, pero, o sea, el libro... vamos, es un error inducido por el libro, pero que
473 efectivamente, nosotros deberíamos de corregirlo, y no lo hemos corregido

474 INV: vamos, es que yo también...

475 J: no, es cierto, es cierto. Es que ya no tenemos aquí ningún libro porque lo hemos dado
476 ya

477 INV: es que yo, en algunas lecturas, vamos de lo que estoy leyendo y eso... hay ...dicen
478 algunos que es bueno separarlos porque el niño tiene que ir adquiriendo vocabulario
479 matemático y en otros, dicen que hay que incluirlos porque si no estamos excluyendo,
480 haciendo una clasificación separada...estamos separando desde un principio. Entonces,
481 es que hay diversas opiniones

482 J: vamos, yo con expertos geométricos, pues no sé... vamos no me voy a meter yo en
483 camisa de once varas... o sea, ellos sabrán mejor que yo, pero vamos que yo creo que ni
484 una cosa ni otra, las dos cosas, es decir, ...

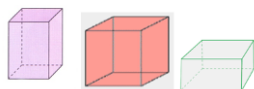
485 INV: que hay que ponerle

486 J: que hay que enseñarle ...bueno, eso, que hay que enseñarle que dentro de los prismas
487 están los cubos

488 INV: vale

489 J: y verás, también **ampliar el concepto matemático, es decir, no privarle al niño de**
490 **decirle que esto es un cubo [tomando un cubo del material facilitado por la**
491 **investigadora],** porque además es la forma geométrica más cercana para ellos...la vas
492 encima a rechazar cuando es la más ... entonces, las dos cosas, que el niño sea consciente
493 de que un cubo pertenece a la familia de los prismas pero que le metamos el concepto de
494 cubo con su terminología y con sus características propias, vamos

495 INV: vale, y hasta ahora habías utilizado estas tres figuras [se las muestra del



496 material manipulativo]

497 J: bueno, el cilindro también se ... lo metemos desde primera hora

498 INV: sí, sí, pero digo hasta ahora de esta clase

499 J: ah, hasta ahora, de esta clase

500 INV: sí, de esta clase habías puesto estas tres y ahora no sabía ¿por qué? te habías
501 centrado, estabas trabajando, eso sí, los prismas y, ... , los prismas en realidad. Y ... ¿por
502 qué habías puesto estas tres y no otras? Es por algo o no, ... no tiene nada...

Comentado [AE3]: E4 u3

503 J: porque ... ¿estas tres a qué te refieres?

504 INV: estas 3 figuras

505 J: pero ¿con esa forma concreta?

506 INV: con esa forma

507 J: hombre, pues ...por el cubo, o sea, el ..., o sea, el ...ahí el objetivo era trabajar el cubo

508 y el prisma

509 INV: sí

510 J: ya, bueno el cubo dentro del prisma, pero bueno, el cubo y el prisma...eh, y por qué

511 ponerle, concretamente, estas dos diferentes porque para que ellos comprendan que el

512 tamaño no influye a la hora de eso. Porque tú al niño, si tú le sacas esto a un niño

513 [cogiendo el prisma prototípico] esto es un prisma, después cuando tú vengas al

514 día siguiente y le preguntes qué es esto [prisma achatado], no te va a decir nunca que

515 es un prisma, porque para ellos, un prisma va a ser esto entonces [prisma prototípico]

516 INV: el prototípico solo

517 J: me explico o no, lo que tú le enseñes a un niño de esa edad, tú le digas que esto es un

518 prisma, para el niño esto va a ser un prisma ... entonces, **yo lo que pretendo es**

519 **precisamente, lo que te he dicho antes, que ellos sean capaces de ver características**

520 **de los objetos y que sean capaces ya después de usar la terminología adecuada, es**

521 decir, que el niño, eso, sea capaz de ver, vale, sí, este de aquí [señalando sobre la

522 figura sándwich] también tiene aristas, también tiene los vértices, también tiene lados,

523 son rectángulos, son cuadrados... ah, bueno, éste de aquí ... no tienen por qué ser todos

524 cuadrados... que sean capaces de ir razonando... como tú a un niño le digas, chicos esto

525 es un prisma [tomando el prototípico] ... muy bien, pero como te quedes en que esto

526 es un prisma ...no van a ver que un prisma es, por ejemplo, que te digo yo a ti, aquí

527 [señalando la torre del ordenador], bueno aquí si van a ver un prisma porque es

528 muy parecido, pero no van a ver un prisma en otros tipos de objetos, me explico... a lo

529 mejor, en un libro ya no van a ver el prisma... porque no van a ver que se relacione con

530 esta forma [tomando el prototípico]...

531 INV: porque ... y ¿qué tienen en común las tres figuras? Que tienen cuadrados como

532 bases, ¿no?

533 J: [mira las figuras] Bueno, sí, en este caso tienen, las tres, cuadrados

534 INV: pero no era por ... es decir, que no lo haces conscientemente, ¿no?

535 J: es que date cuenta de...No, no lo hago conscientemente, no lo hago conscientemente.

536 El otro día cuando tú me sacaste el prisma con la base triangular ...pues eso... sin

537 embargo eso no lo utilizamos...bueno, los mismos libros no lo utilizan, que supongo que

Comentado [AE4]: E4 u4

538 será lo que nos condiciona también, inconscientemente a nosotros a la hora de trabajar
539 ...al tu no tener ese ... esa variedad de prismas en los trabajos

540 INV: en el material, ¿no?

541 **J: eso te condiciona... también el material, efectivamente, tampoco suele venir esos**
542 **tipos de prismas. Sinceramente, no sé por qué lo hacen ... me refiero, a los que**
543 **elaboran el material... no sé por qué se limitan a estos de aquí** [señalando algunos
544 de los que le había traído la investigadora] y nosotros pues realmente, ahí...
545 hombre, supongo, ... bueno, quito el supongo, es un error nuestro, digamos que nos
546 dejamos guiar, valga la redundancia, por la guía didáctica... y deberíamos meter, por
547 ejemplo, yo me he comido con papas el concepto de prisma, esto [tomando el prisma
548 de base triangular], jaja, me lo he comido con papas... vamos éste [prisma de base
549 triangular] deberíamos de haberlo sacado también... y enseñarle a los niños que los
550 prismas no tienen por qué tener la base cuadrada... vamos que también puede tener la
551 base de mil formas...bueno, de mil no, pero de más formas, claro. De hecho, de hecho,
552 yo le enseño a mis niños esto [prisma de base triangular], y difícilmente te van a
553 decir que es un prisma, vamos te van a decir, porque de hecho yo lo he sacado así, como
554 una pirámide...porque si te fijas, yo mismamente les he puesto en el error.

555 INV: vale

556 J: de hecho, tú a un niño le enseñas eso y seguro que ninguno te dice que eso es un
557 prisma... vamos y el que te lo diga es porque se ha equivocado... porque al igual que te
558 ha dicho prisma, te podía haber dicho esfera. Pero, porque lo sepa seguro que no, pero
559 claro, porque no lo hemos trabajado. Hemos trabajado distintas variedades de prisma,
560 pero no todos. Efectivamente, solo con la base rectangular, ah, y cuadrada

561 INV: después, en las otras clases, sí que ya pones algunos prismas con base rectangular

562 J: sí, son rectangulares todas, ¿no?

563 INV: sí, pero aquí al principio, lo que me llamaba la atención es que lo que tenían todas
564 en común era que los 3 prismas que presentabas tenían la base cuadrada

565 J: bueno, viene básicamente marcado

566 INV: ¿por el libro?

567 J: por el material del que disponemos

568 INV: vale

569 J: y después pues también lo que vamos a trabajar en el libro. En el libro, las bases de los
570 prismas siempre son cuadrados.

571 INV: eso sí

Comentado [AE5]: E4 u5

572 J: Pero ahí, fíjate que también ahí... hay esa limitación mía, yo he intentado que mis
573 alumnos vayan a más a la hora de analizar un prisma y que sean capaces de ver que ...

574 INV: las características

575 J: que sean capaces de ver que no tienen por qué ser siempre cuadradas... que pueden ser
576 rectangulares las bases... pero, sin embargo, **yo mismo me he auto-impuesto un límite**
577 **al no aceptar, por ejemplo, un prisma con una base que no sea de 4 lados,**
578 **independientemente de que sea un cuadrado o un rectángulo. Yo mismo me he**
579 **impuesto ese límite y se lo he transmitido a ellos ese límite**

Comentado [AE6]: E4 u6

580 INV: no, pero el otro día sí, lo de los hexágonos, los de la base octogonal sí, ésta [prisma
581 de base triangular] es la que te costó más trabajo, la de tres lados

582 J: sí

583 INV: vale, yo aquí tengo algunas afirmaciones, para que me digas si son verdaderas o
584 falsas. Por ejemplo, ésta: **¿un cuadrado es un rectángulo?**

585 **J: un cuadrado es un rectángulo [pensativo]. No, un cuadrado tiene sus cuatro lados**
586 **iguales**

Comentado [AE7]: E4 u7

587 INV: vale, y ¿un prisma es un cubo?

588 J: un prisma

589 INV: ¿un prisma es un cubo?

590 J: bueno, un cubo es un prisma

591 INV: vale, al revés no...

592 J: vamos a ver, jaja, espérate que lo intente razonar. O sea, tú me preguntas si un prisma
593 es un cubo... no, hombre, no, porque esto [tomando el prisma prototípico] es un
594 prisma y no es un cubo

595 INV: vale. ¿un cuadrado tiene 6 caras?

596 J: un cuadrado tiene 6 caras, ehh, sí

597 INV: ¿un prisma es una pirámide?

598 J: un prisma no

599 INV: ¿un cuadrado tiene 2 a 2 iguales sus lados?

600 J: un cuadrado...no, son todos sus lados iguales, no dos a dos

601 INV: no tiene 2 a 2 iguales sus lados

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

602 J: no, verás, no porque son los 4 iguales. Aquí si tiene 2 a 2, pero son 2 a 2 sí... es igual
603 que... vamos, no sé si me estoy explicando, 2 a 2 no, sino que son los 4 iguales, no dos a
604 dos, vamos, creo

605 INV: y ¿un cubo tiene 6 lados?

606 J: un cubo tiene ..., claro, ah, entonces antes que me preguntaste ¿un cuadrado?

607 INV: un cuadrado

608 J: un cuadrado me preguntaste si tiene ...

609 INV: 6 caras

610 J: no, un cuadrado tiene 4 lados, no tiene caras, de hecho.

611 INV: vale. Y un cubo tiene...

612 J: 6 caras. Ahora, cuando me has preguntado ... por eso te he dicho, entonces, ¿antes que
613 me has dicho? No, no, un cuadrado, tienen, ... no tiene caras, de hecho, un cuadrado tiene
614 lados, 4 lados. Y un cubo si tiene 6 caras.

615 INV eso. Vale, ahora, a ver ... es que esto lo tengo en la transcripción [la investigadora
616 busca el documento impreso, transcripción de la clase]. Yo lo que manejo es
617 esto, esto y estas son las figuras y yo le llamo “sándwich” ... a ver, aquí ... y esto son los
618 niños, a los que le llamo E1, E2 ... y para saber cuáles son pues lo tengo aquí. De aquí
619 [líneas 118-124 de la transcripción], les dices “los rectángulos se parecen a los
620 cuadrados, pero no son iguales”

621 TRANSCRIPCIÓN: Los rectángulos se parecen a los cuadrados pero no son iguales.
622 Acordarse de que los rectángulos [Es interrumpido por E7]
623 E7: son como los móviles
624 J: sí, es verdad, los móviles parecen rectángulos, son prismas. E13 atiende. Los
625 prismas [Señalando sobre el rectángulo del prisma de base cuadrada que tiene en
626 la mano] son más largos que los cubos, tienen un lado más largo que otro, es por
627 lo que se diferencian de los cubos

628 J: los cuadrados se parecen a los rectángulos, pero no son iguales

629 INV: y les dices, “los prismas son más largos que los cubos, tienen un lado más largo que
630 otro, y es por lo que se diferencian de los cubos” ¿qué quieres decir con los rectángulos
631 se parecen a los cuadrados, pero no son iguales? ¿Esto que me has estado diciendo antes,
632 lo de ...?

633 J: a ver, mira, para el niño el concepto cuadrado si lo tienen...si lo tienen en su vida

634 INV: lo conocen

635 J: lo conocen más, la palabra rectángulo no, entonces, es como una manera de
636 introducirse, pues a partir de algo que él sí conozca. Entonces, yo al rectángulo, pues
637 quiero llegar partiendo de algo que ellos si conocen

638 INV: que es más próximo

639 J: que es más próximo, que sí conocen, en este caso, el cuadrado

640 INV: vale

641 J: entonces, ellos si son capaces... o sea, les resulta más fácil comprender un rectángulo
642 a partir de algo que ya conocen

643 INV: sí

644 J: es que no sé ahora mismo ponerte un ejemplo...para que entiendas lo que te quiero
645 decir, vamos, no sé si me estás entendiendo

646 INV: sí, sí

647 J: pero si no pues para ponerte un ejemplo con algo que es más... que lo veas más claro...
648 pero vamos, el objetivo es ese, que consigan...la palabra cuadrado la tienen más o menos
649 en su vida diaria, lo conocen, saben lo que es un cuadrado, pues a partir de ahí, llegar al
650 rectángulo. Que, de hecho, para ellos, te asocian un rectángulo a un cuadrado. O sea, ellos
651 te incluyen...

652 INV: eso que es uno de los errores que tu dijiste que hacían

653 J: claro

654 INV: eso me dijiste, que el decir que era un rectángulo no lo veían

655 J: sí, porque ellos en lo que se fijan es en la forma, de todos los lados iguales, así, sabes...
656 no se fijan en que deben de discriminar que un lado es más largo que otro, me explico

657 INV: sí

658 J: o sea, tú partes de algo, de una palabra que ellos conocen, de un concepto que, aunque
659 distorsionado, tienen interiorizado, para intentar reestructurárselo tú un poco. Porque de
660 hecho el rectángulo no lo tienen, como tal en su léxico, pero ellos si tienen mentalmente
661 si tienen más o menos una especie de ... de imagen de lo que es un rectángulo... lo que
662 pasa es que no utilizan la palabra rectángulo, utiliza la palabra cuadrado

663 INV: ah, la imagen ...ah, a esto, al rectángulo también le llaman cuadrado

664 J: sí, al principio le llama cuadrado. Tu a un niño de 3 años le pones ... esto [apoyándose
665 en una de las caras laterales de un prisma prototípico], de 2 dimensiones
666 me refiero, y ellos lo van a llamar cuadrado... bueno, el que tenga el concepto cuadrado,
667 el que no lo tenga, te va a decir...triángulo, esfera... o directamente no te va a saber
668 decir... pero los niños que están familiarizados con la geometría, sabes, y no los
669 conceptos definidos, pero sí tienen una idea,...tienen una propia construcción mental de
670 lo que es la geometría, te van a confundir o te van a incluir el rectángulo como un
671 cuadrado

672 INV: dentro de los cuadrados

673 J: por eso, yo parto del cuadrado, sabes, para que ellos lo discriminen ...

674 INV: del rectángulo

675 J: del rectángulo

676 INV: y ahora, de aquí

677 J: pasa un poco como con las esferas y los cilindros, ¿no?

678 INV: con las esferas y los cilindros. Ah que también ...

679 J: el que rueden...son las características

680 INV: ah, eso lo tengo ahora... porque me meto a los cilindros

681 J: o sea, la palabra cilindro para ellos es ... aunque la palabra esfera tampoco, pero

682 el concepto cilindro ... para ellos es más difícil o menos cercano que la esfera... para

683 ellos esta forma [tomando del material facilitado por la investigadora, una

684 esfera] si es muy ...

685 INV: claro, la pelota es a lo que más lo asemejan

686 J: ellos ven esto [tomando del material facilitado por la investigadora, una

687 esfera] y ven una pelota claramente. Entonces, aunque la palabra esfera no la tengan,

688 pero sí tienen el concepto ... si lo tienen mucho más...

689 INV: la imagen mental del concepto

690 J: éste de aquí [refiriéndose al cilindro] no, no. Entonces, para trabajar el

691 cilindro, pues ¿en qué te basas?, pues en características ... o ¿de qué partes? O ¿Qué

692 es lo más parecido... a un cilindro? para trabajar con ellos el cilindro, pues la esfera,

693 ¿no? Porque ruedan los dos

694 INV: vale

695 J: ya a partir de ahí pues empiezas a ver las diferencias, ¿Qué le pasa a la esfera que

696 no al cilindro? Pues que esto [esfera] rueda por todos los lados y esto [cilindro]

697 no, ruedan, por un lado. Pues entonces, ahí ya ...pero de qué partimos, más o menos.

698 No solo de qué partimos, si no de qué características te fijas básicamente ... pues en

699 que rueda ... yo que sé, un poquito ... tú, para conocer algo, lo contraponen a otra

700 cosa... generalmente el aprendizaje... bueno...una de las formas de aprendizaje es esa,

701 tú sabes que esto es azul [señalando la mesa del ordenador] porque es azul, pero

702 también lo contraponen a otro color para saber... no sé si me explico, lo que quiero decir

703 INV: sí

704 J: es decir, tú para conocer algo, muchas veces tú lo contraponen a otra cosa

Comentado [AE8]: E4 u8

Comentado [AE9]: E4 u9

Comentado [AE10]: E4 u10

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

705 INV: vale, yo en esto estaba equivocada también, porque yo pensaba que tú partías de
706 figuras con todas las caras planas [señalando prisma prototípico], después algo que
707 tuviera algo que no fuera plano [señalando cilindro], y después ya, nada plano
708 [señalando la esfera].

709 J: no, pues esa no era mi... jaja

710 INV: pues claro...

711 J: jaja, vamos, hubiera estado muy bien hacerlo así, pero la verdad es que no hilé tan fino,
712 jajaja

713 INV: no, no hilar, es hilar diferente... por eso me hace falta esto, el preguntarte

714 J: no, que va, no ... vamos que, de hecho, ... vamos, tú dame ideas así ... porque me
715 sirven para que también al año siguiente ...

716 INV: no, pero también está bien eso

717 J: no, pero de aquí, para el año que viene, lo primero que voy hacer [tomando un prisma
718 de base triangular] es corregir mi concepto de prisma. Quiero decir, que todo lo que
719 tú me digas, y vamos lo que me has dado, esa idea de ahora, pues a mí me parece muy
720 bien. No, aunque haya podido dar la impresión, yo no... no era mi intención, vamos

721 INV: pues yo pensaba que era así

722 J: no era mi intención, la verdad

723 INV: vale, bueno, seguimos. En los cilindros les dices que tienen 2 caras planas

724 J: los cilindros, que tienen 2 caras planas...eso es

725 INV: y ¿por qué cuando trabajas los prismas no les dices que tienen las caras planas? ¿O
726 es que ellos ya lo tienen muy asimilado?

727 J: eh, bueno, verás tú, yo no le digo que tienen las caras planas, porque yo no utilizo, o
728 sea, que yo en ningún momento digo ¡fijarse que todas las caras del prisma son planas!

729 INV: no, no

730 J: eh, no sabría darte una respuesta...o sea, el motivo concretamente no lo sé, o sea, que
731 porqué aquí [señalando prisma] no le digo que son todas planas y aquí [señalando
732 cilindro] que tiene dos planas sí se lo digo. No sé, como tiene todas las caras planas,
733 pues doy por hecho... que ellos lo están viéndolo también. Sí, claro, pero sí, tendríamos
734 que trabajarlo, que tienen todas las caras planas, también

735 INV: vamos lo que digo a ver si ...

736 J: es que aquí pues hago esa diferenciación, dentro de la misma forma geométrica ...

737 INV: es que fue también en mayo, entonces, no sé si cuando tú trabajaste al principio los
738 prismas, o lo que sea...ya eso ellos lo tienen ... lo sabían o ...

739 J: ¿el qué?

740 INV: el que son todas las caras planas en los prismas

741 J: hombre, verás...yo pretendo... vamos, pero las imágenes son las imágenes, jaja. Yo
742 ahora mismo no sé si lo utilizo o no... desde luego, mi idea es que ellos trabajen...
743 trabajen las formas planas... o sea, que tengan el concepto de ... de ... a ver cómo me
744 explico... para que lo puedas entender bien. Vamos a ver, el que sean las caras planas ahí
745 [señalando prisma], es una característica, ... o sea, que no es diferenciadora... dentro
746 de la misma forma geométrica

747 INV: sí, porque aquí [prisma] todas son planas y aquí [cilindro] lo que haces es
748 diferenciarle las caras planas de las caras curvas

749 J: sí, más o menos. Eso es más o menos por qué aquí [prisma] no lo utilizo y aquí si lo
750 utilizo [cilindro]

751 INV: vale

752 J: vale, porque eso, aquí son todas iguales, entonces, ... pero claro aquí es algo que
753 deberíamos, aun así, de incidir en eso, claro. Pero el motivo de en porqué en una lo hago
754 y en otra no lo hago es ese, porque ahí [prisma] no es algo diferenciador dentro de la
755 forma geométrica y aquí [cilindro] sí, si es característico

756 INV: estás intentando justificar la parte...

757 J: son dos características que tiene esto que no lo tiene aquel, es decir, que tiene

758 INV: que tiene dos caras planas

759 **J: o sea, que no son las caras iguales y aquí si son todas sus caras iguales, por tanto**
760 **en prisma pues no es un elemento diferenciador, y aquí [cilindro] sí es un elemento**
761 **diferenciador, porque tiene dos pero el resto no es plano...**

762 **INV: es curvo**

763 **J: es curvo... um, ese es el motivo por el que aquí no lo utilizo y aquí si lo utilizo. De**
764 **todas maneras, ellos, el concepto de que es plano... sí lo tienen en el sentido de que**
765 **eso si lo trabajamos nosotros, con lo de que ruedan y no ruedan.**

766 **INV: la clasificación ...**

767 J: tú me dices que esto es en mayo

768 INV: sí, es en mayo

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

769 J: así que probablemente ahí ya ... aunque ahora mismo no recuerdo muy bien, pero claro,
770 nosotros eso, siempre lo utilizamos ...

771 INV: la clasificación primera que hacéis es de rodar y no rodar, ¿no?

772 J: sí, de rodar y no rodar, efectivamente

773 INV: pero solo con estos [señalando prisma, cubo, cilindro y esfera], ¿no?

774 J: es que a ellos es lo que más le llama la atención

775 INV: con las 4 estas, ¿no?

776 J: con esas 4

777 INV: no con esta [pirámide]. No con la pirámide, ni el cono

778 J: no, porque la pirámide se mete más tarde, y el cono también se mete más tarde. De
779 hecho, el cono se ha metido este año.

780 INV: eso, sí

781 J: entonces, para ellos ..., o sea, el que sea ... o sea, ahí... el que la forma geométrica esta
782 [prisma] tiene todos sus lados planos... eso ya lo tienen asimilado por el tema de rodar
783 y no rodar...

784 INV: vale, de la clasificación que haces

785 J: entonces, eso ellos ya lo tienen asimilado, vamos, asimilado... quien lo tenga asimilado,
786 evidentemente... porque habrá quien no lo tenga... aunque bueno, eso sí lo tienen, el que
787 rueda y no rueda sí lo tienen muy asimilado... porque les llama mucho la atención, es muy
788 cercano para ellos, es muy significativo. Les llama mucho la atención el que una cosa
789 ruede y que otra cosa no ruede... el que después ya no incido más en el hecho de que son
790 las caras planas ... pues ... bueno, básicamente eso, porque no es algo diferenciador entre
791 las formas geométricas, pero sí es característico... sí es característico

792 INV: y lo de las dos formas... es que yo también digo... a lo mejor es para diferenciarlo
793 de los conos... donde éstos solo tienen una cara plana... y otra curva

794 J: pero nosotros... vamos yo ahí ...

795 INV: todavía no lo trabajabais

796 J: no, ahí no...

797 INV: ni pensabas en cono...

798 J: no, yo ahí no estoy pensando en lo que después vamos a meter, que es el concepto de
799 cono... para ellos, el concepto de cono, lo significativo es que es como un prisma pero
800 que termina en un piquito

801 INV: ah, ¿qué es como un prisma?

802 J: como un cilindro, perdona, como un cilindro pero que termina en pico. Es una forma
803 geométrica que es muy cercana a ellos... yo no sé porque la trabajamos, sin embargo,
804 después más tarde, y para ellos, es más cercano que un prisma... ya te digo, marcados
805 también por lo que son las unidades didácticas...

806 INV: del libro

807 J: por lo que ...por la programación del libro, que siempre comienza por el rectángulo...
808 sin embargo, para ellos es más cercano el cono...les cuesta mucho menos trabajo el
809 cono... fallan mucho menos en el cono, y lo trabajamos, más tarde y muchísimo menos...
810 y sin embargo, no fallan. ¿por qué? Porque está en su vida

811 INV: y ¿la pirámide también?

812 J: la pirámide también, pero todavía les resulta más fácil el cono...

813 INV: más fácil el cono

814 J: verás, la pirámide también les resulta muy fácil. Es una forma geométrica para ellos
815 muy significativa

816 INV: y la pirámide, ¿está en el libro de 3 años?

817 J: pues ahora mismo no me acuerdo, pero yo creo que estaba en el libro de 3 años

818 INV: que estaba, vale

819 J: no me acuerdo, eh, pero yo creo que sí

820 INV: sí, tú en esta clase sí la trabajas

821 J: pues si lo trabaja, desde luego, lo he trabajado yo seguro. Lo que pasa es que no sé si
822 lo trabajé porque lo consideré que lo tenía que trabajar o porque venía en el libro. Si no
823 venía en el libro, es una forma geométrica, de todas maneras, que la trabajamos porque
824 ... y además, el triángulo... para ellos es muy ... hombre, que normalmente el triángulo
825 para el niño es muy cercano a ellos ... y como nosotros llegamos a todas las formas planas
826 a partir de las 3 dimensiones, por eso, independientemente de que viniera o no... en el
827 libro de texto, nosotros lo trabajamos seguro

828 INV: eso, intentas llegar a la forma plana... y esto [poniéndole fragmento de video
829 de clase, correspondiente a las líneas 176-186 de la transcripción] ¿por
830 qué no quieres que se queden ... que te digan pelotas? ¿Quieres que te digan esferas?

831 TRANSCRIPCIÓN: J: Ahora vamos a ver las pelotas. Chicos, hemos visto los cubos
832 [Cogiendo del montón un cubo], hemos visto los prismas [Cogiendo del montón un
833 prisma], hemos visto los cilindros [Cogiendo del montón un cilindro] y ahora
834 vamos a ver... [Cogiendo una esfera]

835 E5: la pelota de fútbol

836 J: no, de pelota nada. Una ¿qué?

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

837 Es: esfera
838 J: fuerte. Una ¿qué?
839 Es: esfera
840 J: una esfera, muy bien. Esto es una esfera [Mostrando la figura con forma de
841 esfera que ha cogido del montón] (Las esferas no venían en este material
842 manipulativo, pero él las ha introducido, son objetos de la clase).

843 J: hombre, por ampliar un poquito, por ampliar...

844 INV: vocabulario matemático, ¿no?

845 J: que sea un poquito más riguroso. Hombre, **tú tienes que partir siempre de cosas muy**
846 **cercanas al niño. Tienes que partir de la palabra pelota, porque es lo que ellos**
847 **conocen, ... pero les debes de corregir, de subir un poquito el nivel, por así decirlo y**
848 **que vayan adquiriendo un poquito de ...**

849 **INV: de conocimiento matemático**

850 **J: que eso, que básicamente es el ampliar un poquito el vocabulario, vamos, el**
851 **vocabulario matemático.** Que no se queden en pelotas, ... partimos de pelotas... me
852 estás diciendo que ya es en mayo... probablemente, cuando la sacáramos diríamos
853 solamente la palabra pelota y probablemente le diría: “¿sabéis también como podemos
854 llamar a las pelotas?”. Sabes, partiríamos de la palabra pelota para familiarizarlos a ellos
855 con la forma geométrica y ya después meteríamos el concepto esfera. Que las cosas que
856 son como las pelotas, se llaman esferas. Entonces, tú sacas que son ...

857 INV: vale. ¿Es un vocabulario impreciso?, ¿incorrecto?, ¿incompleto el llamar pelotas a
858 las esferas o no?

859 J: es incompleto...bueno, incorrecto no es... hombre es adaptarlo a la realidad del niño,
860 es adaptarlo a su realidad, los niños la forma esférica la tienen muy asimilada porque lo
861 ven en la fruta, en las pelotas, en la luna, en los astros...es decir, que para ellos la palabra
862 esfera es muy ... eso, pero para ellos, a lo que más asocian la esfera es a una pelota,
863 porque de todas esas cosas, ¿con lo que ellos juegan que es? Con una pelota. Difícilmente
864 un niño te va a decir, ui, es una fruta, una sandía, por ser más específico, ¿no? Un niño
865 pues una pelota es lo que más...

866 INV: le llama la atención

867 J: entonces, tú tienes que partir siempre de lo más próximo al niño, ya te digo que los
868 niños a esas edades aprenden a partir de su cuerpo, y poco a poco van...

869 INV: sí, eso es en el curriculum, es lo de conocimiento de sí mismo, ¿no?

870 J: entonces, a partir de ahí van ampliando, ¿no? Entonces, tú tienes que partir de lo más
871 cercano al niño. Lo más cercano al niño ¿qué es? Pues una pelota

872 INV: vale

873 J: te lo asocian a una cabeza, te lo asocian a ... siempre a cosas...

Comentado [AE12]: E4 u12

874 INV: sí, de su entorno

875 J: cada vez lo van extrapolando más a ... contextos más alejados de su realidad, como te
876 he dicho, desde su cabeza que es redonda hasta la luna que también es redonda. Ya fíjate
877 si nos hemos ido lejos de su realidad...o de su cuerpo

878 INV: vale, y ahora, después les das propiedades... les dices que ruedan por todos los lados

879 J: le decimos que ruedan por todos los lados

880 INV: y ¿existen más figuras que rueden por todos los lados? ¿Qué no tengan ninguna cara
881 plana?

882 J: aparte de la esfera...[pensativo]. Bueno que rueden por todos sus lados pero que sus
883 caras, ... porque, o sea, verás, hombre, porque tú coges a lo mejor un ... un poliedro de
884 estos, con muchísimas caras y a lo mejor rueda... pero, hombre, no porque sea esférico.
885 Rueda porque pueda rodar, porque tenga tantas caras, a lo mejor, que pueda rodar, pero
886 digamos, porque sus caras sean curvas, no. Vamos, que yo caiga ahora mismo, no. No sé
887 si lo hay, la verdad. Vamos, mi respuesta es no, pero por casualidad ¿lo hay?

888 INV: sí, tú mismo me diste uno el otro día, el elipsoide. Bueno, hay más, pero ...

889 J: ui, jop, ¡qué tonto! Es verdad, es verdad, claro, el ovoide. No he caído ahora, ves tú.
890 Vamos, que he cometido ahí un error, porque lo he asociado a la esfera también... no sé
891 ahora por qué ...pero lo he incluido dentro de la esfera

892 INV: dentro de la esfera... claro, porque como es ... vamos que rueda por todos los lados

893 J: al ser todos, me he ido a esfera. Ves, si nosotros mismos tenemos esos errores
894 conceptuales, fíjate los niños...

895 INV: bueno, [pone otro fragmento de video, lo correspondiente a las líneas
896 192-195 de la transcripción]. es muy poquito, era: "los cilindros también rodaban,
897 pero las esferas ruedan por todos los lados"

898 J: las esferas por todos los lados y, no solo, por un lado

899 INV: y, bueno, pero eso ya me lo has contestado, ... vamos me has comentado que tú
900 partes de la esfera que es lo que más conocen y después vas al cilindro, vale, ya con eso

901 J: sí, para ellos... o sea, tú le dices a los niños ... ahora lo vas a ver... bueno, no sé ahí
902 [refiriéndose al video] lo que saldrá o no...pero vamos, probablemente sean capaces
903 de decir, 2500 cosas que tienen forma de esfera y sin embargo de cono...de cilindro,
904 seguro que no son capaces de decirte... tú te pones a pensar con ellos y sí que le sacas
905 cosas... empiezan a salirte... pero que ellos espontáneamente te digan cosas que tengan
906 forma cilíndrica, difícilmente... sin embargo, de esfera, o sea, formas esféricas si son
907 capaces de decirte muchas, porque es algo que están mucho más...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

908 INV: pues en eso no había caído, la verdad. Y después tú les presentas eso, le presentas
909 el fiso, le presentas el cilindro de madera, ...

910 J: eso, se lo doy yo para que ellos lo vayan ... porque, ya te digo, ellos de por sí no son
911 capaces ... además, y son cosas que están en su vida pero no... no han tenido esa
912 capacidad de ... de discriminarla, porque además no es algo, para ellos... el cilindro no
913 es algo significativo para ellos, la esfera sí, porque la asocian a una pelota... y para ellos
914 una pelota sí es muy significativa... un globo, son cosas... bueno, un globo que es un
915 ovoide, jaja, pero vamos, para ellos, esfera... bueno, y para mí, jaja, es lo mismo... pero
916 sí, para ellos una esfera, una pelota y un huevo... pues ellos no ven la diferencia

917 INV: y ¿es lo mismo redondo que, que ruedan por todos los lados?

918 J: ¿es lo mismo redondo a que, que rueden por todos los lados? [pensativo]

919 INV: bueno, a ver, te voy a poner el trocito éste [busca en el video el fragmento
920 al que se refiere. Líneas 228-241]

921 J: bueno, no, no es lo mismo... hemos hablado antes, precisamente de que hay cosas que
922 ruedan por todos los lados y no son redondas

923 INV: vale [pasa a ponerle el fragmento de video, líneas 228-241]

924 TRANSCRIPCIÓN: J: A ver, antes de partir, E19, ahí hay dos esferas más, dame una
925 de las esferas que quedan. Vente para acá, E19.

926 E19: [Se acerca y mira las figuras que hay]

927 J: acuérdate, E19, las esferas son las redonditas, como pelotas.

928 E19: [está pensativa]

929 J: E19, ¿me das una esfera? E19, ¿esto es una esfera? [Tomando un prisma de base
930 cuadrada del montón]

931 E19: no

932 J: no, esto no rueda por todos los lados [Colocando en el suelo el prisma e
933 intentando hacerlo rodar]. ¿Esto es una esfera, E19? [Tomando una esfera]

934 E19: sí

935 J: sí, muy bien. A ver, me va a dar la otra esfera que queda E16.

936 E16: [Se levanta y se la da]

937 J: muy bien E16, fantástico. La guardamos

938 J: bueno, pero las esferas sí son redonditas

939 INV: en esto que le has dicho “las esferas son como pelotas”, ¿es cómo lo mínimo que
940 tienen que adquirir?

941 J: es un concepto... es el concepto más... o sea, es..., bueno, sí, claro, es lo mínimo que
942 yo pretendo que un niño sea capaz de ver en una esfera, que son redondas... si te fijas,
943 aquí tampoco metemos los conceptos de línea, o sea, de curva... si te fijas, eso ahora
944 mismo no nos metemos ahí... lo básico que yo pretendo ahí es que ellos sean capaces de
945 discriminar lo más característico, en este caso, es eso

946 INV: que son redonditas, que son como pelotas

947 J: eso, que son como pelotas, es lo básico... es lo mínimo que pretendemos... que
948 pretendo ahí

949 INV: eso, es que me llamaba la atención, ... porque sé que le cuesta, y demás, y te
950 quedabas en eso...

951 J: si te fijas, bueno, yo probablemente..., porque es esta niña, porque si fuera otra niña no
952 se lo hubiera puesto tan masticado...

953 INV: eso, sí, yo he cogido este ejemplo porque...

954 J: es que esta niña, es una niña que falta muchísimo a clase, ... es que probablemente esta
955 niña, a lo mejor, ... es que ... bueno, da la casualidad de que vino ayer... en el libro de
956 arte [trabajan por proyectos el resto de asignaturas y hacen un cuaderno
957 con los trabajitos que han ido haciendo a lo largo del trimestre], que
958 trabajamos el arte también, que con el proyecto este pues hemos trabajado primero
959 Velázquez y después Murillo, pues no tiene ni un trabajo hecho de Murillo... ni uno...
960 todos los niños con 7 o 8 trabajos que hemos hecho de Murillo, del libro de Murillo... de
961 la historia, o sea, de su vida, ... y esta niña pues no tiene ninguno... esa niña ¿qué conoce
962 de Murillo?

963 INV: nada

964 J: no ha venido ningún día que hemos hablado de Murillo, pues esa niña la palabra Murillo
965 pues le sonará a muralla, o yo que sé... vamos no le sonará Murillo, no tiene ni idea... es
966 una niña que, si falta mucho, quiero decir, que estará muy poco familiarizada con esa
967 terminología matemática a la que pretendemos llegar, por eso a ella hay que dárselo ...

968 INV: lo mínimo

969 J: una esfera, es redondito, que es como una pelota, ...

970 INV: vale, y ...

971 J: pero ya una niña como, por ejemplo, como E10, que primero pues que tiene más
972 capacidad, porque, bueno, pues hay niños... hay personas con más capacidad y otras con
973 menos, y además, que es una niña que viene, que atiende,... a ésta sí que le puedes decir
974 pues venga E10, aquí, coge la forma geométrica que tenga... que sea todo curvo, que
975 sea... eso, que todos sus lados sean curvos, ¿no? O bueno, que tenga un único lado curvo,
976 ¿no? No sé ahora cuál sería la terminología correcta.

977 INV: sí

978 J: Y ella sí sepa cuál es... porque eso, de tanto hablar en la clase, de tanto repetirlo, ...
979 ella sí ha ido asimilando, poco a poco, los conceptos... ha sido capaz de ir formando su
980 propia imagen mental... y sí, pero tú a E19, tú le dices ... E19, coge el cilindro y no. Tú
981 le tienes que decir, E19, coge una cosa que ruede. Vale. Pero que ruede, pero que no ruede

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

982 por todos los lados, si no que rueda por un lado sí y por otro no... sabes, porque ella no
983 ...

984 INV: vale. Y ¿por qué insistes en darle ejemplos de las cosas? Ejemplos de coger la esfera,
985 coge el cilindro ... ¿por qué intentas ...?

986 J: pero ejemplos...

987 INV: es decir, que ellos te den de la clase cosas que sean prismas, cosas que sean esferas
988 ... cosas que sean ...

989 J: la capacidad de percepción, para que ellos sean capaces de percibir en la realidad lo
990 que estamos trabajando ... sabes

991 INV: vale

992 J: es una manera, un poco, de darle sentido a lo que estamos trabajando, ¿no?

993 INV: pero es desde el aprendizaje de los niños, no desde tu enseñanza, ¿no?

994 J: no, no, es desde la realidad de ellos. **De la realidad, en el sentido..., es decir, que, si**
995 **nosotros estamos trabajando la esfera, que ellos sean conscientes de que en su**
996 **realidad hay esferas, sabes, y cuando ellos estén en esa realidad, independientemente**
997 **del colegio, sean capaces de...**

998 **INV: de saber que eso [señalando un libro] es ... un prisma, de que eso [señalando**
999 **bola del mundo] es una esfera, ... vale**

1000 **J: es un poquito de eso ... de contextualizar un poco ... pues eso, lo que estamos**
1001 **aprendiendo...**

1002 INV: [la investigadora le pone otro fragmento de la grabación de clase,
1003 que corresponde con las líneas 242-249 y 271-303]

1004 TRANSCRIPCIÓN 242-249:
1005 J: ah, aquí ya habíamos estampado y todo
1006 INV: sí
1007 J: claro, claro
1008 INV: bueno, ¿por qué estampas...?, bueno, ¿por qué partes la esfera para
1009 estamparla?
1010 J: pues verás, te lo voy a decir. Vamos a coger la esfera [Tomando la bola de
1011 plastilina] y la vamos a partir... (esto no lo hemos hecho nunca INV). Esto no lo
1012 hemos hecho nunca. Vamos a partir la esfera, esto no lo hemos hecho nunca,
1013 habíamos estampado cilindros, pero nunca habíamos estampado esferas. Vamos a
1014 coger el papel y vamos a coger la pintura, vale, para ver qué es lo que nos
1015 queda cuando partimos una esfera. Vamos a ver, un momentito [Se levanta por un
1016 papel y pintura]. Tráeme el plato, E6, por favor.
1017 TRANSCRIPCIÓN 271-303: J: un cilindro, fantástico. Vamos a coger y vamos a partir
1018 la esfera [Tomando de nuevo la esfera de plastilina]. Nunca hemos partido
1019 esferas. Vamos a partirla por la mitad. Vamos a partir la esfera por la mitad.
1020 Tatatatata... [Partiendo con el cuchillo la esfera de plastilina por la mitad].
1021 Mirar chicos, he partido la esfera en dos.
1022 E7: se parece a un huevo en 2 partes

Comentado [AE13]: E4 u13

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

1023 J: He partido la esfera en dos, en dos partes iguales. Hemos partido la esfera
1024 en dos partes iguales. Si yo cojo esta esfera [Tomando una semiesfera de
1025 plastilina, una de las dos partes de la esfera que ha partido] y...
1026 E7: y la estapa
1027 J: y la estampo. E7 se dice "estampar". La estampo...y le vamos a poner pinturita
1028 [Pinta la cara plana de la semiesfera]... Si yo cojo la esfera, la parto por la
1029 mitad, le pongo pinturita y ahora la estampo, ¿qué me saldrá? [Mostrando la
1030 semiesfera pintada] Un ¿qué?
1031 Es: un cilindro
1032 J: ¿cómo?
1033 E1: un cilindro
1034 E7: círculo
1035 J: ¿un cilindro me saldrá? A ver, E7, tú ¿qué me has dicho que saldrá?
1036 E7: un círculo
1037 J: un círculo. E1 dice que saldrá un cilindro, ¿qué creéis por aquí que saldrá?
1038 E11, ¿qué crees que saldrá cuando yo estampe esto? [Mostrándole la semiesfera
1039 pintada, mostrándole el círculo pintado] Un ¿qué? ¿Qué saldrá cuando yo estampe
1040 la mitad de la esfera en un papel?
1041 E5: un planeta
1042 J: no E5 un planeta no sale ¿qué saldrá?
1043 E6: estámpalo
1044 J: ¿lo estampamos y lo vemos?
1045 Es: sí
1046 J: vamos a estamparlo chicos [Estampa la parte plana de la semiesfera en un
1047 papel] ¿qué ha salido?
1048 Es: un círculo
1049 E7: un círculo lo que he dicho yo

1050 J: ah, aquí ya habíamos estampado y todo

1051 INV: sí

1052 J: claro, claro

1053 INV: bueno, ¿por qué estampas...?, bueno, ¿por qué partes la esfera para estamparla?
1054 J: para llegar al círculo

1055 INV: porque tu objetivo es llegar a las formas planas, y para llegar a las formas planas...
1056 J: claro, llegar a las formas planas a través de ...

1057 INV: llegar a las formas planas con todas las figuras, porque tiene que ser con todas las
1058 figuras, ¿no?

1059 J: ¿cómo que tiene que ser con todas las figuras? No he entendido la pregunta
1060 INV: es decir, el círculo también lo da ya con el cilindro
1061 J: el círculo lo llegamos... claro
1062 INV: pero... es llegar con todas las figuras, ¿no?

1063 **J: es llegar con todas las figuras tridimensionales llegar a alguna forma plana o que**
1064 **ellos vean que las formas planas vienen de las formas tridimensionales,** y que pueden
1065 ser de varias, además. Por ejemplo, ellos saben que el círculo, en este caso viene del

Comentado [AE14]: E4 u14

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

1066 cilindro, que es lo más evidente para ellos... pero que también puede llegar de una
1067 esfera...

1068 INV: y ... ¿de una esfera o de ...? O de... [tomando la semiesfera] ¿cómo se llama?

1069 J: una esfera...hombre, nosotros partimos la esfera por la mitad y nos queda ...una
1070 semiesfera [tomando la semiesfera]

1071 INV: eso, que lo que tú estampas es una semiesfera

1072 J: jaja, una semiesfera

1073 INV: vale. Um, pero no le das ese término de semiesfera ¿por qué? ¿por no añadir mucho
1074 vocabulario? O ¿por qué?

1075 J: no, no lo metemos, sinceramente, porque no lo metemos...no tengo un motivo concreto,
1076 la verdad. No lo metemos, porque no lo metemos, jajaja. No te sé decir por qué no lo
1077 metemos, bueno, porque la semiesfera pues, para ellos una semiesfera, pues es una esfera
1078 partida por la mitad...bueno, para ellos y para todos...jaja, es una esfera partida por la
1079 mitad. Sabes, que es algo que no es ...verás...

1080 INV: sí, que da igual el término semi-esfera, porque como es la mitad de una esfera, es lo
1081 mismo, ¿no? Vale

1082 J: en este caso, si yo utilizará la palabra semi, no sería por algo geométrico, sería porque
1083 semi quiere decir mitad, ... sabes, ¿me explico o no?, no sería por algo geométrico

1084 INV: sí, que no utilizas ... vale

1085 J: no lo hubiera utilizado en el contexto de la geometría, lo utilizaría en el contexto
1086 matemático, pero más allá de la geometría, ... en un contexto matemático como... como
1087 símil de mitad

1088 INV: sí, como la mitad. vale

1089 J: es decir, lo meteríamos como un concepto matemático, pero independientemente de la
1090 forma geométrica...o aplicable también a la forma geométrica, pero ...que no lo
1091 utilizaríamos como algo de forma geométrica

1092 INV: vale y ahora aquí, en este fragmento, decías [mirando la transcripción]: “si
1093 cojo una esfera y la parto por la mitad, le pongo pinturita y ahora la estampo ¿qué me
1094 saldrá? Un ¿qué? Y te dijeron: un cilindro y tú: ¿cómo?”

1095 J: ay, un cilindro, jaja

1096 INV: “Y te dijeron: un cilindro y tú: ¿cómo?... y ...”

1097 **J: claro, es que ellos las formas planas y las formas en tres dimensiones las tienen**
1098 **todavía...**

1099 **INV: las tienen mezcladas, ¿no?**

1100 **J: sí, están ahí en una especie de nebulosa ... vamos, ahí y la tienen todavía...**

Comentado [AE15]: E4 u15

1101 INV: vale [mirando la transcripción] E1 dijo un cilindro, E7 dijo un círculo... y
1102 dijiste: “¿un cilindro me saldrá? A ver, E7, ¿tú que me has dicho que saldrá? ... y te dice:
1103 un círculo. E1 dice que es un cilindro ¿qué creéis que saldrá?” es decir, le das como las
1104 dos cosas, el círculo y lo que es el cilindro...

1105 J: bueno, es una manera de implicar a todos los niños...plantearle que no... plantearlo
1106 como un problema de la clase, para que todos lo piensen, para que todos lo ...

1107 INV: y entonces, lo de que ellos asocien que cuando ellos estampen esto [tomando la
1108 semiesfera] le sale un cilindro ... ¿por qué puede ser?

1109 J: porque ellos lo que ven es la cara plana del cilindro

1110 INV: porque antes se ha estudiado el cilindro y se ha estampado el círculo, ¿no?

1111 J: claro. Nosotros hemos trabajado la cara plana del cilindro como un círculo ...y ellos,
1112 pues claro, utilizan la terminología independientemente de ... forma plana o forma
1113 tridimensional

1114 INV: [mirando la transcripción] es que antes le decías: “si cojo pinturita y le pongo
1115 por aquí, y lo pongo en un papel ¿qué es lo que me sale? Un ¿qué? Y te decían: un círculo.
1116 Y tú le dijiste: muy bien, los círculos salen de los cilindros” y por eso a lo mejor no ...

1117 J: claro

1118 INV: yo pensaba que podía ser de ahí, pero no sabía... vale. [la investigadora busca
1119 otro fragmento de video, líneas 303-309 de la transcripción] porque habías
1120 estampado lo que era una ...

1121 J: esfera, ... vamos, una esfera partida por la mitad

1122 INV: um, esto ¿por qué lo haces? ¿por qué se habían confundido antes? O es porque ...

1123 J: o sea, espérate que yo recomponga un poco la ... o sea, yo he estampado la semiesfera,
1124 ellos me han dicho que es un cilindro

1125 INV: eso

1126 J: y luego, yo he cogido la ...

1127 INV: semiesfera... al estamparlo, pues dices pues voy a coger esto y ya ...

1128 J: pues por volver un poquito atrás, desde el principio...para recomponer un poco el error
1129 conceptual que han tenido, ¿no?

1130 INV: eso, para modificarle lo que ellos habían pensado, ¿no?

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

- 1131 J: sí, para recomponer un poquito lo que ellos habían ... el proceso que han seguido y,
1132 claro, y el error que han cometido, pues digamos, partir de ese error que han tenido para
1133 intentar llegar a ... a lo que yo quiero llegar que es el círculo, no al cilindro que es lo que
1134 han dicho ellos. Digamos empezar un poquito desde el principio, pero vamos, son errores
1135 totalmente lógicos en niños, ... que eso, verás tú, que...
- 1136 INV: sí, si muchas veces se dice “un cuadrado” y se coge esto [tomando un cubo]
- 1137 J: eso, que muchas veces ... eso. Vamos que en un niño eso es un error que ... que es
1138 totalmente lógico... además, cuando acabábamos de imprimir un... bueno, antes no ...
1139 ¿lo habíamos estampado antes o no?
- 1140 INV: no, no habías estampado nada. Todavía no. Eso es lo primero que estás estampando,
1141 ... ahora, ya estampas todo
- 1142 J: o sea, pero me refiero, cuando el niño ha dicho que ... el círculo es un cilindro ¿yo
1143 antes había estampado un cilindro?
- 1144 INV: no, no
- 1145 J: no, bueno, pero lo habíamos estampado otras veces
- 1146 INV: otras veces sí. Esta vez, la primera vez que estampas, que estampas los dos círculos
1147 éstos [señalando sobre el video el folio que sostenía él con los dos
1148 círculos estampados] y ahora pues haces una cara con los dos círculos esos... y,
1149 finalmente trabajas lo que es la pirámide ¿por qué haces ese salto? ¿Por qué eso lo
1150 introduce después el libro?
- 1151 J: pero ¿ese día lo trabajamos?
- 1152 INV: sí, ahora aquí...
- 1153 J: pues como puedes ver me paso tres pueblos, desde luego, ... porque todo esto es el
1154 mismo día, ¿no?
- 1155 INV: sí
- 1156 J: me paso una barbaridad, jaja
- 1157 INV: no, pero te siguen bien
- 1158 J: sí, lo siguen bien, pero es demasiado...es demasiado, tenía que haber cortado... no
1159 tiene sentido que le metiera tanto...
- 1160 INV: pero yo creo que es de repaso
- 1161 J: ah, que estaríamos repasando...sí, porque me estás hablando del mes de mayo, ¿no?
- 1162 INV: era mayo, y era la primera vez que venía yo a tu clase...y, entonces, yo creo que
1163 querías ver...

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

- 1164 J: estaríamos repasando... entonces, ¿este era tu primer día!
- 1165 INV: claro, yo pienso que... eso, que querías que viese todo lo que habías trabajado hasta
1166 el momento
- 1167 J: entonces sí, mujer, claro...ya está, ya está...
- 1168 INV: y por eso me expusiste todo...todas las figuras y todas las cosas
- 1169 J: vamos que eso ya lo tenía más que ... teóricamente lo tenían que tener más de asimilado
1170 porque ya lo habíamos trabajado mucho durante el curso. Entonces, yo meto ahí de nueva,
1171 la pirámide, ¿no? Que se supone que no la he trabajado...
- 1172 INV: yo no sé si ...
- 1173 J: ah, ... pues ahora mismo no me acuerdo, la verdad. No sé si la había trabajado antes o
1174 no. No me acuerdo
- 1175 INV: yo es que esta clase me está ayudando un montón porque como lo trabajas todo pues
1176 es que hay mucha información
- 1177 J: jaja. Es que es una barbaridad de información la que le meto yo a los niños, es brutal.
1178 Los pobres. Que me aguantan, vamos. Ahora, me estoy viendo y me está dando hasta
1179 pena por ellos, vamos... ¿Cuánto dura la clase?
- 1180 INV: pero estaban todos súper pendientes
- 1181 J. sí, estaban pendientes, pero...es mucha información para niños tan chiquitillos...
- 1182 INV: cerca de una hora
- 1183 J: también es verdad que... ¿una hora dura? Uff
- 1184 INV: no, pero tú le das descansos...sales al patio...por eso tengo tantos cortes en el
1185 video...porque ...
- 1186 J: ah, eso...y también es verdad que yo los mantengo mucho tiempo pero porque les doy
1187 mucha ... me gusta darle mucha cancha a la hora de desconectar, eso sí, ... que me gusta
1188 meterle algún jueguecito o alguna cosilla ... para que ellos... [...] y lo de la pirámide,
1189 pues no sé... no sé si me tocaría meterla o la metí porque tú viniste, pues para ver como
1190 metía un concepto nuevo,... la verdad es que no me acuerdo porqué lo hice.
- 1191 INV: pero es lo último que haces en la secuencia ¿por qué lo haces?
- 1192 J: bueno, porque ...
- 1193 INV: primero va los prismas, el cilindro, luego la esfera y por último...
- 1194 J: sí, es el orden en el que las trabajamos
- 1195 INV: es el orden en qué lo trabajáis, pero... ¿por qué trabajas ese orden?

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

1196 J: básicamente, porque es el que te viene en el libro

1197 INV: en el libro. vale

1198 J: cómo ves, como ya te he dicho antes, no es en lo más significativo en lo que ... no es

1199 lo más significativo para ellos el prisma, precisamente

1200 J: vale

1201 J: sin embargo, ... ni el cilindro...sin embargo, son los que antes se dan

1202 INV: [busca otro fragmento de video, líneas 376-387]

1203 TRANSCRIPCIÓN: J: una pirámide. Si cojo la pirámide y le pongo pinturita

1204 [Señalando sobre una de las bases] y la estampo, ¿qué me sale?

1205 E10: otra pirámide

1206 E5: pirámide

1207 J: no, si yo cojo la pirámide [Les muestra el prisma de base triangular de nuevo,

1208 en la misma posición que antes], le pongo pinturita y lo estampo, ¿qué me queda?

1209 Es: un triángulo

1210 J: Vamos a ver [Coge pintura y le pone pintura a una de las bases del prisma de

1211 base triangular] he cogido la pirámide, la vamos a estampar, vale Así [Estampa

1212 la base del prisma triangular]. ¿Qué me ha quedado?

1213 Es: un triángulo

1214 J: como forma tridimensional, eh, como forma plana el cuadrado si es muy significativo...

1215 el cuadrado si está muy en su vida diaria...

1216 INV: el cuadrado

1217 J: el cuadrado como forma plana...me refiero...hablando de formas planas el cuadrado

1218 sí, pero el ...como forma tridimensional el prisma y cubo les cuesta ... están mucho

1219 menos ... el cuadrado sí porque desde chiquititos ... date cuenta de que los ...

1220 INV: en la guardería, en los dibujos...

1221 J: lo trabajan... tú ves la Pepa Pig y te pone un cuadrado, la... sabes, para que los niños

1222 conozcan el concepto cuadrado, la palabra cuadrado...sabes, el cuadrado sí, pero el

1223 prisma o el cubo ... como concepto

1224 INV: se trabaja menos, vale. Bueno, aquí... voy a saltar esto, ... bueno, aquí te han dicho

1225 que es un triángulo, no te han dicho que es una ...

1226 J: claro, se van ... es que date cuenta de que son niños de guardería, el 90%

1227 INV: y lo han visto...

1228 J: y generalmente en una guardería ... bueno, digo en una guardería y digo también en un

1229 colegio

1230 INV: sí también

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

- 1231 J: vamos y yo lo he hecho siempre también... a partir del curso de Luis Segarra es cuando
1232 nos metimos un poco en la geometría... o en las formas en tres dimensiones... claro, un
1233 niño ... eso, lo que conoce son las formas de dos dimensiones, entonces, el concepto que
1234 tiene asimilado es el de triángulo, no el de pirámide
- 1235 INV: vale, y como ven ahí un triángulo, pues eso es lo que dicen... no dicen pirámide
- 1236 J: no dicen pirámide
- 1237 INV: vale y de ... a ver...
- 1238 J: que para ellos después es muy fácil, porque las pirámides, porque para ellos, yo no sé
1239 por qué... porque Egipto no es que sea muy ..., pero la pirámide, me refiero... las
1240 pirámides de Egipto ... para ellos es algo que... no sé... ah, te iba a decir, estos niños
1241 habían trabajado Egipto... pero estos niños ... ah, sí, sí, habían trabajado Egipto, es
1242 verdad, con estos niños habíamos trabajado Egipto
- 1243 INV: ah, entonces sí la conocían
- 1244 J: porque con estos niños habíamos trabajado Egipto porque eso lo trabajamos el año
1245 pasado con el proyecto de Willy Fog y trabajamos todos los países por los que pasa ...
1246 entonces, pues en cada país pues hablábamos de lo más significativo, de las costumbres,
1247 de los monumentos, ...
- 1248 INV: eso es por proyectos, ¿no? porque libro solo tenéis el de matemáticas, ¿no?
- 1249 J: nada más tenemos el de matemáticas, que nos lo queremos cargar, pero no nos lo
1250 podemos cargar porque nos regalaron las pizarras digitales, jaja
- 1251 INV: ah, sí
- 1252 J: entonces, no nos lo podemos cargar hasta los 6 años, y llevamos 2... nos quedan 4 años
1253 de libro, pero nos lo queríamos cargar
- 1254 INV: ¿por qué?
- 1255 J: pues precisamente para eso, INV, pues para no tener que partir de un prisma, y partir,
1256 por ejemplo, de un cono...o no, o a lo mejor seguimos partiendo del prisma, pero quiero
1257 decir, que en cualquier caso sería una decisión que tomemos nosotros... me explico, que
1258 no sea el libro el que tome la decisión de por dónde hay que empezar
- 1259 INV: sí, que sea algo más personal y que no sea tanto institucionalizado
- 1260 J: que no sea el libro el que nos tenga que marcar el ritmo y nos tenga que marcar los
1261 conceptos que tenemos que trabajar, y en el año, además, que lo tenemos que trabajar.
1262 Porque si yo quiero trabajar el cono en 3 años, no porque el libro no me lo ponga... lo
1263 que pasa es que ya te digo, nos regalaron las pizarras digitales y por así decirlo, vendimos
1264 nuestra alma al diablo

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

1265 INV: jaja

1266 J: vamos, el libro está bien, que conste que a mí el libro, hay compañeras a las que no les
1267 gusta, pero a mí no me parece mal... además, tú lo puedes

1268 INV: yo lo veo bastante bien

1269 J: tú lo puedes modificar también. Ya te digo que a mí no me desagrada, a mí me gusta,
1270 creo que es muy completo

1271 INV: éste también [refiriéndose al libro que Inés enseñó a INV. Se trata de
1272 la Editorial Capicúa], el que me enseñó ayer Inés, está bastante completo. Además,
1273 que son unos cuadernillos y están muy bien. Y le das propiedades del triángulo, pero no
1274 le das propiedades ni del círculo, ni del rectángulo, ni del cuadrado ¿por qué le das
1275 propiedades del triángulo y no de ...?

1276 J: hombre, probablemente porque ahí, las propiedades de esas formas planas. O sea, me
1277 dices ...

1278 INV: solo de las planas. Ya estoy hablando de las planas y le dices: tiene tres lados,
1279 ...píquitos...

1280 J: dices que lo habíamos metido nuevo

1281 INV: no, bueno, no sé, lo metías ahí, cuando trabajaste las planas

1282 J: esta forma es nueva, se supone que ya esas características de las otras formas...

1283 INV: ah, ¿ya la sabían?

1284 J: las otras las hemos trabajado, porque estamos hablando del mes de mayo, ¿no?

1285 INV: sí, sí

1286 J: o sea, esas ya las habíamos trabajado previamente

1287 INV: entonces, del cuadrado ya sí habías trabajado, pues tiene 4 picos, ...

1288 J: sí, claro

1289 INV: ah vale

1290 J: vamos, doy por hecho que yo ahí ya en el mes de mayo ... y además si estamos haciendo
1291 un repaso, pues nosotros ahí habíamos ... vamos, ya estoy empezando a recordar... a
1292 poner un poco...claro, tampoco me acuerdo...

1293 INV: si hace mucho tiempo

1294 J: vamos, pero ya estoy yo recomponiéndolo, claro. Es que nosotros, ya ahí ... las formas
1295 planas y tridimensionales las habíamos trabajado... metíamos nuevo el ...

- 1296 INV: la pirámide
- 1297 J: la pirámide y entonces estábamos viendo las características, estábamos centrándonos
1298 ya en algo que era nuevo para ellos. El cubo, o el cuadrado en este caso, era ya algo que
1299 ya lo habíamos...
- 1300 INV. Vale, es que eso era algo que no sabía si era ...si lo habíais visto ya...y decía, pues
1301 a lo mejor, era...
- 1302 J: porque yo ahí la pirámide la meto nueva ahí, ¿no? Lo digo ahí yo...
- 1303 INV: no, no dices que sea nuevo...
- 1304 J: no digo nada
- 1305 INV: dices, esta figura [y cojo pirámide] nos la hemos dejado atrás...bueno, esa
1306 [pirámide] no, ésta [señalando prisma de base triangular]
- 1307 J: sí, bueno...porque yo la que meto es ésta [señalando prisma de base triangular].
1308 Vamos, la que tengo, vamos
- 1309 INV: [la investigadora lee un trozo de transcripción] esta figura nos la
1310 habíamos dejado atrás. ¿qué es? ... y ya te dicen, un triángulo...
- 1311 J: no, pues entonces no, verás tú... entonces, la habíamos trabajado ya ... la pirámide,
1312 seguro. Ahora que estoy recomponiendo, seguro, seguro... por lo que te he dicho de
1313 Egipto, de la pirámide... porque de hecho ... de hecho había una ficha que era la pirámide
1314 ... que la trabajábamos... o sea, que en el proyecto la veíamos,... aunque básicamente
1315 está orientado a la lecto-escritura también lo intentamos orientar a la matemática, en la
1316 medida de lo posible... me acuerdo perfectamente de la ficha que trabajamos de la
1317 pirámide como forma tridimensional, que les pusimos varias formas geométricas...y no
1318 me acuerdo de si en 2 o en 3 dimensiones,... y señala en un círculo la pirámide...vamos,
1319 que quiero decir, que no lo habíamos metido aquí por primera vez. En el mes de mayo ya
1320 lo habíamos trabajado ya...desde el primer trimestre que trabajamos Egipto. Es que ¿por
1321 qué hago las características del triángulo?
- 1322 INV: vale, es que yo decía... dices las características del triángulo y no de ...
- 1323 J: del triángulo y no de otros cuerpos...pues ahí no sabría responderte... pero vamos,
1324 desde luego, porque fuera por primera vez que lo trabajáramos, seguro que no, seguro que
1325 no, porque me estoy acordando...
- 1326 INV: es que yo pensé...pues a lo mejor en 3 años, solo trabajan las formas
1327 tridimensionales y no las planas... pero no es así
- 1328 J: no, no, no, trabajamos las planas y las tridimensionales, partimos de una para llegar a
1329 la otra... vamos, de hecho, cuando estampamos ya ... y estampar, habíamos estampado
1330 muchas veces antes... lo que estampábamos por primera vez era la semiesfera... o sea, la

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

1331 esfera partida por la mitad, pero las otras las habíamos estampado antes, quiero decir que
1332 al concepto de dos dimensiones..., de forma plana habíamos llegado ya...

1333 INV: vale, éste ... ah, siempre...bueno, esto ya es general... ya del video hemos
1334 terminado. De ... algo que me llamó la atención es que siempre acompañabas tu
1335 explicación de algo manipulativo [tomando una figura 3d]... de las figuras de madera
1336 para... le dabas el nombre y ...

1337 J: siempre

1338 INV: primero, tomabas la figura, le pedías el nombre y te lo dijeran o no, pues después
1339 ya ibas formulándole preguntas para que ellos te dijeran...que es esto [señalando sobre
1340 una figura 3d]... es decir, las aristas... entonces, lo haces así porque te lo dijeron en el
1341 curso o ¿por qué lo ves en el libro? ...

1342 J: bueno, es que porque los niños tienen... la manera en que mejor aprenden es de una
1343 manera divertida... es decir, la manera en la que el niño vive lo que tú le estás enseñando
1344 lo asimila más...

1345 INV: vale, pero aquel video tuyo de ...

1346 J: no, eso es mío...bueno, eso verás, eso ...

1347 INV: o del libro...

1348 J: verás tú, eso se estudia en las oposiciones... hay un tema en las oposiciones en la que
1349 te explican como aprenden los niños y ... hombre, te explica que un niño aprende ... y en
1350 el curso, pues no me acuerdo de si nos lo dijeron también...en cualquier caso, eso es algo
1351 que ...que un maestro lo sabe, que un niño ... tiene que vivenciar

1352 INV: vamos, que no se le puede explicar desde algo abstracto sino...

1353 J: no, no, no... todo lo contrario, como te he dicho antes, **el niño parte del cuerpo hacia**
1354 **afuera... y un niño lo tiene que vivenciar, lo tiene que tocar, que sentir, que ver...**... es
1355 decir, que si un niño sabe que 18 es mucho o 18 es poco... si tú a un niño le das 18 cosas
1356 y las tiene que coger... si le das 3 cosas y las carga ¿es mucho o es poco? Pues es poco,
1357 pues porque me refiero a tú le das 3 formas geométricas [tomando 3 cuerpos
1358 geométricos] y el niño puede con eso...y ahora le das 18 y le dices al niño ¿es mucho o
1359 es poco?... ¿por qué se ha dado cuenta el niño que es mucho? Porque no ha sido capaz de
1360 cogerlo... me explico o no

1361 INV: sí, sí...

1362 J: o sea, un niño tiene que vivenciarlo... si no lo vivencia difícilmente lo puede... o lo
1363 puede ...pero le va a costar más trabajo... o sea, a nosotros porque nos cuesta tanto trabajo
1364 comprender las cosas del universo, pues porque es algo que está tan ... tan lejano a
1365 nosotros que ... yo que sé, es tan abstracto para nosotros... tienes que tener una capacidad
1366 de abstracción tan grande... bueno, que hay niños que a lo mejor sí la tienen, pero,

Comentado [AE16]: E4 u16

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

1367 generalmente, en niños tan chiquitillos como estos, la capacidad de abstracción... de ahí
1368 [mirando el video], quitando en ese momento a E10, pocos más

1369 INV: vale... y del cubo, estampas solo el cuadrado. Del prisma, el rectángulo...Del
1370 cilindro...

1371 J: perdón, ¿del cubo? ¿El rectángulo?

1372 INV: el cuadrado

1373 J: el cuadrado, claro. El único que podemos estampar

1374 INV: del prisma, el rectángulo

1375 J: y ¿no estampamos el cuadrado?

1376 INV: no, del cilindro...la

1377 J: ¿la esfera?, quiero decir, el círculo

1378 INV: de la esfera también el círculo...y de la pirámide

1379 J: el triángulo

1380 INV: ¿por qué utilizas esos? Es porque es algo ...

1381 J: hombre, es lo que más se asocia... pero vamos, podía coger la pirámide...vamos, en
1382 otra ... bueno, a lo mejor ahí no lo hemos hecho, pero ... sí estampamos, por ejemplo, un
1383 cilindro sí lo hemos partido y ...

1384 INV: sí, en otra clase sí, pero digo ahora, ¿por qué te quedas con esas y no con otras?

1385 J: yo ahora no me acuerdo, sinceramente, de por qué lo hice... de por qué me quedé
1386 ahí...hombre, es lo más significativo

1387 INV: es decir, ¿es lo que siempre se repite? Un triángulo es lo que siempre va a tener una
1388 pirámide, un cuadrado es lo que siempre va a tener un cubo, un rectángulo es lo que
1389 siempre va a tener un prisma...

1390 J: espérate, no te he entendido la pregunta, o sea, que un prisma... siempre va a tener un
1391 ...

1392 INV: un rectángulo...o bueno, paralelogramo

1393 J: bueno, sí

1394 INV: una esfera, el círculo...

1395 J: sí

1396 INV: ¿eso es? ¿Por eso sería?

- 1397 J: o no, es porque es lo más significativo de un prisma es el rectángulo...
- 1398 INV: sí
- 1399 J: es lo más significativo, por eso es por lo que lo hacemos...porque lo más
1400 significativo de la pirámide, tú puedes sacar también la base, pero ellos esto
1401 [señalando la base de la "pirámide", en este caso cuadrada] te lo van a
1402 asociar más a un cubo, es por, digamos, por establecer la relación lógica ... o sea,
1403 más lógica para ellos al menos... de la forma plana a la forma geométrica ... vale,
1404 la... la... es el razonamiento más básico para ellos, intentamos después ampliándoselo
1405 ...y que no se limiten solo a ...
- 1406 INV: sí, poco a poco sí vas ampliando, todas las formas y todo...
- 1407 J: o sea, intentamos hacerles ver que ...eso, que ...pues eso, que de aquí también podemos
1408 llegar a un rectángulo [tomando un cilindro] pero no es lo ...
- 1409 INV: no es lo más común
- 1410 J: no es lo más común, lo más común de esto es ... no es partirlo... eso, para qué el niño
1411 vea lo más evidente, que es lo que el niño en un principio percibe, lo más evidente y ya
1412 después pues se le va un poco complicando
- 1413 INV: ampliando
- 1414 J: que el niño sea capaz de ver, eso, que en la pirámide también hay un cuadrado, pero un
1415 niño, que de primeras tú le sacas ... vamos tú te vas ahí fuera y le dices ¿tú qué ves aquí?
1416 [tomando una pirámide de base cuadrada] y ninguno te va a decir veo un cuadrado
1417 como base... te va a decir veo un triángulo en la cara...
- 1418 INV: vale... esto es de las construcciones de otro día... de las construcciones, donde tú
1419 le ponías la imagen y ellos tenían que montarlo...
- 1420 J: ah, sí
- 1421 INV: ¿por qué hacías esa actividad? ¿qué pretendías con esa...?
- 1422 J: eso es percepción visual más que nada...
- 1423 INV: percepción visual, vale
- 1424 J: más que nada es percepción visual y hombre, por supuesto también, que el niño
1425 discrimine las formas geométricas, pero... es una actividad también de percepción visual
- 1426 INV: y lo haces ¿por qué venía en el curriculum? ¿lo haces por qué venía en el libro?
- 1427 J: hombre, lo hago porque es una manera de ... es una actividad muy positiva para los
1428 niños... hombre, en el curriculum... claro que viene, viene en el curriculum...pero a mí
1429 es que me parece muy ... vamos, los juegos de diferencia, de ... son actividades para
1430 captar la atención del niño... su capacidad de discriminación... y es muy positivo, porque

Comentado [AE17]: E4 u17

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.4. Transcripción E4

1431 los niños, uno de los problemas que tienen es que no se centran, no se concentran, no son
1432 capaces de ... sabes, de sentarse un minuto a ver que es algo...van,... van por la vida
1433 corriendo... pero vamos, no me refiero a estos niños, me refiero a todos los niños...y
1434 conforme van siendo más grandes, peor todavía... entonces, tú le enseñas al niño una
1435 imagen ...eh, durante 5 segundos y se la enseñas a un adulto, y se la tapas...y el niño ha
1436 sido capaz de analizar muchísimas cosas que tú...

1437 INV: porque tienen esa capacidad

1438 J: esa capacidad, sin embargo, la va perdiendo con el tiempo ¿Por qué la va perdiendo?

1439 Pues ojalá lo supiéramos, supongo que porque algo falla

1440 INV: intentas...

1441 J: pues lo que intentamos es potenciar esa capacidad que no la vayan perdiendo, sabes...
1442 yo me quedo muchas veces alucinado, cuentos que yo llevo 10 años leyéndolos y hay
1443 cosas que no he visto en el cuento...maestro hay un pájaro...y lo miro y digo,
1444 verdad...aquí había un pájaro y yo no me he dado cuenta en 10 años viendo el mismo
1445 cuento y, sin embargo, el niño lo ve... esa capacidad el niño la tiene...pero la va
1446 perdiendo...la va perdiendo con los años, la va ...

1447 INV: es llamativo

1448 J: a mí me asombra muchísimo...no me acuerdo qué enseñe el otro día, pero me llamó
1449 muchísimo la atención... eso que ellos habían sido capaces de ver en la imagen ...es que
1450 no me acuerdo ahora mismo por qué lo saqué, ni con qué objeto... pero lo saqué y me
1451 llamó muchísimo la atención... y digo, qué barbaridad, es que es asombroso la capacidad
1452 de percepción que tienen y de discriminación visual y nosotros no... la vamos perdiendo

1453 INV: no nos fijamos...

1454 J: la vamos perdiendo

1455 INV: pues, muchas gracias, José, con esto ya creo que he terminado del todo

A3.5. Transcripción de la entrevista a José sobre tarea, algunos fragmentos de sesiones o entrevistas y otros aspectos generales.

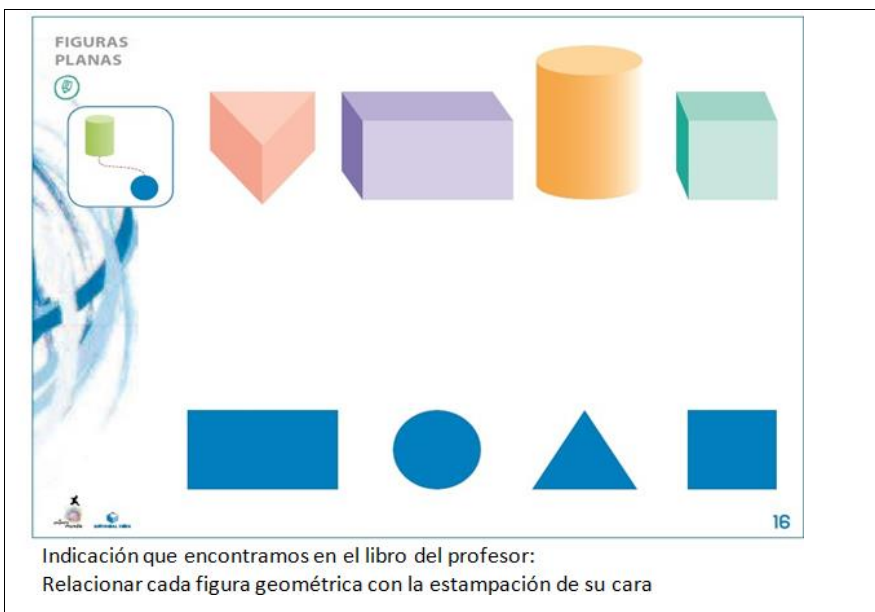
[E5]

J: José (profesor)

INV: Investigadora

Había quedado con el maestro a la hora del recreo. Los alumnos estaban dentro de la clase porque estaba lloviendo. Así que procedimos a realizar la entrevista en clase, mientras los alumnos veían algunos cuentos¹.

- 1 INV: Esta entrevista es sobre algunas cosillas que no me quedaron claras de casi la
2 primera clase que grabé. Lo primero que me gustaría es que resuelvas esta tarea como la
3 resolvería el alumno



- 4
5 J: ¿cómo lo resolvería el alumno? Bueno, pues llamo a un niño para que lo haga, ¿no?
6 INV: no
7 J: vamos, yo creo que ellos lo resolverían bien

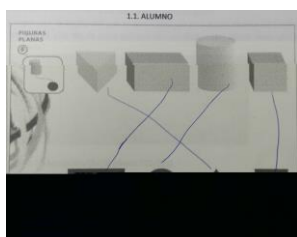
¹ Las descripciones de lo que ocurre en el aula, que complementan y aclaran a lo declarativo, están escritas con este tipo de letra.

8 INV: bueno, y ¿cómo sería bien?

9 J: ¿Qué lo haga yo?

10 INV: sí

11 J: bueno, yo uniría...



12

13 INV: vale. ¿Y el posible proceso de razonamiento que seguirían los alumnos al realizar
14 esa tarea?

15 J: ¿para llegar a esta conclusión? El razonamiento... Hombre, se supone que esto lo
16 hacen porque lo hemos trabajado previamente. O sea, si tú no lo has trabajado
17 previamente, el niño no te va a llegar a la conclusión de que de un cilindro saca un
18 círculo. Vamos... ¿o lo haría? Pero vamos, tú pues le haces estampaciones, juegas con
19 ellos... pues el niño pues se fija...

20 INV: sí, de las 3d...

21 J: claro, que de las 3 dimensiones pasa a las 2 dimensiones. Vamos los alumnos llegan
22 sin problemas, si lo has trabajado previamente, es decir, es el razonamiento lógico de
23 haber experimentado previamente. Los niños esto lo tienen que experimentar

24 INV: ¿cómo?

25 J: Yo lo hago, sobre todo, con las estampaciones, pero después, también con la
26 observación. Los niños ya, sobre todo a estas edades [en este curso los alumnos
27 ya tienen 5 años], los niños son más grandes y ya con la simple observación ya sabe
28 de dónde sale cada figura plana, es decir, con la observación. Con la observación ya lo
29 verían, pero, previamente, cuando son más chiquitillos que a lo mejor es cierto que con
30 la observación no...no... no llegan porque al ser más chicos pues a lo mejor se fijan en
31 los colores...a lo mejor no son capaces de discriminar los tamaños, bueno...en este
32 caso, las formas, ¿no?

33 INV: sí

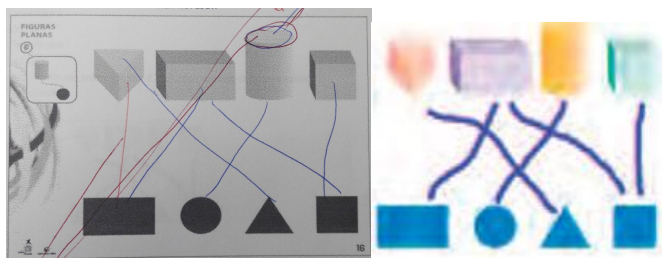
34 J: pero ya estos grandes, desde luego, aunque tú no lo hayas trabajado, lo harían. Porque
35 ya tienes el trabajo que has hecho previamente, en los cursos anteriores, y lo harían
36 porque, hombre, lo han experimentado. Vamos, esto concretamente, no le haría falta ni
37 experimentarlo porque, ...vamos, con la simple observación, llegarían.

38 INV: y ...si lo tuvieras que hacer tú, ¿estaría así bien, como lo resuelve el alumno o
39 harías más relaciones?

40 J: ehh..., hombre, pues yo haría... pues, hombre, yo haría...pues el lado...o sea, el
41 ...este rectángulo con cuadrado pues también lo podría poner aquí. ¿lo pongo?

42 INV: sí

43 J: lo hace



44
45 INV: ¿ya estaría?

46 J: sí

47 INV: vale. Eso, la diferencia sería en que unirías éste, el prisma...

48 J: sí, bueno, ellos se fijarían en ... en el rectángulo, es decir, en lo que es el frontal y no
49 en ... bueno, no sé, porque también te digo una cosa, no te extrañaría que alguno
50 también lo hiciera... que fuera capaz de relacionar el prisma con el cuadrado. Vamos,
51 estoy seguro, ...vamos, ¿si quieres hacer la prueba? ¿Llamamos a alguno? Vamos, yo
52 estoy casi seguro de que alguno sí se daría cuenta

53 INV: eso, entonces, la distinción está en que esto está en los frontales...

54 J: vamos, sí, la distinción está...vamos en que ellos se fijarían en lo que es el primer
55 golpe de vista...vamos, de todas maneras, también es cierto qué, vamos que nosotros
56 también le condicionamos, que a la hora de explicarlo o trabajarlo... busco, o
57 inconscientemente busco que relacionen el rectángulo con el prisma y dejo más lo que
58 es el cuadrado con el cubo.

59 INV: ¿y por qué eso?

60 J: pues sinceramente, no lo hago con una premeditación, ... Que ... ¿por qué lo
61 hacemos? Pues no sé, porque es más representativo, o sea, del prisma es más
62 representativo el rectángulo y del cubo el cuadrado.

63 INV: vale. Y ¿qué contenidos matemáticos se trabajan en la ficha?

64 J: ¿qué contenido?

65 INV: sí, porque estamos trabajando las 3 dimensiones...

66 J: sí, las 3 dimensiones y las 2 dimensiones en las formas geométricas, o sea, las figuras
67 en 3 dimensiones y las 2 dimensiones

68 INV: y ¿qué se debe saber sobre el tema? ¿qué se debe conocer acerca de las 3 y 2
69 dimensiones?

70 J: hombre, pues depende de la edad, porque ya estos niños pues ya van
71 ...complejizando...

72 INV: ¿y la relación entre ellas?

73 J: si bueno, que sepan de donde vienen, es decir, de las 2 dimensiones que sepan cual es
74 el origen, que son las 3 dimensiones

75 INV: ¿qué contenido respaldan o qué contenido hay detrás de lo que hay en la ficha?
76 ¿Hay algún otro contenido detrás de esta ficha?

77 J: de esta concretamente, relacionar, ¿no? Concretamente, verás, que con esto el niño,
78 ...verás, que en la realidad el niño no tiene círculos, que en su realidad no están, en su
79 realidad lo que hay son esferas... entonces, pues claro, en realidad esto, de esto son
80 conceptos, imágenes... bueno, tampoco sacadas de contexto pero no están en su día a
81 día el círculo...entonces, lo que nosotros buscamos es que comprendan el origen, de
82 donde viene el círculo... en su día a día están las 3 dimensiones, el niño lo que ve es un
83 cilindro... entonces, es para ver como se llega a las 2 dimensiones, ... yo que sé, el
84 ejemplo que te voy a poner a lo mejor es muy absurdo, pero bueno, ... que sepan que el
85 jamón viene del cerdo...cuando se trabajan los animales de la granja o la alimentación,
86 yo que sé...que sepan que tiene un origen...entonces, bueno, la comparación no ha sido
87 muy bonita pero más o menos para que te hagas una idea...que los niños sepan de
88 donde vienen las 2 dimensiones

89 INV: sí, bien. Y si esta ficha la trabajaríamos como una actividad de iniciación o una
90 actividad de complejización o de ...

91 J: esta ficha, de iniciación, ¿no?

92 INV: antes habría que hacer otras actividades ¿no? ¿Qué actividades habría que hacer
93 previas a esta ficha?

94 J: bueno, nosotros partimos de las 3 dimensiones, vamos las 2 dimensiones las
95 apartamos. Partimos de las 3d, primero con la observación, o sea, de objetos reales; por
96 ejemplo, la botella, los lápices, las cajas..., o sea, unas cosas que tengan formas ... por
97 ejemplo, que se asemejen a un prisma, que ellos vean claramente la relación entre el
98 objeto éste y lo que es un prisma

99 INV: o sea, materiales manipulativos, ¿no?

100 J: y primero pues se hace con muchas observaciones. Siempre con objetos
101 manipulativos, siempre manipulativos...y ya pues al final pues vas llegando a las 2
102 dimensiones. Con lo que lo ven ellos mejor es con una estampación, ahí el niño lo ve
103 más fácilmente. Lo está viendo, lo está experimentando, él le da con la pintura y ve lo
104 que está haciendo...

105 INV: Por qué eso sería como una demostración, ¿lo que están haciendo?

106 J: claro

107 INV: ¿Qué sería la estampación?

108 J: la estampación ...o sea, ¿qué sería? **Pues la estampación es como una constatación**
109 **de ... Los niños constatan que es real, en cierta medida, lo que le estamos diciendo**
110 **que...** tú le puedes enseñar a un niño que de un cubo sale un cuadrado, y te puede decir,
111 vale, sí, porque tú me lo estás diciendo pero ... entonces, pues es que nosotros
112 queremos que ellos tengan un poco de espíritu crítico que...que sean capaces de
113 cuestionarse cosas... ayer me hizo mucha gracia algo estábamos hablando de la
114 electricidad: “Yo os había dicho que la luz, la electricidad la inventó Edison pero y si os
115 he mentido... y si digo yo mañana que la inventó Lola Flores” lo de Lola Flores les hizo
116 mucha gracia... eso, sabes, que siempre buscamos que el niño tenga un poco de espíritu
117 crítico...pues la estampación es una forma de que ellos constaten que es real

Comentado [AE1]: E5 u1

118 INV: vale. Y ¿para qué sirve la estampación?

119 J: eso, para constatar...

120 INV: ¿es un recurso?

121 J: sí, es un recurso que nosotros utilizamos

122 INV: y ¿es algo que se utiliza sólo en infantil o se utiliza también en primaria? ¿O en
123 primaria ya no?

124 J: la verdad es que no lo sé

125 INV: ¿no sabes qué utilizan en primaria?

126 J: no tengo ni idea. No sé si lo usan

127 INV: vale. Y un contenido más complejo a la estampación lo conoces, ¿conoces algo
128 más complejo a la estampación?

129 J: Hombre nosotros este año hemos hecho el típico, bueno esto también es típico, pero
130 vamos el de ...con los palillos de dientes

131 INV: ah, el de formar las figuras con los palillos de dientes

132 J: sí, formar las figuras en 3 dimensiones y después lo hemos sacado en 2d. O sea,
133 hemos hecho un cubo y después hemos sacado, o sea...

134 INV: sí, hacerlo con palillos de dientes y plastilina o lo que sea lo que es el cubo y ...

135 J: y después sacar el cuadrado, es decir, un lado del cubo...que ellos vean que el
136 cuadrado viene de ese ... eso también lo hemos hecho este año [curso 2015-16.
137 Alumnos de 5 años] pero eso ya...pues porque son más mayorcitos...vamos en 3 y 4
138 años no lo hicimos...bueno, verás, supongo que se podrá hacer también, pero, vamos,
139 yo por lo menos no lo he hecho

140 INV: no, está bien, hay que ir trabajando las cosas y aumentando la complejidad

141 J: sí, eso es más complejo para ellos. Es más, eso lo hicimos hace nada de tiempo
142 vamos, creo que lo hice la semana pasada... y eso, pues yo les di... les puse un montón
143 de palillos de dientes y la plastilina y ellos fueron formando las figuras

144 INV: tú le decías la figura

145 J: no, ellos hicieron la que quisieron

146 INV: libre

147 J: sí, yo les puse como 4 formas para que se fijaran pusimos el prisma, el cubo y la
148 pirámide. Bueno, esas 3, vamos, porque las que son esféricas no, no se pueden...y ellos
149 hicieron la que quisieron y después pues, por ejemplo, quien hizo la pirámide pues tenía
150 que sacar el triángulo... para que viera...que sale...que era un lado de la pirámide. Y
151 eso es otro recurso, además de la estampación, ¿no?

152 INV: sí, porque ya ahí te metes en lo que son los lados, los vértices y ...

153 J: sí, efectivamente, ya vemos pues está es la arista, ahora tenemos que poner otra arista,
154 ...ellos ya saben que cada palillo es una arista, ...

155 INV: me has comentado que eso, que la estampación es como una comprobación para
156 ellos, ¿no?

157 J: sí, de alguna manera es para que ellos vean que es real, que el niño lo compruebe por
158 su propio ...

159 INV: y ¿qué errores pueden cometer con la estampación los alumnos? ¿Pueden cometer
160 errores?

161 J: ¿errores? Errores conceptuales... bueno, verás, errores, por supuesto, que no
162 estampen bien y que la figura no le quede bien estampada, y entonces pues no la
163 reconozcan bien. Porque eso le pasa a muchos, estampan y pun, le dan con la mano y ya
164 entonces, ... pues cuando ya después lo tienen que analizar, pues claro, ya no ... no es
165 un reflejo real la estampación de las formas en 3d, pero ...¿qué errores suelen tener?...
166 pues ahora no caigo, la verdad...

167 INV: entonces, las figuras ¿las reconocen bien? ¿La estampan bien?

168 J: sí, las figuras sí, las reconocen bien

169 INV: pueden estampar el cilindro o lo que sea...

170 **J: Sí, estos no tienen mucho problema. En lo que sí tienen mucho problema,**
171 **digamos, es a la hora de retener lo que son los términos, es decir, el concepto si lo**
172 **tienen, pero el término**

173 **INV: ah, el vocabulario, ¿no?**

174 **J: el vocabulario le cuesta mucho trabajo. Es verdad que son palabras que no están**
175 **en su día a día y, entonces, para ellos, el cilindro o prisma, pues le cuesta trabajo**
176 **después utilizar bien los términos. Ellos tienen los conceptos, pero ...**

Comentado [AE2]: E5 u2

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.5. Transcripción E5

177 INV: pero les cuesta ponerle el nombre, ¿no? Bueno, pero eso no es lo más importante,
178 lo más importante es que ...

179 J: sí, que sean capaces de discriminar, de analizar, de establecer... eso es lo que
180 nosotros buscamos, que el niño sea capaz de saber que esto [sujetando un
181 cilindro] no tiene aristas, que tiene lados y cuántos lados... es decir, el espíritu crítico
182 es lo que buscamos nosotros, por así decirlo. Después la terminología, pues es igual que
183 todo, que ahora estamos trabajando Edison y que también se acuerden del nombre de
184 Edison, no es ...eso a mí me da igual. Yo lo que quiero es que tengan ese espíritu crítico
185 a la hora de hacer un experimento...

186 INV: Entonces, hemos dicho que la actividad no sería de iniciación, y ¿complejización?
187 O de ¿conclusión o repaso?

188 J: de iniciación no, hombre, sería de repaso o de comprobación. Nos puede servir de los
189 dos. Hombre, ...

190 INV: ¿de complejización?

191 J: sí, bueno, también depende de la edad de los niños que estemos hablando. Porque
192 para estos niños no es de complejización, si fuera de 4 años pues sí sería un poco de
193 complejización

194 INV: y ¿si fuera para niños de 3 años?

195 J: para niños de 3 años, entonces sería muy complejo. Para ellos sí sería como una
196 actividad de iniciación

197 INV: vale

198 J: porque ellos esto ya lo tienen ya más asimilado [se refiere a su clase actual.
199 5 años]

200 INV: y explicar, matemáticamente, como a partir de 3 dimensiones se pasa a 2
201 dimensiones, lo haces mediante la estampación siempre, ¿no?

202 J: nosotros el vehículo que usamos es la estampación. Bueno, nosotros, yo el vehículo
203 que uso es la estampación, que seguro que habrá otros. Supongo que habrá más, pero yo
204 siempre utilizo la estampación

205 INV: sí, porque es más manipulativo, ¿no?

206 J: ya te digo, ya en 5 años utilizo ...lo que te he dicho antes, los palillos de dientes...el
207 hacerlo ellos, realmente, manipulativamente, pero en 5 años lo hacemos, cuando ya lo
208 hemos trabajado, cuando ya ...lo saben

209 INV: sí, cuando ya lo saben, cuando han formado los objetos de la vida cotidiana, la
210 forma y demás...

211 J: ¿hay más? Por si hay más, pues para que me digas y yo hacerlo para otros años. ¿Hay
212 otras formas aparte de la estampación?

213 INV: sí, sí que hay. Pero vamos, la estampación es lo que más se trabaja en infantil

214 J: te lo digo porque la caja que me trajiste de las figuras en 3 dimensiones, la tengo aquí

215 INV: la compraste al final, ¿no?

216 J: sí, y la tengo todo pintada de estampar las figuras

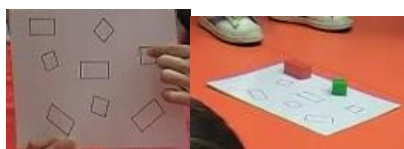
217 INV: claro, porque así hay más figuras diferentes

218 J: sí, tiene muchas más figuras

219 INV: Bueno, ahora de las grabaciones que tenemos, ... es un trocito, un fragmento de lo
220 que yo grabé. Y decía:

221 *[S4, L 48-53] ¿De dónde viene el cuadrado? ¿De dónde viene el rectángulo?*

222 *Él va a coger una de las figuras que tenemos aquí y la va a poner encima del cuadrado*
223 *o del rectángulo.*



224

225 ¿Eso es otra forma de ...estampar?

226 J: sí, eso es otra forma de estampar. Lo que pasa que no es una estampación...

227 INV: física, ¿no? Con pintura

228 J: eso, con tempera, que es como a ellos les llama más la atención, pero, en verdad, es
229 una estampación indirecta, no sé, o diferida, por así decirlo...

230 INV bueno

231 J: sí, porque ya viene en sí el resultado, por así decirlo...pero en cierta medida ...

232 INV: sí, que lo que tienen que hacer es como hacerlo al revés, es decir, coger de las
233 figuras, coger todas las figuras que tiene, la que tiene esa forma en esa cara o lo que sea

234 J: sí, generalmente los niños lo suelen ver

235 INV: y ¿se podría considerar como una actividad previa a la ficha? O ¿una actividad
236 posterior?

237 J: ¿a esta ficha?

238 INV: sí

239 J: ah, yo esta actividad la haría como previa a la ficha. Vamos yo ahora mismo no me
240 acuerdo, pero supongo que lo trabajaríamos todo en la asamblea, y ya esto pues sería
241 como para ver que niño ha pillado el concepto y que niño no lo ha pillado

242 INV: claro. Y ¿qué errores crees que pueden cometer los alumnos con esta ficha?

243 J: pues el error vendría en que no discriminaran bien los tamaños, o sea, que no sean
244 capaces de ver que estos dos lados no son iguales o sí son iguales. Aquí me refiero, a
245 que el niño no sea capaz de ver que este lado sea más grande que éste, sabes, más
246 largo...  pero vamos que creo que los niños lo verían...bueno, ahí le fallaría al
247 niño la observación básicamente

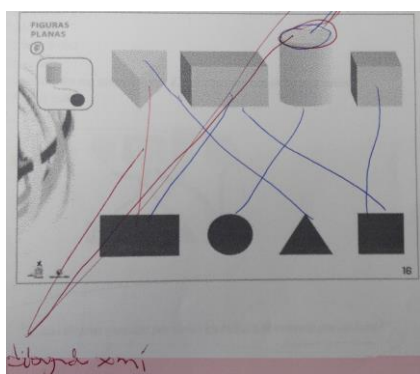
248 INV: vale. Y con respecto a la ficha, ¿qué errores cometerían los alumnos?

249 J: yo aquí ...básicamente, creo que no se equivocarían

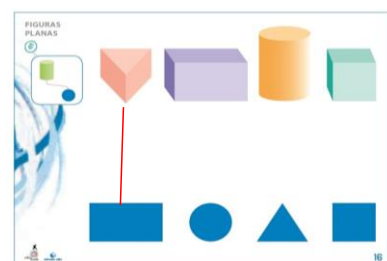
250 INV: ¿en nada?

251 J: yo creo que no se equivocarían, y en esto tampoco se equivocarían...vamos, estos
252 [refiriéndose a este curso (5 años)] no creo que se equivocaran aquí, de
253 hecho, el que se equivocara aquí, se equivocaría después aquí, por lógica. Hombre, se
254 equivocarán en eso, en que no fueran capaces de discriminar, es decir de ver bien, o
255 sea...pero ... o sea, aquí el error le vendría en el cubo y en el prisma con respecto al
256 cuadrado y al rectángulo

257 INV: vale, pero no haría ninguno el poner éste con éste [dibujo (en rojo sobre su
258 respuesta)]



259



260

261 J: no, vamos, estos no lo harían ya...pero vamos, esta actividad tú la haces con 3 años y
262 sí te lo hacen, porque ahí el niño no tiene...no discrimina nada, o sea, no tiene
263 capacidad de observación ninguna. El niño no es capaz de distinguir... el niño solo es
264 capaz de distinguir..., al principio los niños distinguen colores...como tú pongas éste
265 amarillo y éste amarillo te lo unen porque nada más se han fijado en el color amarillo

266 INV: vale

267 J: te estoy hablando de 3 años, porque el niño no discrimina formas y mucho menos va
268 a discriminar longitudes ni va a discriminar... el niño ahí se va a fijar en el color.

269 INV: Básicamente en el color. Vale

270 J: o en los tamaños. Si tú pones éste muy grande y éste muy grande y, a lo mejor, pones
271 muy chico ...

272 INV: sí, une lo grande con lo grande, lo chico con lo chico, aunque no tenga que ver

273 J: sí, aunque no tenga que ver con la forma

274 INV: vale. Y si tenemos que estampar un cilindro, lo estampamos por esta cara
275 [refiriéndome a la cara plana] o ¿cómo lo estamparíamos? ¿por todas las caras?
276 ¿cómo lo haríamos?

277 J: bueno, lo partimos y lo estampamos

278 INV: partirlo, ¿no? Seccionar siempre, igual que la esfera, ¿no? Que también la
279 partimos, ¿no?

280 J: sí

281 INV: Ah, pues este trozo es también de lo que hiciste tú también en clase. Que era:

282 [S1, L 271-273] “J: ... Vamos a coger y vamos a partir la esfera. Nunca hemos partido
283 esferas. Vamos a partirla por la mitad. Tatata... [Partiendo con el cuchillo la esfera de
284 plastilina por la mitad]”

285 J: y ¿esto nunca lo hicimos? ¿El partir el cilindro?

286 INV: el cilindro no

287 J: ah, vamos pues también lo hemos hecho, vamos, el cilindro lo hemos partido para
288 sacar el rectángulo

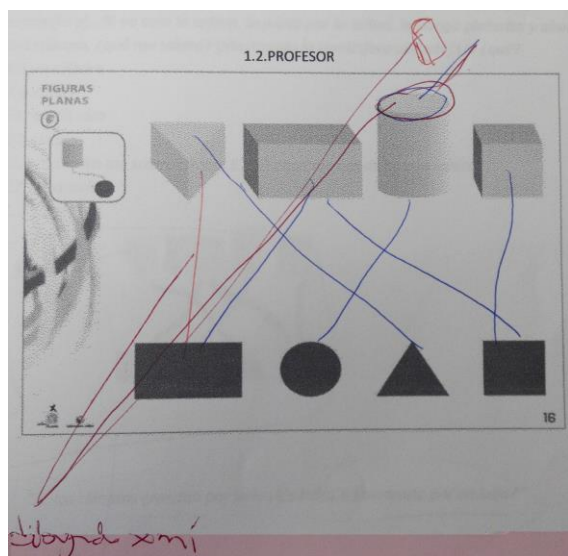
289 INV: porque siempre que tenga caras ..., es decir, ¿por qué partimos el cilindro o la
290 esfera?

291 J: ¿qué porqué la partimos? Pues para que vean que también se puede sacar...vamos la
292 partimos para hacer la estampación, pero para que vean que un rectángulo no viene
293 solamente del prisma, que también, o sea, que también puede venir de un cilindro

294 INV: entonces, aquí ...

295 J: hombre, que lo más representativo es ...pero vamos, tal y como está puesto ahí, no.
296 Tal y como está puesto ahí un niño no ve sacar el rectángulo de ahí. Tal y como está
297 puesto, lo dibuja ...vamos si dibujas la mitad sí, pero tal y como está puesto ahí, el niño
298 no va a ver que de aquí que tenga que sacar...

299 INV: vale, que tendría que estar el dibujo así, ¿no? [dibujo en rojo, medio
300 cilindro]



302 J: efectivamente, ahí va. Eso es.

303 INV: más o menos

304 J: sí, para que el niño viera que también puede sacar el rectángulo de ahí. Tal y como
305 está puesto... como está ahora mismo no puedes sacar ... lo tienes que partir

306 INV: y ¿las caras curvas se pueden estampar? o ¿no?

307 J: vamos, yo no lo he hecho nunca, vamos. Es que lo que vas a sacar es una línea, ¿no?

308 INV: eso, si lo estampas así es una línea. Si lo estampas...

309 J: sí, vamos, yo no lo he trabajado así nunca vamos, ni se me ha ocurrido, la verdad.
310 Vamos, pero sí lo estampas y haces así [rodando el cilindro] sacas un rectángulo.
311 Vamos, pero nunca se me había ocurrido la verdad. Nunca lo he hecho, pero vamos si lo
312 estampas así, sacas el rectángulo. Pero eso, que no lo he hecho nunca, la verdad

313 INV: vale

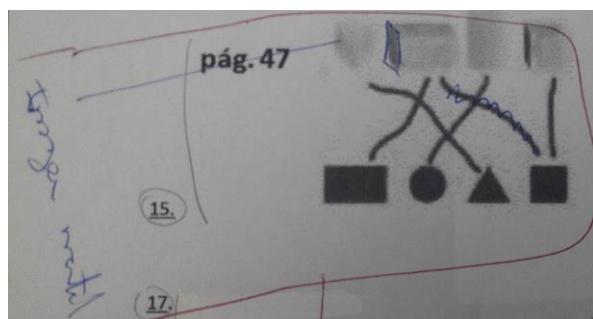
- 314 J: ni se me ha ocurrido. Vamos, ni se me ha ocurrido
- 315 INV: vale, seccionando las caras curvas sí, vale. Y ¿qué cuerpos necesitan ser
316 seccionados para estamparlos?
- 317 J: nosotros hemos seccionado siempre el cilindro y la esfera. Vamos, eso es lo que he
318 seccionado. Vamos, no hemos seccionado más porque el cubo y el prisma no hace falta,
319 porque como tienen las caras exteriores, pues no hace falta.
- 320 INV: ¿y el cono?
- 321 J: ah, pues el cono también. Sí, sí, sí. Además, lo hemos hecho y lo hemos abierto
322 también, para sacar el triángulo... sí, sí
- 323 INV: vale
- 324 J: sí, también lo hemos hecho, pero lo que pasa es que eso lo hemos hecho este año. Yo
325 no recuerdo haberlo hecho contigo...
- 326 INV: no, porque en el libro no aparecía...
- 327 J: pero este año sí lo hemos hecho
- 328 INV: metimos el cono y eso, pero no...pero no lo tenías ni en figura y lo tuviste que
329 hacer con un folio ...
- 330 J: vamos, sí lo hemos hecho. Además, es una figura que a ellos les llama la atención y le
331 es muy familiar. Vamos, le cuesta mucho trabajo, prisma, cubo, ...bueno, sobre todo,
332 prisma, prisma es el que más trabajo le cuesta...pero el cono lo tienen súper asimilado.
- 333 INV: y ¿por qué le cuesta más el prisma?
- 334 J: pues no sé porque le cuesta más el prisma, la verdad. Yo lo que sé es que el prisma le
335 cuesta mucho trabajo. Vamos, no sé, supongo que ...bueno, no sabría decirte porque el
336 prisma ... supongo que no lo verán claro en la realidad
- 337 INV: claro, como hay muchas formas...
- 338 J: sí
- 339 INV: vale. Y ¿existe sólo un estampado cuando tú seccionas las figuras o puedes
340 cortarlas por diferentes sitios?
- 341 J: eh, pues puedes cortarlas de diferentes formas. Ah, partir, pues hombre partir partir,
342 pues ...
- 343 INV: ¿de distintas formas o de una sola forma cada figura?
- 344 J: bueno, se pueden partir de más formas... hombre, nosotros siempre hacemos la básica
345 para llegar a la forma de 2 dimensiones que queremos trabajar, pero me imagino que se
346 podrá partir por más. Vamos, yo creo que sí, que lo puedes partir por distintos...

- 347 INV: pero dan ..., es decir, todos dan rectángulos cuando tú lo partes o dan otras
348 formas, el cilindro, digo
- 349 J: hombre, el cilindro pues da el círculo, el rectángulo y supongo que también dará un
350 cuadrado dependiendo del ...como se llamaría esto... del lado del cuadrado, en este
351 caso...yo creo que podría dar un cuadrado... y yo que sé... hombre, verás, si tú lo
352 partes como una cuña pues también podrás sacar un triángulo... bueno, no sé si eso
353 sería real
- 354 INV: ok. Y ¿eso le causaría error a los alumnos o eso no se lo plantean ni siquiera?
- 355 J: vamos, yo no me lo he planteado ni siquiera. Porque eso, si tu lo partes como una
356 cuña y lo extraes, pues... pero vamos, eso ya no sería un cilindro, ¿no? Hombre, tú has
357 sacado, lo has sacado de un cilindro, pero... me explico o ¿no? Pero ya no...
- 358 INV: y ¿si lo partes así?
- 359 J: claro, esas formas también las tenemos ahí. Sí, para sacar el óvalo y eso...sí, sí,
360 también las hacemos... no había caído, vale, vale...
- 361 INV: para sacar elipses
- 362 J: vale, vale. He sido yo cuadriculado y estaba pensando en las que estamos
363 trabajando... pero para trabajar el óvalo y lo que tú has dicho ahora, la elipse, también
364 la hemos trabajado, efectivamente. Cortes transversales, en este caso
- 365 INV: vale. Y eso ¿piensas que puede ser adecuado para infantil o no?
- 366 J: sí, sí. De hecho, lo hemos hecho. La caja la tenemos ahí, ...
- 367 INV: has hecho las secciones y demás
- 368 J: bueno, es que ya vienen partidos, es decir, aquí nosotros no lo hemos partido porque
369 ya vienen partidos y lo que hemos hecho es estamparlo, para que ellos vean como queda
370 la elipse.
- 371 INV: y le cuesta trabajo algo más
- 372 J: no, no que va
- 373 INV: ¿no hay nada que le cueste más trabajo ni nada?
- 374 J: no, no...ellos lo entienden bien. A ellos lo que le cuesta trabajo es recordar la... los
375 términos, es decir, le cuesta trabajo recordarlo... pero conceptualmente, sí lo
376 entienden...es que yo estaba pensando en las formas...de las que estábamos hablando...
377 pero vamos, ya te digo... vamos, mira la caja que las tengo pintadas las figuras...
- 378 INV: éste es el que tú me has hecho, ¿no?



379

380 Este es el que aparecía como solución en el libro de texto y ... si tuvieras que
381 simplificar, lo que me has comentado que simplificarías sería ese, ¿no? [tachado
382 sobre el dibujo] Sería que éste lo quitarías, para que fuera uno a uno, ¿no?



383

384 J: sí, o sea, ellos harían, o sea, lo harían como tú lo has hecho ahora, quitando ese.

385 INV: vale

386 J: pero tampoco te fíes, porque yo estoy seguro de que algún niño te pondría este
387 también...

388 INV: vale

389 J: vamos, y se lo tienes que dar por válido porque es válido... pero a lo mejor, tal y
390 como está, verás, es que depende de cómo te pongas, porque tal y cómo está aquí no es
391 válido, porque aquí el lado no es igual... pero vamos, como lo que buscamos es que el
392 niño vaya más allá, pues ... es decir, que en su mente se reconstruya la forma
393 geométrica

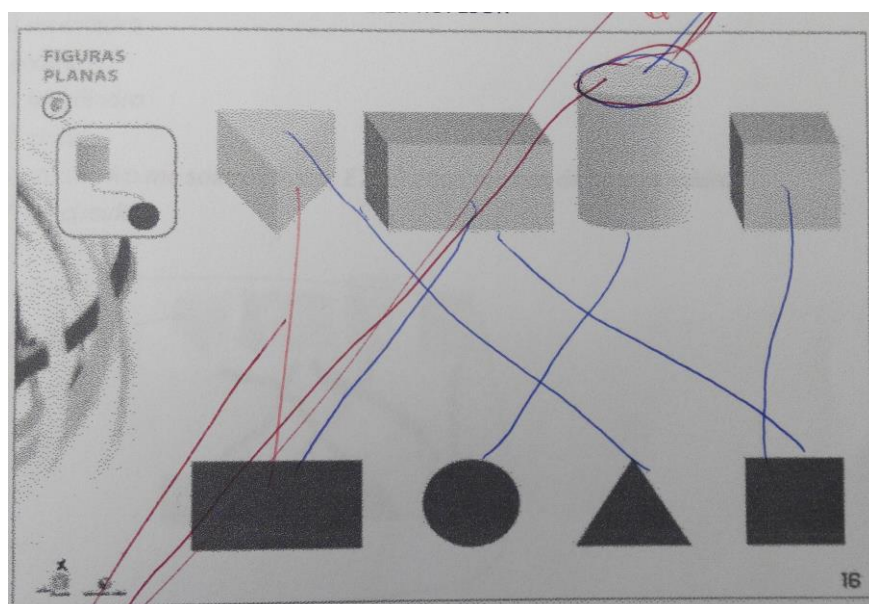
394 INV: la forma en 3 dimensiones

395 J: entonces, al formarse la forma en 3 dimensiones, el niño está viendo el lado tal y
396 cómo está aquí...entonces, sí se lo tienes que dar por válido... tal y cómo está aquí
397 ahora mismo, no... vamos, muchos niños te lo dirían, te dirían: "no maestro, ese no es
398 igual que ese", pero vamos, esos serían niños que no van más allá, pero los niños que
399 van más allá, porque lo tienen... en su mente la tiene perfectamente visualizada... pues
400 si sabe que esto le da la vuelta y pun... y este niño es capaz de ponerlo de frente, y es
401 capaz de ponerle el cuadrado... pero vamos, hay niños que no son capaces de ponerle el
402 cuadrado... ¿por qué? Pues porque no tienen esa capacidad de ... vamos, hay niños que
403 tienen la mente más creativa, por así decirlo, van más allá...

404 INV: sí, que tienen una imagen mental creada

405 J: y lo ven así y hacen pun, y le dan la vuelta y ponen de frente el cuadrado...pero otros
406 niños no, son más cuadrículados...

407 INV: vamos, pero, sin embargo, esto no es igual al círculo, ¿no? [refiriéndose a la
408 base del cilindro, parte curva de la forma tridimensional]



409

410 J: sí, pero ... bueno, pero como tú me has dicho antes, son actividades que son ya de
411 comprobación, que ya las hemos hecho antes... que el niño tampoco se fija mucho ... o
412 sea, que lo acabamos de hacer, es decir, el niño sabe perfectamente que ...

413 INV: que ese es ese, ¿no?

414 J: vamos, lo acabamos de hacer. Aparte, de que, por descarte, es lo que tienes que
415 poner...

416 INV: ¿esa sería la última figura qué harías?

417 **J: no, que va, el cilindro es de las primeras, sobre todo, porque el hecho de que**
418 **rueda, a ellos les llama mucho la atención...**

Comentado [AE3]: E5 u3

419 INV: lo de las propiedades de que rueden y eso, ¿Qué serían?

420 J: vamos, eso se trabaja, sobre todo, en 3 años, como iniciación a las formas
421 geométricas, o sea, con las 3 dimensiones, porque a ellos les llama mucho la atención.
422 Eso es lo primero que a ellos les llama la atención, de hecho, empezamos por ahí, por
423 decir, cuáles ruedan y cuáles no ruedan

424 INV: que son: caras planas y caras curvas, ¿no?

- 425 J: sí
- 426 INV: vale. Y esta afirmación ¿estaría bien? *“los cilindros ruedan por todos lados o*
427 *solamente por un lado”*
- 428 J: pero qué me preguntas a mí, ¿lo que dirían los niños o lo que te diría yo?
- 429 INV: lo que tú me dirías
- 430 J: hombre, por todos los lados, no. Por un lado...
- 431 INV: que sería ¿sólo por un lado o por una cara?
- 432 J: bueno, por la parte curva... vamos, por aquí no rueda...por la parte plana no rueda...
433 vamos, por un lado...vamos, no sé cuál sería la forma correcta de decirlo, pero vamos,
434 por un lado. Por la parte curva, vamos
- 435 INV: vale. Y ahora, si se equivocan los alumnos, ¿Cómo puedes hacer para que ellos
436 den con la respuesta correcta? O sea, si se equivocan en esto, ¿cómo corregirlo?
- 437 J: hombre, yo volvería a la estampación, ¿no?
- 438 INV: la estampación como observación, ¿no?
- 439 J: yo volvería a la estampación... de todas maneras, eso son cosas que los niños, son
440 cosas que son discriminativas, son visual... y el niño que no la tiene ... o sea, que eso
441 son tareas que ... vamos, son tareas previas, incluso que no tienen que ver con las 3
442 dimensiones ni con la geometría en realidad... la discriminación visual, me refiero... es
443 que eso no solamente sería un problema de geometría, sino que sería un problema de no
444 discriminar... o sea, que no sería un problema, que no creo que se encontrara el origen
445 en que tenga errores conceptuales relacionados con la geometría, sabes... que serían
446 problemas más bien, de observación...
- 447 INV: más generales, ¿no? De observación
- 448 J: sí, que probablemente, ese niño falle en otro tipo de relaciones que no tenga que ver
449 nada con la geometría... me explico
- 450 INV: vale
- 451 J: y eso, ¿qué trabajaría con él? Pues trabajaría con él, discriminación, pero me olvidaría
452 de la geometría
- 453 INV: sí, otras cosas como esas fichas que tienen que asociar cosas
- 454 J: sabes, capacidad de observación. Sí, fichas donde le digas, pues tienes que buscar ...
- 455 INV: tal cosa
- 456 J: sí, muchas veces... busca el objeto que tenga el color amarillo. O bien, hay 3 objetos
457 que son de color amarillo, ¿Cuáles son? Sabes, serían actividades, ya no tanto
458 relacionadas con la geometría sino con la discriminación...porque todo niño que no

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.5. Transcripción E5

- 459 domine los conceptos geométricos, sabes, aunque no los domine, por observación lo
460 puede sacar
- 461 INV: vale. Y ya, por último, la clasificación, es decir, ¿cómo clasificarías dentro de las
462 figuras de 3 dimensiones? ¿Habría alguna clasificación? Es decir, estas dos son tal cosa
463 o esta es tal otra...
- 464 J: hombre, el prisma y el cubo pues serían...hombre, pertenecerían a la misma familia y
465 estos dos a una familia diferente cada uno. Pero vamos, ahora yo no me sé los nombres
466 de las familias, la verdad
- 467 INV: y de las 2 dimensiones
- 468 J: pues igual, supongo. El cuadrado y rectángulo pertenecerían a la misma familia y
469 estos [refiriéndose a círculo y triángulo] a familias distintas
- 470 INV: ¿por qué? ¿qué características tienen en común?
- 471 J: estos, pues porque éste [refiriéndose a cuadrado] es un rectángulo, pero que
472 tiene todos sus lados iguales, y que se llama cuadrado. O éste [refiriéndose a cubo]
473 pues es un prisma pero que tiene todos sus lados iguales... reciben un nombre más
474 específico
- 475 INV: y éste sería ...
- 476 J: esto, una pirámide, bueno, una pirámide no, esto sería un prisma, bueno... ah, claro,
477 es verdad, esto es un prisma, no una pirámide. Es verdad, es un prisma con la base
478 triangular...efectivamente, entonces, pues serían estos 3 y el cilindro...es verdad, no es
479 una pirámide
- 480 INV: vale. Pues estas son las cosillas que tenía que preguntarte. Y de programación,
481 ¿tienes alguna programación específica para matemáticas o sería de lo que el libro...?
- 482 J: matemáticas, concretamente, nos fijamos del libro
- 483 INV: del libro, que no hay...que no ...
- 484 J: no es como lectoescritura, que en lectoescritura sí que elaboramos las
485 programaciones... pero en matemáticas esto
- 486 INV: pero no tenéis, pues en 3 años tengo que llegar al cubo, a esto, a lo otro...
- 487 J: bueno, eso sí... tenemos la programación del ciclo, vamos...y está establecido qué
488 contenido hay que trabajar ...
- 489 INV: eso sí lo tenéis, ¿no?
- 490 J: sí, sí, lo que pasa es que ...vamos, yo físicamente no lo tengo, vamos. Bueno, está en
491 pen, que ya no es como antes...
- 492 INV: pero lo tenéis, ¿no?

Anexo 3. Transcripciones de cada una de las entrevistas
A3.5. Transcripción E5

- 493 J: sí, lo tiene que tener ...
- 494 INV: es que como el curriculum de infantil es tan amplio...
- 495 J: sí, claro, pero vamos, es que la muchacha que lo ...o sea, la coordinadora, es que está
- 496 de baja maternal, pero vamos... ¿por qué tú lo quieres?
- 497 INV: sí, bueno me gustaría...
- 498 J: vale, pues a ver si lo consigo localizar...
- 499 INV: sí, vamos si me lo pudieras mandar, en un correo o algo te lo agradecería...
- 500 J: vale, pues a ver si te lo puedo localizar a través de ella. Vamos, yo antes, físicamente,
- 501 sí que lo tenía, pero eso ya ... ya es que todo lo tenemos digitalizado...es mucho más
- 502 cómodo por si viene el inspector y eso...
- 503 INV: Ok, pues espero tu correo entonces, cuando puedas. Muchas gracias por todo.

Anexo 4. Informe de análisis sobre Sesión 3

En este anexo se presenta un borrador de gran parte del informe de análisis¹ elaborado sobre la sesión 3, tal y como se habían realizado para las dos primeras observaciones de aula.

¹ La numeración de los indicadores aquí mostrados puede variar con respecto a los definitivos

Resumen S3

Sesión 3. Segunda clase del curso dedicada a Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años

La sesión analizada es la segunda clase de este¹ curso que dedican a trabajar Geometría en un aula de Educación Infantil de 4 años. Comienzan a trabajar dispuestos en asamblea y cambian de agrupamiento cuando pasan a trabajar la ficha del libro, pasando a sentarse cada uno en su sitio con su libro. José emplea la formulación continuada de preguntas, con el fin de que los estudiantes construyan su conocimiento.

En esta sesión observamos que, por una parte, enlaza con lo trabajado en la sesión anterior, donde quiere profundizar sobre las aristas. José va trabajando sobre qué cuerpos poseen aristas, trabaja la longitud de estas en los prismas e incluso les desvela el nombre geométrico de estas, pues en la clase anterior le habían llamado caminitos. Por otra parte, en esta sesión comienza el trabajo con las construcciones, donde los alumnos tienen que reproducir una composición geométrica mediante una fotografía (representación en 2d), respetando la selección de los cuerpos, su posición respecto de la base sobre la que se sustentan y su ubicación en la composición. Para ello utiliza material específico (piezas de madera y plastilina). El material está compuesto por esferas de plastilina y un conjunto de diversos cuerpos geométricos de madera entre los que se encuentran: el cubo, el prisma triangular, el prisma cuadrangular, el prisma rectangular y el cilindro.

En relación con el conjunto de esta sesión se toman fragmentos de entrevistas para respaldar o validar nuestras interpretaciones.

¹ Aunque son observaciones pasadas, en el informe de análisis se describe utilizando el tiempo verbal presente para referirnos a lo acontecido en esta sesión y así poder diferenciar lo que ocurre en la sesión observada con las cosas que ocurrieron en sesiones anteriores

CÓDIGO	CONTENIDO
S3-E1 (Episodio 1)	Repaso prismas
El profesor comienza repasando lo que trabajaron en la sesión anterior, intentando profundizar sobre las aristas (propiedad que comenzaron a trabajar la sesión anterior). Comienza tomando un prisma de entre las piezas de madera y les pide que proporcionen su nombre. A continuación, les comenta: “hubo un niño que me dijo que esto eran ... (señalando sobre las aristas del prisma)”. Tras esto, los alumnos van verbalizando otras propiedades de los prismas, por lo que José comenta: “Sí, un prisma tiene rectángulos, tiene cuadrados, tiene piquitos y tiene caminitos, pero ¿sabéis cómo se llaman estos caminitos? ¿son todos los caminitos iguales? ¿este caminito es igual a este?”. Los estudiantes explican que no, que “unos son más largos y otros más cortos” (S3-E1.1). Seguidamente, toma un cubo y realiza el mismo procedimiento, pide que proporcionen su nombre y propiedades de este (S3-E1.2). A continuación, les pregunta: ¿los caminitos del cubo son iguales que los caminitos del prisma? Los estudiantes expresan que no, que los caminitos del prisma son más largos y José les explica que hay caminitos que el prisma posee caminitos que son iguales a los del cubo y otros que son más largos (S3-E1.3). Por último, José revela el nombre geométrico de lo que llamaron la sesión anterior “caminitos” (S3-E1.4).	
S3-E1.1 (L 1-30)	Prisma: identificación y estudio de propiedades, centrado en aristas
S3-E1.2 (L 31-39)	Cubo: identificación y estudio de propiedades
S3-E1.3 (L 40-48)	Comparación de la longitud de las aristas del prisma y cubo
S3-E1.4 (L 49-59)	Revela el nombre geométrico de “caminito”
S3-E2 (Episodio 2)	Repaso cilindros
Aprovechando que un alumno ha tomado un cilindro, de las piezas de madera, José les pide que proporcionen su nombre. A continuación, les pregunta a los estudiantes si estos poseen aristas. Tras esto, un alumno comenta que “si lo estampamos sale un círculo” y él comenta que la próxima semana van a estampar el cilindro, pero les plantea, de forma abstracta, qué figura geométrica saldría al cortar el cilindro. Algunos alumnos comentan que sale semicírculo, pero él está en el corte longitudinal (de una base a otra) y no se da cuenta de ello, con lo que sólo contempla el rectángulo como respuesta correcta. Tras esto, para afianzar ese conocimiento comenta “Díselo a tus amigos, si yo parto este cilindro por la mitad y lo estampo ¿Qué es lo que sale? Un rectángulo”.	
S3-E2.1 (L 60-109)	Trabajo sobre la figura plana que sale tras cortar un cilindro longitudinalmente
S3-E3 (Episodio 3)	Repaso esferas
Tras tomar la pieza de madera en su mano, les pregunta el nombre de esta y si tiene picos y/o caminitos.	
S3-E3.1 (L 110-114)	Pregunta sobre algunas propiedades de los cuerpos geométricos

Tabla A4.1. Episodios de la Sesión 3 (I)

CÓDIGO	CONTENIDO
S3-E4 (Episodio 4)	Semejanzas prisma y cubo
En las clases anteriores, cuando comparaba el cubo y el prisma lo realizaba fomentando las diferencias entre estos cuerpos, pero en este episodio potencia las semejanzas. Comienza preguntándoles: “¿En qué se parecen un prisma y un cubo?, ¿Qué tienen igual? Dinos algo que tu veas de los dos que sean iguales”. Un alumno comenta que se parecen y, entonces el profesor les pregunta: “¿son iguales?”. Este responde que no. José insiste en que “no son iguales, pero tienen cosas que si son iguales”. Un alumno comenta que los dos tienen cuadrados. Otro alumno comenta que tiene piquitos y José les señala las aristas, con lo que los estudiantes comentan que ambos poseen “caminitos”. José aprovecha para refrescarle el nombre geométrico.	
S3-E4.1 (L 115-156)	Semejanzas prisma y cubo
S3-E5 (Episodio 5)	Comparación prisma y cilindro
José continua la sesión preguntando: “¿En qué se parece un prisma y un cilindro?”. Hasta el momento, tan solo había comparado sacando diferencias entre ellos, no tiene cuadrados, no tiene rectángulos, no tiene piquitos ni caminitos, pero en esta sesión, intenta fomentar alguna característica común a los dos. A los estudiantes les cuesta esto: muchos comentan que no se parecen en nada; otros comentan que se parecen en el color de la pieza que les está mostrando. José cambia una de las piezas para que sean de color distinto y, seguidamente, un estudiante comenta “en que el cilindro tiene dos partes”. José no sabe que ha querido decir y aprovecha para profundizar sobre esa afirmación, preguntándole al estudiante: “¿cuáles son las dos partes del cilindro?” y tras asegurarse de lo que estaba comentando el alumno, les comenta “el cilindro tiene dos partes, una arriba y otra abajo y el prisma también, ¿no?”, haciéndoles ver la similitud entre ambos cuerpos (S3-E5.1). Otro estudiante comenta que “rueda” y José comenta que “efectivamente, el cilindro rueda, pero ¿el prisma rueda?”, intentándoles hacer ver esa diferencia entre ambos. Todos los alumnos comentan que no y un alumno especifica que “el prisma se pone de pie”. Otro alumno sigue expresando “si lo tumbamos no rueda” y el profesor toma el prisma y lo ejemplifica (S3-E5.2).	
S3-E5.1 (L 157-173)	Semejanza prisma y cilindro
S3-E5.2 (L 174-184)	Alguna diferencia entre prisma y cilindro. Rodar

Tabla A4.1. Episodios de la Sesión 3 (II)

CÓDIGO	CONTENIDO
S3-E6 (Episodio 6)	Semejanzas cilindro y esfera
En clases anteriores, ya había comparado el cilindro y la esfera. Se había centrado, al igual que aquí, en las semejanzas y después, intenta diferenciarlos, mediante la diferencia patente (uno rueda por todos lados y otro no). En esta sesión comienza preguntando a los estudiantes el nombre de uno de los cuerpos, en este caso la esfera, pues aún no había aparecido en esta sesión. Tras esto, les pregunta: ¿en qué se parecen el cilindro y la esfera? Un estudiante expresa “y si partimos la esfera”. José aprovecha esto para que el estudiante comente qué sale al partir la esfera. Aprovechando la respuesta del alumno, círculo, José les comenta “y si cogemos el cilindro y le ponemos por aquí pintura (señalando una de las bases) y lo estampamos, ¿qué sale?”. Tras esto, pues les indica que “en eso son iguales”. Tras esto, José les pregunta: “¿En qué más se parecen el cilindro y la esfera?” Los estudiantes expresan que ambos ruedan (S3-E6.1). Aprovechando esto, les plantea la diferencia entre ambos a la hora de rodar (S3-E6.2). Otro alumno comenta que “la pelota no tiene ni picos ni caminitos” y José insiste en que utilicen vocabulario geométrico (esfera y arista) (S3-E6.3). Para finalizar, un alumno comenta “y el cilindro si lo cortamos, da un círculo” y José les explica que “dependiendo de cómo lo cortemos, saldrá un rectángulo o un círculo” (S3-E6.4).	
S3-E6.1 (L 185-201)	Semejanzas cilindro y esfera
S3-E6.2 (L 202-206)	Diferencias cilindro y esfera
S3-E6.3 (L 207-213)	Uso de vocabulario geométrico
S3-E6.4 (L 214-215)	Secciones de un cilindro
S3-E7 (Episodio7)	Inicio construcciones
José les comenta que van a realizar unos exámenes nuevos, “en los que nos tenemos que fijar muy bien”. Muestra las tarjetas de las fotografías de las construcciones y explica que es lo que tienen que hacer, de la siguiente forma: “nos vamos a fijar en las tarjetitas y tenemos que hacer lo mismo, lo mismo que viene en las tarjetitas. Nos tenemos que fijar muy bien si es un cilindro...”. A continuación, realiza un repaso: “el año pasado no sabíamos que los rectángulos salían de los prismas, los cuadrados de los cubos ni los círculos de las esferas, pero ya si lo sabemos” y les expresa que cómo ya conocen las caras de los cuerpos, pues van a realizar una nueva actividad en la que tienen que fijarse “en qué está arriba, qué está abajo...”, porque después lo van a tener que hacer ellos. Para poder pegar la tarjeta en la pizarra, le pide a una alumna que le traiga el fiso (celo), aprovechando para expresar que se trata de “un cilindro que se corta y sirve para pegar cosas en la pared”.	
S3-E7.1 (L 216-254)	Explicación de la nueva tarea

Tabla A4.1. Episodios de la Sesión 3 (III)

CÓDIGO	CONTENIDO
S3-E8 (Episodio 8)	Trabajo sobre la primera tarjeta
	José coloca la primera tarjeta sobre la pizarra, en la que aparecen, de izquierda a derecha: un prisma de base triangular apoyado sobre una de sus caras laterales, un prisma de base cuadrada apoyado sobre una de sus bases y un cilindro apoyado en una de sus bases. En primer lugar, va señalando cada uno de los cuerpos que aparecen en ella, con el fin de que los estudiantes proporcionen su nombre. Los estudiantes comentan “pirámide, prisma y cilindro” y el profesor valida la respuesta (S3-E8.1). Tras esto, el profesor coloca en el suelo todos los cuerpos de madera que poseen en la clase y le pide a un alumno que salga para realizar la construcción sobre una silla ubicada debajo de la tarjeta, es decir, el alumno debe de reproducir la representación en 3d de la construcción que aparece en la fotografía. José va orientando al estudiante de la siguiente forma: ¿qué es lo primero que tenemos? Tras proporcionar el nombre, José le insiste en que “la tienes que poner igual que está puesta esta. Fíjate bien. Y, al lado, ¿qué tenemos?”. Sigue el mismo procedimiento para cada uno de los cuerpos, lo señala, le pide el nombre, le pide que lo busque entre las piezas de madera y que lo coloque (S3-E8.2). Y, por último, vuelve a dirigirse al grupo clase para pedirles que comprueben si lo construido por el compañero es igual a lo que se encuentra representado en la tarjeta “¿es igual el dibujo que teníamos en la tarjeta a lo que ha construido E13?” (S3-E8.3).
S3-E8.1 (L 255-263)	Reconocimiento de los cuerpos geométricos
S3-E8.2 (L 264-293)	Representación en 3d de la fotografía
S3-E8.3 (L 294-300)	Comprobación de la igualdad de la representación 3d y la foto
S3-E9(Episodio 9)	Trabajo sobre la construcción anterior desde otra perspectiva
	José les comenta que eso ha sido muy fácil, colocando otra tarjeta en la pizarra, sin quitar la que tenía antes. Seguidamente, les pregunta: “¿son iguales?” La mayoría de los estudiantes contesta que no, excepto un alumno que comenta “es tumbado”. El profesor decide preguntar uno a uno: “¿tú piensas que éste es igual a éste?”. Tras esto, expresa “¿hay alguien que piense que esto es igual que esto?”, a lo que todos contestan que “no”. De nuevo, el estudiante comenta: “uno está tumbado y otro está de pie”. José aprovecha esto, para preguntarle, pero “¿aquí hay las mismas formas geométricas que aquí?”. De esta forma, algunos estudiantes se dan cuenta y contestan que “sí, pero aquí están tumbadas y ahí están de pie”. Tras esto, intenta que le proporcionen el nombre de cada uno de los cuerpos que ahí aparecen (S3-E9.1). A continuación, pasa a explicarles el término perspectiva comentando “son las mismas, lo que pasa es que aquí se ve desde una perspectiva, una manera, y aquí se ve de otra manera”. Para afianzar ese término, utiliza la ejemplificación con dos alumnos, terminando la explicación comentando que al estudiante lo pueden “ver desde distintas formas, desde un lado, desde otro, desde arriba, desde más arriba todavía”, pero es el mismo (S3-E9.2). Para finalizar, el profesor pretende que le muestren la perspectiva desde donde lo están viendo. Los estudiantes contestan qué de frente, entonces los va llamando y colocando de pie, donde la construcción le queda más baja, pero aun así la mayoría de los alumnos contestan que lo ven de frente, cosa que llama la atención del profesor (S3-E9.3).
S3-E9.1(L301-334)	Reconocimiento de los cuerpos geométricos
S3-E9.2(L335-383)	Ejemplificación de perspectiva con dos estudiantes
S3-E9.3(L384-416)	Intento de identificar la perspectiva desde la cual están observando la construcción

Tabla A4.1. Episodios de la Sesión 3 (IV)

CÓDIGO	CONTENIDO
S3-E10(Episodio10)	Trabajo sobre otra tarjeta
	El profesor coloca otra tarjeta, en la que aparecen de izquierda a derecha, un cubo, un prisma de base cuadrada apoyado en una de sus bases, un prisma de base cuadrada apoyado sobre una de sus caras laterales y sobre este último, un cilindro apoyado en una de sus bases. Al comienzo, como en la otra tarjeta, lo que intenta es que identifiquen los cuerpos involucrados en la composición validando la respuesta: “cubo, prisma, prisma y cilindro”. En este reconocimiento les hace hincapié en la posición de los prismas y los compara como sigue: “los dos son prismas, pero uno está apoyado de una manera y otro de otra” (S3-E10.1). Acto seguido, el profesor con las piezas de madera en el suelo, le pide a un estudiante que salga a realizar la construcción sobre una silla ubicada debajo de la tarjeta, aclarando: “te tienes que fijar muy bien en las figuras geométricas que tenemos aquí para tú ponerlas aquí en la silla, ¿Qué es lo primero que tienes que coger? Fíjate bien”. El alumno toma un cubo del mismo color que el que está representado en la tarjeta, pero no conoce su nombre y el profesor pide al resto de estudiantes que lo proporcione. Este alumno va tomando las piezas del mismo color que las que aparece en la fotografía y toma un prisma de base rectangular en vez de uno de base cuadrada. Un alumno se percata y dice “está muy planito”, pero el docente le comenta: “bueno, ponlo”. El alumno lo coloca en la misma posición que está en la tarjeta y continúa colocando el otro prisma, esta vez sí de base cuadrada (y del mismo color), finalizando la composición con la colocación de un cilindro, pero sobre la silla, sin prestar atención a la posición de esta, por lo que José le comenta: “Mira la fotografía y ahora mira lo que has puesto, ¿es igual?”. El alumno comenta que no y el docente lo va orientando: “Fíjate en el cilindro. El cilindro en la fotografía, ¿Dónde está? [...] ¿Qué tiene el cilindro abajo?”, hasta que logra que la composición esté igual que la fotografía, a excepción del uso del prisma rectangular (S3-E10.2). A continuación, se dirige al grupo clase para pedirles que comprueben si lo construido por el compañero es igual a lo que se encuentra representado en la tarjeta, pues en la construcción del alumno existe un prisma rectangular, aunque es del mismo color que aparece en la foto. Los estudiantes responden afirmativamente y José opta por preguntar individualmente. Un alumno comenta que “no, porque no están juntos”, a lo que José contesta; “bueno, lo juntamos un poco más” y como pista les explica que “los colores dan igual”. Casi todos responden que sí, que son iguales, tan solo un alumno comenta “que está plano” (acercándose al prisma). Entonces, José enfatiza de la siguiente forma: “¿tú me estás diciendo a mí que este prisma no es igual a este prisma? (señalando sobre los prismas que están apoyados sobre su base)”. Tomando el prisma comenta “Sus caras, ¿Qué son?” los alumnos comentan que rectángulos y en la foto, estas caras son cuadrados. Así que, para finalizar, toma la pieza correcta y la sustituye en la construcción, preguntándoles “¿es ahora igual?” (S3-E10.3).
S3-E10.1(L417-448)	Reconocimiento de los cuerpos
S3-E10.2(L449-498)	Representación en 3d de la fotografía
S3-E10.3(L499-582)	Intenta que se den cuenta de la diferencia existente entre la construcción 3d y la fotografía

Tabla A4.1. Episodios de la Sesión 3 (V)

CÓDIGO	CONTENIDO
S3-E11(Episodio11)	Ficha del libro
Los alumnos están ya sentados en sus mesas. El profesor toma un libro y les pide que abran por la página 12. Les pide que observen la construcción que ahí aparece y, como de costumbre, que vayan comentando los cuerpos que ahí aparecen, de la siguiente forma: “El castillo está formado por dos... ¿esto qué son?” y así. Les comenta que son dos castillos iguales los que hay, de los cuales, solo hay que colorear los cilindros, y decir, cuántos hay.	
S3-E11.1(L583-625)	Explicación de la tarea del libro

Tabla A4.1. Episodios de la Sesión 3 (VI)

Análisis interpretativo por episodio S3

EPISODIO 1. REPASO PRISMAS

S3-E1.1 (L 1-30)	Prisma: identificación y estudio de propiedades, centrado en aristas

El profesor comienza repasando lo que trabajaron en la sesión anterior, intentando profundizar sobre las aristas (propiedad que comenzaron a trabajar la sesión anterior). Como de costumbre, José utiliza material manipulativo para estudiar los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategias), conocedor de la importancia de estos para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 2, recursos). También es sabedor de la importancia de que los estudiantes manipulen los cuerpos para que estos puedan construir la imagen mental de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción). Además, José conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 10, dificultades). Con el prisma en la mano, les pide que proporcionen su nombre, conocedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para el trabajo de la Geometría (KMT 11 y 18, estrategias; lenguaje) y de que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico porque no está dentro de su léxico (KFLM 8, dificultades; lenguaje), pero que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje).

A continuación, les comenta que la semana pasada hubo un niño que le dijo que esto eran caminitos. Seguidamente los alumnos van verbalizando otras propiedades de los prismas, por lo que José afirma [S3-E1.1 u1]: *“Sí, un prisma tiene rectángulos, tiene cuadrados, tiene piquitos y tiene caminitos”*. Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en la etapa de Educación Infantil, que es ayudando a los estudiantes a identificar sus propiedades (KPM 2, proceso de construcción de la definición). José, en entrevistas, también suele proporcionar las definiciones así, como listado de elementos constituyentes (Kot 9, definiciones). El docente conoce que el paso de la identificación de los cuerpos geométricos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje) y que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje). Por otro lado, observamos el lenguaje utilizado por José, donde utiliza el término “pico” como sinónimo de vértice y “caminito” como sinónimo de arista, conocedor del vocabulario usado comúnmente por los estudiantes para abordar un determinado contenido (KFLM 13, formas de interacción; lenguaje) y de que el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 14, estrategia, lenguaje).

Como hemos comentado anteriormente, José pretende que a esta edad vayan adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6), por lo que les pregunta [S3-E1.1 u2]: *“¿sabéis cómo se llaman estos caminitos? ¿son todos los caminitos iguales? ¿este caminito es igual a este?”*. José pretende profundizar sobre las aristas de los prismas, conocedor de que a esta edad los estudiantes sean capaces de proporcionar características

de los cuerpos geométricos (KMLS 2), así como de la dificultad que le supone al alumnado fijarse en elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 4, dificultades). También conoce que los niños a esta edad no son capaces de retener muchas características de un objeto (KMLS 4, nivel de desarrollo).

José conoce la teoría de partir de las tres dimensiones y derivar de ella la geometría plana (KMT 3, teoría de enseñanza). Ligado a esto se observa su conocimiento respecto de la secuenciación de contenidos, ya que comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y como profundización de estos, las figuras planas (KMLS 7, secuenciación).

El profesor comenzó la sesión tomando el cuerpo geométrico y pidiendo su nombre. Esto muestra su conocimiento acerca de distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: material manipulativo y lenguaje verbal (Lesh, Post y Behr, 1987), y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación). José usa estos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 19, estrategias).

S3-E1.2 (L 31-39)	Cubo: identificación y estudio de propiedades

Seguidamente, toma un cubo y realiza el mismo procedimiento, pide que proporcionen su nombre y propiedades de este. Por lo que podemos decir que José conoce la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) y lo utiliza para estudiar los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategias), sabedor de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 10, dificultades). Además de conocer la importancia de que los estudiantes manipulen los cuerpos para que estos puedan construir la imagen mental de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción).

José conoce que a los estudiantes les cuesta fijarse en elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (KFLM 4, dificultades), así como retener muchas características de un objeto (KMLS 4, nivel de desarrollo), pero es conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje). Ligado a esto, el profesor es consciente de que el paso de la identificación de los cuerpos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje). José cuando se le pregunta por alguna definición de algún cuerpo, las suele proporcionar así, como listado de propiedades (KoT 9, definiciones), lo que nos hace pensar que este modo de definir se corresponde con la etapa en la que se encuentra inmerso, pues el inicio sobre la definición en Infantil se suele realizar ayudando a los estudiantes a identificar sus propiedades (KPM 2, proceso de construcción de la definición).

José es conocedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para el trabajo de la Geometría (KMT 11 y 18, estrategia; lenguaje), ya que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje), aunque conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico

(KFLM 8, dificultades; lenguaje). Por otro lado, conoce el vocabulario cotidiano que los estudiantes usan para referirse a propiedades de los cuerpos geométricos (KFLM 13, formas de interacción; lenguaje) y como el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 14, estrategia; lenguaje).

José conoce distintos sistemas de representación de los cuerpos geométricos (manipulativo y verbal) (Lesh, Post y Behr, 1987), y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación) y los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 19, estrategias).

En este subepisodio también se observa como José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella, las figuras planas (KMT 3, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional a la geometría plana (KMLS 7, secuenciación). Además, conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos y lo utiliza en la enseñanza de cada uno de estos. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar las caras y proporcionar su nombre (KMT 17, técnica).

S3-E1.3 (L 40-48)	Comparación de la longitud de las aristas del prisma y cubo

Como sabemos de otras sesiones, José conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados (KoT 4, definiciones, propiedades). Además, conoce que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada (KoT 8, clasificaciones, definiciones), pero de cara a la enseñanza opta por diferenciarlos, porque conoce que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado (KMLS 5, nivel de desarrollo). El profesor conoce la dificultad que poseen algunos estudiantes para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras (KFLM 6, dificultades). José conoce que la comparación de las propiedades de distintos cuerpos favorece el conocimiento de estos (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación) y utiliza la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo de un prisma cuadrangular (KMT 10, estrategia). José promueve la comparación de las aristas del prisma cuadrangular con las del cubo, es decir, utiliza la estrategia de la comparación entre cuerpos para identificar características de estos (KMT 8, estrategias), como se muestra [S3-E1.3 u3]: “¿los *caminitos del cubo son iguales que los caminitos del prisma?*”. Esto es debido a que conoce que se favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 3, formas de interacción). José es conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje), por lo tanto, ayuda a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los prismas como un todo,

propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), conocedor de que esto refleja un avance en el

S3-E1.4 (L 49-59)	Revela el nombre geométrico de “caminito”

José conoce el vocabulario cotidiano que los estudiantes usan para referirse a propiedades de los cuerpos geométricos (p.e. caminito para referirse a arista) (KFLM 13, formas de interacción; lenguaje) y como el uso de este vocabulario cotidiano ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 14, estrategia; lenguaje). Una vez asimilado el concepto, José pasa a sustituir esa terminología por un vocabulario geométrico más formal, es decir, los términos son institucionalizados, sabedor del papel que juega en la construcción y comunicación matemática (KPM 10x, papel del lenguaje formal), por lo que José revela el nombre geométrico de lo que llamaron la sesión anterior “caminitos” [S3-E1.4 u4]: “¿sabéis cómo se llaman estos caminitos? [...] esto se llaman aristas”. José es conocedor de la importancia del uso del lenguaje geométrico correcto para el trabajo de la geometría tridimensional (KMT 11, estrategia; lenguaje) y como a esta edad deben de ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje), aunque conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico (KFLM 8, dificultades; lenguaje).

EPISODIO 2. REPASO CILINDROS

S3-E2.1 (L 60-109)	Trabajo sobre la figura plana que sale tras cortar un cilindro longitudinalmente

Como en los episodios anteriores, comienza el repaso de los cilindros, tomando un cilindro de entre las piezas de madera y pidiendo a los estudiantes que proporcionen su nombre, por lo sabe que una estrategia para que los estudiantes observen las propiedades de los cuerpos es apoyarse en material manipulativo (KMT 1, estrategias). José es conocedor de la importancia del material manipulativo (KMT 2, recursos) para que los estudiantes observen sus propiedades y puedan construir la imagen mental de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción). A continuación, les pregunta a los estudiantes si estos poseen aristas. José continúa con el cilindro en la mano, conocedor de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 10, dificultades). El profesor conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los sólidos (KFLM 4, dificultades), pero sabe que a esta edad se debe pretender que el estudiantado proporcione características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje), ya que supone un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje).

José ha preguntado por aristas y no por “caminitos”, por lo que conoce la importancia del uso de lenguaje correcto para el trabajo de la geometría tridimensional (KMT 11, estrategias; lenguaje) y que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje), aunque a los estudiantes les cueste retener estos términos porque no están dentro de su léxico (KFLM 8, dificultades; lenguaje).

Tras esto, un alumno comenta que [S3-E2.1 u5]: “*si lo estampamos, sale un círculo*”. El profesor lo afirma y les comenta: [S3-E2.1 u6]: “*efectivamente, si lo estampamos sale un círculo [...] Cogemos un poquito de pintura, le ponemos por aquí y hacemos paff y nos sale un círculo*”. En clases anteriores José había hecho uso de la estampación como comprobación mediante una prueba experimental (KPM 3, formas de validación: comprobación como precursor de la demostración), por lo que considera que los estudiantes ya han manipulado bastante anteriormente y son capaces de responder con la mera visualización del cuerpo (KPM 6x, visualización). Hasta el momento, José había utilizado la estampación del círculo en el cilindro, conocedor de una estrategia para simplificar el concepto, utilizando la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa, para facilitar la identificación de las figuras (KMT 4, estrategias). Para ello hace uso de la estampación como recurso potente para trabajar la asociación del cilindro con su cara (KMT 5, recurso), además de conocer el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos (KoT 2, procedimientos).

En esta sesión, también, les plantea, de forma abstracta, qué figura geométrica saldría al cortar el cilindro y estamparlo [S3-E2.1 u7]. Algunos alumnos comentan que sale semicírculo, pero él está en el corte longitudinal (de una base a otra) y no se da cuenta de ello, con lo que sólo contempla el rectángulo como respuesta correcta. José utiliza la estrategia de cortar el cilindro para obtener figuras planas (KMT 31, estrategia), sabedor de que puede cortar los cuerpos geométricos para obtener una figura plana (KoT 11, procedimientos).

José conoce distintos sistemas de representación de los cuerpos geométricos (manipulativo y verbal) (Lesh, Post y Behr, 1987), y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación) y los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 19, estrategias). Además, para que los alumnos expliciten el círculo y el rectángulo, el profesor se ayuda de la simulación de la estampación, a través del registro manipulativo y el lenguaje verbal, para evocar la imagen mental (KMT 7, estrategias).

En este subepisodio también se observa como José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella, las figuras planas (KMT 3, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional a la geometría plana (KMLS 7, secuenciación). Además, conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos y lo utiliza en la enseñanza de cada uno de estos. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar la cara más representativa y proporcionar su nombre (KMT 17, técnica).

EPISODIO 3. REPASO ESFERAS

S3-E3.1(L110-114)	Pregunta sobre algunas propiedades de los cuerpos geométricos

El trabajo con la esfera en este caso es menor, se limita a tomarla, pedir el nombre de esta y que comenten si posee picos y aristas. Por lo que podemos decir que José pretende que los estudiantes visualicen propiedades de esta, ya que conoce que la visualización es un proceso geométrico que potencia el conocimiento de los cuerpos (KPM 6X, visualización). El profesor conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los sólidos (KFLM 4, dificultades), pero sabe que a esta edad se debe pretender que el estudiantado proporcione características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje), ya que supone un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje). José ha utilizado material manipulativo (KMT 2, recursos) conocedor de la importancia del material para que los estudiantes observen sus propiedades (KMT 1, estrategias). También es sabedor de la importancia de que los estudiantes manipulen los cuerpos para que estos puedan construir la imagen mental de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción). Además, José conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 10, dificultades).

Con la esfera en la mano, les pide que proporcionen su nombre, conocedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para el trabajo de la Geometría (KMT 11 y 18, estrategias; lenguaje) y de que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico porque no está dentro de su léxico (KFLM 8, dificultades; lenguaje), pero que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje). Luego, les pregunta si estas poseen picos y aristas, por lo que podemos decir que José conoce el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes para abordar un determinado contenido (KFLM 13, formas de interacción; lenguaje) y como este ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 14, estrategia, lenguaje).

EPISODIO 4. SEMEJANZAS PRISMA Y CUBO

S3-E4.1(L115-156)	Semejanzas prisma y cubo

El profesor toma en sus manos un cubo y un prisma cuadrangular y les pregunta a los estudiantes por las semejanzas de estos [S3-E4.1 u8]: “¿en qué se parecen un prisma y un cubo? ¿qué tiene igual un prisma y un cubo? Dinos algo que veas de los dos que sean iguales”. En primer lugar y como de costumbre, observamos que José conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar propiedades de un cuerpo geométrico sin tenerlo presente (KFLM 10, dificultades), por lo que utiliza las piezas de madera (KMT 2, recursos), conocedor de la importancia del material manipulativo para que los estudiantes observen sus características (KMT 1, estrategias). Además, conoce la

importancia de que los estudiantes manipulen los cuerpos para que estos puedan construir la imagen mental de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción). Como decimos, José conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje) y es sabedor de que en el aprendizaje geométrico hay que avanzar de la identificación de los cuerpos como un todo, lo que se corresponde con el nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 (Jaime y Gutiérrez, 1990) (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje). Por otro lado, conoce la dificultad que le supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos (KFLM 4, dificultades) y que no son capaces de retener muchas características de un objeto (KMLS 4, nivel de desarrollo), por lo que usa la comparación como estrategia para comprender mejor un cuerpo geométrico (KMT 8, estrategias). José es conocedor de que la comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo a través de la comparación con otro (KFLM 3, formas de interacción).

En las sesiones anteriores José intentaba diferenciar el cubo y el prisma debido a su conocimiento de que esto requiere un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado (KMLS 5, nivel de desarrollo), aunque él conoce que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada (KoT 8, clasificaciones, definiciones). En esta sesión, hace hincapié en las semejanzas entre estos dos cuerpos geométricos de la siguiente forma [S3-E4.1 u9]: *“no son iguales, pero tienen cosas que si son iguales”*, conocedor de la importancia de la igualdad como favorecedor del conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 11X, igualdad).

En sesiones anteriores, había utilizado la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa para facilitar la identificación de las figuras, asociando prisma con rectángulo y cubo con cuadrado (KMT 4, estrategia), pero ahora quiere ahondar en cada una de las propiedades de estos cuerpos, pues su objetivo es avanzar en el estudio de los cuerpos geométricos. Para ello, intenta reflejar algunas propiedades semejantes en estos, conocedor de que las definiciones de los cuerpos geométricos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes (KoT 9, definiciones), que distan de las características de una definición formal. Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en Infantil, que es ayudando a los alumnos a identificar sus propiedades (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje), ya que conoce que el listado de propiedades es un precursor de la construcción de la definición matemática (KPM 2, proceso de construcción de la definición). Un alumno comenta que los dos tienen cuadrados, José lo afirma de la siguiente manera [S3-E4.1 u10]: *“El prisma y el cubo no son iguales, pero sí que tienen cosas que son iguales, por ejemplo, los dos tienen cuadrados”*. Otro alumno comenta que tiene piquitos, José lo afirma y les señala las aristas, comentándoles [S3-E4.1 u11]: *“y los dos tienen también ...”*, con lo que los estudiantes comentan que ambos poseen *“caminitos”*. Aunque José conoce el vocabulario cotidiano que los estudiantes usan para referirse a propiedades de los cuerpos geométricos (KFLM 13, formas de interacción;

lenguaje) y como el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 14, estrategia; lenguaje). El profesor aprovecha para refrescarle el nombre geométrico, conocedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para el trabajo de la Geometría (KMT 11 y 18, estrategia; lenguaje), ya que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje), aunque conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico (KFLM 8, dificultades; lenguaje).

José conoce distintos sistemas de representación de los cuerpos geométricos (manipulativo y verbal) (Lesh, Post y Behr, 1987), y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación) y los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 19, estrategias).

En este subepisodio también se observa como José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella, las figuras planas (KMT 3, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional a la geometría plana (KMLS 7, secuenciación). Además, conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos y lo utiliza en la enseñanza de cada uno de estos. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar las caras y proporcionar su nombre (KMT 17, técnica).

EPISODIO 5. COMPARACIÓN PRISMA Y CILINDRO

S3-E5.1(L157-173)	Semejanza prisma y cilindro

José continua la sesión tomando un prisma de base cuadrada y un cilindro de entre las piezas de madera (KMT 2, recursos), conocedor de la importancia del uso de material manipulativo para estudiar los cuerpos geométricos (KMT 1, estrategia). También es consciente de la importancia de la manipulación para la construcción mental de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción).

Con las piezas en la mano, les comenta [S3-E5.1 u12]: “*Y si ahora comparamos al prisma con el cilindro ¿en qué se parecen?*”. José promueve la comparación de estos dos cuerpos, es decir, utiliza la estrategia de comparación para comprender mejor un sólido geométrico (KMT 8, estrategias), debido a que conoce que la comparación favorece el conocimiento de los cuerpos a través de sus propiedades (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro (KFLM 3, formas de interacción). Todo ello basado en su objetivo, que es el de ayudar a los estudiantes en el avance de su conocimiento sobre los cuerpos geométricos (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje), conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje). Por otro lado, José es consciente de que los estudiantes poseen dificultades para fijarse en los

elementos matemáticos de los cuerpos (KFLM 4, dificultades) y que no son capaces de retener muchas características de estos (KMLS 4, nivel de desarrollo), por lo que pensamos que usa la comparación para este fin.

Hasta el momento, tan solo había comparado sacando diferencias entre ellos, no tiene cuadrados, no tiene rectángulos, no tiene piquitos ni caminitos, pero en esta sesión, intenta fomentar alguna característica común a los dos, conocedor de la importancia de la igualdad como favorecedor del conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 11X, igualdad). José sabe que a los estudiantes les cuesta encontrar alguna semejanza entre los prismas y cilindros (KFLM 18, dificultades). Muchos comentan que no se parecen en nada y otros comentan que se parecen en el color de la pieza que les está mostrando. Ante esto, José cambia una de las piezas por otra con la misma forma, pero de distinto color, ya que como hemos comentado anteriormente es conocedor de que el alumnado tiene dificultades para fijarse en elementos matemáticos de los sólidos (KFLM 4). Seguidamente un estudiante comenta [S3-E5.1 u13] *“en que el cilindro tiene dos partes”* y aprovechando esto, José intenta profundizar preguntando [S3-E4.1 u14]: *“¿cuáles son las dos partes del cilindro?”*. José sabe que a los estudiantes les cuesta encontrar alguna semejanza entre los prismas y cilindros (KFLM 18, dificultades), pero tras cerciorarse de ello lo traslada a la clase de la siguiente forma [S3-E5.1 u15] *“el cilindro tiene dos partes, una arriba y otra abajo y el prisma también”*. José utiliza el mismo vocabulario que ha usado el alumno (KFLM 13, formas de interacción; lenguaje), ya que conoce que el uso vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT 14, estrategia; lenguaje). El docente conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para el trabajo de la geometría tridimensional (KMT 11, estrategia; lenguaje) y que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje), pero conoce que a los estudiantes les cuesta retener vocabulario geométrico (KFLM 8, dificultades; lenguaje) y el término base no lo considera a aprender en este curso escolar (KMLS XX).

En este como en los anteriores episodios parece que José pretende acercar a los alumnos a la definición de los cuerpos geométricos que trabaja, conocedor de que en la etapa de Infantil se comienza el trabajo ayudando a los alumnos a identificar los atributos de los cuerpos (KPM 2, proceso de construcción de la definición), por el modo en que razonan los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje). Esto puede hacer que José proporcione las definiciones de los cuerpos sobre la base de un listado de elementos constituyentes (KoT 9, definiciones).

José conoce distintos sistemas de representación de los cuerpos geométricos (manipulativo y verbal) (Lesh, Post y Behr, 1987), y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación) y los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 19, estrategias).

En este subepisodio también se observa como José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella, las figuras planas (KMT 3, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de

contenidos, desde la geometría tridimensional a la geometría plana (KMLS 7, secuenciación).

S3-E5.2(L174-184)	Alguna diferencia entre prisma y cilindro. Rodar

Otro estudiante comenta que “rueda” y José aprovecha para decirles [S3-E5.2 u16]: *“efectivamente, el cilindro rueda, pero ¿el prisma rueda?”*, con lo que vuelve a comparar estos dos cuerpos, es decir, vuelve a utilizar la estrategia de comparación para identificar propiedades de estos (KMT 8, estrategias), conocedor de que la comparación favorece el conocimiento de los cuerpos (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación) y que de este modo los alumnos comprenden mejor el cuerpo geométrico (KFLM 3, formas de interacción). José conoce que el uso del vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto (KMT 14, estrategias; lenguaje) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 6, definiciones; lenguaje). Además, José conoce que con este hecho se comienza a construir las propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 4, prácticas particulares: hacer rodar como precursor de la clasificación), es decir, como precursor de la diferenciación entre cuerpo redondo y poliedro (KoT 10, clasificaciones; definiciones) (Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto, Ramírez y Codes, en prensa). A eso le unimos su conocimiento acerca de la dificultad que poseen los alumnos a la hora de retener vocabulario geométrico, por no estar dentro de su léxico habitual (KFLM 8, dificultades; lenguaje). Además, en clases anteriores los alumnos han hecho rodar los cuerpos como estrategia para ayudar a expresar características de ellos (KMT 15, estrategias), ya que es conocedor de que el hecho de hacer rodar los cuerpos geométricos es una cualidad representativa de estos, que los niños pueden experimentar fácilmente y que les resulta atractivo (KFLM 9, intereses y expectativas). De nuevo se refleja su conocimiento acerca de la importancia del material manipulativo para estudiar los sólidos geométricos (KMT 2, recursos) y para que los estudiantes construyan su imagen mental del concepto (KFLM 2, formas de interacción). Otro alumno sigue expresando *“si lo tumbamos no rueda”* y el profesor toma el prisma y lo ejemplifica [S3-E5.2 u17], ya que conoce la importancia de la comprobación mediante una prueba experimental (KPM 3, formas de validación: comprobación como precursor de la demostración).

José conoce que el paso de la identificación de los cuerpos geométricos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje), además de conocer que a esta edad se debe pretender que los alumnos proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje).

En este como en los anteriores episodios parece que José pretende acercar a los alumnos a la definición de los cuerpos geométricos que trabaja, conocedor de que en la etapa de Infantil se comienza el trabajo ayudando a los alumnos a identificar los atributos de los cuerpos (KPM 2, proceso de construcción de la definición), por el modo en que razonan

los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje). Esto puede hacer que José proporcione las definiciones de los cuerpos sobre la base de un listado de elementos constituyentes (KoT 9, definiciones).

José conoce distintos sistemas de representación de los cuerpos geométricos (manipulativo y verbal) (Lesh, Post y Behr, 1987), y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación) y los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 19, estrategias).

En este subepisodio también se observa como José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella, las figuras planas (KMT 3, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional a la geometría plana (KMLS 7, secuenciación).

EPISODIO 6. SEMEJANZAS CILINDRO Y ESFERA

S3-E6.1(L184-201)	Semejanzas cilindro y esfera

En clases anteriores ya había comparado estos dos cuerpos. En esta sesión, tomando las piezas de madera, comienza preguntando a los estudiantes el nombre de uno de los cuerpos, la esfera, pues aún no había aparecido en esta sesión. José conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico para el trabajo de la Geometría (KMT 11 y 18, estrategias; lenguaje) y que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje), aunque es sabedor de la dificultad que tienen los estudiantes para retener vocabulario geométrico (KFLM 8, dificultades, lenguaje). Por otro lado, y como de costumbre, el profesor toma material manipulativo para trabajar los cuerpos sabedor de que una estrategia para que los estudiantes observen las propiedades de los cuerpos geométricos es apoyarse en material manipulativo (KMT 1, estrategias), conoce las potencialidades de su uso (KMT 2, recursos) y que los estudiantes puedan construir la imagen de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción).

José promueve la comparación, ya que les pregunta [S3-E6.1 u18]: “¿en qué se parece el cilindro y la esfera?”, es decir, utiliza la estrategia de comparación para identificar características de los cuerpos (KMT 8, estrategias), conocedor de que la comparación favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación) y que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico a través de la comparación con otro (KFLM 3, formas de interacción). José es conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje), por lo tanto, ayuda a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los cuerpos como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), conocedor de que esto refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre

aprendizaje). Un estudiante expresa que si partimos la esfera sale un círculo. José aprovecha esto para preguntarle [S3-E6.1 u19]: “*y si cogemos el cilindro y le ponemos por aquí pintura, y lo estampamos, ¿Qué sale?*” Los estudiantes expresan “círculo” y el profesor les comenta que en eso son iguales, conocedor de la importancia de la igualdad como favorecedor del conocimiento de los cuerpos geométricos (KPM 11X, igualdad). Tras esto, José les pregunta [S3-E6.1 u20]: “*¿En qué más se parecen el cilindro y la esfera?*” Los estudiantes expresan que ambos ruedan y el profesor lo afirma con las mismas palabras [S3-E6.1 u21]: “*se parecen en que ruedan*”, por lo que conoce que el uso del vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto (KMT 14, estrategias; lenguaje) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 6, definiciones; lenguaje). Además, José conoce que con este hecho se comienza a construir las propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 4, prácticas pariculares: hacer rodar como precursor de la clasificación), es decir, como precursor de la diferenciación entre cuerpo redondo y poliedro (KoT 10, clasificaciones; definiciones) (Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto, Ramírez y Codes, en prensa). A eso le unimos su conocimiento acerca de la dificultad que poseen los alumnos a la hora de retener vocabulario geométrico, por no estar dentro de su léxico habitual (KFLM 8, dificultades; lenguaje). Además, en clases anteriores los estudiantes han hecho rodar los cuerpos como estrategia para ayudar a expresar propiedades de estos (KMT 15, estrategias), debido a su conocimiento de que el hecho de hacer rodar los cuerpos geométricos es una cualidad representativa de estos, que los niños pueden experimentar fácilmente y que les resulta atractivo (KFLM 9, intereses y expectativas).

José conoce distintos sistemas de representación de los cuerpos geométricos (manipulativo y verbal) (Lesh, Post y Behr, 1987), y la complementariedad entre ellos (KoT 13, registros de representación) y los usa como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT 19, estrategias).

En este subepisodio también se observa como José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella, las figuras planas (KMT 3, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional a la geometría plana (KMLS 7, secuenciación).

S3-E6.2 (L202-206)	Diferencias cilindro y esfera

En el subepisodio anterior los estudiantes expresan que ambos ruedan y José, aprovechando esto, les pregunta [S3-E6.2 u22]: “*¿en qué se diferencian?*”, con lo que continúa comparando estos dos cuerpos, conocedor de que la comparación es una estrategia para comprender mejor un cuerpo geométrico (KMT 8, estrategias) y que esta favorece el conocimiento de estos cuerpos a través de sus propiedades (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación). Además, conoce que los estudiantes comprenden mejor un sólido cuando se le compara con otro (KFLM 3, formas

de interacción). Todo ello lo realiza, como hemos comentado, con el material manipulativo en sus manos, ya que sabe que una estrategia para que los alumnos observen sus propiedades es apoyándose en material manipulativo (KMT 1, estrategias) y conocedor de la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente (KFLM 10, dificultades). José conoce la importancia de que los alumnos manipulen los cuerpos geométricos para que construyan la imagen de los conceptos (KFLM 2, formas de interacción), es decir, conoce las potencialidades del uso de material específico (KMT 2, recursos).

Un estudiante contesta [S3-E6.2 u23]: “*éste rueda por todos los lados [esfera] y éste solo por un lado [cilindro]*” y José lo afirma, con lo que ahí observamos como el profesor conoce que el uso de vocabulario cotidiano ayuda a asimilar el concepto (KMT 14, estrategias; lenguaje) y utiliza la expresión informal “rodar” para referirse a que posee una cara curva (KoT 6, definiciones; lenguaje). En este proceso observamos como parecen usar el término lado como sinónimo de cara, lo que muestra conocimiento de la identificación de algunos elementos de los cuerpos (KoT 5, definiciones; lenguaje). Además, José conoce que con este hecho se comienza a construir las propiedades de los cuerpos geométricos (KPM 4, prácticas particulares: hacer rodar como precursor de la clasificación), es decir, como precursor de la diferenciación entre cuerpo redondo y poliedro (KoT 10, clasificaciones; definiciones) (Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto, Ramírez y Codes, en prensa). A eso le unimos su conocimiento acerca de la dificultad que poseen los alumnos a la hora de retener vocabulario geométrico, por no estar dentro de su léxico habitual (KFLM 8, dificultades; lenguaje). Además, en clases anteriores los estudiantes han hecho rodar los sólidos geométricos como estrategia para ayudar a expresar características de estos (KMT 15, estrategias), debido a su conocimiento de que el hecho de hacer rodar los cuerpos es una cualidad representativa de los sólidos, que los niños pueden experimentar fácilmente y que les resulta llamativo (KFLM 9, intereses y expectativas).

José es conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje), por lo tanto, ayuda a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los cuerpos como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), conocedor de que esto refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje).

S3-E6.3 (L207-213)	Uso de vocabulario geométrico

Otro alumno comenta que “la pelota no tiene ni picos ni caminitos” y José les insiste en que utilicen vocabulario geométrico [S3-E6.3 u24]: “*la pelota no se llama ¿cómo se llama?*” José conoce el vocabulario usado comúnmente por el alumnado para un determinado contenido (KFLM 13, formas de interacción; lenguaje) y conoce que el uso del vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto (KMT 14, estrategias; lenguaje), pero es sabedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico para el trabajo de la geometría tridimensional (KMT 11, estrategias; lenguaje). También sabe que a esta

edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico (KMLS 6, expectativas de aprendizaje; lenguaje), aunque conoce la dificultad que tienen los estudiantes para retener vocabulario geométrico (KFLM 8, dificultades, lenguaje).

De nuevo, insiste en el vocabulario geométrico [S3-E6.3 u25]: *“la esfera no tiene ni piquitos ni caminitos. Los caminitos, ¿cómo hemos dicho que se llaman? Aris”* Este modo de definir se corresponde con cómo concibe que se inicia el trabajo sobre la definición en la etapa de Educación Infantil, que es ayudando a los estudiantes a identificar sus propiedades (KPM 2, proceso de construcción de la definición). José, en entrevistas, también suele proporcionar las definiciones así, como listado de elementos constituyentes (Kot 9, definiciones).

José es conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje), por lo tanto, ayuda a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los cuerpos como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), conocedor de que esto refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje).

S3-E6.4 (L214-215)	Secciones de un cilindro

Para finalizar, un alumno comenta que del corte del cilindro sale un círculo, ya que en sesiones anteriores el profesor para facilitar la identificación de figuras había utilizado la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa (KMT 4, estrategias), pero en esta sesión ha avanzado y explicado que puede salir un rectángulo del corte de un cilindro. Por este motivo José les refresca que [S3-E6.4 u26]: *“dependiendo de cómo lo cortemos, saldrá un rectángulo o un círculo”*. Esto ha sido trabajado anteriormente en esta sesión (S3-E2), por lo que se limita a recordarlo. José conoce la estrategia de cortar los cuerpos geométricos para obtener una figura plana (KMT 31 y KMT 32, estrategias), lo que se produce debido a su conocimiento acerca del procedimiento (KoT 11, procedimientos).

José es conocedor de que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS 2, expectativas de aprendizaje), por lo tanto, ayuda a los alumnos a avanzar de su conocimiento de los cuerpos como un todo, propio del nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, nivel 2 de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), conocedor de que esto refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes (KFLM 1, teoría sobre aprendizaje).

En este subepisodio también se observa como José conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones y derivar de ella, las figuras planas (KMT 3, teoría de enseñanza). Este conocimiento implica la secuenciación de contenidos, desde la geometría tridimensional a la geometría plana (KMLS 7, secuenciación).

EPISODIO 9. TRABAJO SOBRE LA CONSTRUCCIÓN ANTERIOR DESDE OTRA PERSPECTIVA

S3-E9.1(L301-334)	Reconocimiento de los cuerpos geométricos

En el segundo episodio, anticipando las dificultades que sus alumnos pueden presentar para identificar como iguales representaciones gráficas en dos dimensiones desde diferentes puntos de vista o perspectivas del mismo objeto tridimensional (KFLM 14, dificultades), parte de la vista frontal de una composición pero a continuación utiliza otra tarjeta con la misma composición, pero fotografiada desde una vista cenital (Figura 3) y la pone en paralelo a la anterior, sabiendo el papel que la comparación posee en el establecimiento de relaciones entre objetos (KPM 1, prácticas particulares: comparación como precursor de la clasificación) y lo utiliza como estrategia de enseñanza (KMT 8, estrategia), conocedor de que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM 3, formas de interacción). Les pregunta uno a uno: “¿chicos, es igual? Y después al grupo entero: “¿Hay alguien que piense que esto es igual a esto (señalando cada tarjeta)?” ante la respuesta unánime de que no son iguales, comienza a precisar la pregunta, señalando cada una de las fotos: ¿Aquí hay las mismas figuras geométricas que aquí? Los alumnos dicen que sí y uno, en particular, indica que en una tarjeta las figuras están tumbadas y en la otra están de pie, que le sirve a Javier para matizar: “Aquí se ven de una forma y aquí se ven de otra, pero ¿son las mismas?”. En el diálogo que mantiene con sus alumnos, su discurso se va mostrando cada vez más preciso tanto a la hora de preguntar por la igualdad, como cuando parafrasea los descubrimientos de sus alumnos (KMT 11, estrategia; lenguaje). Percibiendo las dificultades de los alumnos y sabedor de la importancia de que los alumnos de estas edades actúen directamente sobre objetos (se podría considerar como un elemento de conocimiento de carácter pedagógico general no ligado a la materia) y, en particular, sobre recursos específicos para un contenido (KFLM 2, formas de interacción), plantea las dos situaciones descritas anteriormente para que experimenten cómo se ve un objeto desde distintas perspectivas (KMT 33, tarea).

Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados

En este anexo se presentan las tablas de indicadores MTSK identificados por sesión analizada. En el anexo 5.1 y 5.2 aparecen todos los indicadores que han aparecido respectivamente en las sesiones 1 y 2. Sin embargo, a partir del anexo 5.3 las tablas solo recogen aquellos indicadores que aportan información novedosa, es decir, que aún no habían aparecido. En estas tablas se agrupan los indicadores encontrados en el análisis interpretativo por episodio según el subdominio al que pertenecen y por cronología¹. Estas tablas proporcionan una visión estática del conocimiento especializado puesto en juego por José durante cada sesión de clase y recoge la diversidad de indicadores encontrados.

Organización del anexo

A5.1. Tabla de indicadores MTKS encontrados en S1

A5.2. Tabla de indicadores MTSK encontrados en S2

A5.3. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S3

A5.4. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S4

A5.5. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S5

A5.6. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S6

A5.7. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S7

A5.8. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S8

¹ Posición en la que han sido encontrados durante la sesión

A5.1. Tabla de indicadores MTSK encontrados en S1

En estas tablas se agrupan los indicadores encontrados en el análisis interpretativo por episodio según el subdominio al que pertenecen. Estas tablas proporcionan una visión estática del conocimiento especializado puesto en juego por José durante esa sesión de clase y recoge la diversidad de indicadores encontrados.

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 1	Fenomenología y aplicaciones	Conoce que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos geométricos
KoT 2	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados
KoT 3	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>clasificaciones</i>	Conoce distintas clasificaciones con criterios de construcción
KoT 4	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, combinando el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
KoT 5	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 6	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 7	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>clasificaciones</i>	Conoce que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada
KoT 8	Definiciones propiedades y sus fundamentos	Conoce que las definiciones de los cuerpos geométricos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes (caras, aristas y vértices)

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KoT I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 9	Procedimientos	Conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos geométricos
KoT 10	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce que poseer una cara curva se puede expresar de manera informal mediante la expresión “que rueda”
KoT 11	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>clasificaciones</i>	Conoce que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros
KoT 12	Procedimientos	Sabe que puede cortar los cuerpos geométricos para obtener una figura plana
KoT 13	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 14	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 15	Definiciones	Conoce el rectángulo y el cuadrado como clases disjuntas
KoT 16	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce algunos cuerpos trabajados en clase ligados a su posición. Cuando el prisma de base triangular (de altura menor o igual longitud que la altura del triángulo de la base) reposa sobre una de sus caras rectangulares, lo considera pirámide

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KoT II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 1	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce la importancia de identificar los sólidos geométricos o propiedades de estos en el trabajo con ellos
KPM 2	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la visualización espacial potencia la identificación de los cuerpos geométricos
KPM 3	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce la contribución de la ejemplificación de los cuerpos geométricos en el conocimiento de los sólidos
KPM 4	Prácticas particulares: <i>ejemplificar</i>	Conoce la importancia de la ejemplificación de los cuerpos geométricos para el conocimiento de los sólidos
KPM 5	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación de las propiedades de distintos cuerpos (e.g.: caras, vértices, ...) favorece el conocimiento de estos
KPM 6	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de los sólidos geométricos, ya sea para identificar, describir, clasificar o comprobar
KPM 7	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos
KPM 8	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KPM I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 9	Prácticas particulares: <i>usar y hacer conversiones de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento
KPM 10	Prácticas particulares: <i>uso de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de un cuerpo geométrico
KPM 11	Formas de validación: <i>utilizar contraejemplos</i>	Conoce el papel del contraejemplo en la validación del conocimiento
KPM 12	Prácticas particulares: <i>describir y analizar</i>	Conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen
KPM 13	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce como las clasificaciones dicotómicas (o clasificaciones con criterios de construcción) ayudan a clasificar los sólidos
KPM 14	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce como la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento
KPM 16	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones
KPM 17	Prácticas particulares: <i>visualizar</i>	Conoce que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KPM II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 18	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado
KPM 19	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un concepto
KPM 20	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en cada una de las cualidades del objeto geométrico
KPM 21	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante criterios, jerarquizar</i>	Conoce que el proceso de jerarquizar contribuye a la construcción de conocimiento de los entes geométricos
KPM 22	Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	Conoce el papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática
KPM 23	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce el papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición
KPM 24	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (e.g.: por medio de la estampación, por medio del conteo físico de las caras o lados)
KPM 25	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce que mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de propiedades de los cuerpos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros
KPM 26	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KPM III)

Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados
A5.1. Tabla de indicadores MTSK encontrados en S1

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 27	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP	Conoce que la comprobación es una fase relevante en la resolución de problemas
KPM 28	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce el papel que tienen los atributos relevantes en la construcción de una definición
KPM 29	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación puede ayudar en la demostración de que no se trata del mismo cuerpo geométrico

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KPM IV)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 1	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es apoyándose en material manipulativo
KMT 2	Recursos didácticos	Conoce las limitaciones y potencialidades del uso de material específico (objetos de clase y piezas de madera con forma de cuerpos geométricos)
KMT 3	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico
KMT 4	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la estrategia de clasificación a través de criterios de construcción, donde los criterios que se usan son condiciones que se imponen para establecer grupos dentro del material manipulable
KMT 5	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la posibilidad de utilizar la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa para facilitar la identificación de las figuras
KMT 6	Teorías sobre enseñanza	Conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana
KMT 7	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la oportunidad de utilizar la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo de un prisma cuadrangular
KMT 8	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría tridimensional
KMT 9	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 10	Estrategias	Conoce la estrategia de comparación con otro cuerpo para identificar características de los sólidos geométricos

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KMT I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 11	Tarea	Conoce una tarea para que los estudiantes distingan un cubo de un prisma, intentando que los estudiantes realicen una discriminación visual
KMT 12	Estrategias	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 13	Recursos	Conoce la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con sus caras
KMT 14	Estrategias	Conoce la posibilidad de usar la simulación de la estampación para evocar imágenes mentales asociadas a los cuerpos mediante la conversión del registro manipulativo al verbal
KMT 15	Estrategias, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría plana
KMT 16	Estrategias	Conoce la estrategia de hacer rodar a los cuerpos para que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos
KMT 17	Estrategias, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce como el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a identificar las cualidades del concepto matemático
KMT 18	Técnica	Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar la cara más representativa de este y proporcionar el nombre de esta
KMT 19	Estrategias	Conoce la estrategia de cortar la esfera por la mitad para obtener la figura plana que contiene

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KMT II)

*Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados
A5.1. Tabla de indicadores MTSK encontrados en S1*

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 20	Estrategias	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 21	Estrategias	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 22	Estrategias	Conoce la oportunidad de utilizar la estampación para la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje verbal para evocar la imagen mental de los cuerpos
KMT 23	Tarea	Conoce una tarea a través de la cual asocia cada cuerpo trabajado con su cara más representativa mediante la estampación

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KMT III)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 1	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce la importancia de que los alumnos manipulen los cuerpos geométricos para que construyan la imagen de los conceptos
KFLM 2	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente
KFLM 3	Teorías sobre aprendizaje	Conoce que el paso de la identificación de los cuerpos geométricos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes
KFLM 4	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que poseen algunos alumnos para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras
KFLM 5	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes consideran la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo
KFLM 6	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado
KFLM 7	Fortalezas y dificultades: <i>dificultades en la terminología</i>	Conoce que a los niños les cuesta retener vocabulario geométrico
KFLM 8	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido
KFLM 9	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (e.g.: caras)
KFLM 10	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes comprenden mejor una figura plana través de la comparación con otra (e.g.: rectángulo de cuadrado)
KFLM 11	Aspectos emocionales del aprendizaje	Conoce que el hecho de hacer rodar los cuerpos geométricos les resulta atractivo a los estudiantes, pues pueden experimentarlo fácilmente

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KFLM I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 1	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial
KMLS 2	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (e.g.: figuras geométricas de las caras que lo componen, número de caras, número de lados de cada cara)
KMLS 3	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado	Conoce que los estudiantes en esta etapa retienen cada vez más características geométricas de un objeto
KMLS 4	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce respecto de la secuenciación de contenidos, comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, más adelante, como profundización de estos, estudia las figuras planas
KMLS 5	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), cilindro, esfera y pirámide
KMLS 6	Resultados de aprendizaje esperados: <i>adquisición de terminología</i>	Conoce que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo que manejan
KMLS 7	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado: <i>terminología</i>	Conoce que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado
KMLS 8	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que los términos cara curva y cara plana no forman parte de esta etapa escolar (o este curso escolar)

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KMLS I)

Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados
A5.1. Tabla de indicadores MTSK encontrados en S1

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 9	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce que al inicio de la etapa los estudiantes deben ser capaces de asociar cubo con cuadrado y prisma con rectángulo

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 1 (KMLS II)

A5.2. Tabla de indicadores MTSK encontrados en S2

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 1	Fenomenología y aplicaciones	Conoce que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos geométricos
KoT 2	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados
KoT 4	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, combinando el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
KoT 6	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 7	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>clasificaciones</i>	Conoce que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada
KoT 8	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce que las definiciones de los cuerpos geométricos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes (caras, aristas y vértices)
KoT 9	Procedimientos	Conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos geométricos
KoT 10	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce que poseer una cara curva se puede expresar de manera informal mediante la expresión “que rueda”
KoT 11	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>clasificaciones</i>	Conoce que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros
KoT 12	Procedimientos	Sabe que puede cortar los cuerpos geométricos para obtener una figura plana

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KoT I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 13	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 14	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 15	Definiciones	Conoce el rectángulo y el cuadrado como clases disjuntas
KoT 17	Procedimiento	Conoce la enumeración como procedimiento para contar
KoT 18	Propiedades	Conoce que las aristas surgen de la unión de vértices
KoT 19	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [gráfico y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KoT II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 1	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce la importancia de identificar los sólidos geométricos o propiedades de estos en el trabajo con ellos
KPM 2	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la visualización espacial potencia la identificación de los cuerpos geométricos
KPM 3	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce la contribución de la ejemplificación de los cuerpos geométricos en el conocimiento de los sólidos
KPM 4	Prácticas particulares: <i>ejemplificar</i>	Conoce la importancia de la ejemplificación de los cuerpos geométricos para el conocimiento de los sólidos
KPM 5	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación de las propiedades de distintos cuerpos (e.g.: caras, vértices, ...) favorece el conocimiento de estos
KPM 6	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de los sólidos geométricos, ya sea para identificar, describir, clasificar o comprobar
KPM 7	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos
KPM 8	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KPM I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 9	Prácticas particulares: <i>usar y hacer conversiones de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento
KPM 10	Prácticas particulares: <i>uso de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de un cuerpo geométrico
KPM 11	Formas de validación: <i>utilizar contraejemplos</i>	Conoce el papel del contraejemplo en la validación del conocimiento
KPM 12	Prácticas particulares: <i>describir y analizar</i>	Conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen
KPM 13	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce como las clasificaciones dicotómicas (o clasificaciones con criterios de construcción) ayudan a clasificar los sólidos
KPM 14	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce como la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento
KPM 16	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones
KPM 17	Prácticas particulares: <i>visualizar</i>	Conoce que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico
KPM 18	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KPM II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 19	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un concepto
KPM 20	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en cada una de las cualidades del objeto geométrico
KPM 22	Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	Conoce el papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática
KPM 23	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce el papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición
KPM 24	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (e.g.: por medio de la estampación, por medio del conteo físico de las caras o lados)
KPM 25	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce que mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de propiedades de los cuerpos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros
KPM 26	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas
KPM 27	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la RP	Conoce que la comprobación es una fase relevante en la resolución de problemas
KPM 28	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce el papel que tienen los atributos relevantes en la construcción de una definición
KPM 29	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación puede ayudar en la demostración de que no se trata del mismo cuerpo geométrico

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KPM III)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 1	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es apoyándose en material manipulativo
KMT 2	Recursos didácticos	Conoce las limitaciones y potencialidades del uso de material específico (objetos de clase y piezas de madera con forma de cuerpos geométricos)
KMT 5	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la posibilidad de utilizar la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa para facilitar la identificación de las figuras
KMT 6	Teorías sobre enseñanza	Conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana
KMT 7	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la oportunidad de utilizar la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo de un prisma cuadrangular
KMT 8	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce la importancia del uso de terminología geométrica correcta para la enseñanza de la geometría tridimensional
KMT 10	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la estrategia de comparación con otro cuerpo para identificar características de los sólidos geométricos
KMT 12	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 13	Recursos didácticos	Conoce la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con sus caras
KMT 14	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la posibilidad de usar la simulación de la estampación para evocar imágenes mentales asociadas a los cuerpos mediante la conversión del registro manipulativo al verbal

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KMT 1)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 15	Estrategias, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce la importancia del uso de terminología geométrica correcto para la enseñanza de la geometría plana
KMT 16	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la estrategia de hacer rodar a los cuerpos para que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos
KMT 17	Estrategias, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce como el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a identificar las cualidades del concepto matemático
KMT 18	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar la cara más representativa de este y proporcionar el nombre de esta
KMT 19	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la estrategia de cortar la esfera por la mitad para obtener la figura plana que contiene
KMT 20	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 21	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KMT II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 24	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual identificar algunas figuras planas
KMT 25	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus caras
KMT 26	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus aristas
KMT 27	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus vértices
KMT 28	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una técnica para facilitar el seguimiento de los objetos contados. Esta es mediante la utilización de una marca en el material manipulativo, ya sea mediante un rotulador y/o pegatinas
KMT 29	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una técnica para seguir la pista de los objetos contados es mediante el uso del su propio cuerpo (e.g., facilitar el recuento de los elementos señalando con el dedo sobre cada cara-arista-vértice)
KMT 30	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [gráfico y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KMT III)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 1	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce la importancia de que los alumnos manipulen los cuerpos geométricos para que construyan la imagen de los conceptos
KFLM 2	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente
KFLM 3	Teorías sobre aprendizaje	Conoce que el paso de la identificación de los cuerpos geométricos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes
KFLM 4	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que poseen algunos alumnos para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras
KFLM 6	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado
KFLM 7	Fortalezas y dificultades: <i>dificultades en la terminología</i>	Conoce que a los niños les cuesta retener vocabulario geométrico
KFLM 8	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido
KFLM 9	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (e.g. caras)
KFLM 11	Aspectos emocionales del aprendizaje	Conoce que el hecho de hacer rodar los cuerpos geométricos les resulta atractivo a los estudiantes, pues pueden experimentarlo fácilmente
KFLM 12	Formas de interacción: <i>terminología</i>	Conoce el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes a la hora de abordar un determinado contenido

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KFLM I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 1	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial
KMLS 2	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (e.g.: figuras geométricas de las caras que lo componen, número de caras, número de lados de cada cara)
KMLS 3	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que los estudiantes en esta etapa retienen cada vez más características geométricas de un objeto
KMLS 4	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce respecto de la secuenciación de contenidos, comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, más adelante, como profundización de estos, estudia las figuras planas
KMLS 5	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), cilindro, esfera y pirámide
KMLS 6	Resultados de aprendizaje esperados: <i>adquisición de terminología</i>	Conoce que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando terminología correcto y preciso de cada cuerpo que manejan
KMLS 7	Nivel de desarrollo esperado: <i>terminología</i>	Conoce que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado
KMLS 8	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que los términos cara curva y cara plana no forman parte de esta etapa escolar (o este curso escolar)
KMLS 9	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce que al inicio de la etapa los estudiantes deben ser capaces de asociar cubo con cuadrado y prisma con rectángulo
KMLS 10	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce las figuras planas que deben reconocer los estudiantes a esta edad

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KMLS I)

Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados
A5.2. Tabla de indicadores MTSK encontrados en S2

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 11	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: terminología	Conoce que el término arista y vértice no son trabajados en este curso escolar

Tabla de indicadores MTSK de la Sesión 2 (KMLS II)

A5.3. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S3

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 20	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce los aspectos clave de la Geometría (forma, posición y cambios de forma o posición)
KoT 21	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [gráfico (fotografía), verbal y manipulativo (piezas de madera o plastilina)] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 22	Registros de representación	Conoce elementos de distintos sistemas de representación que sirven para describir características de una composición geométrica desde distintos puntos de vista
KoT 23	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce distintas formas de apilamiento de los prismas
KSM 1	Conexiones de simplificación-complejización	Conoce que la perspectiva es un elemento caracterizador del enfoque geométrico proyectivo

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 3 (I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 30	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es la visualización atenta de la fotografía o tarjeta
KPM 31	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es actuar con orden, es decir, ser ordenado al realizar la composición teniendo en cuenta las relaciones de posición (delante, detrás, encima, debajo)
KPM 32	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación puede ayudar en la comprobación de la tarjeta y la composición realizada
KPM 33	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce el papel que la comparación posee en el establecimiento de relaciones entre objetos
KPM 34	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce el papel de la identificación de una representación gráfica desde diferentes puntos de vista para hacer emerger aspectos proyectivos
KPM 35	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la conservación de la percepción en la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos
KPM 36	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que el reconocimiento de posiciones en el espacio potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos
KMT 31	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual enriquecer la imagen mental de los cuerpos geométricos
KMT 32	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [gráfico (fotografía), verbal y manipulativo (piezas de madera o plastilina)] como vehículo para el desarrollo del contenido

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 33	Recursos didácticos	Conoce las limitaciones y potencialidades del uso de material específico (fotografías, tarjetas con la representación gráfica en 2d de algunos cuerpos geométricos)
KMT 34	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos es apoyándose en las conversiones de distintos registros de representación
KMT 35	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la comparación como estrategia de enseñanza para el establecimiento de relaciones entre objetos
KMT 36	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea para la observación de un mismo objeto desde distintas perspectivas
KMT 37	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una estrategia de enseñanza para identificar varios cuerpos geométricos que son iguales. Esta es haciéndole hincapié en que se fijen en la posición de los distintos sólidos
KFLM 13	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes poseen dificultad en la realización de conversiones entre distintos sistemas de representación
KFLM 14	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes poseen dificultad para identificar como iguales representaciones gráficas en dos dimensiones desde diferentes puntos de vista o perspectivas del mismo objeto tridimensional
KFLM 15	Formas de interacción con un contenido	Conoce que los estudiantes consideran la vista frontal como imagen mental de cualquier composición en 3D
KFLM 16	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad de los estudiantes para identificar como iguales cuerpos geométricos que se encuentran en una posición diferente
KFLM 17	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que presentan los estudiantes para diferenciar un prisma de base cuadrada de uno de base rectangular
KMLS 12	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de que en la etapa se desarrollen imágenes mentales ricas de los cuerpos

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 3 (III)

A5.4. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S4

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 24	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce las características de la geometría proyectiva
KoT 25	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce propiedades de distintas figuras planas (cuadrado y rectángulo)
KPM 37	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce que el estudio de las caras (figuras planas) son una característica clave en el proceso de construcción de la definición de cuerpo geométrico
KPM 38	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación de las propiedades de distintas figuras planas (e.g.: lados) favorece el conocimiento de estos
KPM 39	Prácticas particulares del que hacer matemático: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de las figuras geométricas, ya sea para identificar, describir, clasificar o comprobar

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 4 (I)

*Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados
A5.4. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S4*

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 38	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual pretende profundizar en las caras de distintos cuerpos geométricos
KMT 39	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para observar las propiedades de las figuras planas es apoyándose en material
KMT 40	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la oportunidad de utilizar la comparación de la cantidad de longitud de los lados como estrategia para diferenciar el cuadrado del rectángulo
KMT 41	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que el establecer relaciones entre distintas figuras geométricas es una estrategia de enseñanza
KMT 42	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para explicar el concepto de prisma es usar un solo tipo de prisma
KFLM 18	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que presentan los estudiantes si se le muestran varios tipos de prisma
KMLS 13	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de trabajar la Geometría desde distintos enfoques
KMLS 14	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de trabajar las distintas posiciones de las figuras geométricas (no solo la posición prototípica ya que eso impone ciertas limitaciones)
KMLS 15	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que la distinción entre cuadrado y rectángulo es contenido de esta etapa educativa
KMLS 16	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que es mejor usar el prisma prototípico que otro en esta etapa educativa

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 4 (II)

A5.5. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S5

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 26	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), gráfico (representación en pizarra) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 27	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce que la longitud de los lados es una propiedad de las figuras planas
KoT 28	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce distintos tipos de triángulos
KoT 29	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>clasificaciones</i>	Conoce que las figuras empleadas se pueden agrupar en dos dimensiones (formas planas) o en tres dimensiones (cuerpos geométricos)

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 5 (I)

Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados
A5.5. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S5

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 40	Prácticas particulares: <i>uso de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de una figura plana
KPM 41	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce como las clasificaciones dicotómicas ayudan a clasificar las figuras planas
KPM 42	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce como el comparar distintas figuras geométricas resalta las propiedades de cada una de ellas
KPM 43	Prácticas particulares: <i>describir y analizar</i>	Conoce que un precursor de la construcción de la definición de una forma plana es el estudio de los elementos que la componen
KPM 44	Forma de validación: <i>contraejemplos</i>	Conoce el uso de contraejemplos para indicar que no todas las longitudes de los lados de un triángulo tienen por qué ser iguales
KPM 45	Prácticas particulares: <i>ejemplificar</i>	Conoce la contribución de la ejemplificación de las figuras planas en el conocimiento de estas
KPM 46	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar a construir un triángulo es asemejarlo a la construcción de la letra A

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 5 (II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 43	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual profundizar en los cuerpos geométricos
KMT 44	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce dos estrategias didácticas para trabajar el paso de las figuras de 3d a 2d, la estampación y la representación en la pizarra de alguna cara del cuerpo geométrico trabajado
KMT 45	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), gráfico (representación en pizarra) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 46	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para observar las propiedades de las figuras planas es apoyándose en representaciones de estas
KMT 47	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia de enseñanza para profundizar sobre las figuras planas es hacerlo mediante la igualdad o no de sus lados
KMT 48	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que el establecer relaciones entre distintas figuras geométricas es una estrategia de enseñanza
KMT 49	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la comparación de la cantidad de longitud de los lados como estrategia de enseñanza para diferenciar los rectángulos de los cuadrados
KMT 50	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre las figuras planas es hacerlo mediante el recuento de sus lados

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 5 (III)

Anexo 5. Tablas de síntesis de indicadores MTSK identificados
A5.5. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S5

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 19	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que presentan los estudiantes para dibujar figuras planas
KMLS 17	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de las figuras planas
KMLS 18	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que el término “forma plana” forma parte de esta etapa educativa
KMLS 19	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que el término “tridimensional” no forma parte de esta etapa educativa

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 5 (IV)

A5.6. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S6

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 30	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), verbal, escrito, simbólico (cuando escribe el número 6) y gráfico (tabla)] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 31	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce distintos tipos de designación (pictograma y símbolo “6”)
KoT 32	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce problemas aditivos parte-todo
KoT 33	Fenomenología y aplicaciones	Conoce la importancia de utilizar distintos contextos
KPM 47	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es la utilización de una tabla para recoger información de manera ordenada y promover una posterior interpretación
KPM 48	Prácticas particulares: uso de múltiples representaciones	Conoce la importancia que tiene la designación en la génesis de contenidos matemáticos
KPM 49	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que el recuento de caras de los cuerpos es promotor de un proceso de razonamiento espacial para construir un modelo mental
KPM 50	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que el pegar pegatinas sirve como estrategia para contar el número de caras iguales en un cuerpo geométrico
KPM 51	Resolución de problemas	Conoce de la importancia de la resolución de problemas en la actividad matemática

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 6 (I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 51	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce distintos tipos de abordaje para profundizar en las propiedades de los cuerpos geométricos (e.g., manipulación directa, estampación y proyección)
KMT 52	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual profundizar sobre los cuerpos geométricos, contabilizando el número total de caras y el número de caras en función del tipo de figura plana (cuadrado y rectángulo)
KMT 53	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), verbal, escrito, simbólico (cuando escribe el número 6) y gráfico (tabla)] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 54	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce el uso de pictogramas como estrategia de enseñanza para acercarse al concepto matemático
KMT 55	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es fijarse en el tipo de caras de estos cuerpos
KMT 56	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de estos. Este es: mostrar la pieza, colocar el nombre en la pizarra, contar el total de caras y contar el número de caras que son cuadrados y rectángulos
KMT 57	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que la resolución de problemas puede ser entendida como estrategia de enseñanza
KMT 58	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea para encontrar el número de caras rectangulares que posee el prisma
KMT 59	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce distintas estrategias para redirigir la clase hacia lo que le interesa

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 6 (II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 20	Teoría sobre aprendizaje	Conoce que el trabajo con los cuerpos geométricos hace que poco a poco los alumnos pueden trabajar sobre ellos sin necesidad de manipulación directa
KFLM 21	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes ya son capaces de responder cuestiones sin tener presente el cuerpo geométrico
KFLM 22	Formas de interacción	Conoce la importancia de mostrar el tipo de caras de los cuerpos como ayuda para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos
KFLM 23	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes tienen dificultades a la hora de manejar cantidades numéricas sin el apoyo de material manipulativo
KMLS 20	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que a esta edad es importante trabajar sobre un número pequeño de cuerpos para buscar sus propiedades
KMLS 21	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes sean capaces de conocer cuántas caras tiene cada cuerpo trabajado
KMLS 22	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes sean capaces de conocer la forma que tiene cada cara de un cuerpo geométrico
KMLS 23	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que los números que se manejan a estas edades no sobrepasan la decena
KMLS 24	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce que la contabilización del número de aristas y vértices no son contenidos en este curso escolar

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 6 (III)

A5.7. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S7

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 34	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce que poseer una cara plana se puede expresar de manera informal mediante la expresión “poner algo encima”
KoT 35	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce que el criterio de apilamiento o no apilamiento muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros
KoT 36	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [objetos de la propia clase, gráfico (ficha del libro) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KPM 52	Prácticas particulares: agrupar mediante elección de criterios, clasificar	Conoce que mediante la experiencia de apilar los cuerpos se favorece el conocimiento de los sólidos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 7 (I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 60	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar las caras de este, proporcionar el nombre de estas figuras planas y contar el número de caras
KMT 61	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce el hecho de apilar los cuerpos como estrategia para expresar si poseen cara curva
KMT 62	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una técnica para trabajar el apilamiento. Esta es: toma una pieza (objeto de clase), les pregunta el nombre de la forma que tiene ese objeto, le pregunta si se puede apilar y, finalmente, lo intenta apilar
KMT 63	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [objetos de la propia clase, gráfico (ficha del libro) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 64	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la posibilidad de usar la conversión de las 3d (objetos de la propia clase) a las 2d (representación de cuerpos geométricos en la ficha del libro) para evocar imágenes mentales asociadas a los cuerpos
KFLM 24	Aspectos emocionales del aprendizaje	Conoce que el hecho de apilar los cuerpos les resulta atractivo a los estudiantes y pueden experimentarlo fácilmente
KFLM 25	Teoría sobre aprendizaje	Conoce las repercusiones que genera en los estudiantes el manejo de ejemplos prototípicos
KMLS 25	Resultados de aprendizaje esperado	Conoce que a esta edad es importante que vayan profundizando en las propiedades de los cuerpos geométricos

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 7 (II)

A5.8. Tabla de indicadores MTSK que aportan información novedosa en S8

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 37	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos (e.g.: base)
KoT 38	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce la que poseer una cara plana se puede expresar de manera informal mediante la expresión “ponerla de pie”
KMT 65	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce un procedimiento para trabajar un cuerpo geométrico nuevo. Este es: mostrar la pieza, comentar que se parece a otro cuerpo geométrico ya conocido, poner ejemplos de la vida cotidiana que posean dicha forma, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo mediante la comparación con otros sólidos ya conocidos
KMT 66	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para ayudar a fijar la atención sobre las caras del cuerpo geométrico, es realizarlo sobre otro cuerpo geométrico
KFLM 24	Aspectos emocionales del aprendizaje	Conoce que el hecho de apilar/poner de pie los cuerpos les resulta atractivo a los estudiantes y pueden experimentarlo fácilmente
KMLS 26	Resultados de aprendizaje esperado	Conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), prisma de base rectangular, cilindro, esfera, pirámide y cono
KMLS 27	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que el término “base” forma parte de esta etapa educativa

Tabla de indicadores MTSK, Sesión 8 (I)

Anexo 6. Tabla completa de indicadores MTSK

Este apartado muestra la tabla completa de indicadores MTSK en el mismo orden en el que han ido apareciendo cuando nosotros hemos ido elaborando el análisis sesión a sesión.

A6. Tabla completa de indicadores MTSK agrupados por subdominio

KoT

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 1	Fenomenología y aplicaciones	Conoce que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos geométricos
KoT 2	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce el concepto de prisma ligado solo a los que tienen como base un polígono de cuatro lados
KoT 3	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>categorizaciones</i>	Conoce distintas categorizaciones con criterios de construcción
KoT 4	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos, combinando el uso de vocabulario formal, informal e, incluso, incorrecto
KoT 5	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 6	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 7	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>categorizaciones</i>	Conoce que el cubo es un tipo particular de prisma de base cuadrada
KoT 8	Definiciones	Conoce que las definiciones de los cuerpos geométricos se pueden construir mediante un listado de elementos constituyentes (caras, aristas y vértices)
KoT 9	Procedimientos	Conoce el papel que tiene la proyección ortogonal para evidenciar las figuras que conforman las caras de los cuerpos geométricos

Tabla completa de indicadores MTSK (KoT)(I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 10	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>terminología</i>	Conoce que poseer una cara curva se puede expresar de manera informal mediante la expresión “que rueda”
KoT 11	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>categorizaciones</i>	Conoce que el criterio de rodar o no rodar muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros
KoT 12	Procedimientos	Sabe que puede cortar los cuerpos geométricos para obtener una figura plana
KoT 13	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 14	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 15	Definiciones	Conoce el rectángulo y el cuadrado como clases disjuntas
KoT 16	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce algunos cuerpos trabajados en clase ligados a su posición. Cuando el prisma de base triangular (de altura menor o igual longitud que la altura del triángulo de la base) reposa sobre una de sus caras rectangulares, lo considera pirámide
KoT 17	Procedimiento	Conoce la enumeración como procedimiento para contar
KoT 18	Propiedades	Conoce que las aristas surgen de la unión de vértices
KoT 19	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [gráfico y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 20	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce los aspectos clave de la Geometría (forma, posición y cambios de forma o posición)

Tabla completa de indicadores MTSK (KoT)(II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 21	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [gráfico (fotografía), verbal y manipulativo (piezas de madera o plastilina)] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 22	Registros de representación	Conoce elementos de distintos sistemas de representación que sirven para describir características de una composición geométrica desde distintos puntos de vista
KoT 23	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce distintas formas de apilamiento de los prismas
KoT 24	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce las características de la geometría proyectiva
KoT 25	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce propiedades de distintas figuras planas (cuadrado y rectángulo)
KoT 26	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), gráfico (representación en pizarra) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 27	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce que la longitud de los lados es una propiedad de las figuras planas
KoT 28	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce distintos tipos de triángulos
KoT 29	Definiciones, propiedades y sus fundamentos: <i>categorizaciones</i>	Conoce que las figuras empleadas se pueden agrupar en dos dimensiones (formas planas) o en tres dimensiones (cuerpos geométricos)
KoT 30	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), verbal, escrito, simbólico (cuando escribe el número 6) y gráfico (tabla)] sobre cuerpos geométricos y figuras planas

Tabla completa de indicadores MTSK (KoT)(III)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KoT 31	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce distintos tipos de designación (pictograma y símbolo “6”)
KoT 32	Definiciones, propiedades y sus fundamentos	Conoce problemas aditivos parte-todo
KoT 33	Fenomenología y aplicaciones	Conoce la importancia de utilizar distintos contextos
KoT 34	Definiciones y propiedades: <i>terminología</i>	Conoce que poseer una cara plana se puede expresar de manera informal mediante la expresión “poner algo encima”
KoT 35	Definiciones y propiedades	Conoce que el criterio de apilamiento o no apilamiento muestra una característica principal de los cuerpos, es decir, es un precursor de la diferenciación entre cuerpos redondos y poliedros
KoT 36	Registros de representación	Conoce acerca de distintos sistemas de representación [objetos de la propia clase, gráfico (ficha del libro) y verbal] sobre cuerpos geométricos y figuras planas
KoT 37	Definiciones y propiedades: <i>terminología</i>	Conoce la identificación de algunos elementos de los cuerpos geométricos (p.e. base)
KoT 38	Definiciones y propiedades: <i>terminología</i>	Conoce la que poseer una cara plana se puede expresar de manera informal mediante la expresión “ponerla de pie”

Tabla completa de indicadores MTSK (KoT)(IV)

KSM

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KSM 1	Conexiones de simplificación-complejización	Conoce que la perspectiva es un elemento caracterizador del enfoque geométrico proyectivo

Tabla completa de indicadores MTSK (KSM)

KPM

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 1	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce la importancia de identificar los sólidos geométricos o propiedades de estos en el trabajo con ellos
KPM 2	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la visualización espacial potencia la identificación de los cuerpos geométricos
KPM 3	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce la contribución de la ejemplificación de los cuerpos geométricos en el conocimiento de los sólidos
KPM 4	Prácticas particulares: <i>ejemplificar</i>	Conoce la importancia de la ejemplificación de los cuerpos geométricos para el conocimiento de los sólidos
KPM 5	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación de las propiedades de distintos cuerpos (p.e. caras, vértices, ...) favorece el conocimiento de estos
KPM 6	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de los sólidos geométricos, ya sea para identificar, describir, categorizar o comprobar
KPM 7	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación ayuda a la comprobación de los distintos elementos de los que están compuestos los sólidos
KPM 8	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la visualización contribuye a la identificación de propiedades de los entes geométricos

Tabla completa de indicadores MTSK (KPM)(I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 9	Prácticas particulares: <i>usar y hacer conversiones de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la comprensión del conocimiento
KPM 10	Prácticas particulares: <i>uso de múltiples representaciones</i>	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de un cuerpo geométrico
KPM 11	Formas de validación: <i>utilizar contraejemplos</i>	Conoce el papel del contraejemplo en la validación del conocimiento
KPM 12	Prácticas particulares: <i>describir y analizar</i>	Conoce que un precursor de la construcción de la definición de un cuerpo es el estudio de los elementos que lo componen
KPM 13	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce como las clasificaciones dicotómicas (o clasificaciones con criterios de construcción) ayudan a categorizar los sólidos
KPM 14	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce como la comprobación es un proceso que va a potenciar la validación del conocimiento
KPM 16	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce las condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones
KPM 17	Prácticas particulares: <i>visualizar</i>	Conoce que el uso de la discriminación visual ayuda a la construcción del conocimiento geométrico
KPM 18	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce la importancia del uso de ejemplos para crear una imagen mental rica del ente geométrico trabajado

Tabla completa de indicadores MTSK (KPM)(II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 19	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>ejemplificar</i>	Conoce que los ejemplos y contraejemplos ayudan a distinguir las características críticas de las no críticas de un concepto
KPM 20	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce que la validación suele servir para darse cuenta de algunos errores cometidos y centrar la atención en cada una de las cualidades del objeto geométrico
KPM 21	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante criterios, jerarquizar</i>	Conoce que el proceso de jerarquizar contribuye a la construcción de conocimiento de los entes geométricos
KPM 22	Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	Conoce el papel que juega el lenguaje en la construcción y comunicación matemática
KPM 23	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce el papel que tienen los atributos relevantes, irrelevantes e incorrectos en la construcción de una definición
KPM 24	Formas de validación y demostración: <i>comprobar</i>	Conoce que la comprobación puede realizarse mediante una prueba experimental (p.e. por medio de la estampación, por medio del conteo físico de las caras o lados)
KPM 25	Práctica particular: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce que mediante la experiencia de hacer rodar los cuerpos se favorece a la construcción de propiedades de los cuerpos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros
KPM 26	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce la importancia de identificar las figuras planas para el trabajo con ellas
KPM 27	Resolución de problemas	Conoce que la comprobación es una fase relevante en la resolución de problemas

Tabla completa de indicadores MTSK (KPM)(III)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 28	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce el papel que tienen los atributos relevantes en la construcción de una definición
KPM 29	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación puede ayudar en la demostración de que no se trata del mismo cuerpo geométrico
KPM 30	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es la visualización atenta de la fotografía o tarjeta
KPM 31	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es actuar con orden, es decir, ser ordenado al realizar la composición teniendo en cuenta las relaciones de posición (delante, detrás, encima, debajo)
KPM 32	Formas de validación y demostración: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación puede ayudar en la comprobación de la tarjeta y la composición realizada
KPM 33	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce el papel que la comparación posee en el establecimiento de relaciones entre objetos
KPM 34	Prácticas particulares: <i>identificar</i>	Conoce el papel de la identificación de una representación gráfica desde diferentes puntos de vista para hacer emerger aspectos proyectivos
KPM 35	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que la conservación de la percepción en la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos
KPM 36	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que el reconocimiento de posiciones en el espacio potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos

Tabla completa de indicadores MTSK (KPM)(IV)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 37	Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones	Conoce que el estudio de las caras (figuras planas) son una característica clave en el proceso de construcción de la definición de cuerpo geométrico
KPM 38	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce como la comparación de las propiedades de distintas figuras planas (p.e. lados) favorece el conocimiento de estos
KPM 39	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>comparar</i>	Conoce que la comparación es un proceso geométrico que promueve el conocimiento de las figuras geométricas, ya sea para identificar, describir, categorizar o comprobar
KPM 40	Prácticas particulares: uso de múltiples representaciones	Conoce como el uso de múltiples representaciones contribuye a la definición de una figura plana
KPM 41	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce como las clasificaciones dicotómicas ayudan a categorizar las figuras planas
KPM 42	Prácticas particulares: <i>comparar</i>	Conoce como el comparar distintas figuras geométricas resalta las propiedades de cada una de ellas
KPM 43	Prácticas particulares: <i>describir y analizar</i>	Conoce que un precursor de la construcción de la definición de una forma plana es el estudio de los elementos que la componen
KPM 44	Forma de validación: <i>contraejemplos</i>	Conoce el uso de contraejemplos para indicar que no todas las longitudes de los lados de un triángulo tienen por qué ser iguales
KPM 45	Prácticas particulares: <i>ejemplificar</i>	Conoce la contribución de la ejemplificación de las figuras planas en el conocimiento de estas
KPM 46	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar a construir un triángulo es asemejarlo a la construcción de la letra A

Tabla completa de indicadores MTSK (KPM)(V)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KPM 47	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que una estrategia para ayudar en la RP es la utilización de una tabla para recoger información de manera ordenada y promover una posterior interpretación
KPM 48	Prácticas particulares: <i>uso de múltiples representaciones</i>	Conoce la importancia que tiene la designación en la génesis de contenidos matemáticos
KPM 49	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que el recuento de caras de los cuerpos es promotor de un proceso de razonamiento espacial para construir un modelo mental
KPM 50	Procesos asociados a la RP como forma de producir matemáticas	Conoce que el pegar pegatinas sirve como estrategia para contar el número de caras iguales en un cuerpo geométrico
KPM 51	Resolución de problemas	Conoce de la importancia de la resolución de problemas en la actividad matemática
KPM 52	Prácticas particulares: <i>agrupar mediante elección de criterios, clasificar</i>	Conoce que mediante la experiencia de apilar los cuerpos se favorece el conocimiento de los sólidos, dando origen a la clasificación de cuerpos redondos y poliedros
KPM 53	Prácticas particulares del quehacer matemático: <i>visualizar</i>	Conoce que el reconocimiento de posiciones en el espacio en la visualización potencia el conocimiento de los cuerpos geométricos

Tabla completa de indicadores MTSK (KPM)(VI)

KMT

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 1	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es apoyándose en material manipulativo
KMT 2	Recursos didácticos	Conoce las limitaciones y potencialidades del uso de material específico (objetos de clase y piezas de madera con forma de cuerpos geométricos)
KMT 3	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico
KMT 4	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la estrategia de categorización a través de criterios de construcción, donde los criterios que se usan son condiciones que se imponen para establecer grupos dentro del material manipulable
KMT 5	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la posibilidad de utilizar la asociación de cada cuerpo con la cara que considera más representativa para facilitar la identificación de las figuras
KMT 6	Teorías sobre enseñanza	Conoce la ventaja de abordar la Geometría en las primeras edades desde las tres dimensiones, y derivar de ella la geometría plana
KMT 7	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la oportunidad de utilizar la comparación de la cantidad de longitud de las aristas como estrategia para diferenciar el cubo de un prisma cuadrangular
KMT 8	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría tridimensional
KMT 9	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 10	Estrategias	Conoce la estrategia de comparación con otro cuerpo para identificar características de los sólidos geométricos

Tabla completa de indicadores MTSK (KMT)(I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 11	Tarea	Conoce una tarea para que los estudiantes distingan un cubo de un prisma, intentando que los estudiantes realicen una discriminación visual
KMT 12	Estrategias	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 13	Recursos	Conoce la estampación como recurso para trabajar la asociación del cuerpo geométrico con sus caras
KMT 14	Estrategias	Conoce la posibilidad de usar la simulación de la estampación para evocar imágenes mentales asociadas a los cuerpos mediante la conversión del registro manipulativo al verbal
KMT 15	Estrategias, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para la enseñanza de la geometría plana
KMT 16	Estrategias	Conoce la estrategia de hacer rodar a los cuerpos para que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos
KMT 17	Estrategias, tareas y ejemplos: <i>terminología</i>	Conoce como el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a identificar las cualidades del concepto matemático
KMT 18	Técnica	Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar la cara más representativa de este y proporcionar el nombre de esta
KMT 19	Estrategias	Conoce la estrategia de cortar la esfera por la mitad para obtener la figura plana que contiene

Tabla completa de indicadores MTSK (KMT)(II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 20	Estrategias	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [situación real (objetos de la propia clase), manipulativo (piezas de madera o plastilina) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 21	Estrategias	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera o plastilina), gráfico (resultado de la estampación) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 22	Estrategias	Conoce la oportunidad de utilizar la estampación para la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje verbal para evocar la imagen mental de los cuerpos
KMT 23	Tarea	Conoce una tarea a través de la cual asocia cada cuerpo trabajado con su cara más representativa mediante la estampación
KMT 24	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual identificar algunas figuras planas
KMT 25	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus caras
KMT 26	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus aristas
KMT 27	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre los cuerpos es hacerlo mediante el recuento de sus vértices
KMT 28	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una técnica para facilitar el seguimiento de los objetos contados. Esta es mediante la utilización de una marca en el material manipulativo, ya sea mediante un rotulador y/o pegatinas

Tabla completa de indicadores MTSK (KMT)(III)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 29	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una técnica para seguir la pista de los objetos contados es mediante el uso del su propio cuerpo (p.e., facilitar el recuento de los elementos señalando con el dedo sobre cada cara-arista-vértice)
KMT 30	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [gráfico y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas
KMT 31	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual enriquecer la imagen mental de los cuerpos geométricos
KMT 32	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [gráfico (fotografía), verbal y manipulativo (piezas de madera o plastilina)] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 33	Recursos didácticos	Conoce las limitaciones y potencialidades del uso de material específico (fotografías, tarjetas con la representación gráfica en 2d de algunos cuerpos geométricos)
KMT 34	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Sabe que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos es apoyándose en las conversiones de distintos registros de representación
KMT 35	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la comparación como estrategia de enseñanza para el establecimiento de relaciones entre objetos
KMT 36	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea para la observación de un mismo objeto desde distintas perspectivas
KMT 37	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una estrategia de enseñanza para identificar varios cuerpos geométricos que son iguales. Esta es haciéndole hincapié en que se fijen en la posición de los distintos sólidos

Tabla completa de indicadores MTSK (KMT)(IV)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 38	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual pretende profundizar en las caras de distintos cuerpos geométricos
KMT 39	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para observar las propiedades de las figuras planas es apoyándose en material
KMT 40	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la oportunidad de utilizar la comparación de la cantidad de longitud de los lados como estrategia para diferenciar el cuadrado del rectángulo
KMT 41	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que el establecer relaciones entre distintas figuras geométricas es una estrategia de enseñanza
KMT 42	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para explicar el concepto de prisma es usar un solo tipo de prisma
KMT 43	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual profundizar en los cuerpos geométricos
KMT 44	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce dos estrategias didácticas para trabajar el paso de las figuras de 3d a 2d, la estampación y la representación en la pizarra de alguna cara del cuerpo geométrico trabajado
KMT 45	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), gráfico (representación en pizarra) y verbal] como vehículo para el desarrollo del contenido
KMT 46	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para observar las propiedades de las figuras planas es apoyándose en representaciones de estas
KMT 47	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia de enseñanza para profundizar sobre las figuras planas es hacerlo mediante la igualdad o no de sus lados
KMT 48	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que el establecer relaciones entre distintas figuras geométricas es una estrategia de enseñanza

Tabla completa de indicadores MTSK (KMT)(V)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 49	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la comparación de la cantidad de longitud de los lados como estrategia de enseñanza para diferenciar los rectángulos de los cuadrados
KMT 50	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para profundizar sobre las figuras planas es hacerlo mediante el recuento de sus lados
KMT 51	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce distintos tipos de abordaje para profundizar en las propiedades de los cuerpos geométricos (p.e., manipulación directa, estampación y proyección)
KMT 52	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una tarea a través de la cual profundizar sobre los cuerpos geométricos, contabilizando el número total de caras y el número de caras en función del tipo de figura plana (cuadrado y rectángulo)
KMT 53	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y traslación de distintos sistemas de representación [manipulativo (piezas de madera), verbal, escrito, simbólico (cuando escribe el número 6) y gráfico (tabla)] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 54	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce el uso de pictogramas como estrategia de enseñanza para acercarse al concepto matemático
KMT 55	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para observar las propiedades de los cuerpos geométricos es fijarse en el tipo de caras de estos cuerpos
KMT 56	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de estos. Este es: mostrar la pieza, colocar el nombre en la pizarra, contar el total de caras y contar el número de caras que son cuadrados y rectángulos
KMT 57	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que la resolución de problemas puede ser entendida como estrategia de enseñanza
KMT 58	Estrategias, técnicas, tareas	Conoce una tarea para encontrar el número de caras rectangulares que posee el prisma

Tabla completa de indicadores MTSK (KMT)(VI)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMT 58	Estrategias, técnicas, tareas	Conoce una tarea para encontrar el número de caras rectangulares que posee el prisma
KMT 59	Estrategias	Conoce distintas estrategias para redirigir la clase hacia lo que le interesa
KMT 60	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce un procedimiento para trabajar los cuerpos geométricos y lo utiliza en la enseñanza de cada cuerpo. Este es: mostrar la pieza, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo, mostrar las caras de este, proporcionar el nombre de estas figuras planas y contar el número de caras
KMT 61	Estrategias	Conoce el hecho de apilar los cuerpos como estrategia para expresar si poseen cara curva
KMT 62	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce una técnica para trabajar el apilamiento. Esta es: toma una pieza (objeto de clase), les pregunta el nombre de la forma que tiene ese objeto, le pregunta si se puede apilar y, finalmente, lo intenta apilar
KMT 63	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce como estrategia de enseñanza el uso y conversión de distintos sistemas de representación [objetos de la propia clase, gráfico (ficha del libro) y verbal] como vehículo para el desarrollo de la sesión
KMT 64	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce la posibilidad de usar la conversión de las 3d (objetos de la propia clase) a las 2d (representación de cuerpos geométricos en la ficha del libro) para evocar imágenes mentales asociadas a los cuerpos
KMT 65	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce un procedimiento para trabajar un cuerpo geométrico nuevo. Este es: mostrar la pieza, comentar que se parece a otro cuerpo geométrico ya conocido, poner ejemplos de la vida cotidiana que posean dicha forma, identificar el nombre, determinar alguna característica del cuerpo mediante la comparación con otros sólidos ya conocidos
KMT 66	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Conoce que una estrategia para ayudar a fijar la atención sobre las caras del cuerpo geométrico, es realizarlo sobre otro cuerpo geométrico

KFLM

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 1	Formas de interacción con un contenido matemático	Conoce la importancia de que los alumnos manipulen los cuerpos geométricos para que construyan la imagen de los conceptos
KFLM 2	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que poseen los estudiantes para proporcionar características de un objeto sin tenerlo presente
KFLM 3	Teorías sobre aprendizaje	Conoce que el paso de la identificación de los cuerpos geométricos hacia el análisis de estos refleja un avance en el aprendizaje geométrico de los estudiantes
KFLM 4	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que poseen algunos alumnos para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos, procedente de que no perciben la diferencia de longitud de las aristas de sus caras
KFLM 5	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes consideran la cara de mayor superficie como la cara más representativa de ese cuerpo
KFLM 6	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes poseen dificultad para diferenciar la cantidad de longitud de los lados de un rectángulo y un cuadrado
KFLM 7	Fortalezas y dificultades: <i>dificultades en la terminología</i>	Conoce que a los niños les cuesta retener vocabulario geométrico
KFLM 8	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido
KFLM 9	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que supone al alumnado fijarse en los elementos matemáticos de los cuerpos geométricos (p.e. caras)
KFLM 10	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes comprenden mejor una figura plana través de la comparación con otra (p.e. rectángulo de cuadrado)

Tabla completa de indicadores MTSK (KFLM)(I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 11	Aspectos emocionales del aprendizaje	Conoce que el hecho de hacer rodar los cuerpos geométricos les resulta atractivo a los estudiantes, pues pueden experimentarlo fácilmente
KFLM 12	Formas de interacción: <i>terminología</i>	Conoce el vocabulario usado comúnmente por los estudiantes a la hora de abordar un determinado contenido
KFLM 13	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes poseen dificultad en la realización de conversiones entre distintos sistemas de representación
KFLM 14	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes poseen dificultad para identificar como iguales representaciones gráficas en dos dimensiones desde diferentes puntos de vista o perspectivas del mismo objeto tridimensional
KFLM 15	Formas de interacción con un contenido	Conoce que los estudiantes consideran la vista frontal como imagen mental de cualquier composición en 3D
KFLM 16	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad de los estudiantes para identificar como iguales cuerpos geométricos que se encuentran en una posición diferente
KFLM 17	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que presentan los estudiantes para diferenciar un prisma de base cuadrada de uno de base rectangular
KFLM 18	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que presentan los estudiantes si se le muestran varios tipos de prisma
KFLM 19	Fortalezas y dificultades	Conoce la dificultad que presentan los estudiantes para dibujar figuras planas
KFLM 20	Teoría sobre aprendizaje	Conoce que el trabajo con los cuerpos geométricos hace que poco a poco los alumnos pueden trabajar sobre ellos sin necesidad de manipulación directa
KFLM 21	Formas de interacción	Conoce que los estudiantes ya son capaces de responder cuestiones sin tener presente el cuerpo geométrico

Tabla completa de indicadores MTSK (KFLM)(II)

Anexo 6. Tabla completa de indicadores MTSK agrupados por subdominio

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KFLM 22	Formas de interacción	Conoce la importancia de mostrar el tipo de caras de los cuerpos como ayuda para diferenciar los prismas de base cuadrada de los cubos
KFLM 23	Fortalezas y dificultades	Conoce que los estudiantes tienen dificultades a la hora de manejar cantidades numéricas sin el apoyo de material manipulativo
KFLM 24	Aspectos emocionales del aprendizaje	Conoce que el hecho de apilar/poner de pie los cuerpos les resulta atractivo a los estudiantes y pueden experimentarlo fácilmente
KFLM 25	Teoría sobre aprendizaje	Conoce las repercusiones que genera en los estudiantes el manejo de ejemplos prototípicos

Tabla completa de indicadores MTSK (KFLM)(III)

KMLS

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 1	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de matematizar el entorno mediante la visualización espacial
KMLS 2	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (p.e. figuras geométricas de las caras que lo componen, número de caras, número de lados de cada cara)
KMLS 3	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado	Conoce que los estudiantes en esta etapa retienen cada vez más características geométricas de un objeto
KMLS 4	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce respecto de la secuenciación de contenidos, comienza por el estudio de los cuerpos geométricos y, más adelante, como profundización de estos, estudia las figuras planas
KMLS 5	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), cilindro, esfera y pirámide
KMLS 6	Resultados de aprendizaje esperados: <i>adquisición de terminología</i>	Conoce que a esta edad deben ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso de cada cuerpo que manejan
KMLS 7	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado: <i>terminología</i>	Conoce que el considerar cubo como un tipo particular de prisma requiere de un desarrollo cognitivo que a esta edad aún no se ha alcanzado
KMLS 8	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que los términos cara curva y cara plana no forman parte de esta etapa escolar (o este curso escolar)

Tabla completa de indicadores MTSK (KMLS)(I)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 9	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce que al inicio de la etapa los estudiantes deben ser capaces de asociar cubo con cuadrado y prisma con rectángulo
KMLS 10	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce las figuras planas que deben reconocer los estudiantes a esta edad
KMLS 11	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: terminología	Conoce que el término arista y vértice no son trabajados en este curso escolar
KMLS 12	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de que en la etapa se desarrollen imágenes mentales ricas de los cuerpos
KMLS 13	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de trabajar la Geometría desde distintos enfoques
KMLS 14	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce la importancia de trabajar las distintas posiciones de las figuras geométricas (no solo la posición prototípica ya que eso impone ciertas limitaciones)
KMLS 15	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que la distinción entre cuadrado y rectángulo es contenido de esta etapa educativa
KMLS 16	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que es mejor usar el prisma prototípico que otro en esta etapa educativa
KMLS 17	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes proporcionen características de las figuras planas
KMLS 18	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: terminología	Conoce que el término “forma plana” forma parte de esta etapa educativa
KMLS 19	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: terminología	Conoce que el término “tridimensional” no forma parte de esta etapa educativa

Tabla completa de indicadores MTSK (KMLS)(II)

SUBDOMINIO	CATEGORÍA	INDICADOR
KMLS 20	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que a esta edad es importante trabajar sobre un número pequeño de cuerpos para buscar sus propiedades
KMLS 21	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes sean capaces de conocer cuántas caras tiene cada cuerpo trabajado
KMLS 22	Resultados de aprendizaje esperados	Conoce que a esta edad se debe pretender que los estudiantes sean capaces de conocer la forma que tiene cada cara de un cuerpo geométrico
KMLS 23	Nivel de desarrollo esperado	Conoce que a esta edad los números que se manejan a estas edades no sobrepasan la decena
KMLS 24	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	Conoce que la contabilización del número de aristas y vértices no son contenidos en este curso escolar
KMLS 25	Resultados de aprendizaje esperado	Conoce que a esta edad es importante que vayan profundizando en las propiedades de los cuerpos geométricos
KMLS 26	Resultados de aprendizaje esperado	Conoce los cuerpos que los estudiantes deben aprender en este curso escolar: prisma de base cuadrada (con atención especial al cubo), prisma de base rectangular, cilindro, esfera, pirámide y cono
KMLS 27	Secuenciación con temas anteriores y posteriores: <i>terminología</i>	Conoce que el término “base” forma parte de esta etapa educativa

Tabla completa de indicadores MTSK (KMLS)(III)